

수직 · 수평 관통류를 갖는 수평 다공층에서 자연대류 연구

서석진^{*1}, 박찬국^{*2}

The Natural Convection in Horizontal Porous Layer with Vertical or Horizontal Throughflow

S. J. Seo and C. K. Park

The effect of vertical or horizontal throughflow on natural convection in horizontal porous layer was investigated. The computations were performed by employing Darcy-Brinkman-Forchheimer equation to consider the effect of inertia and viscous effect. The patterns of streamlines and isotherms are observed by changing the strength of throughflow. The vertical throughflow stabilizes the natural convection in porous layer. It also disturbs the developing vertical and horizontal velocity component of natural convection cell and increases the critical modified Rayleigh number. The horizontal throughflow influences the stabilization of natural convection in porous layer much more than the vertical throughflow. And it changes a stable convection into a oscillatory convection.

Key Words : Vertical throughflow(수직 관통류), Horizontal throughflow(수평관통류), Rayleighnumber(Rayleigh 수), Darcynumber(Darcy 수), Forchheimer number(Forchheimer 수)

1. 서 론

다공성 매체에서의 관통류의 효과는 Wooding⁽¹⁾에 의하여 처음으로 고려되었으며 수직으로 무한한 영역에서 관통류가 있을 때 대류에 의해 지배되는 기본상태(basic state) 온도장을 연구하였다. Sutton⁽²⁾은 상하 고체 경계면에서 전도 조건을, 양쪽 벽면에서 단열 조건을 갖는 영역에서 소량의 관통류가 있는 경우에 선형 안정성을 해석하였다. Homsy & Sherwood⁽³⁾는 Sutton의 해석을 발전시켜 옆면이 무한한 영

역에서 대량의 관통류가 있는 경우 대류 안정성에 대하여 연구하였으며 그 결과 다공층에서 관통류는 대류를 안정화시키며, 관통류의 방향으로 큰 온도구배를 발생시킨다고 보고하였다. 또한 유효 특성길이(effective lengthscale)는 층 두께(layer thickness)보다 작아지고 이에 따라 다공층에서 특성길이에 비례하는 유효 Rayleigh 수는 실제 임계 Rayleigh수보다 작아지게 됨으로서 대류는 안정화 된다고 분석하였다. 또한 몇몇 학자들은 관통류의 효과를 고려하지 않는 유체층과 다공층이 중첩된 경우에 대한 대류 불안정성을 연구하였다. Somerton 과 Catton⁽⁴⁾은

1. 정희원, 전남대학교 기계공학과 대학원
2. 전남대학교 기계공학과

다공층 표면에서의 점성효과를 고려하기 위하여 Darcy방정식에 Brinkman항을 첨가시켰다. Chen과 Chen⁽⁵⁾은 유체층과 다공층이 중첩된 경우에 대하여 다공층에서는 Darcy방정식을 사용하고, 유체층과 다공층의 경계면에서는 Beaver과 Joseph⁽⁶⁾ 경계 조건을 적용하였다. 연구결과 그들은 깊이비(depth ratio)가 안정성 특성에 큰 영향을 준다고 보고하였다.

본 연구에서는 다공층에서 수직 관통류 및 수평 관통류가 있을 때 점성효과와 관성효과를 고려한 자연대류 열전달 현상을 수치적으로 해석하고 수직 및 수평 관통류의 강도가 임계수정 Rayleigh 수 및 유동세포의 거동에 미치는 영향을 분석하였다.

2. 이론해석

2.1 지배 방정식

Fig. 2-1은 좌측과 우측 경계면이 단열 조건을 만족하는 수평 다공층에서 하부 경계면이 가열되고 상부 경계면이 냉각되고 있을 때 다음 두 가지 경우에 대하여 수치해석을 수행하였다.

- a) 하부 경계면에서 상부 경계면 방향으로 균일한 수직 관통류가 있는 경우
- b) 좌측 경계면에서 우측 경계면 방향으로 균일한 수평 관통류가 있는 경우

그리고 점성효과와 관성효과를 고려하기 위하여 압력 구배에 의해서 표현되는 Darcy 모델과 점성항을 포함하는 Brinkman 모델과 관성항을 포함하는 Forchheimer 모델을 적용하였다.

지배 방정식을 만족시키기 위한 조건들은 아래와 같다

- 다공층에서 포화 유체는 Boussinesq 근사해법을 만족한다.
- 다공층을 이루는 고체(유리 구슬)와 유체(물)의 열적 물성치는 일정하다.
- 다공층은 균질이며, 등방성이다.
- 점성소산(viscous dissipation)은 무시한다.

위의 가정에 따른 지배 방정식은 다음과 같다.

연속 방정식

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0$$

(1)

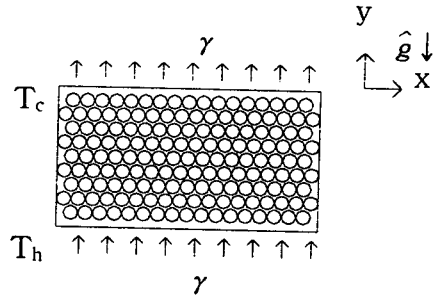
운동량 방정식

$$\frac{\rho_f}{\varepsilon} \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \frac{\rho_f}{\varepsilon^2} (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} = -\nabla p + \rho_f \mathbf{g} - \frac{\mu}{K} \mathbf{V} - \rho_f \frac{b}{K} |\mathbf{V}| \mathbf{V} + \mu' \nabla^2 \mathbf{V}$$

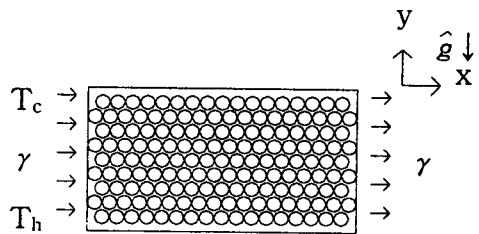
에너지 방정식

$$(\rho c)_m \frac{\partial T}{\partial t} + (\rho c)_f \mathbf{V} \cdot \nabla T = k_m \nabla^2 T$$

(3)



(a) Vertical throughflow



(b) Horizontal throughflow

Fig. 2-1 Geometric configuration

위의 방정식을 무차원화 하기 위하여 길이에 대해서 H, 온도에 대해서 ΔT, 속도에 대해서 α_m/H, 시간에 대해서 H²/α_n을 사용하였다. 그리고 이렇게 무차원화 된 방정식을 와도 방정식으로 변환하였다.

방정식은 다음과 같다.

$$\nabla^2 \psi = -\Omega$$

(4)

$$\begin{aligned} & \frac{Da}{\lambda Pr_f} \left\{ \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial \Omega}{\partial t} + \frac{1}{\varepsilon^2} (u \frac{\partial \Omega}{\partial X} + v \frac{\partial \Omega}{\partial Y}) \right\} \\ & = \Omega + \lambda Ra_f Da \frac{\partial \theta}{\partial X} - \frac{F_s}{\lambda Pr_f} \mathbf{V} \cdot \nabla \Omega - \\ & \frac{F_s}{\lambda Pr_f} \left\{ v \frac{\partial |\mathbf{V}|}{\partial X} - u \frac{\partial |\mathbf{V}|}{\partial Y} \right\} + \end{aligned}$$

$$\Delta Da \left\{ \frac{\partial^2 \Omega}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial Y^2} \right\} \quad (5)$$

$$S \frac{\partial \theta}{\partial t} + u \frac{\partial \theta}{\partial X} + v \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \quad (6)$$

이미 언급한 온도에 대한 경계조건을 무차원화 하면 다음과 같다.

$$\theta = 1 \quad (Y=0 \text{ 에서}); \quad \theta = 0 \quad (Y=1 \text{ 에서})$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial X} = 0 \quad (X=0 \text{ 와 } X=1 \text{ 에서})$$

그리고 수직, 수평 관통류가 있을 때 속도에 대한 경계 조건은 각각 아래와 같다.

수직 관통류를 갖는 경우;

$$u = 0 \quad v = \gamma_V \quad (Y=0 \text{ 와 } Y=1 \text{ 에서})$$

$$u = 0 \quad v = 0 \quad (X=0 \text{ 와 } X=1 \text{ 에서})$$

수평 관통류를 갖는 경우;

$$u = 0 \quad v = 0 \quad (Y=0 \text{ 와 } Y=1 \text{ 에서})$$

$$u = \gamma_H \quad v = 0 \quad (X=0 \text{ 와 } X=1 \text{ 에서})$$

여기서 관통류의 강도를 γ 로 나타내며, 각각의 γ 는 다음식으로 표현된다.

$$\text{수직 관통류의 강도 } \gamma_V = \frac{v^* H}{k}$$

$$\text{수평 관통류의 강도 } \gamma_H = \frac{u^* H}{k}$$

또한 운동량 방정식에 따른 무차원 변수들은 다음과 같다.

$$\text{유체 Rayleigh수} : Ra_f = g \beta H^3 \Delta T / \nu \alpha_f$$

$$\text{수정 Rayleigh수} : Ra^* = g \beta H \Delta T / \nu \alpha_m$$

$$\text{유체 Prandtl수} : Pr_f = \nu / \alpha_f$$

$$\text{침투성} : K = \frac{d^2 \epsilon^3}{150 (1 - \epsilon)^2}$$

$$\text{form drag 상수} : B = \frac{1.75d}{150(1 - \epsilon)}$$

$$\text{전도비(conductivity ratio)} : \lambda = \kappa_f / \kappa_m$$

$$\text{점성비(viscosity ratio)} : \Lambda = \mu' / \mu$$

$$\text{관통류의 세기(Throughflow strength)}: \gamma$$

$$\text{비열비(specific icheat ratio): } S = \frac{(\rho c)_m}{(\rho c)_f}$$

그리고 Ergun 모델을 사용하여 Darcy수와 Forchheimer수는 다음식으로 표현된다.

$$Da = \frac{K}{H^2} \quad (7)$$

$$Fs = \frac{B}{H} = C(\epsilon) Da^{0.5} \quad (8)$$

2.2 수치 해석

수치해석에 있어서는 식(4)~(6)에 대해 X, Y에 대해서 중앙 차분법(central difference)을 사용하고 시간에 대해서는 전방 차분법(forward difference)을 적용하였다. 그리고 식(4)의 유량 함수에 대해서는 각 시간에 대해 PSOR방법(Point Successive Over-Relaxation method)을 적용하였다. 와도와 온도에 관한 식(5)와 식(6)에 대해서는 ADI방법(alternating direction implicit method)을 적용하였다.

수직, 수평 관통류가 있는 경우에 대한 와도 방정식에서의 경계조건은 각각 다음식으로 표현된다.

수직 관통류가 있는 경우;

$$\Omega_{1,j} = \frac{2(\psi_{2,j} - \psi_{1,j})}{(\Delta x)^2}$$

$$\Omega_{LX,j} = \frac{2(\psi_{LX,j} - \psi_{LX-1,j})}{(\Delta x)^2}$$

$$\Omega_{i,1} = \frac{2(\psi_{i,1} - \psi_{i,2})}{(\Delta y)^2} - \frac{\psi_{i-1,1} - 2\psi_{i,1} + \psi_{i+1,1}}{(\Delta x)^2}$$

$$\Omega_{i,LY} = \frac{2(\psi_{i,LY} - \psi_{i,LY-1})}{(\Delta y)^2} - \frac{\psi_{i-1,LY} - 2\psi_{i,LY} + \psi_{i+1,LY}}{(\Delta x)^2}$$

수평 관통류가 있는 경우;

$$\Omega_{i,1} = \frac{2(\psi_{i,2} - \psi_{i,1})}{(\Delta y)^2}$$

$$\Omega_{i,LY} = \frac{2(\psi_{i,LY} - \psi_{i,LY-1})}{(\Delta y)^2}$$

$$\Omega_{1,j} = \frac{2(\psi_{1,j} - \psi_{2,j})}{(\Delta x)^2} - \frac{\psi_{1,j-1} - 2\psi_{1,j} + \psi_{1,j+1}}{(\Delta y)^2}$$

$$\Omega_{LX,j} = \frac{2(\psi_{LX,j} - \psi_{LX-1,j})}{(\Delta x)^2} - \frac{\psi_{LX,j-1} - 2\psi_{LX,j} + \psi_{LX,j+1}}{(\Delta y)^2}$$

그리고 Kladias & Prasad⁽⁷⁾의 연구결과에 따라 초기 온도장을 sin²의 형태로 주었으며, 이것은 안정대류 영역에서 사각 공간 내에서 단일대류 세포를 형성하고자 할 경우 사용된다고 하였으며, 또한 초기 온도분포를 다음과 같은 형태로 표현한다고 보고하였다.

$$\theta = 1 - Y + \sigma \cos(\pi m X) \sin(\pi n Y)$$

여기서 m은 종횡비 A에서의 사각 공간 내의 자연대류 세포의 수이고, n은 대류 모드로서 셀의 수를 의미하며, Cltagirone⁽⁸⁾와 Schubert & Straus⁽⁹⁾의 결과에 따라 1을 사용한다.

평균 Nusselt수는 다음과 같이 구해진다.

$$\overline{Nu} = (1/A) \int_0^A Nu(X, Y) dX$$

여기서 A는 종횡비이며, 값은 1이다.

또한, 국소 Nusselt수는 다음과 같은 식으로 표현한다.

$$Nu = \nu \theta - \partial \theta / \partial Y$$

수렴 판정 조건으로는 온도와 유량 함수에 대하여 다음과 같이 판정한다.

$$\max \left\{ \left| \frac{\psi_{i,j}^{new} - \psi_{i,j}^{old}}{\psi_{i,j}^{new}} \right| \right\} < 10^{-3}$$

$$\max \left\{ \left| \frac{\theta_{i,j}^{new} - \theta_{i,j}^{old}}{\theta_{i,j}^{new}} \right| \right\} < 10^{-3}$$

격자는 31×31 균일 격자를 사용한다.

그리고 관통류가 없는 다공층에서의 자연대류에 대하여 얻은 결과와 Kladias & Prasad⁽⁷⁾의 결과를 Table. 2-1에서 비교하였다. 최대 오차는 2.34%였다.

Table 2-1 Overall Nusselt numbers for DBF model compared with result of Kladias and Prasad

Researcher \ Ra*	100	150	225	275
present	2.580	3.268	4.230	4.717
Kladias & Prasad	2.624	3.315	4.275	4.830

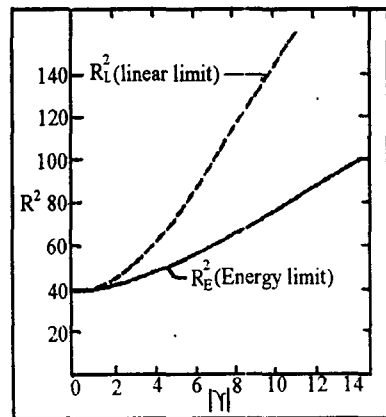
3. 결과 및 고찰

Ergun 모델을 적용한 DBF 방정식을 사용하

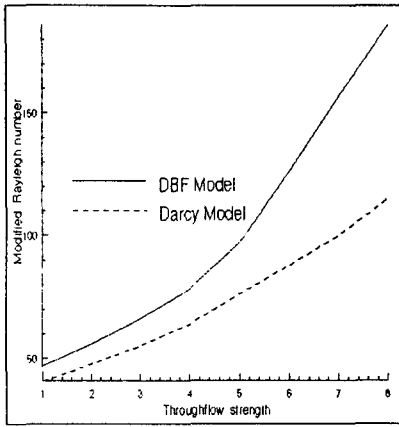
고 Darcy수와 Forchheimer수는 식(7)과 식(8)에서 정의한 값을 사용한다. 다공도는 유리 구슬이 불균일하게 쌓여있는 경우의 일반적인 값인 0.4를 사용한다. 그리고 Kladias⁽¹⁰⁾의 연구결과에 따라 식(5)의 계수 A의 값은 2.5, λ, Pr_f는 1, 식(6)계수 S는 1, 식(8)의 계수 C값은 0.55을 사용한다. 따라서 수평 다공층에서의 자연대류에 영향을 주는 계수로는 유체 Rayleigh수, Ra_f와 Darcy수, Da 그리고 관통류의 강도, γ를 사용한다.

3.1 수직 관통류의 영향

수직 관통류가 있을 때 대류 불안정성을 알아보기 위하여 DBF 방정식을 적용하고 임계 Rayleigh값의 변화를 관통류의 크기에 따라 조사하였다. Fig. 3-1의 (a)는 Darcy 모델에 대하여 수행한 Homsy & Sherwood의 결과로서 수직 관통류의 크기에 따른 임계 수정 Rayleigh수를 나타내고 있다. Fig. 3-1의 (b)는 Darcy 모델과 DBF 모델에 대하여 수행한 본 연구의 수치 해석 결과로서 Darcy 모델에 대하여 수행한 결과는 Homsy & Sherwood의 선형한계에 비교적 일치하고 있음을 알 수 있다. 그리고 DBF 모델에 대하여 수행한 결과값이 선형 한계치 이상에서 나타나고 있으며 이는 식(5)에서 Forchheimer항으로 인하여 관통류의 영향이 커지기 때문이다. 또한 이로 인하여 대류안정성이 증가하게 된다.



(a) Homsy & Sherwood



(b) present

Fig. 3-1 The stability limits

Fig. 3-2는 Da 가 $10^{-5} \sim 10^{-1}$ 이고 Ra_f 가 $3 \times 10^4 \sim 10^7$ 인 경우에 자연대류 세포가 형성될 수 있는 최대 관통류의 강도를 나타내고 있다. 이때 DBF 모델이 사용 되었기 때문에 Da 와 Ra_f 에 대하여 최대 관통류의 강도를 나타내었으며 Ra_f 와 Da 가 증가함에 따라 상대적으로 큰 강도의 관통류에 대해서도 자연대류 세포가 형성되고 있음을 알 수 있다. 이의 물리적인 의미를 살펴보면 Ra_f 의 증가는 자연대류가 발생할 수 있는 온도차(ΔT)의 증가를 의미하며 Da 의 증가는 다공층의 침투성 증가를 의미한다.

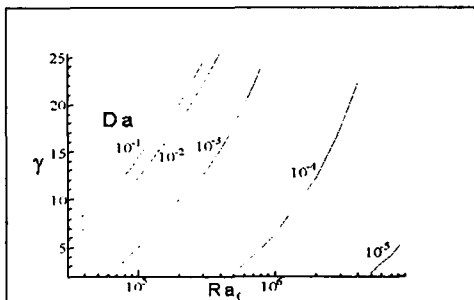


Fig. 3-2 Maximum vertical throughflow strength vs Ra_f and Da ; $Ra_f = 3 \times 10^4 \sim 10^7$, $Da = 10^{-5} \sim 10^{-1}$

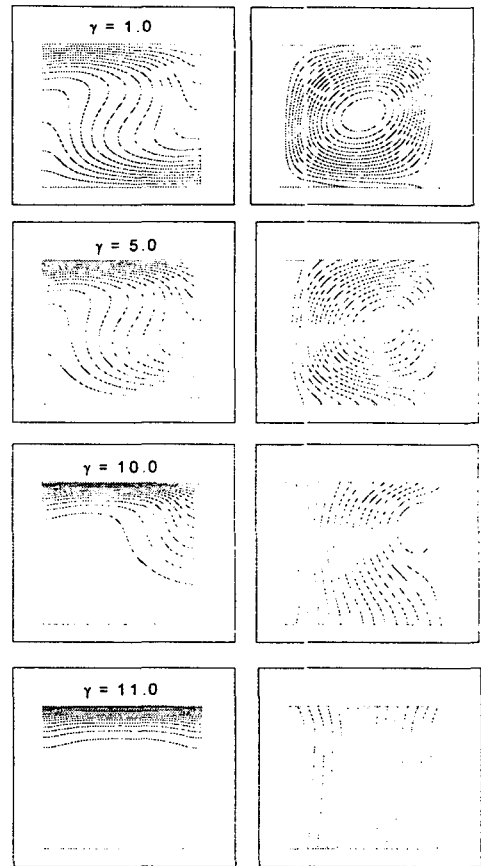


Fig. 3-3 The isotherms and streamlines vs throughflow strength ;

$$Ra_f = 2 \times 10^5, Da = 10^{-3}$$

관통류의 강도변화에 대한 유동장 및 온도장의 변화를 나타내었다. 이때 자연대류 세포가 형성될 수 있는 최대 수직 관통류의 강도는 Fig. 3-3에서 알 수 있듯이 10.5로서 수직 관통류의 강도가 각각 1.0, 5.0, 10.0 및 11.0인 경우에 대하여 살펴보았다. 유동장의 변화를 살펴보면 관통류 강도의 크기가 커짐에 따라 관통류에 의한 저항으로 자연대류 세포의 유동 강도가 감소하게 된다. 그리고 관통류의 강도가 작을 때 시험체적의 중앙에 위치하고 있던 자연대류 세포가 관통류에 의하여 시험체적의 우측과 상부로 이동하게 된다. Fig. 3-4의 수직속도 성분의 경우

Fig. 3-3은 Da 가 10^{-3} 이고 Ra_f 가 2×10^5 일 때

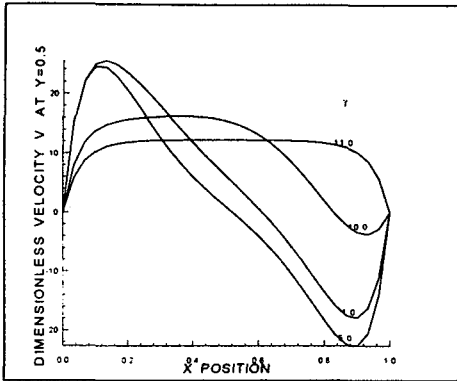


Fig. 3-4 Effect of vertical throughflow strength on velocity distribution ; vertical velocity at midheight

관통류의 강도가 증가함에 따라 음의 속도 성분의 진전이 크게 제약을 받고 있음을 알 수 있다. 또한 관통류에 의한 저항으로 자연대류 세포가 파괴되어 감에 따라 양의 속도성분의 크기가 점점 감소하면서 전 시험 체적에 균일하게 분포하게 된다.

Fig. 3-5의 수평 속도성분의 변화를 살펴보면 자연 대류 세포의 유동 강도 감소로 인하여 수평속도성분의 크기 감소를 살펴 볼 수 있으며 음의 방향 속도성분과 양의 방향 속도성분의 절대값의 크기를 비교하였을 때 자연대류 세포가

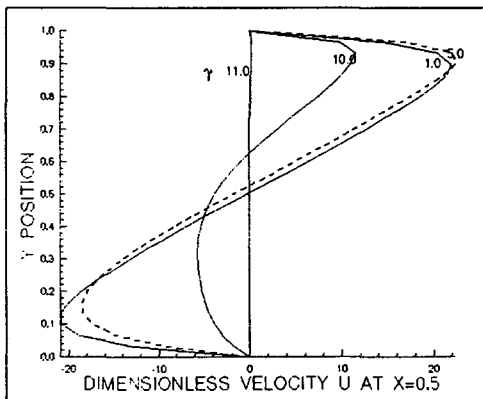


Fig. 3-5 Effect of vertical throughflow strength on velocity distribution ; horizontal velocity at midplane

시험체적의 우측으로 이동함에 따라 양의 방향의 속도성분의 크기가 더 크게 나타나고 있음을 알 수 있다. 즉 관통류는 자연대류 세포를 형성할 수 있는 수직, 수평 속도성분의 진전을 지연하게 하며, 이는 관통류가 있는 수평 다공층에서의 자연대류 발생시 임계 수정 Rayleigh수의 증가 원인이 된다.

유동장의 변화에 따른 온도장의 변화를 살펴보면 자연대류 세포가 시험체적의 우측과 상부로 이동함에 따라 시험체적의 좌측과 하부에서의 온도 기울기가 감소하게 되고 우측과 상부의 온도 기울기가 증가하게 된다. 이는 Homsy & Sherwood의 결과와 일치하는 현상이다.

3.2 수평 관통류의 영향

Fig. 3-6은 수평 다공층에서 수평 관통류를 갖는 자연대류에서의 임계 수정 Rayleigh수와 수직 관통류를 갖는 자연대류에서의 임계 수정 Rayleigh수를 비교한 것이다. Darcy모델과 DBF 모델에 대하여 수행한 결과 모두 수평 관통류를 갖는 경우의 임계 수정 Rayleigh수가 수직 관통류를 갖는 경우의 임계 수정 Rayleigh 수 보다 더 크다는 것을 알 수 있다. 즉 다공층에서 수평 관통류는 수직 관통류보다 대류 안정화에 더 큰 영향이 있음을 알 수 있다.

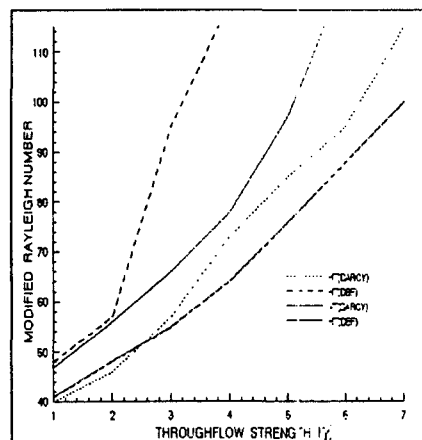


Fig. 3-6 Critical modified Rayleigh number

Fig. 3-7은 DBF 모델에 대한 안정대류(stable convection)와 변동대류(oscillatory convection)의 발생 조건(Prasad & Kladias)을 나타내고 있다.

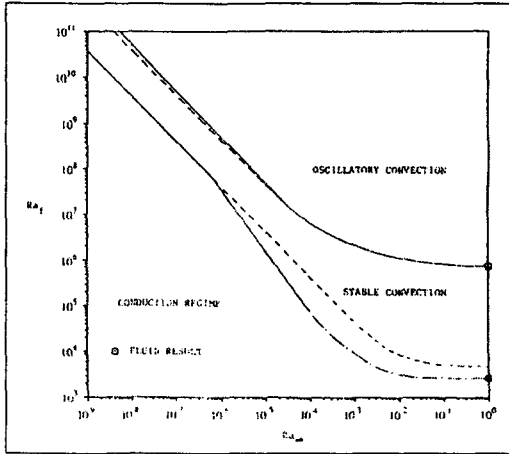


Fig. 3-7 Criteria for the onsets of stable and fluctuating convection regimes predicted by the DBF formulation

Fig. 3-8은 안정대류 영역에서의 유동장 및 온도장으로서 수평 관통류의 강도는 2.9이고 Da 가 10^{-3} 이며 Ra_T 가 2.0×10^5 인 경우이다.

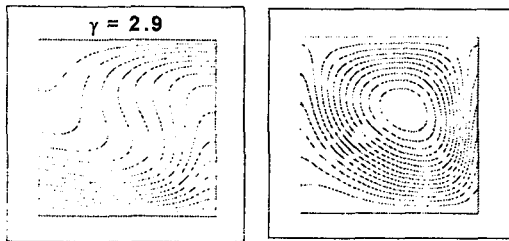


Fig. 3-8 The isotherm and streamline of stable convection region ;

$$Da = 10^{-3}, Ra_T = 2.0 \times 10^5$$

Fig. 3-9는 동일한 조건하에서 수평 관통류의 강도가 5로 증가하였을 때의 Nu 수의 변화를 나타내고 있다. 수평 관통류의 크기가 증가하였을 때 Nusselt수가 일정한 주기로 반복되고 있음을 알 수 있는데 이는 안정대류가 변동대류로 변화하였기 때문이다.

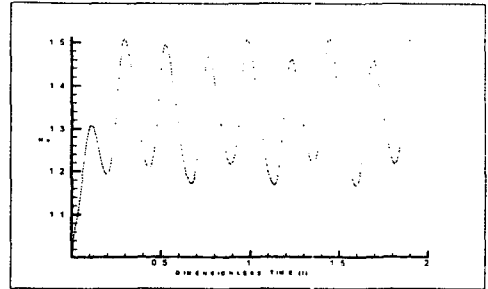


Fig. 3-9 Periods of oscillations

이때의 유동장과 온도장을 시간의 변화에 따라 Fig. 3-10과 Fig. 3-11에 나타내었다. 유동장을 살펴보면 상부와 하부에서 자연대류 세포가 교차하면서 발생하고 있음을 알 수 있다.

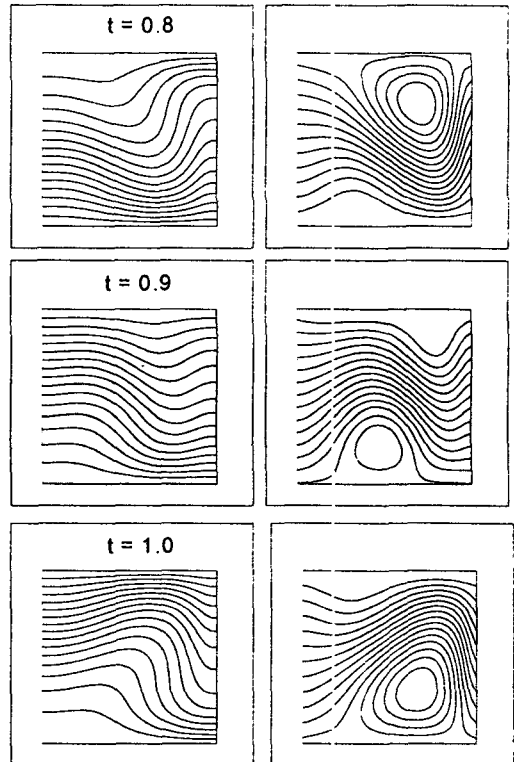


Fig. 3-10 The isotherms and streamlines of oscillatory convection ; dimensionless time(t) = 0.5, 0.6, 0.7, $Da = 10^{-3}$, $Ra_T = 2.0 \times 10^5, \gamma = 5.0$

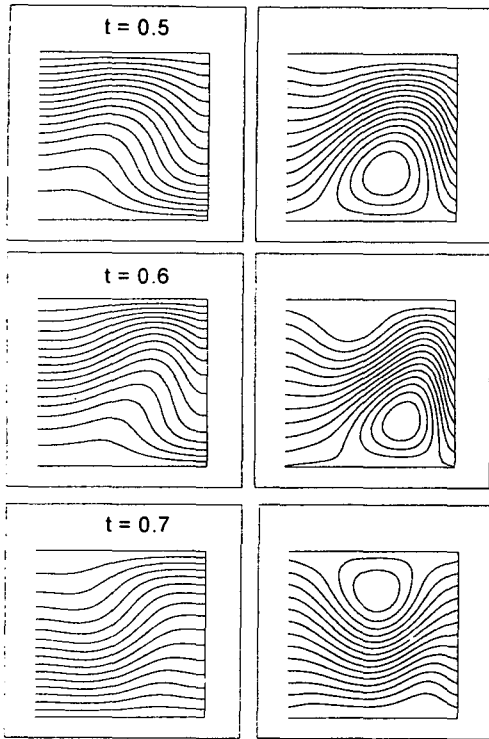


Fig. 3-11 The isotherms and streamlines of oscillatory convection :dimensionless time(t) = 0.8, 0.9, 1.0, $Da = 10^{-3}$, $Ra_f = 2.0 \times 10^5, \gamma = 5.0$

4. 결 론

수직 관통류를 갖는 수평 다공층에서의 자연 대류는 관통류의 강도 변화에 따라 유동장의 측면에서 살펴보면 자연대류 세포의 유동 강도의 감소, 자연대류 세포의 시험체적 내 위치의 이동, 자연대류 세포의 파괴 과정을 거치게 되고, 안정성 해석의 측면에서 살펴보면 관통류에 의하여 대류가 안정화 되게 된다. 이는 Homsy & Sherwood의 해석과 비교적 일치하였다. 그리고 Homsy & Sherwood는 다공층에서의 Rayleigh 수의 증가 원인으로서는 유효 특성길이의 감소를 들었는데, 본 연구 결과 물리적인 측면에서의 임계 수정 Rayleigh수의 증가 원인은 관통류에 의한 저항으로 자연대류 세포의 수직, 수평 속

도 성분의 진전이 지연되기 때문임을 알 수 있었다. 침투성을 고려한 관통류의 영향으로는 Darcy 수가 10^{-4} 이하일 경우에도, 즉 다공층이 매우 조밀하게 구성되어 있는 경우에 대해서도 점성효과와 관성효과를 고려하여야 함을 알 수 있었다. 수평 관통류의 자연대류에 대한 영향으로는 수직 관통류보다 다공층에서의 대류 안정화에 더 큰 영향을 주었으며 안정대류를 변동대류로 변화시킴을 알 수 있었다.

참 고 문 헌

- 1) Woodinh, R.A., "Rayleigh instability of a thermal boundary layer in a flow through a porous medium" *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.9(1960). p.183-192.
- (2) Sutton, F.M., "Onset of convection in a porous channel with net throughflow" *Physics of Fluids*, Vol.6,(1970). p.1931-1934.
- (3) Homsy, G. M. and Sherwood, A. E., "Convective instabilities in porous media with throughflow", *AIChE J. Vol.22*,(1976), p.168-174.
- (4) Somerton, C.W & Catton, I., "On the thermal instability of superposed porous and fluid layers", *Journal of Heat Transfer*, Vol. 104, (1982), p.160-165.
- (5) CHEN, F & CHEN, C.F., "Onset of finger convection in a fluid layer" *Journal of Heat Transfer*, Vol.110, (1988). p.403-409.
- (6) Beavers, G.S. & Joseph. D.D., "Boundary conditions at a naturally permeable wall. *J. Fluid Mech.* Vol. 30,(1967). P.197-207
- (7) Kladias, N. and Prasad. V., "Natural convection in Horizontal Porous Layers" *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 111, (1989). p. 926-935.
- (8) Caltagirone, J.P., "Thermoconvective Instabilities in a Horizontal Porous

Layer," Journal of Fluid Mechanics ,Vol. 72, 1975). p.269-287.

- (9) Schubert, G, and Straus J. M., "Three Dimensional and Multicellular steady and unsteady convection in fluid saturated porous media at high Rayleigh Numbers," Journal of Fluid Mechanics, Vol. 94., (1979). p.25-38.
- (10) Kladas, N., 1988, "Non-darcy Free convection in Horizontal Porous Layers", Doctoral Dissertation Columbia University, NY