

유체기계 임펠러의 최적 역설계 기법

김 종 섭 ^{*1}, 박 원 규 ^{*2}

Optimization Inverse Design Technique for Fluid Machinery Impellers

J. S. Kim and W. G. Park

A new and efficient inverse design method based on the numerical optimization technique has been developed. The 2-D incompressible Navier-Stokes equations are solved for obtaining the objective functions and coupled with the optimization procedure to perform the inverse design. The steepest descent and the conjugate gradient method have been applied to find the searching direction. The golden section method was applied to compute the design variable intervals. It has been found that the airfoil and the pump impellers are well converged to their targeting shapes.

Key Words : 나비에-스톡스 방정식(Navier-Stokes Equations), 최적 역설계 기법(Optimizing Inverse Design Technique), 최속강하법 (Steepest Descent Method), 공액경사도방법 (Conjugate Gradient Method), 황금 분할법(Golden Section Method)

1. 서론

국내의 펌프 및 송풍기 등의 설계, 제작 역사는 상당히 긴 편이고, 이에 관한 기술적 축적과 설계 데이터등도 비교적 많이 이루어져 있어 설계자들은 기존의 축적된 데이터를 토대로 시행착오법에 의한 설계를 수행하여 왔다. 그러나 이러한 방법들은 다양한 성능을 만족시키면서 단기간에 다품종 소량생산을 해야하는 현재의 상황에서는 개발 비용이나 시간 등에서 적절치 못한 방법으로 여겨져 오고 있으며 이를 보완할 새로운 방법의 모색이 필요하게 되었다. 특히 자동화된 루틴을 이용한 직접적인

설계법에 관심이 증대되어왔다. 자동화된 설계 방법으로는 크게 역설계 방법(Inverse design)과 최적화 방법(Optimization design)으로 나눌 수 있는데 역설계 방법은 MGM(Modified Garabedian-McFadden) 방법[1]이 대표적으로 물체면을 따라 압력이나 속도와 같은 유동변수 값의 분포를 설정하고 유체흐름을 지배하는 방정식을 반복적으로 풀어서 역으로 물체형상을 결정하는 설계방법을 말하는데, 계산속도가 매우 빠르지만 임의로 주어진 압력분포나 속도분포가 닫힌 물체형태(Closed body shape)를 가져 오지 못하는 닫힘 문제(Closure problem)나 제약조건(Constraints condition)의 부과가 어려운 점등의 제약이 따른다. 특히 MGM 방법은 역설계를 위한 기본 방정식이 존재하여야 하는데, 현재 대부분의 MGM 방법은 익형이나 날

^{*1} 학생회원, 부산대학교 대학원 기계공학과

^{*2} 정회원, 부산대학교 기계공학부

개 등의 역설계만 가능하다는 단점을 가지고 있다. Santos, Malone 등[2-3]의 연구가 이 범주에 속한다. 최적화 방법은 기존의 MGM 방법에 의한 역설계 기법이 가지고 있는 단점을 대부분 해결할 수 있는 방법으로 여겨지나 유동해석을 위한 계산시간이 크게 요구되며, 최적화 과정에서 전체적인 최적화(Global optimum design)가 되지 않고, 국소적 최적화(Local optimum design)가 될 수 있는 단점을 갖고 있다. 그러나 최근에는 최적화 알고리즘의 발달에 힘입어 강력한 설계도구로 등장하고 있다. Burgreen, Baysal 등[4-5]이나 Lee, Eyi 등[6-7]의 연구가 이 범주에 속한다. 또한 역설계 기법이나 최적화 기법에서 모두 공통적으로 유동변수의 계산을 위해 Euler 방정식 코드[4-5]에서 Navier-Stokes 방정식 코드의 사용[2-3, 6-7]으로의 전환이 근래에 활발히 이루어지고 있는 상황이다. Navier-Stokes 방정식 코드의 사용은 실제 유동의 모든 현상을 기술하는 것이 가능하므로, 수치최적화 방법에 의한 형상설계의 장점이 되는 목적함수와 제약조건의 자유로운 설정이 가능하게 되며, 진정한 의미의 최적화 설계를 위해서는 궁극적으로 Navier-Stokes 방정식 코드에 의한 유동해석이 필요하다고 할 것이다. 따라서 본 연구에서는 설계의 대상이 익형이나 날개에 국한되지 않는 아주 일반적인 형상에 대한 역설계가 가능하게 하기 위해 MGM 방법을 따르지 않고 최적설계기법을 새롭게 도입하였으며 각종 유동 목적함수의 계산을 위해 Navier-Stokes 방정식을 이용하여 목적함수를 계산하였다. 현재 본 연구에서는 2차원 최적 역설계에 국한한 결과만 보여주고 있으나, 이른 자체는 아무런 변화없이 그대로 3차원으로 확장이 가능하다. 그러나 현재 실질적으로 3차원 형상을 최적 역설계하기 위해서는 너무 많은 계산시간이 필요하므로 대부분의 산업체에서는 2차원 결과를 적층(Stack up)하여 3차원으로 구성하는 방법을 많이 사용하고 있는 실정이다.

2. 본론

2.1.1 유동해석

유동해석을 위한 지배방정식으로 2차원 비

정상 상태의 비압축성 점성 유동의 Navier-Stokes 방정식으로써, 이를 무차원화한 후 일반화된 곡선 좌표계로 나타내면 다음과 같다.

$$\frac{\partial \hat{q}}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial \xi}(\hat{E} - \hat{E}_v) + \frac{\partial}{\partial \eta}(\hat{F} - \hat{F}_v) = 0 \quad (1)$$

여기서,

$$\hat{q} = \frac{1}{J} \begin{pmatrix} 0 \\ u \\ v \end{pmatrix}$$

이고, 유동벡터 \hat{E} , \hat{F} 는 곡선좌표계의 대류항을, 그리고 \hat{E}_v , \hat{F}_v 는 점성항을 의미한다. 식(1)을 풀기 위해 Iterative time marching 방법[8,9]을 사용하였는데 이를 간단히 설명하면 다음과 같다. 우선 식(1)을 'n+1'의 시간과 'k' 반복횟수에 대해 부분적으로 선형화시키면 다음과 같다.

$$\left(\frac{1}{\Delta \tau} + \frac{\partial}{\partial \xi} \bar{A} + \frac{\partial}{\partial \eta} \bar{B} \right) \Delta \bar{q} = \omega \bar{R}^{n+1,k} \quad (2)$$

여기서, ω 는 완화계수이며 \bar{A} , \bar{B} 는 flux항의 Jacobian matrices로서 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} \bar{A} &= \frac{\partial}{\partial q} (\bar{E} - \bar{E}_v) \\ \bar{B} &= \frac{\partial}{\partial q} (\bar{F} - \bar{F}_v) \end{aligned} \quad (3)$$

그리고 $\bar{R}^{n+1,k}$ 은 잔류벡터로서 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \bar{R}^{n+1,k} &= \frac{1}{\Delta \tau} (\bar{q}^{n+1,k} - \bar{q}^n) - (\delta_\xi \bar{E}^{n+1,k} \\ &+ \delta_\eta \bar{F}^{n+1,k}) + (\delta_\xi \bar{E}_v^{n+1,k} + \delta_\eta \bar{F}_v^{n+1,k}) \end{aligned} \quad (4)$$

다음으로 비압축성 연속방정식은 매 시간 변화하는 속도장과 이에 대한 압력 변화에 대한 연결이 필요한데, 본 연구에서는 Maker-and-Cell(MAC) 개념[10]을 이용하여 아래와 같이 이들을 연결시켰다.

$$p^{n+1,k+1} - p^{n+1,k} = \nabla p = -\beta(\nabla \cdot V) \quad (5)$$

여기서, β 는 완화계수를 나타낸다. 본 연구에서의 유한차분화는 대류항에서는 QUICK (Quadratic Upstream Interpolation For Convection Kinematics) 방법[11]을 이용하였으며, 점성항 및 연속방정식은 중앙차분을 이용하였다. 그리고 알고리즘의 안정화를 위해 4차의 인공감쇠항(Artificial damping)을 연속방정식에 첨가하였다.

2.1.2. 초기조건 및 경계조건

임펠러 내부 유로의 각 위치에서 $u=0, v=0, p=p_{atm}$ 을 초기조건으로 가정하였다. 임펠러 입구부의 유입조건은 평형류 조건을 적용하였고, 날개(vane)부 표면에서의 속도는 점착조건(no slip condition)을 사용하고 압력은 $\partial p / \partial n=0$ 을 적용하였으며, 출구부의 유출조건은 외삽하여 구하였다.

2.1.3. 설계 변수

형상설계에서 설계 변수(Design variable)는 물체의 형태를 나타내는 변수로서, 예를 들어 Baysal, Lee등[5-6]은 익형에 대하여 다양한 형상함수를 설정하고 그 형상함수의 계수들을 설계변수로 정하였다. 또 Abbott[12]에 의하면 상하대칭 익형은 최대두께(t), 상하 비대칭인 경우는 익형의 최대 두께(t), 최대 캠버값(m)과 최대캠버를 갖는 코드방향의 길이(p)에 의해 NACA 4-digit series의 익형을 나타낼 수 있다고 하였으므로, 이들 t, m, p의 변수들이 설계변수로 사용될 수 있다. 즉, 형상 설계에서는 형상을 나타낼 수 있고 변화시킬 수 있는 값이라면 설계 변수가 될 수 있다.

2.1.4. 목적 함수

목적 함수(Objective function)는 유동해석 코드에 의해 계산될 수 있는 공력성능이나 설계 형태를 결정할 수 있는 값이다. 일반적으로 목적함수는 사용하는 유동해석 코드의 성능에 따라 제한되기도 한다. Baysal등[4-5]이나 Lee등[6-7]은 양항비를 목적함수로 설정하여 초기형상의 양항비에 비해 향상된 양항비를 갖는 최적화된 형상을 설계하였다. 즉, 목적함수는 최

대화 시켜야할 값이나 또는 최소화시킬 값을 의미하며 본 연구에서는 다음과 같이 압력분포의 차를 목적함수로 설정하였다.

$$\text{Minimize : } f(\vec{x}) = \sum (C_M - C_M^*)^2 \quad (6)$$

여기서, \vec{x} 는 설계변수를 의미하며 C_M^* 는 목표(Target)가 되는 형상의 압력계수로서 목표표하는 익형 또는 임펠러에 대한 유동해석을 수행하여 얻은 값을 취하였다. C_M 는 현재 변화과정에서 있는 형상에 대한 압력계수(Computed)를 의미한다.

2.1.5. 최적화 기법

목적함수가 국부적인 최소값에 도달하게 되면 다음과 같은 식이 만족된다.

$$\nabla f(\vec{x}^*) = 0 \quad (7)$$

여기서, \vec{x}^* 는 설계변수의 수렴해이다. 수렴해의 탐색을 위해서는 다음과 같은 반복계산법을 이용하는 데

$$\vec{x}^q = \vec{x}^{q-1} + \alpha_q \vec{S}^q \quad (8)$$

여기서, 윗첨자 q는 현재의 반복단계를 나타내고, α_q 는 탐색방향으로 진행할 때 최소값이 존재하는 구간까지의 거리를 나타내는 스칼라 값으로서, 본 연구에서는 황금 분할법[13]을 이용하여 α_q 를 계산하였다. 탐색방향 \vec{S}^q 는 최속강하(Steepest descent)방법[14]과 공액경사도(Conjugate gradient)방법[15]을 이용하여 다음과 같이 계산하였다.

$$\vec{S}^q = -\nabla f(\vec{x}^q) + \beta_q \vec{S}^{q-1} \quad (9)$$

여기서, $\vec{S}^0 = -\nabla f(\vec{x}^0)$ 이고, β_q 는 다음과 같이 정의되는 값이다.

$$\beta_q = \frac{|\nabla f(\vec{x}^q)|^2}{|\nabla f(\vec{x}^q)(\nabla f(\vec{x}^q) + \nabla f(\vec{x}^{q-1}))|} \quad (10)$$

만약, $\beta_0 = 0$ 으로 설정하면, 위의 방법은 Steepest descent 방법으로 전환됨을 알 수 있다.

3. 결과 및 고찰

형상 최적 역설계 코드 검증에 위해 우선 익형에 대해 적용하였다. 익형의 경우는 상하 비대칭 형상의 NACA 4-digit series의 익형에 대해 적용하였으며 설계변수는 익형의 최대두께(t), 최대 캠버값(m), 최대 캠버가 존재하는 코드방향 길이(p)로 설정하였다(Fig. 1). 이들 설계변수에 의해 구성된 익형의 격자는 Fig. 2와 같다. Fig. 3-(a), (b)는 Navier-Stokes 방정식을 이용하여 구한 목표 익형(Target airfoil)인 NACA 4412 익형에 대한 등압력분포 및 표면 압력을 보여주고 있으며 Fig. 3-(b)에서 계산된 결과와 실험 값을 비교하여 보면 서로 비교적 잘 일치함을 알 수 있으므로 본 연구에서 사용되고 있는 Navier-Stokes 방정식 코드가 최적설계의 여러 목적함수들을 잘 계산하고 있음을 알 수 있다. 따라서 NACA 4412를 목적한 형상으로 두고 그에 대한 유동 정보를 목적함수에 대입하고 초기형상을 NACA 5420으로부터 출발하여 최적 역설계를 수행하였다. 두 익형의 표면 압력차인 목적함수의 변화과정을 Fig. 4-(a)에 나타내었는데, 최적화 과정에 의해 목적함수인 $\sum(C_m - C_m)^2$ 이 영으로 점차 수렴해가고 있음을 알 수 있다. 탐색방향을 최속강하법과 공액경사도 방법을 이용하여 계산해보았는데, 두 방법 모두 잘 수렴하고 있음을 알 수 있었다. 또 설계변수인 t, m, p의 변화과정을 보면(Fig. 4-(b), (c), (d)참고) 목적한 값인 NACA 4412의 형상에 대하여 점차 근접하고 있음을 확인할 수 있다. 이들 설계변수를 이용하여 Fig. 5와 같이 익형 형상을 구성하면 Fig. 4(a)의 목적함수의 감소과정에서 예측된 바와 같이 공액경사도 방법의 수렴성이 최속강하법에 비해 훨씬 강력함을 확인할 수 있다. 즉, 세번째 반복 설계과정에서 최속강하법은 목적 익형(Target airfoil)에 매우 근접하여 있으나 공액경사도 방법은 세번째 반복 설계에서 이미 목적익형과 일치되어 있음을 확인할 수 있다. 익형에 최적역설계의 계산을 위한 CPU 시간은 SGI 워크스테이션으로 약 20시간 정도

소요되었다.

다음으로 유체기계 최속강하법을 이용한 최적 역설계 기법을 임펠러에 대하여 적용해보았다. 설계변수는 임펠러의 블레이드를 형성하는 원의 반경(R)으로 설정(Fig. 6)하고 목표한 형상에 대한 유동정보(압력)를 목적함수에 대입하였다. 이전의 익형에서 역설계를 수행했던 것과 같이 임펠러에 대한 유동해석을 수행한 결과 Fig. 8을 얻을 수 있었다. 큰 와류의 분포없이 유선이 비교적 부드럽게 분포하고 있으며 압력분포 또한 비교적 타당한 유동현상을 보여주고 있다. 임펠러의 역설계는 외경이 125.5mm, 내경이 47.6mm, 초기의 설계변수가 40mm인 경우로부터 시작하여 42.5mm로 수렴하는 경우와 외경이 68mm, 내경이 30mm, 설계변수가 52mm로부터 출발하여 50mm로 수렴하는 2가지 형상에 대해 적용하였는데, Fig. 9(a)와 Fig. 10(a)에서 보는 바와 같이 두 형상 모두 목적한 형상으로 잘 수렴되고 있음을 알 수 있고 Fig. 9(b)와 Fig. 10(b)에 의해 직접 눈으로 확인할 수 있다. Fig. 9-(d), (e)와 Fig. 10-(d), (e)는 초기 임펠러 형상의 압력분포가 목적압력분포로 점차 근접해 가는 과정을 알 수 있다. 여기서 임펠러에 대한 압력분포 $C_p = (p - p_{out}) / (2 \rho u_{out}^2)$ 으로 정의 하였으며, 계산 시간은 SGI 워크스테이션으로 전자의 경우 15시간정도가, 후자의 경우는 10시간정도의 시간이 소요되었다.

4. 결론

본 연구에서는 Navier-Stokes 코드를 이용한 유동해석과 최적설계 알고리즘을 결합한 형상 역설계를 수행하였다. 먼저 형상 역설계 코드의 검증에 위해 익형의 경우에 대해 적용한 결과 임의의 형상으로부터 출발하여 목적한 형상으로 매우 잘 수렴해 감을 확인할 수 있었으며 유체기계 임펠러에 대해서도 형상 역설계를 성공적으로 수행됨을 알 수 있었다.

5. 후기

본 연구는 1995년도 교육부 학술연구조성비(기계공학 : ME96-B-01)에 의하여 연구되었으

며, 이에 감사를 포함합니다.

참고문헌

- [1] Garabedian, P. and McFadden, G., "Design of Supercritical Swept Wings," ARO Report 80-3, (1980)
- [2] Santos, L. C. and Sankar, L. N. , " A Hybrid Optimization Method for the Aerodynamic Design of Lifting Surfaces," AIAA Paper 94-1895-CP, (1994)
- [3] Malone, J. B., Vadyak, J. and Sankar. L. N. , "A Technique for the Inverse Aerodynamic Design of Nacelles and Wing Configurations," AIAA Paper 85-4096, (1985)
- [4] Burgreen, G. W. and Baysal, O., " Aerodynamic Shape Optimization Using Preconditioned Conjugate Gradient Methods," AIAA Journal, Vol. 32, No. 11, (1994), pp. 2154-2152.
- [5] Baysal, O. and Eleshaky, M, E., "Aerodynamic Sensitivity Analysis Methods for the Compressible Euler Equations," Journal of Fluids Engineering, Vol. 113, (1991), pp. 681-688.
- [6] Lee, K. D. and Eyi, S., "Transonic Airfoil Design By Constrained Optimization," AIAA Paper 91-3287-CP, (1991)
- [7] Eyi, S., Hager, J. O. and Lee, K. D., " Airfoil Design Optimization Using the Navier-Stokes Equations," Journal of Optimization Theory and Applications, Vol. 83, No. 3 (1994), pp 447-461.
- [8] Park, W. G. and Sankar, L. N., "A Technique for the Prediction of Unsteady Incompressible Viscous Flows," AIAA Paper 93-3006, 1993
- [9] Park, W. G., Jung, Y. R. and Ha, S. D., "Numerical Viscous Flow Analysis Around a High - Speed Train with Crosswind Effects.," AIAA Journal, Vol. 36, No. 3 (1998), pp. 477-479
- [10] Vecelli, J. A., "A Method for Including Arbitrary External Boundaries in the MAC Incompressible Fluid Computing Technique," Journal of Computational Physics, Vol. 86, (1990), pp.147-167
- [11] Leonard, B. P., "A Stable and Accurate Convective Modeling Procedure Based on Quadratic Upstream Interpolation," Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 19, (1979), pp.59-98.
- [12] Abbott, I. H., "Theory of Wing Sections," Dover Publication, (1959), pp.111-123
- [13] Arora, J. S., "Introduction To Optimum Design," McGraw-Hill, (1989)
- [14] Cauchy, A., "Method Generale Pour La Resolution des Systemes d'Equations Simultanees," Compt. Rend. Aca. Sci., Vol. 25, (1847), pp.536-538
- [15] Fletcher, R. and Reeves, R. M. "A Rapidly Converged Descent Method for Minimization," The Computer Journal, Vol. 6, (1963), pp 163-180.

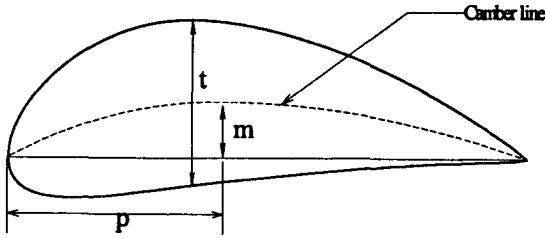


Fig. 1 Design variables of NACA 4-digit series airfoil

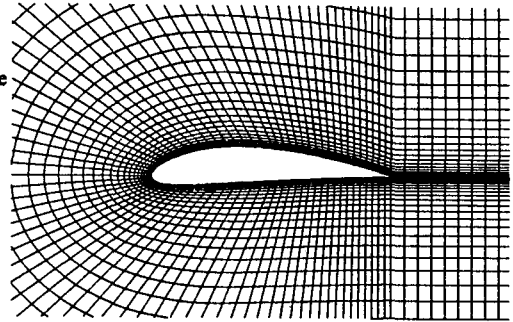
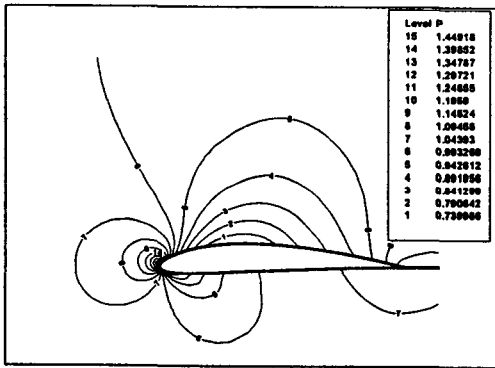
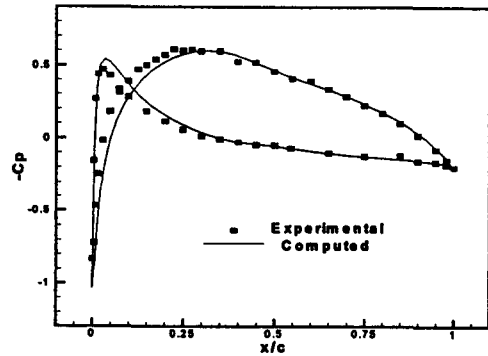


Fig. 2 Airfoil grid system (151x45)

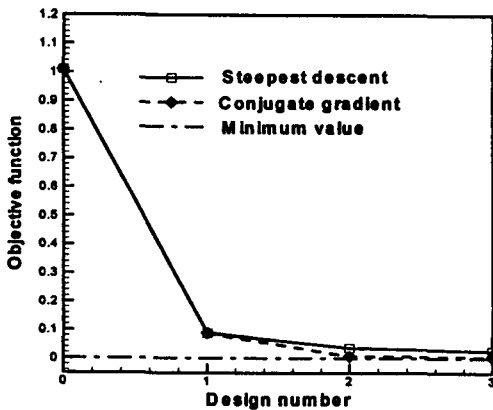


(a) Pressure contour

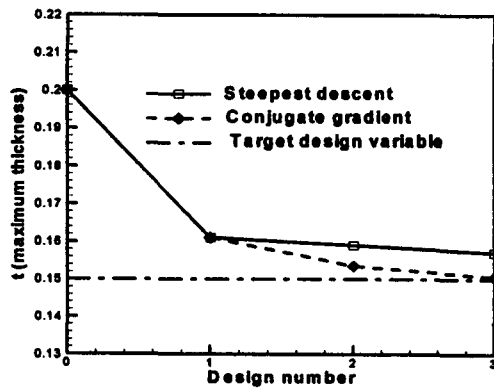


(b) Cp distribution

Fig. 3 Simulated Pressure and pressure coefficient of the target airfoil (NACA 4412)

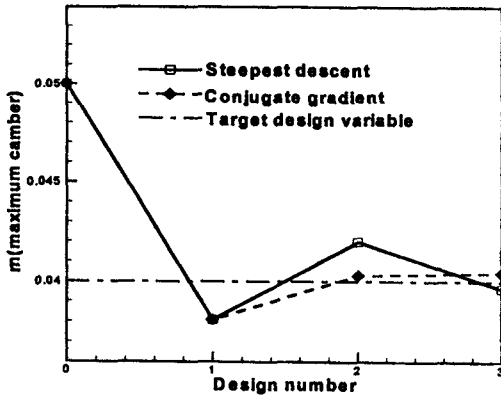


(a) History of the objective function

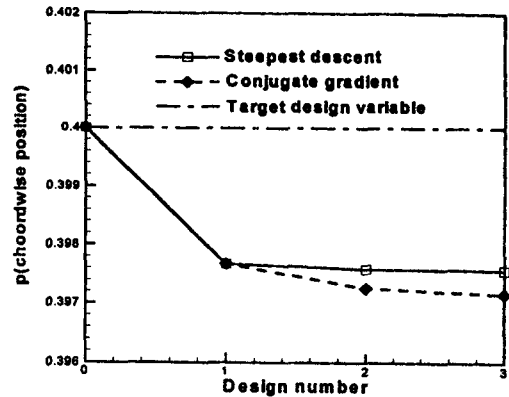


(b) History of the design variable, t

Fig. 4 Histories of the objective function and the design variables

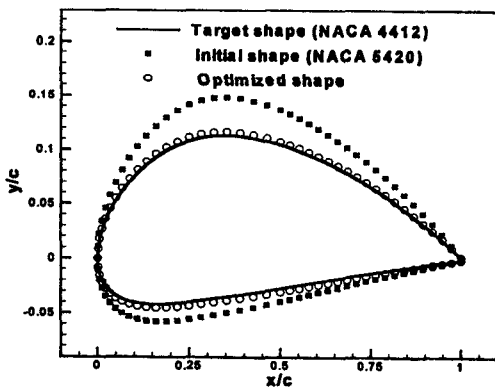


(c) History of the design variable, m

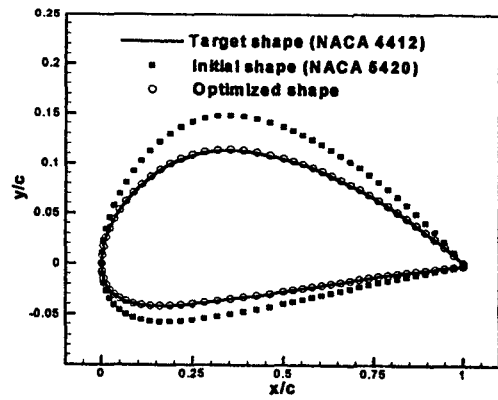


(d) History of the design variable, p

Fig. 4 Continued



(a) Steepest descent method



(b) Conjugate gradient method

Fig. 5 Changes of the airfoil shapes

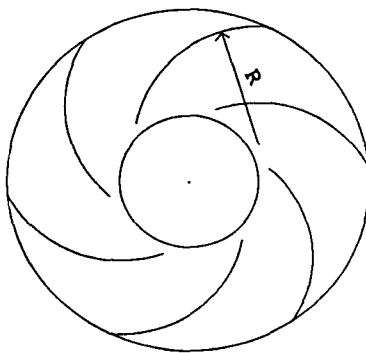


Fig. 6 Definition of design variable of the impeller

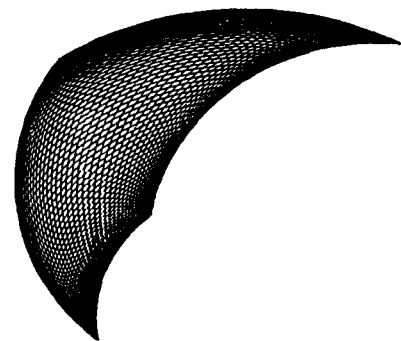


Fig. 7 Grid system of the impeller (50×80)

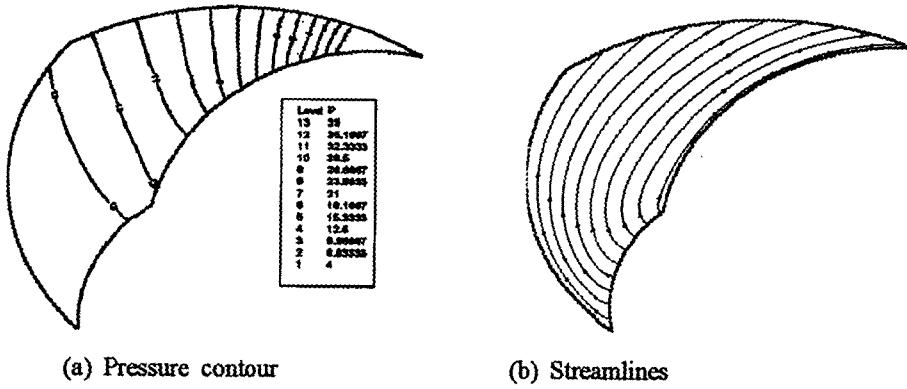
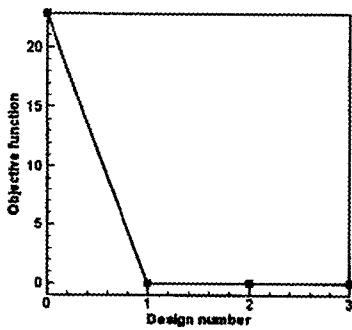
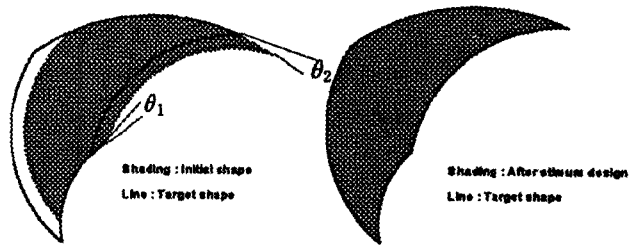


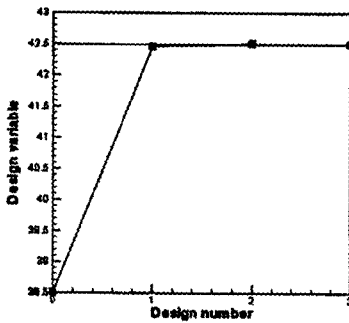
Fig. 8 Pressure contour and streamlines of the impeller with design variable, R=44



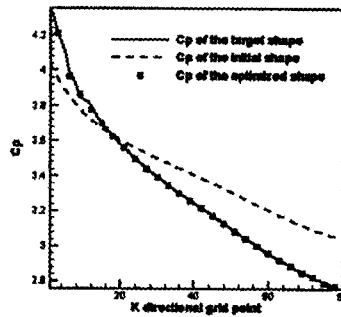
(a) History of the objective function



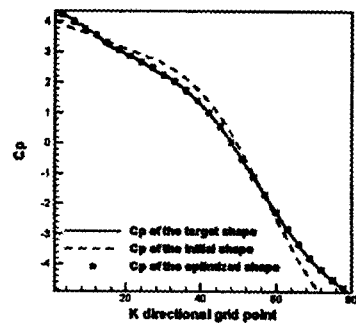
(b) Change of the impeller shape



(c) History of the design variable

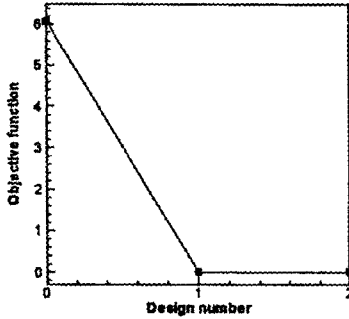


(d) Cp history of the left side impeller blade

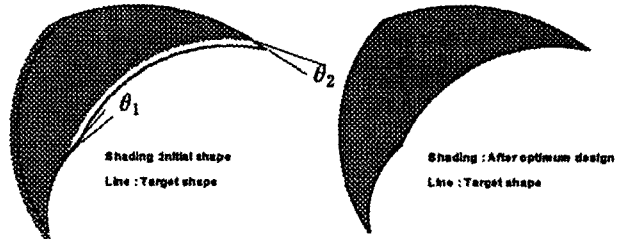


(e) Cp history of the right side impeller blade

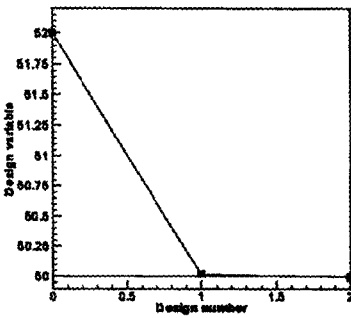
Fig. 9 History of the objective function for the design variable (R=42.5mm, $\theta_1=9.34^\circ$, $\theta_2=7.88^\circ$)



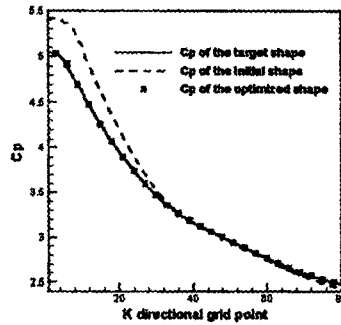
(a) History of the objective function



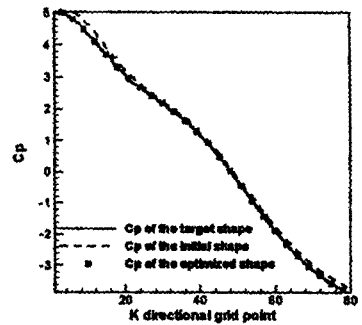
(b) Change of the impeller shape



(c) History of the design variable



(d) Cp history of the left side impeller blade



(e) Cp history of the right side impeller blade

Fig. 10 History of the objective function for the design variable ($R=50\text{mm}$, $\theta_1=4.64^\circ$, $\theta_2=11.22^\circ$)