

탄소성 내연적 유한요소법을 이용한 평면 이방성 박판의 성형공정해석

윤정환* · 김종봉** · 양동열** · 정관수***

(1997년10월 27일 접수)

Elastic-Plastic Implicit Finite Element Method Considering Planar Anisotropy for Complicated Sheet Metal Forming Processes

J.W. Yoon, J.B. Kim, D.Y. Yang and K.Chung

Abstract

A new approach has been proposed for the incremental analysis of the nonsteady state large deformation of planar anisotropic elastic-plastic sheet forming. A mathematical brief review of a constitutive law for the incremental deformation theory has been presented from flow theory using the minimum plastic work path for elastic-plastic material. Since the material embedded coordinate system(Lagrangian quantity) is used in the proposed theory, the stress integration procedure is completely objective. A new return mapping algorithm has been also developed from the general midpoint rule so as to achieve numerically large strain increment by successive control of yield function residuals. Some numerical tests for the return mapping algorithm were performed using Barlat's six component anisotropic stress potential. Performance of the proposed algorithm was shown to be good and stable for a large strain increment. For planar anisotropic sheet forming, updating algorithm of planar anisotropic axes has been newly proposed. In order to show the effectiveness and validity of the present formulation, earing simulation for a cylindrical cup drawing and front fender stamping analysis are performed. From the results it has been shown that the present formulation can provide a good basis for analysis of elastic-plastic sheet metal forming processes.

Key Words : Elastic-Plasticity(탄소성), Planar Anisotropy(평면이방성), Incremental Deformation Theory(변형증분이론), Sheet Metal Forming Process(박판성형공정)

기호설명

\bar{C} : 코시 변형률 텐서(Cauchy strain tensor)

\bar{F} : 변형률 구배 텐서

H : 유효응력-소성변형률(가공경화) 곡선에서 기울기

\bar{m} : 소성변형률 증분 방향(direction of plastic strain increment)

\bar{R} : 회전 텐서(rotation tensor)

* LG전자 생산기술원
** 한국과학기술원 기계공학과
*** 서울대학교 섬유 고분자 공학과

- \bar{U} : right stretch tensor
- $\bar{\sigma}$: 유효 응력(effective stress)
- $\bar{\sigma}$: 코시 응력 텐서(Cauchy stress tensor)
- $\bar{\lambda}, \bar{\mu}$: 이방성 축을 나타내는 단위벡터
- γ : 소성변형률 증분(plastic strain increment)
- ρ : 유효응력-소성변형률(가공경화) 곡선

1. 서론

탄소성 유한요소 해석에서는 해를 수립시키는 과정에서 새로운 응력을 계산하기 위해 구성 방정식이 가해진 변형 경로를 따라 적분 되어야 한다. 현재의 변형 상태에서 다음 변형 상태로의 변형 증분 동안 변형이 이루어 지는 변형 경로는 무수히 많이 존재한다. 이렇게 무수히 많은 변형 경로 중에서 물리적인 의미를 가지고 쉽게 가정할 수 있는 것이 최소 소성일 경로(minimum plastic work path)이다. 최근에는 최소 소성일 경로 가정에 기초한 변형 증분 이론(incremental deformation theory)이 유한요소 모델링에 많이 적용되고 있고, 또한 여러가지 공학적인 문제에도 적용되고 있다. 최소 소성일 가정이 강소성 유한요소법에는 현재까지 광범위하게 이용되고 있지만,⁽¹⁻⁴⁾ 탄소성 유한요소법에는 등방성 재료에 대해서 몇번의 시도만 있었다.⁽⁵⁻⁶⁾ 본 연구의 목적은 변형 증분 이론을 평면 이방성 탄소성 유한요소법에 적용하는 것이다.

탄소성 유한요소법에서 구성방정식의 적분은 해석을 진행시키는 데 있어서 해의 정확성이나 효율성에 큰 영향을 미친다. 그러므로, 지금까지 제안된 여러가지 적분 방법들 중에서 문제의 풀이 과정에 맞는 적당한 적분 방법을 선택하는 것이 중요하다. 잘 알려진 리턴 맵핑 방법은 탄소성 유한요소법에서 응력을 적분하는데 매우 효과적이고 편리한 방법이다. 현재는 이 방법을 개선한 일반적인 미드포인트 룰이 보다 안정적이라고 알려져 있고 많이 이용되고 있다^(7,8). 그러나 이 방법들은 변형률 증분이 충분히 작을 때에만 정확성과 안정성이 보장된다는 단점이 있다.

본 연구에서는 변형 증분 이론을 탄소성 유한요소 해석에 적용하는 이론적인 배경과 과정을 자세히 기술하였다. 그리고, 탄소성 구성방정식의 새로운 적분 방법으로, 항복함수의 레지듀얼(residual)을 단계별로 조정하는 다단계 리턴 맵핑 알고리즘을 제안하였다. 이 알고리즘을 탄소성 유한요소 해석에 적용함으로써, 변위증분이 커졌을 때 발생할 수 있는 해의 발산을 막고 안정된 수렴성을 얻을 수 있었다. 본 연구는 또한 일반적인 평면 이방성 재료에 대

한 유한요소 해석도 수행하였다. 평면 이방성 수식화와 관련한 항복함수는 Barlat의 항복식⁽⁹⁾이 이용 되었고, 평면 이방성 축의 회전을 추적하는 방법으로는 극좌표 분해(Polar decomposition)에 기초한 새로운 알고리즘이 제안되었다.

제안된 다단계 리턴 맵핑 알고리즘이 큰 변형률 증분하에서도 안정성 있고 효율적임을 보이기 위해 Von-Mises 와 Barlat의 항복식⁽⁹⁾에 대해서 패치 테스트(patch test)를 수행하였다. 변형 증분 이론을 평면 이방성을 갖는 박판 성형 공정에 적용하기 위해서 원통형 컵 드로잉을 해석하여 평면 이방성에 의한 귀의 발생을 관찰하였으며, NUMISHEET '93의 예제였던 프론트 펜더를 해석하여 복잡한 박판의 성형 해석에도 이용될 수 있음을 보였다.

2. 한 스텝 증분 변형 동안의 재료 거동

두께가 충분히 작아서 평면 응력 상태에 있다고 가정할 수 있는 박판 소재의 변형을 생각하자. 변형 전 초기($t=0$) 소재의 형상과 한 스텝($t=t_0$)에서의 기준 형상, 그리고 현재($t=t_0 + \tau$) 형상에서의 환류 좌표계(convected coordinate system)를 Fig. 1에 개략적으로 나타냈다. Fig. 2는 재료의 이방성을 고려하기 위한 이방성 좌표계를 보여준다. \bar{b}_i 는 환류 좌표계를 따르는 기저벡터이고, $\bar{\lambda}$ 와 $\bar{\mu}$ 는 초기에 각각 x,y축으로 주어진 이방성 축을 나타내는 기저벡터이다. 이와 같이 정의된 벡터 \bar{b}_i ,

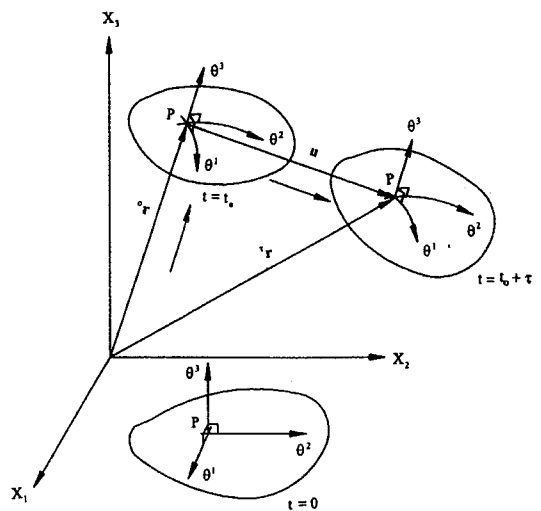


Fig. 1 Surface convected coordinate system in the deformation process

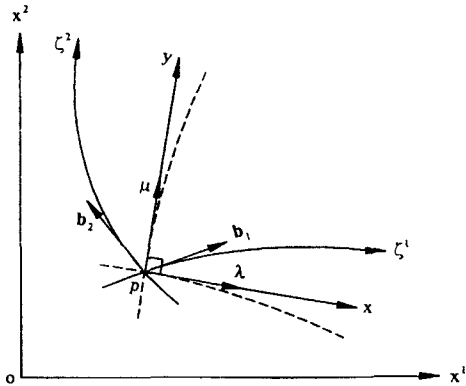


Fig. 2 Local coordinate system used in analysis and the axes of anisotropy

를 이용하여 이방성 축을 나타내는 벡터 $\bar{\lambda}$ 와 $\bar{\mu}$ 를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}\bar{\lambda} &= \lambda^i \bar{b}_i = \lambda_i \bar{b}^i = \lambda_i^c \bar{e}_i \\ \bar{\mu} &= \mu^i \bar{b}_i = \mu_i \bar{b}^i = \mu_i^c \bar{e}_i\end{aligned}\quad (1)$$

여기에서 \bar{e}_i 는 직교좌표계(Cartesian coordinate system)에서의 단위 벡터이다.

박판 재료의 이방성은 재료가 현재의 상태에 이르기 까지 재료에 주어진 변형 경로에 관계된다. 그렇기 때문에 엄밀히 말하면 현재 진행중인 성형에 따라서도 이방성 거동이 바뀔 수 있다. 성형중에 발생하는 소성 변형량과 그에 따른 이방성 성질의 변화가 초기 압연공정에서 발생하는 소성 변형량과 이방성 성질의 변화에 비해 매우 작기 때문에 성형중에는 이방성의 변화가 없다고 가정하는 것은 현재 널리 받아들여지고 있는 가정이며, 이 경우 압연 과정에서 생성된 이방성 축의 직교성(orthogonality)은 박판 성형 공정중에 유지된다고 가정할 수 있다. 따라서 이방성 축의 거동은 직교성을 유지하면서 회전만을 허용하게 된다. 아래의 내용은 환류 좌표계에 기초한 이방성 축의 회전을 위한 수식화를 보여주고 있다.

환류 좌표계에서 변형을 구배 텐서(deformation gradient tensor) \bar{F} 와 코시 변형을 텐서 \bar{C} 는 다음과 같이 표현된다.

$$\bar{F} = \bar{R}\bar{U} = \bar{b}_i \otimes^0 \bar{b}^i, \text{ then } \bar{C} = \bar{F}^T \bar{F} = C_{ij}^0 \bar{b}^i \otimes^0 \bar{b}^j \quad (2)$$

$\lambda_i (i=1,2)$ 를 2차원 공간에서 \bar{U} 의 특성치(eigenval-

ue)라고 하면 \bar{C} 의 특성치는 $\lambda_i^2 (i=1,2)$ 이다. 여기에서 케일리 해밀턴(Cayley Hamilton)의 이론을 사용하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\bar{U}^{-1} = (I_u II_u)^{-1} \{ (I_u^2 - II_u) \bar{I} - \bar{C} \} \quad (3)$$

$$\text{where, } I_u = \lambda_1 + \lambda_2, \quad II_u = \lambda_1 \lambda_2$$

여기에서 I_u 와 II_u 는 \bar{U} 의 주요 불변량(principal invariant)이다. 환류 좌표계에서 회전 텐서 \bar{R} 은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\bar{R} = \bar{F}\bar{U}^{-1} = (\bar{b}_i \otimes^0 \bar{b}^i) (U_{k1}^{-1} \bar{b}^k \otimes^0 \bar{b}^1) = {}^0 g^{ik} U_{k1}^{-1} \bar{b}_i \otimes^0 \bar{b}^1 \quad (4)$$

그리고 최종적으로 새롭게 계산된 이방성 축은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\bar{\lambda} &= \bar{R}^0 \bar{\lambda} = ({}^0 g^{ik} U_{k1}^{-1} \bar{b}_i \otimes^0 \bar{b}^1) ({}^0 \lambda^j \bar{b}_j) = {}^0 g^{ik} U_{k1}^{-1} \lambda^j \bar{b}_i \bar{b}^j \\ \bar{\mu} &= \bar{R}^0 \bar{\mu} = {}^0 g^{ik} U_{k1}^{-1} \mu^1 \bar{b}_i\end{aligned}\quad (5)$$

첫번째 스텝에서는 ${}^0 \lambda^i$ 와 ${}^0 \mu^i$ 는 다음 변환으로부터 계산된다.

$${}^0 \lambda^i = {}^0 \lambda^c_j \bar{e}_j \cdot {}^0 \bar{b}^i, \quad {}^0 \mu^i = {}^0 \mu^c_j \bar{e}_j \cdot {}^0 \bar{b}^i \quad (6)$$

3. 최소 소성일 경로에 기초한 증분 변형 이론

본 장에서는 구성 방정식을 최소 소성일 경로(minimum plastic work path, or proportional logarithmic strain path)에 기초하여 구했다⁽¹⁰⁾. 최소 소성일 조건은 변형이 다음 관계를 만족할 때 얻어진다.

$$\begin{aligned}\hat{D}(t) &= \dot{\bar{E}}_L(t) = \dot{\alpha}(t) \Delta \bar{E}_L(t_0 + \Delta t), \\ \Delta \hat{\bar{E}}(t) &= \Delta \bar{E}_L(t) = \alpha(t) \Delta \bar{E}_L(t_0 + \Delta t)\end{aligned}\quad (7)$$

여기에서 $\alpha(t)$ 는 시간에 관한 함수로서 항상 다음의 조건을 만족한다.

$$\int_{t_0}^{t_0 + \Delta t} \dot{\alpha}(t) dt = 1$$

그리고 $\dot{\alpha}$ 는 항상 양수이다. “”와 “L”은 각각 라그랑지안 양과 대수 양(logarithmic quantity)을 나타낸다. 식

(7)은 주축(principal material line)과 주 진변형률(principal true strain)의 비가 한 변형증분 동안 변하지 않고 일정함을 나타낸다.

소재가 대수 변형률(logarithmic strain)의 비가 일정한 경로를 따라 변형할 때 다음의 관계식이 얻어진다.

$$\hat{D} = \hat{D}^e + \hat{D}^p \Leftrightarrow \Delta \hat{\epsilon} = \Delta \hat{\epsilon}^e + \Delta \hat{\epsilon}^p \quad (8)$$

식(8)에서 $\Delta \hat{\epsilon}$ 는 대수 변형률의 증분으로 다음과 같이 정의된다.

$$\Delta \hat{\epsilon} = \int_{t_0}^{t_0 + \Delta t} \hat{D} dt = \ln \bar{U} \quad (9)$$

코시 응력(Cauchy stress)의 Jaumann 증분은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\Delta \hat{\sigma} = \hat{C} \Delta \hat{\epsilon}^e = \hat{C} (\Delta \hat{\epsilon} - \Delta \hat{\epsilon}^p) \quad (10)$$

식(10)의 증분 관계는 모두 재료를 따라 움직이는 환류 좌표계(convective coordinate, or material embedded coordinate)로 표현되기 때문에 재료의 회전에 대해 객관성(objectivity)을 유지하게 된다. 재료의 회전에 따른 응력의 변화는, 재료의 변형에 따른 응력 증분을 계산한 후 다음과 같이 쉽게 고려할 수 있다.

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_{n+1} &= \bar{\sigma}_n + \Delta \hat{\sigma} \\ \bar{\sigma}_{n+1} &= \bar{R} \hat{\sigma}_{n+1} \bar{R}^T \end{aligned} \quad (11)$$

변형 증분 이론을 탄소성 재료의 유한요소 해석에 적용하는 개략도를 Fig.3에 도시하였다. 변형 증분 이론에서 $\Delta \hat{\epsilon}^e$ 는 $\Delta \hat{\sigma}$ 에 비례(proportional)하기 때문에 $\Delta \hat{\sigma}$ 에 의해 식(10)의 관계식($\Delta \hat{\sigma} = \hat{C} \Delta \hat{\epsilon}^e$)으로 계산된다. 문제는 $\Delta \hat{\epsilon}^p$ 의 크기를 찾아야 한다는 것이다. 변형 형상으로부터 전체 변형률($\Delta \hat{\epsilon}$)은 계산이 되지만 소성 변형률($\Delta \hat{\epsilon}^p$)은 계산이 되지 않는다. 탄소성 유한 요소법에서 응력의 적분은 이와 같이 결정되지 않은 소성 변형률의 크기를 결정하는 과정이다.

주어진 응력 상태($\hat{\sigma}_{n+\alpha} = \bar{\sigma}_n + \alpha \Delta \hat{\sigma}$)에서 변형 증분 이론에 의해 $\Delta \hat{\epsilon}^p$ 가 $\frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \hat{\sigma}_{n+\alpha}}$ 에 비례(proportional)한다고 가정하면 $\Delta \hat{\epsilon}^p$ 는 $\hat{\sigma}_{n+\alpha}$ 에 따라 결정되고 다음의 근사적인 관계로 나타내어질 수 있다.

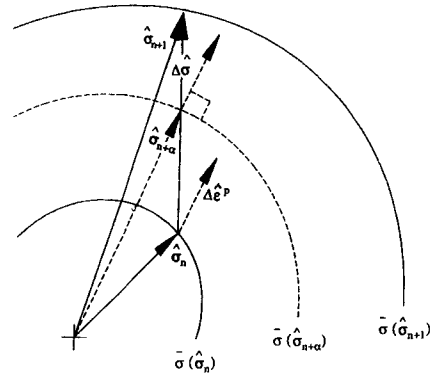


Fig. 3 Schematic representations of FEM applications of the incremental deformation theory for elastoplastic materials

$$\Delta \hat{\epsilon}^p = \Delta \bar{\epsilon}^p \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \hat{\sigma}_{n+\alpha}} \quad (12)$$

식(10)을 수치적으로 적용할 때 리턴 매핑과 연계한 일 반적인 미드 포인트 룰이 이용될 수 있다. 그러나 Fig. 4에 나타낸 것처럼, $\Delta \bar{\epsilon}$ 가 클 때 $\phi(\gamma)$ 가 α 에 관한 해를 가지지 않을 수도 있다. 특히 항복함수가 원형이 아닌 경우(예: 평면 응력 문제)에는 소성 변형률의 방향이 작은 응력 상태의 변화에도 크게 변할 수 있기 때문에 $\phi(\gamma)$ 가 수

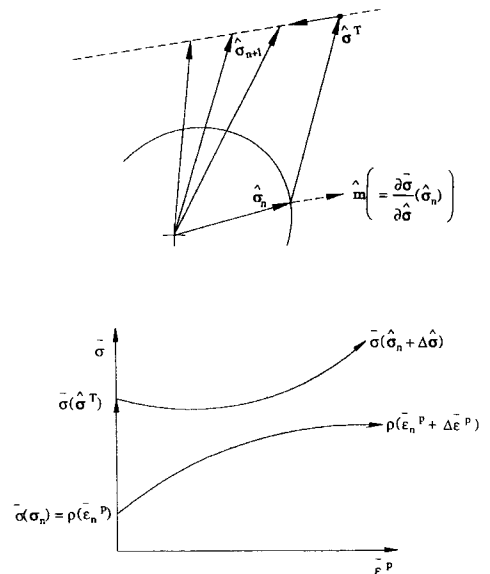


Fig. 4 Divergence case of return mapping algorithm according to alpha

림하지 않을 수도 있다. 그러므로 본 연구에서는 레지듀얼 (residual) ϕ 가 단계별로 조절될 수 있도록 다음과 같이 수정된 알고리즘을 제안하였다. (Fig. 5)

(Case 1) if $\phi(\hat{\sigma}_{n+\alpha}^T) < 0$,
 $\gamma = 0, \hat{\sigma}_{n+\alpha} = \hat{\sigma}_{n+\alpha}^T$ (13)

(Case 2) if $\phi(\hat{\sigma}_{n+\alpha}^T) \geq 0$,
 $\gamma = \bar{\gamma}$ such that $\phi(\hat{\sigma}_{n+\alpha}) = 0$ (14)

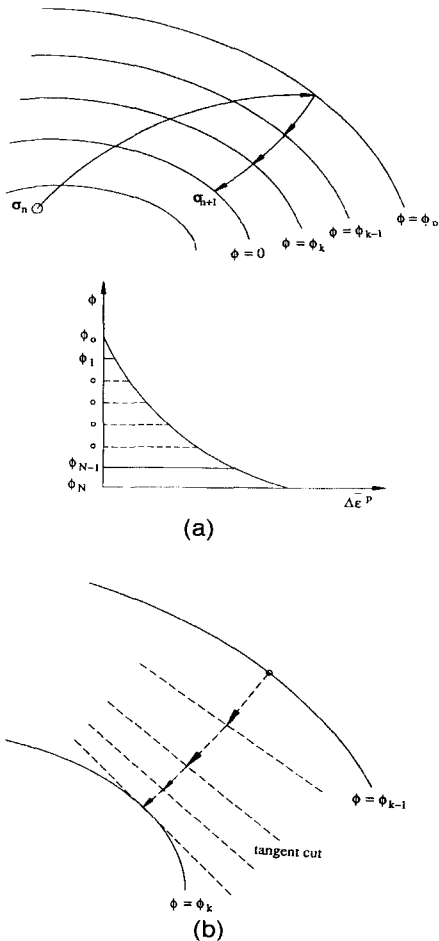


Fig. 5 (a) Schematic diagram of multi-step return mapping algorithm based on incremental deformation theory with minimum work path
 (b) Schematic diagram of iterative procedure within given one step

Given $\hat{\sigma}_{n+\alpha}^{(0)} = \hat{\sigma}_{n+\alpha}^T, \gamma = 0, \phi_0 = \phi(\hat{\sigma}_{n+\alpha}^T)$
 set, $\{\phi_k | \phi_0 > \phi_1 > \phi_2 > \dots > \phi_k = 0, k = 1, 2, \dots, N\}$
 For each given ϕ_k , during iteration (i)
 if $(F = \phi(\Delta\gamma) - \phi_k = 0)$ go to next step
 where,
 $\phi(\Delta\gamma) = \bar{\sigma}(\hat{\sigma}_{n+\alpha}^{(i+1)}) - \rho_{i+1}(\bar{E}_{i+1}^p) = \phi_k$
 $\hat{\sigma}_{n+\alpha}^{(i+1)} = \hat{\sigma}_{n+\alpha}^{(i)} + \Delta\hat{\sigma}_{n+\alpha} = \hat{\sigma}_{n+\alpha}^{(i)} - \alpha\Delta\gamma\hat{C}\hat{m}_{n+\alpha}^{(i)}$
 $\rho_{i+1} = \rho_i + H_i\Delta\bar{E}_i^p = \rho_i + H_i\Delta\gamma$
 $\bar{\gamma} = \bar{\gamma} + \Delta\gamma$

여기에서 레지듀얼의 증분 ($\Delta\phi = \phi_k - \phi_{k-1}$)은 초기 항복면의 값의 10%보다 작은 값으로 추천된다. 매 축차마다 $\Delta\gamma$ 는 상태 변수 $\hat{\sigma}_{n+\alpha}^{(i)}$, ρ_i 의 현재 값에서 함수 F를 선형화 하여 얻어진다.

$$\Delta\gamma = \frac{\phi(\hat{\sigma}_{n+\alpha}^{(i)}) - \phi_k}{\hat{m}_{n+\alpha}^{(i)}\hat{C}\hat{m}_{n+\alpha}^{(i)} + H_i} \quad (15)$$

4. 다단계 리턴 맵핑 알고리즘의 안정성 테스트

본 연구에서 제안한 리턴 맵핑 알고리즘의 안정성과 정확성을 테스트하기 위해 양축 전단 변형(biaxial shear)에 이은 단순 전단(simple shear) 변형을 해석하였다. 해석에서 속도장은 다음과 같이 주었다.

$$\bar{L}_1 = \begin{bmatrix} 4000 & 0 \\ 0 & -4000 \end{bmatrix} \text{ for } 0 \leq t \leq 500\mu\text{s} \quad (16)$$

$$\bar{L}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 10000 \\ 10000 & 0 \end{bmatrix} \text{ for } 500 < t \leq 1000\mu\text{s}$$

해석에서 사용된 재료는 알루미늄 합금 2008-T4이다. 2008-T4 알루미늄 합금은 자동차 산업에 많이 이용되는 재료로서 기계적 성질은 다음과 같다

Stress-strain relation : $\bar{\sigma} = 408 - 223\exp(-6.14\bar{E})MPa$
 Anisotropic constant(for Barlat's yield function)
 : $m = 11, C_1 = 1.223, C_2 = 1.014, C_3 = 0.96, C_6 = 1.000$

이방성 상수는 Barlat의 항복 함수에 이용되는 값들이

다. 참고로 Barlat의 이방성 함수(9)를 소개하면 다음과 같다.

$$\psi = |S_1 - S_2|^m + |S_2 - S_3|^m + |S_3 - S_1|^m = 2\bar{\sigma}^m \quad (17)$$

평면응력상태에서 S_1 과 S_2 는 다음과 같이 정의된다.

$$S = \begin{bmatrix} \frac{C_3(\sigma_{xx} - \sigma_{yy}) - C_2\sigma_{xy}}{3} & C_6\sigma_{xy} & 0 \\ 0 & \frac{C_1\sigma_{yy} - C_2(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-C_1\sigma_{yy} - C_2\sigma_{xx}}{3} \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$S_{1,2} = \frac{S_{xx} + S_{yy}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{S_{xx} - S_{yy}}{2}\right)^2 + S_{xy}^2}$$

$$S_3 = -S_1 - S_2$$

본 연구에서는 위에 언급한 재료의 상수 이외에도 몇가지 경우에 대해 해석을 더 수행하여 결과를 고찰하였다. Barlat의 항복 함수의 특별한 경우로 $m=2$, $C_1=C_2=C_3=C_6=1$ 인 경우는 Von-Mises 항복 함수가 된다. 다시 말하면 Barlat의 항복 함수에서 등방성을 나타내는 경우이다. 이 기계적 성질을 이용하여 해석한 결과를 Fig. 6에 나타내었다. 변형률의 증분에 관계없이 거의 같은 해를 주고 있다. 다음의 예제로 등방성($C_1=C_2=C_3=C_6=1$)이지만 $m=11$ 로 비 이차 항복 함수(non-quadratic yield function)의 경우에 대해서 해석을 수행하였다. Fig. 7에 나타낸 결과를 볼 때, 비 이차 항복 함수를 사용할 때에도 앞의 예제와 같이 변형률 증분에 관계없이 좋은 결과를 주고 있음을 알 수 있다.

마지막으로, 실제적인 평면 이방성 예제로 위에서 언급한 2008-T4에 대해서 해석을 수행하였다($m=11$, $C_1=1.223$, $C_2=1.014$, $C_3=0.986$, $C_6=1.000$). Fig. 8에 나타낸 결과를 보면, 변형률 증분이 커질 때에는 약간

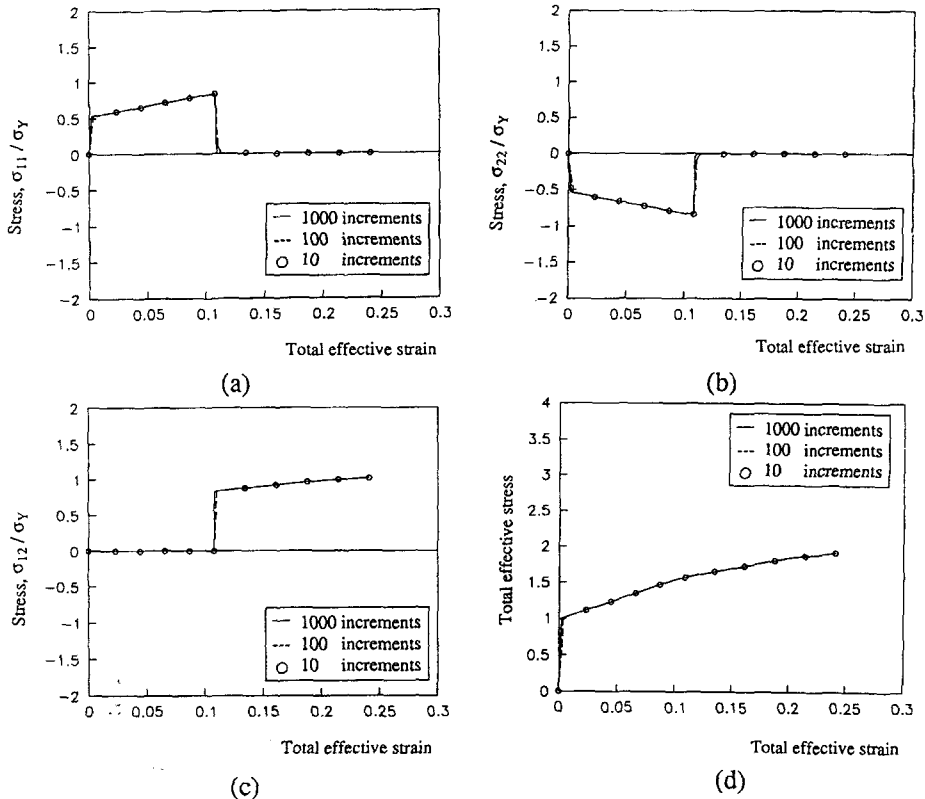


Fig. 6 Performance demonstration of the new algorithm for sudden changes of the velocity gradient : $m=2$, $C_1=C_2=C_3=C_6=1$

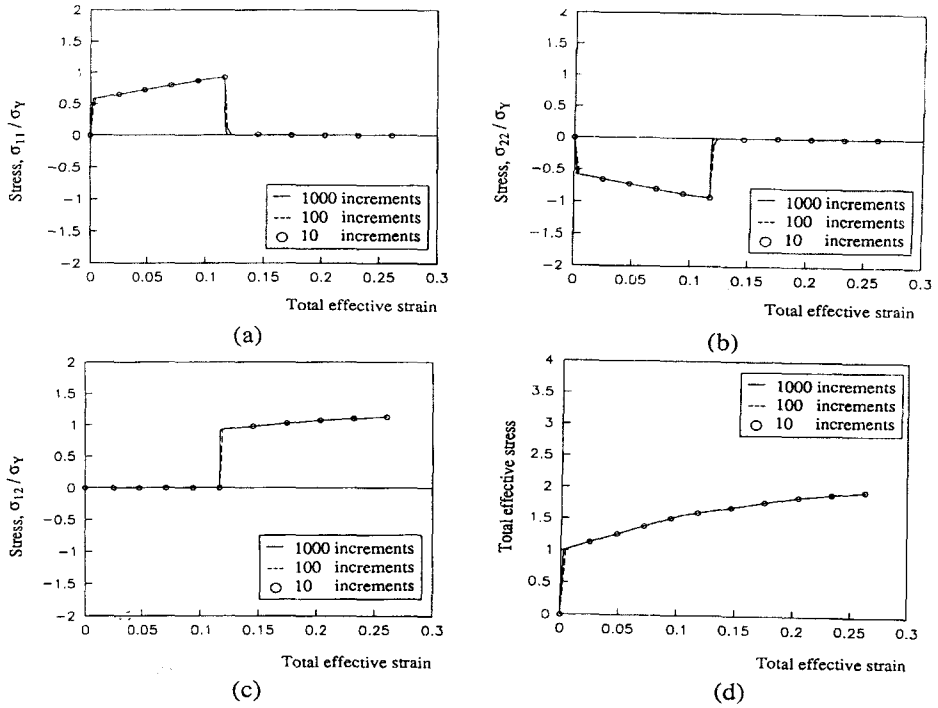


Fig. 7 Performance demonstration of the new algorithm for sudden changes of the velocity gradient : $m=11, C_1=C_2=C_3=C_6=1$

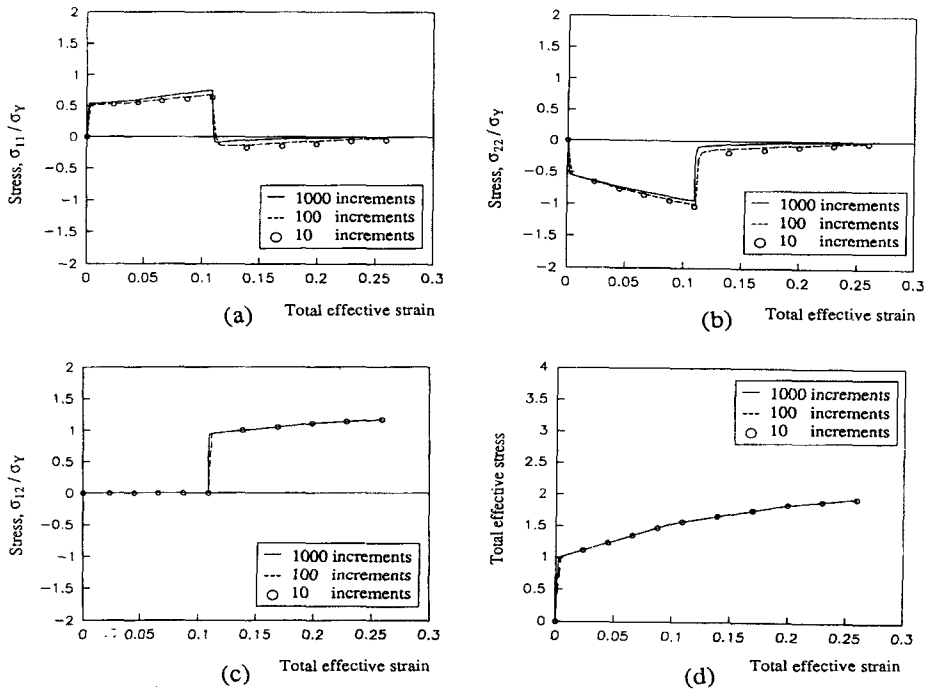


Fig. 8 Performance demonstration of the new algorithm for sudden changes of the velocity gradient : $m = 11, C_1 = .223, C_2 = 1.014, C_3 = 0.986, C_6 = 1.000$

의 오차가 발생함을 알 수 있다. 이 오차의 발생은 평면 이방성으로 인해 비례하중(proportional loading) 조건이 만족되지 않았기 때문으로 사료된다. 그러나 이 오차는 크게 심각하지 않고 안정된 범위 내에 있는 것을 알 수 있다.

5. 박판 성형 공정의 해석

5.1 귀 발생 관찰을 위한 원통형 컵 디프 드로잉 해석

본 연구에서 수행한 Barlat의 항복함수를 이용한 평면 이방성의 수치화 결과를 알아 보기 위해 원통형 컵 디프 드로잉을 해석하였다. 공정의 개략도는 Fig. 9에 나타나 있다. 사용된 소재가 직교 이방성이기 때문에 해석의 효율성을 위해 원형 소재의 1/4만 해석하였다. Fig. 10은 해석에

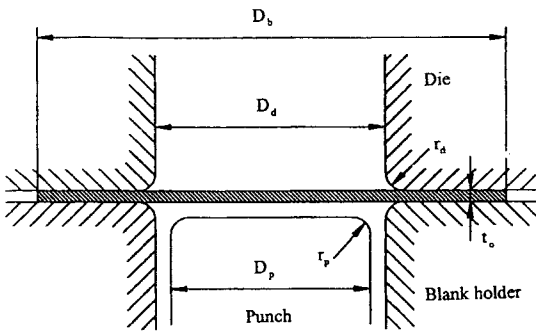


Fig. 9 Schematic view of geometric description for cylindrical cup deep drawing

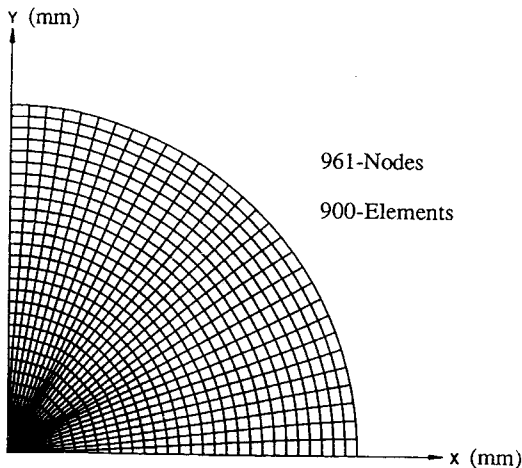
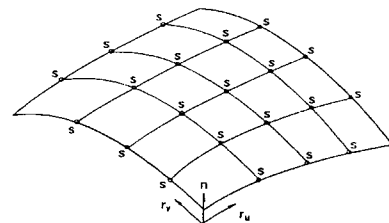


Fig. 10 Schematic view of initial mesh system for cylindrical cup deep drawing

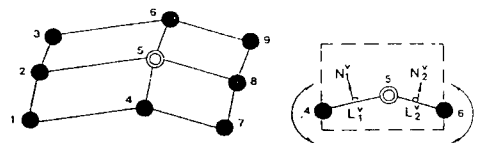
사용된 격자를 보여준다. 916개의 절점과 900개의 BEAM(Bending Energy Augmented Membrane) 요소로 이산화 하였다. BEAM 요소는 막막 요소(membrane element)에 굽힘에 대한 수치적인 안정성을 부여하기 위해 굽힘 에너지가 추가된 것으로 Yoo등⁽¹³⁾에 의해 제안되었다. Fig. 11은 BEAM요소의 개념을 보여주고 있다.

Fig. 12는 해석에 이용된 금형면을 보여주고 있고, 해석에 이용된 재료와 기계적 성질, 그리고 성형 조건은 다음과 같다.

- Sheet material : 2008-T4 aluminum sheet
- Stress-Strain relation : $\bar{\sigma} = 408 - 223 \exp(-6.14\bar{\epsilon}) MPa$
- Punch diameter : $D_p = 99.16 \text{ mm}$
- Punch profile radius : $r_p = 4.78 \text{ mm}$
- Die opening diameter : $D_d = 100.08 \text{ mm}$
- Die profile radius : $r_d = 6.35 \text{ mm}$
- Blank diameter : $D_b = 162 \text{ mm}$
- Sheet thickness : $t_0 = 1.24 \text{ mm}$
- Blank holding force : 22.2kN(5.55kN for 1/4 region)
- Coefficient of friction : (blank/punch)=0.2, (blank/die)=0.1
(blank/die)=(blank/blankholder)=0.1



(a)



(b)

Fig. 11 Schematic view of Bending Energy Augmented Membrane(BEAM) element

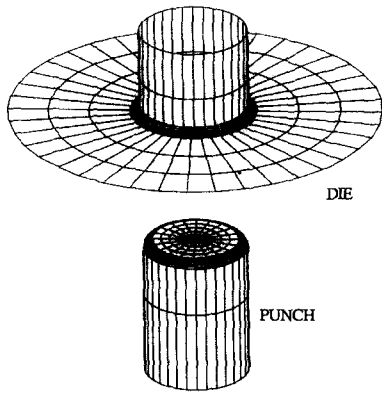


Fig. 12 Schematic view of tool surfaces for cylindrical deep drawing

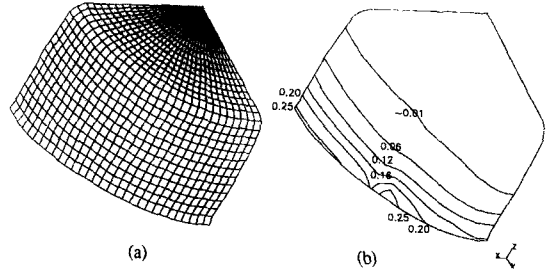


Fig. 14 The computed results by the present theory at the punch stroke of 50.5mm in cylindrical cup deep drawing : (a) the deformed shape (b) the thickness strain contour

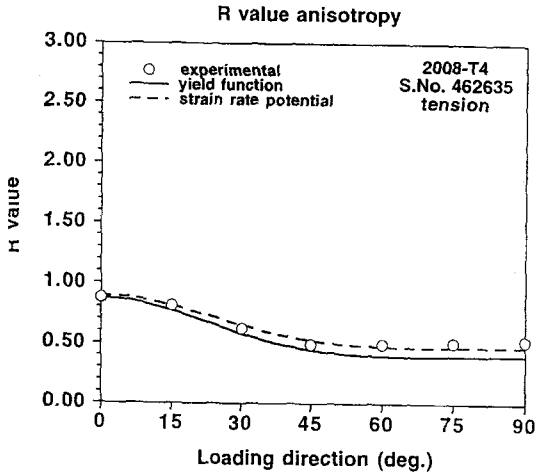


Fig. 13 R-value anisotropy measured and predicted with Barlat's stress potential and Barlat's strain-rate potential of 2008-T4 aluminum

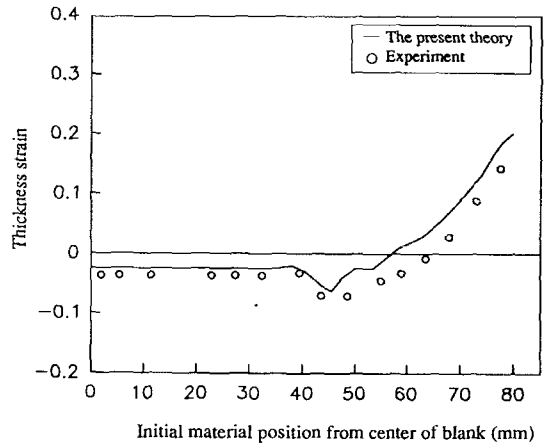


Fig. 15 Comparison of results from the present theory and experiments for thickness strain along the rolling direction

여러 가지 방향에 대해 Barlat의 항복 함수로부터 계산한 r 값과 실험에서 구한 r 값을 Fig.13에서 비교하였다. 약간의 차이는 보여주고 있지만 대체적으로 경향이 일치하고 있다.

해석은 전체 50.5 mm의 펀치 행정을 약 200스텝으로 수행하였다. Fig.14는 최종 펀치 행정 50.5 mm까지 해석된 변형 형상과 두께 변형을 분포를 보여준다. 소재의 끝 부분에서 두꺼워 지는 현상이 잘 나타나고 있고, 또한 이방성에 의해 변형률의 분포도 달라지고 있다. Fig.15은 압연 방향으로의 두께 변형률을 보여주고 있다. 해석에서 예측한 결과가 실험 결과와 잘 일치하고 있다. 특히 펀치

반경부에서 두께가 얇아지고 있는 현상을 잘 나타내어주고 있다.

Fig. 16은 압연 방향으로부터의 각도에 따른 컵의 높이(귀)를 보여준다. 전체적으로 경향은 해석 결과가 실험 결과와 잘 일치하고 있지만 45부근에서는 실험보다 작게 예측되었음을 알 수 있다. 이처럼 차이가 나는 원인에는 여러 가지가 복합적인 문제가 있겠지만 근본적으로 항복 함수가 실제 재료의 거동을 완전하게 묘사하지 못한 것들을 수 있다. 그리고 물론 변형 도중에 이방성의 진화를 고려하지 못하는 것도 어느 정도는 원인을 제공했으리라 사료된다. 발생된 귀의 형상을 보면 압연 방향에 대해 90°

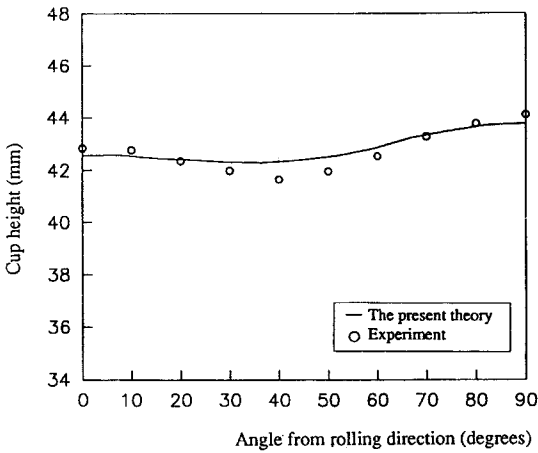


Fig. 16 Comparison of results by the present theory with experiment for cup height profile results

방향에서 귀의 발생이 가장 크고 45° 방향에서 가장 작음을 알 수 있다. 그리고 0° 방향에서는 중간 정도의 귀가 발생한다. 간단한 소성 이론과 관련한 식으로부터 이 현상을 해석해 보았다. 단순 압축 이론⁽¹⁴⁾으로부터 소재의 외곽에서의 원주 방향 변형률(radial strain)은 다음과 같은 근사식으로 유도된다.

$$\epsilon_r \Big|_{\theta_0} = \frac{Er_\theta}{(r_\theta + 1)} \Big|_{\theta=\theta_0+90^\circ}$$

$$\text{where, } \epsilon_\theta = \ln \left(\frac{R_{cup}}{R_{blank}} \right) = -E \quad (19)$$

식(19)에서 반경 방향 변형률은 90° 방향의 r값으로부터 계산됨을 알 수 있다. 식(19)과 항복 함수로부터 계산한 r값을 이용하면 다음의 관계를 얻을 수 있다.

$$\epsilon_r \Big|_{\theta=0} < \epsilon_r \Big|_{\theta=90} \text{ therefore, cup height} \Big|_0 < \text{cup height} \Big|_{90} \quad (20)$$

같은 방법으로 실험에서 측정된 r값을 이용해도 같은 결과를 얻는다. 이상의 결과로 볼 때, 본 연구에서 수행한 평면 이방성 재료의 유한요소 수식화가 실제의 현상을 잘 묘사하고 있음을 검증할 수 있다.

본 절에서는 평면 이방성 재료의 디프드로잉에서 귀가 발생하는 원리를 r값과 연계하여 간단하게 알아 보았고 해석에서의 귀 발생이 실험과 잘 일치함을 알 수 있었다.

5.2 프론트 펜더 성형 해석

프론트 펜더는 자동차 차체를 이루고 있는 박판 부품들 중의 중요한 하나이다. 본 연구에서 제안한 해석 방법의 효율성과 적용성을 보여주기 위해 프론트 펜더의 성형을 해석하였다. 이 예제는 NUMISHEET 93의 벤치 마크(benchmark) 예제이다. 금형의 형상과 재료의 물성은 벤치 마크에서 주어진 데이터를 이용하였다.⁽¹⁵⁾

| | |
|-------------------------|---|
| Sheet material | : mild steel |
| Stress-strain relation | : $\bar{\sigma} = 557.66(0.01276 + \bar{\epsilon})^{0.2488} MP_a$ |
| Anisotropic coefficient | : $m=6, C_1=0.797, C_2=0.896,$ $C_3=1.098, C_6=0.954$ |
| Coefficient of friction | : (blank/punch)=0.122, (blank/die)=0.134 |

Fig. 17은 비매개변수 패치 묘사법(nonparametric patch description)⁽¹⁶⁾으로 나타낸 금형면을 보여준다. 실제로 존재하는 비드는 비드의 형상을 직접 고려하지 않고 비드에 의한 등가의 드로잉 저항력을 소재의 외곽 절점에 부여하는 방법으로 처리하였다. 왜냐하면, 비드의 형상을 직접 금형의 묘사를 통해 고려할 경우 비드 부분의 요소가 매우 작아져야 하고 그로 인해 계산 시간이나 컴퓨터의 용량 등에서 비 효율적일 수 있기 때문이다. 유한요소 구성은 2501개의 절점과 2400개의 4절점 BEAM요소로 Fig. 20과 같이 구성하였다. 최종 펀치 행정을 120 스텝으로 해석하였다. Fig. 18은 중간 단계에서의 변형 형상과 펀치와 소재의 접촉 영역을 나타내었다. Fig. 19는 최종 성형 후의 변형 형상과 두께 변형률 분포를 보여 준다. 해석 시간과 그 외의 종합적인 해석 결과를 Table 1에 나



Fig. 17 Schematic view of the tool surfaces for deep drawing of a front fender

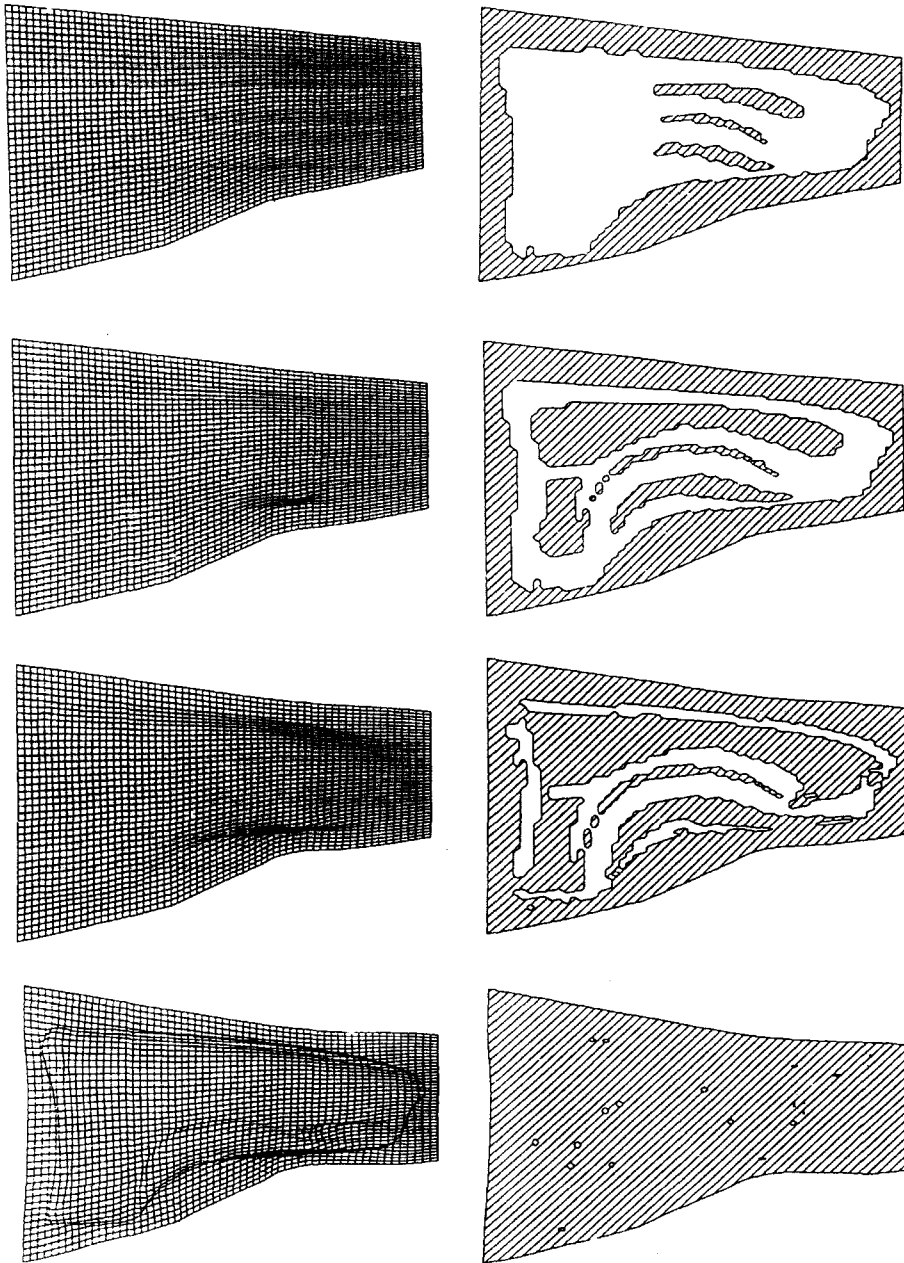


Fig. 18 Deformed configuration and punch contact map at the several steps

타내었다. 프론트 펜더는 성형은 복잡한 박판 성형 공정이 라고 볼 수 있다. 위의 결과로 볼 때 본 연구에서 제안한 응력 적분 및 증분 변형 이론에 기초한 탄소성 유한요소법이 복잡한 박판 성형 공정의 해석에 효과적으로 이용될 수 있음을 알 수 있다.

6. 결 론

평면 이방성 박판 부품의 성형을 해석하기 위해 새로운 탄소성 유한요소 해석 알고리즘을 제안하였다. 본 연구는 변형 증분 이론에 기초하였고, 구성 방정식은 최소 소성일

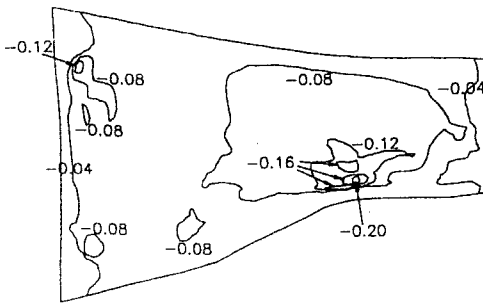
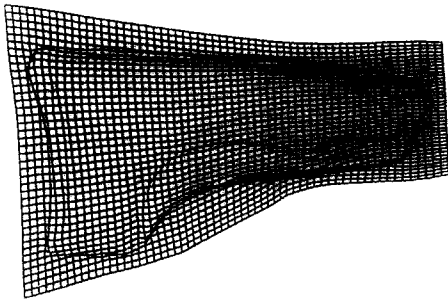


Fig. 19 Thickness strain contour at the final punch stroke

Table. 1 Numerical results for stamping of a front fender

| | |
|--------------------------------|---------------------------------|
| Total d.o.f | 7503 (2501 nodes 2400 elements) |
| Total no. of step | 120 |
| Max. punch height | 120 mm |
| Average iteration no. per step | 9 |
| Total CPU Time (IBM RISC 6000) | 18 hours |

경로를 가정하는 플로우 이론(flow theory)으로부터 유도하였다. 최소 소성일 경로 가정은 한 증분 변형하는 동안 객관성(objectivity)을 만족시켜 준다. 탄소성 유한요소 응력 적분법으로 일반적인 미드 포인트 룰에 기초한 새로운 응력 적분법을 제안하였다. 단계적으로 항복함수의 리지듀얼을 조절함으로써, 비교적 큰 변형을 증분으로 해석을 수행하여도 안정된 수렴성을 얻을 수 있었다.

제안된 알고리즘의 우수성을 보이기 위해 몇 개의 예제를 해석하였다. 여러 가지 해석을 수행 해 본 결과 제안된 응력 적분법은 큰 변형을 증분에서도 안정된 수렴성을 보여 주었다. 그러나, 평면 이방성 재료의 경우 응력을 정확히 적분하기 위해서는 충분히 작은 증분으로 해석을 수행할 필요가 있음을 알 수 있었다.

본 연구에서 수식화 한 평면 이방성의 거동을 알아 보기 위해 원통형 컵 디프 드로잉을 해석하였다. 유한요소 해석에서 발생한 귀의 형상이 실험에서 구한 귀의 형상을 잘 묘사함을 알 수 있었다. 또한, 간단한 압축 이론으로 원통형 컵 디프드로잉에서 발생하는 귀의 발생을 분석하였다. 제안된 유한요소 해석 알고리즘의 복잡한 예제에 대한 적용성을 알아보기 위해 프론트 펜더의 성형 공정을 해석하였다. 해석 결과로 볼 때 제안된 알고리즘이 복잡한 박판 부품의 성형 공정에도 잘 이용될 수 있음을 알 수 있었다.

참고문헌

- (1) Wang, N.M., 1982, A rigid-plastic rate-sensitive finite element procedure for sheet metal forming processes, Proc. I.C.T.P., Vol. 1, p. 660.
- (2) Yang, D.Y. and Kim, Y.J., 1987, A rigid-plastic finite element calculation for the analysis of general deformation of planar anisotropic sheet metals and its application, Int. J. Mech. Sci., Vol. 28, p. 825.
- (3) Germain, Y, Chung, K. and Wagoner, R.H., 1989, A rigid-visco plastic finite element program for sheet metal forming analysis, Int. J. Mech. Sci., Vol. 31, p. 1.
- (4) Yoon, J.W., Song, I.S., Yang, D.Y., Chung, K. and Barlat, F., 1995, "Finite element method for sheet forming based on an anisotropic strain-rate potential and the convected coordinate system", Int. J. Mech. Sci, Vol. 37, p. 773.
- (5) Braudel, H.J., Abouaf, M. and Chenot, J.L., 1986, "An implicit and incremental formulation for the solution of elastoplastic problems by the finite element method", Comp. and Struct., Vol. 22, p. 801.
- (6) Braudel, H.J., Abouaf, M. and Chenot, J.L., 1986, "An implicit incrementally objective formulation for the solution of elastoplastic problems by the finite element method", Comp. and Struct., Vol. 22, p. 825.
- (7) Ortiz, M. and Povov, E. P., 1985, "Accuracy and stability of integration algorithms for elastoplastic constitutive relations", Int. J. Numer. Methods

- Eng., Vol. 21, p. 1561.
- (8) Simo, J. C. and Govindjee, S., 1991, "Non-linear B-stability and symmetry preserving return mapping algorithms for plasticity and viscoplasticity", *Int. J. Numer. Methods Eng.*, Vol. 31, p. 151.
- (9) Barlat, F., Lege, D.J., and Brem, J.C., 1991, "A six-component yield function for anisotropic metals", *Int. J. Plasticity*, Vol. 7, p. 693.
- (10) Ting, T.C.T., 1988, "Determination of $C_{1/2}$, $C_{-1/2}$ and more general isotropic tensor function of C ", *J. of Elasticity*, Vol. 15, p. 319.
- (11) Chung, K. and Richmond, O., 1993, "A deformation theory of plasticity based on minimum work paths", *Int. J. Plasticity*, Vol. 9, p. 907.
- (12) Nemat-Nasser, S. and Chung, D.T.: 1992, "An explicit constitutive algorithm for large strain, large strain-rate elastoplasticity", *Comp. Methods. Appl. Mech. Eng.*, Vol. 95, p. 205.
- (13) Yoo, D. J., Song, I.S., Yang, D.Y. and Lee, J.H., 1994, "Rigid-plastic finite element analysis of sheet metal forming processes using continuous contact treatment and membrane elements incorporating bending effect", *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 36, p. 513.
- (14) Chung, K., Lee, S.Y., Barlat, F., Keum, Y.T., and Park, J.M., 1996, "Finite element simulation of sheet forming based on a planar anisotropic strain-rate potential", *Int. J. Plasticity*, Vol. 12, p. 93.
- (15) NUMISHEET'93 organizing committee, Proc of the 2nd international conference NUMISHEET' 93 in Machinouch, A. et.al(ed.), Isehara, Japan, 1993.
- (16) Yang, D. Y., Yoo, D. J., Song, I. S. and Lee, J. H.: 1993, "Investigation into tool surface description for finite element analysis of three-dimensional sheet metal forming processes", *J. Mater. Process. Tech.*, Vol. 45, p. 267.
- (17) J.W. Yoon and D.Y. Yang, 1996, "Computationally efficient elasto-plastic implicit finite element analysis for complicated sheet metal forming processes", *IDDRG'96, HUNGARY*, p. 241.