

고분해능 이색 PIV를 이용한 가솔린 엔진 연소실내 난류의 공간적 해석

Spatial Analysis of Turbulent Flow in Combustion Chamber using High Resolution Dual Color PIV

이 기 형*, 이 창 식*, 이 현 직**, 전 문 수***, 주 영 철****
K. H. Lee, C. S. Lee, H. G. Lee, M. S. Chon, Y. C. Joo

ABSTRACT

Particle image velocimetry(PIV), a planar measuring technique, is an efficient tool for studying the complicated flow field such as in-cylinder flow, and intake port flow. PIV can be also used for analyzing the integral length scale of turbulence, which is a measure of the size of the large eddies that contain most of the turbulence kinetic energy.

In this study, dual color scanning PIV was designed and demonstrated by using a rotating mirror and a beam splitter. This PIV system allowed enlargement of flexibility in the intensity of vectors to be calculated by spatial filtering technique, even in combustion chamber with high velocity gradient and high vorticity($\sim 1000\text{s}^{-1}$).

A new color image processing algorithm was developed, which was used to find the direction of particle movement directly from the digital image. These measuring techniques were successfully applied to obtaining the turbulence intensity($\sim 0.1\text{m/s}$) and the turbulent integral length scale of vorticity($\sim 1\text{mm}$).

주요기술용어 : Dual Color PIV(이색 PIV), Beam Splitter(빔 분리기), Combustion Chamber(연소실), Vorticity(와도), Turbulent Integral Length Scale(난류 적분 길이 스케일)

1. 서 론

가솔린 엔진의 성능 향상을 도모하기 위하여 연

소실 내의 가스 유동을 최적화함에 따라 연소를 개선하는 기술이 일반화되고 있는 추세이다. 이러한 엔진 실린더내의 유동장에 대한 2차원 해석에 있어서 PIV(Particle Imaging Velocimetry)는 정량적이며 정성적인 계측 도구로서 이미 널리 연구, 개발되어 왔고^{1,2)} 최근에는 연소실 및 흡기 포트 형상 설계에까지 응용되고 있는 실정이다. 환

* 정회원, 한양대학교
** 한양대학교 대학원
*** 정회원, 한양대학교 대학원
**** 삼성자동차

경문제의 대안으로 완전연소 또는 희박 연소에 대한 요구가 증가됨에 따라 연소상을 적극적으로 제어하기 위한 유동장 강화 기술이 실제 엔진 형상에 적용되고 있으며, 이와 같이 강화된 실린더내 유동장에 대한 측정 방법으로 공간 측정 방법인 PTV(Particle Tracking Velocimetry)법과³⁻⁵⁾, 사이클에 대한 앙상블 평균값 및 난류 강도를 제공해 주는 점계측 수법인 LDV(Laser Doppler Velocimetry)⁶⁻⁸⁾가 주로 응용되어 왔다. 그러나 연소에 영향을 미치는 유동장에 대한 해석 기술은 국소 영역에서 높은 공간 해상도를 가지면서 2차원 정보를 제공하여야만 정확한 측정이 가능하다는 점에서 이러한 계측 수법들은 그다지 적합하다고는 볼 수 없다. 따라서 초기 화염핵 생성 및 화염 전파등을 고려해 볼 때 압축 행정 말기 스파크 플러그 주변에서의 공간 난류 구조에 대한 정보가 절실히 요구되고 있는 실정이다.

Reuss⁹⁾ 등은 가시화 엔진을 이용하여 와도 및 유동 변형률과의 상관관계, 그리고 공간 필터링 기법 및 공간 난류 스케일을 처리하는 방법론을 자세하게 제시해 주었고, 金子 誠¹⁰⁾은 텀블 강화 밸브 장착에 따른 압축행정 말기 스파크 플러그 주변에서의 난류강도와 와도(vorticity)의 적분 스케일을 비교하였으며, Lee⁸⁾ 등은 LDV를 이용하여 유동장 강화기구의 장착에 대해서 크랭크 각도 별로 사이클 앙상블 평균치를 구하고 연소성능과의 비교치를 제시하였다.

본 연구에서는 가솔린 엔진 연소실내의 난류 구조 해석의 시작 단계로서 방향 판별이 용이하고 가격이 저렴한 이색 스캐닝 PIV측정기술을 확립하였고, 이 기술을 이용하여 제작한 가시화 엔진 연소실내의 유동 측정에 적용해 본 결과 압축말에 형성되는 연소실내의 유동장에 대한 정량적이며 정성적인 평면 정보를 얻을 수 있었다. 또한 흡입 유동장 강화에 의한 연소실내의 난류 생성 과정을 파악하기 위하여 스윙 제어 밸브(SCV)를 부착하였을 경우의 난류 유동장을 측정하여 유동장 강화 수단을 적용하지 않은 일반 4밸브 가솔린 엔진 연소실내의 유동장과 난류 공간 길이 스케일의 관점에서 정량적으로 비교 분석하였다.

2. 실험 장치 및 방법

2.1 가시화 엔진 및 광학계

본 실험에 사용된 유동 가시화용 단기통 엔진은 디젤 엔진을 기반으로 제작되었고, DC모터로 구동되어지며 모터링 회전수는 200rpm이다. 이 가시화 엔진의 주요 제원을 Table 1에 나타내었다.

Fig.1은 이색 PIV를 위한 광학계의 전체 시스템

Table 1 Specification of test engine

Engine type	4 Valve 1 Cylinder
Bore	81(mm)
Stroke	95(mm)
Clearance volume	47.3(cc)
Compression ratio	11.3
SCV opening rate	30(%)
Swirl ratio(with SCV)	1.69
Tumble ratio(w/o SCV)	1.71

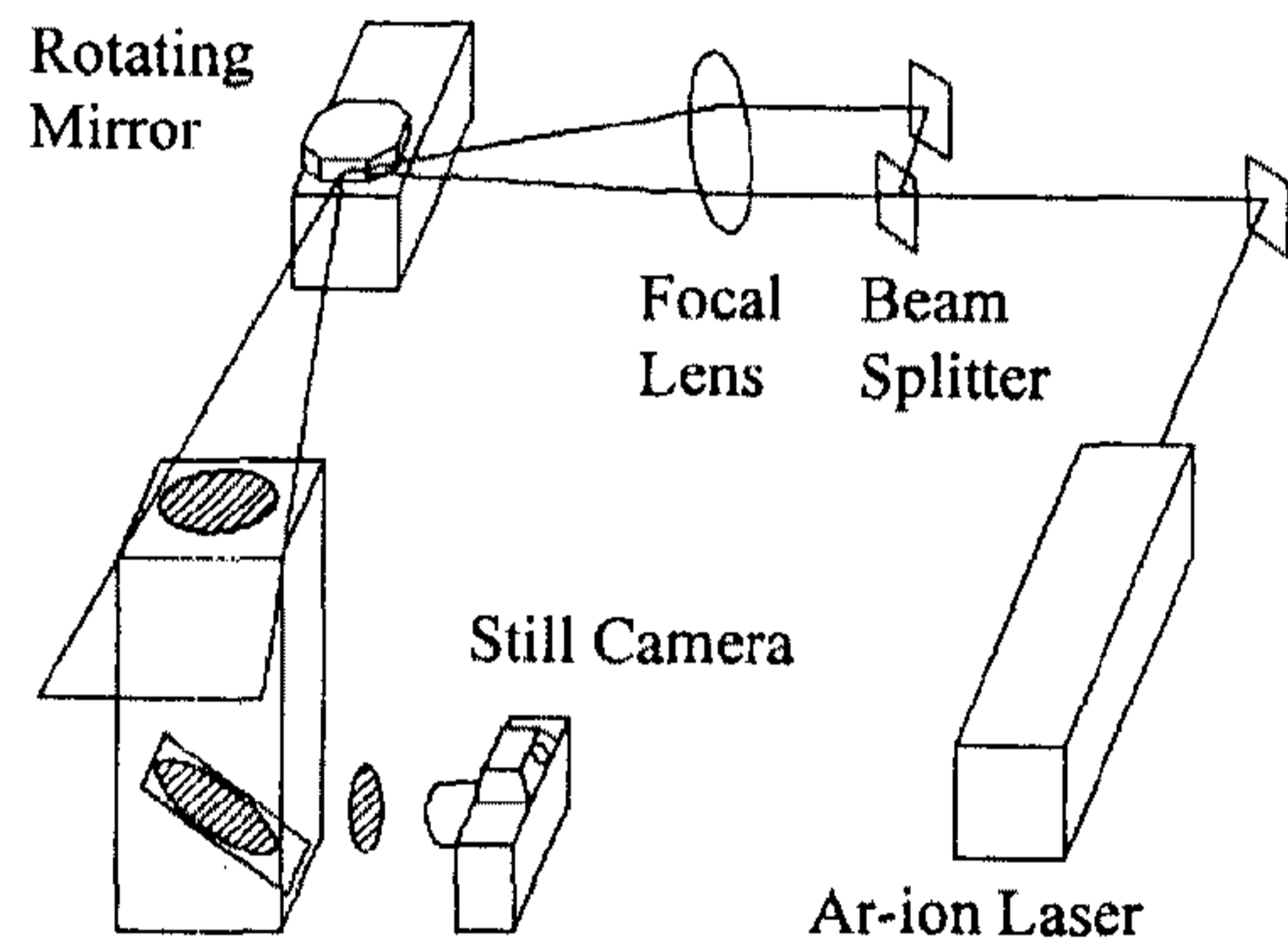


Fig.1 Schematic diagram of optical arrangement

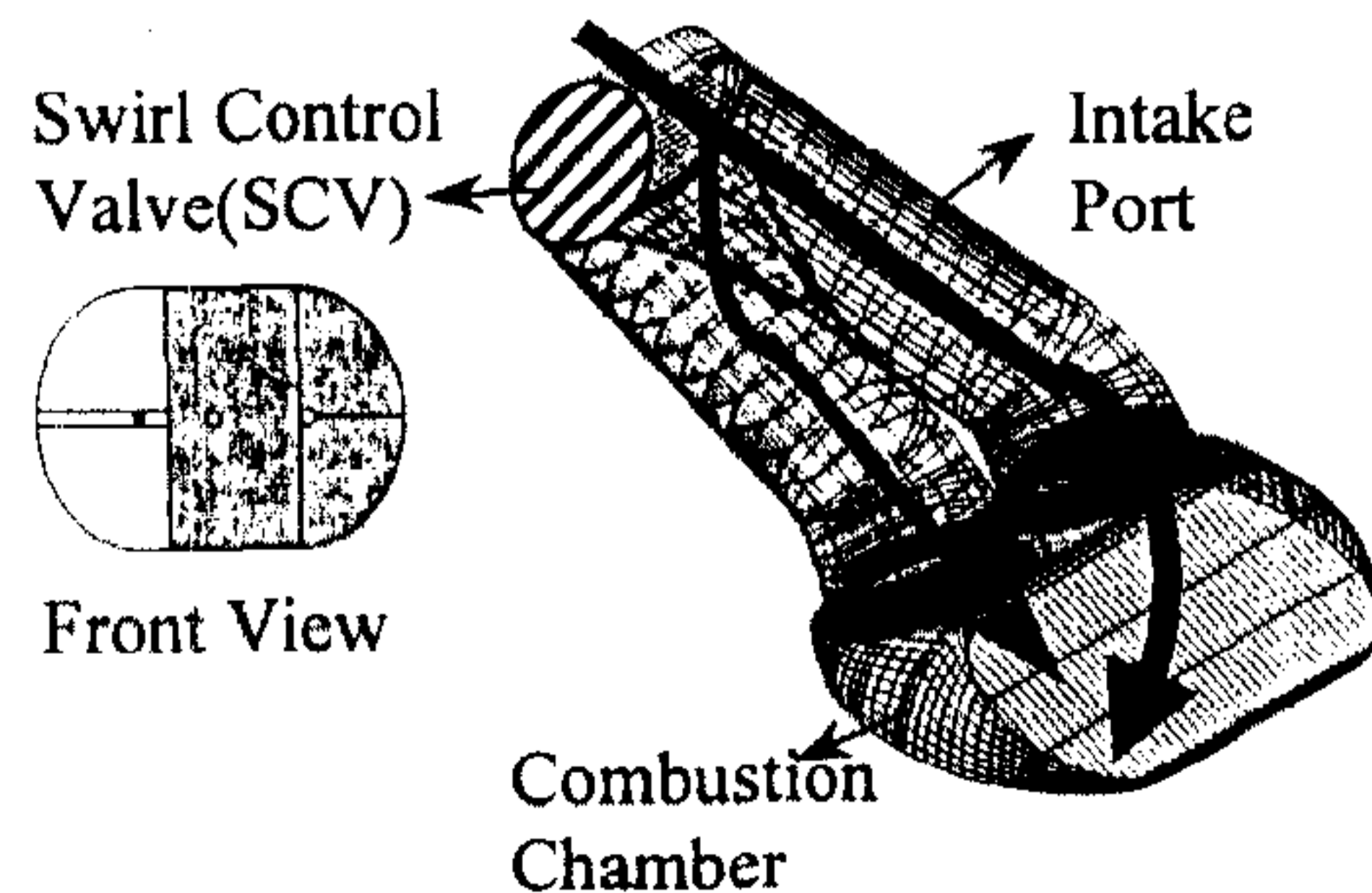


Fig.2 The shapes of SCV and intake port

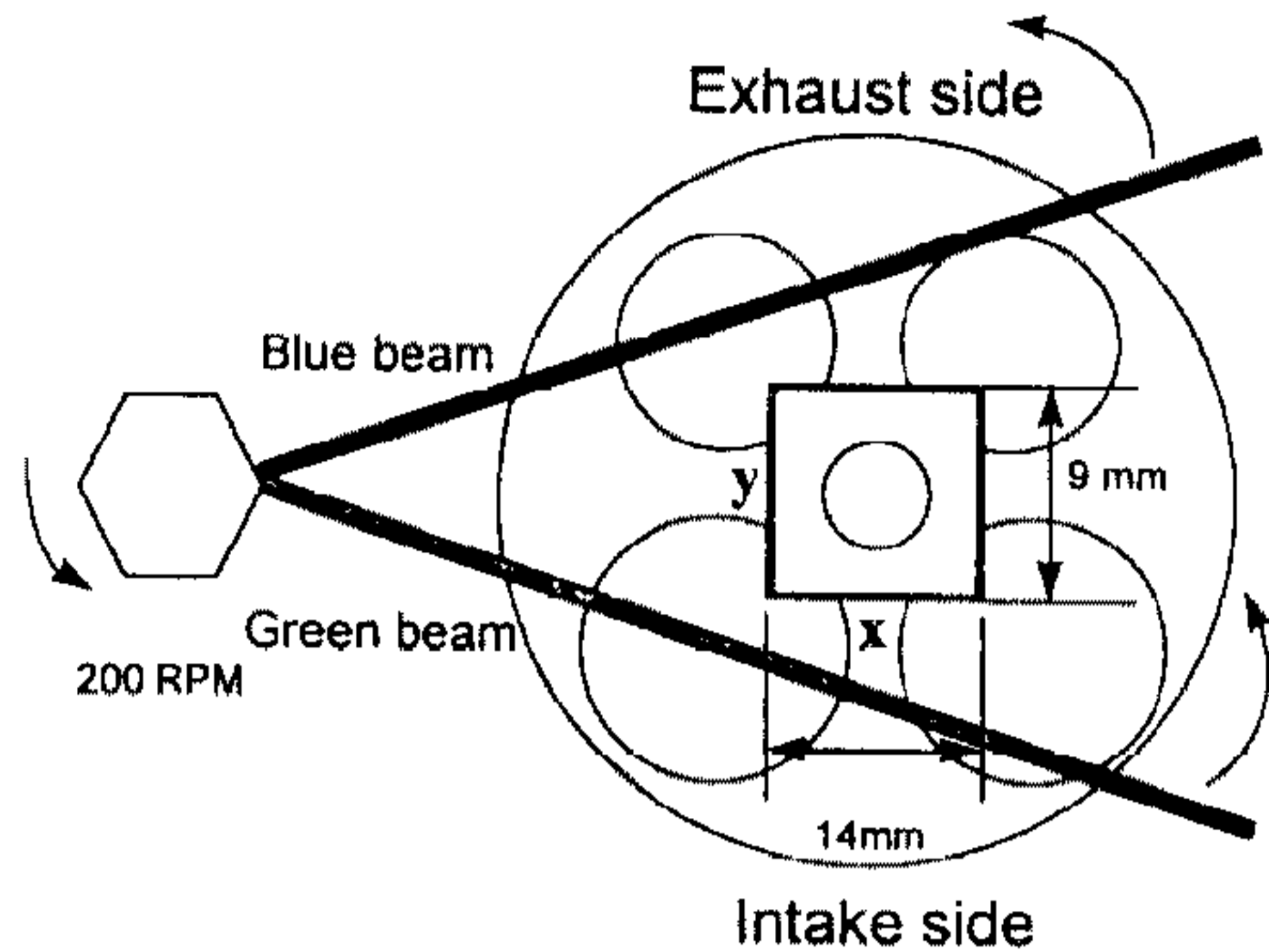


Fig.3 Configuration of test section and scanning dual beams

템을 나타내고 있으며, 본 엔진에 장착된 SCV의 모양은 스월 강화형으로 포트입구에 장착된 모습을 Fig.2에 나타내었다. 이와 같은 형상의 SCV를 부착한 경우 각운동량 측정장치¹¹⁾에 의하여 측정된 정상 상태에서의 스월비가 1.69이고, SCV를 장착하지 않은 Table 1과 같은 제원을 가진 본 실험 엔진의 텀블비는 1.71이다. 먼저 광원부로서 수냉식 멀티 라인 5W아르곤 이온 레이저를 이용하였으며 빔 분리기(beam splitter)에 의하여 레이저 빔을 청색(488nm)과 녹색(514.8nm) 파장 대역의 빔으로 나눈 뒤, 전 반사 미러와 초점렌즈를 사용하여 DC모터에 의해 구동되는 회전 미러로 집광시키게 되면 측정영역에 순차적으로 회전 조사되어, 일정한 시간 간격을 가진 유사(pseudo) 레이저 쉬트가 형성되도록 하였다. 또한 Fig.3에 본 실험에서 선정한 측정 영역과 연소실내의 빔 통과 모습을 나타내었다.

2.2 화상 취득 및 처리장치

본 실험에서는 일반 스틸 카메라를 엔진 크랭크축과 동기 시키기 위하여 PC-TIO-10(National Instrument사 제품)을 사용하였고, 화상 처리용 프로그래밍을 그래픽 아이콘을 사용할 수 있는 LabView를 이용하여 압축 TDC에서 화상을 취득하였다. 필름에 남겨진 원 화상은 Fig.4에서 보는 바와 같이 PC로 제이되는 정밀 2축 이송장치 위에서 500 μ m씩 이동하면서 총 14 \times 9mm 크기의 화상을 컬러 CCD를 이용하여 디지털 영상으로 기록하였다. 이러한 화상 취득 및 처리 시스템의 사

Table 2 Image processing system

Computer	IBM PC pentinum
CCD camera	Samsung SAC 410-NDX
Still camera	Nikon F3
Image grabber	Matrox meteor 640 \times 480

양을 Table 2에 나타내었다.

2.3 이색 PIV 알고리즘

기존의 PIV에 의한 유속 측정법은 유동장의 패턴이 아주 복잡한 경우에는 유동의 방향판별이 어려워진다는 단점을 가지고 있다.¹²⁾ 이러한 단점에 대한 보완책으로 상호상관법을 이용한 PIV기술이 개발되고 있으나 이 방법은 고가의 화상취득 장치가 요구되고 있다. 따라서 본 연구에서는 기본적으로는 자기상관법을 이용한 단일화상 다중노출법을 이용하지만 빔 분리기와 회전미러를 사용하여 방향성 판별이 용이한 이색 PIV기술을 구축하였다.

단일화상 다중노출을 이용한 고분해능 이색 PIV에서 취득된 화상은 청색과 녹색의 입자쌍을 포함하며 이색 빔의 주사(scanning)순서에 따라 운동 방향이 결정되므로 청색과 녹색의 상관치를 구하여 속도를 계산하였다. 이 경우 상관치의 계산은 식 (1)과 같은 위너-퀸친(Wiener-Khinchine)정리를 이용하여 두빈의 연속된 고속 푸리에 변환을 수행하였다.

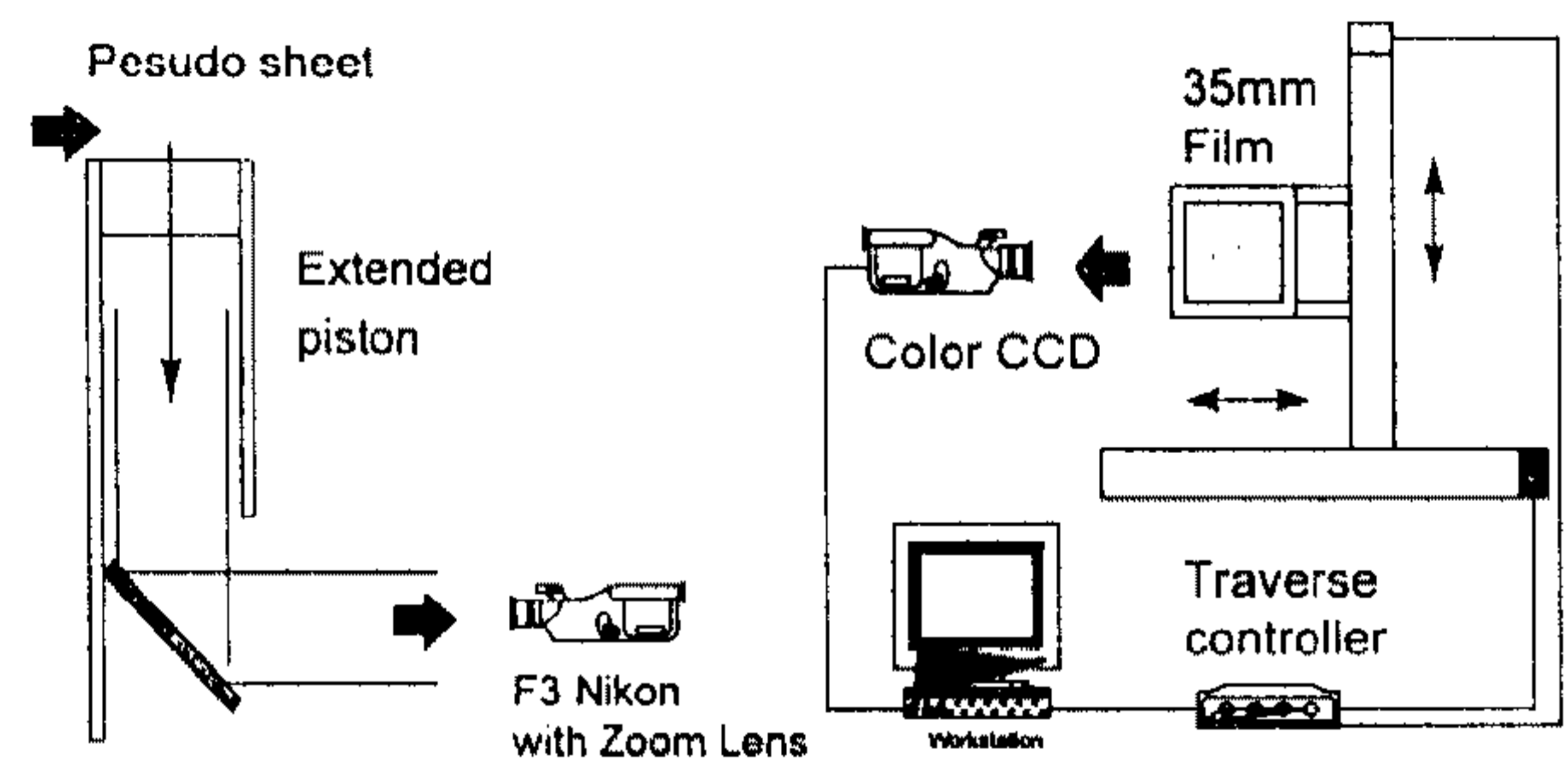


Fig.4 Acquisition of PIV image from test engine

$$\begin{aligned}
R_{BG}(m, n) &= \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} B(x, y)G(x+m, y+n) \\
&= \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} S_{BG}(x, y) \exp\left[\frac{j2\pi mx}{M} + \frac{j2\pi ny}{N}\right]
\end{aligned}
\tag{1}$$

여기서, $B(x,y)$, $G(x,y)$ 는 녹색, 청색 화상, $R_{BG}(m,n)$ 는 B , G 에 대한 상호상관 함수, $S_{BG}(x,y)$ 는 B , G 에 대한 파워 스펙트럼 함수이다.

이와 같은 원리를 이용하여 개발한 이색 PIV의 알고리즘 수행과정을 Fig.5에 나타내었다. 먼저 반전 필름(nega-film)으로부터 취득된 디지털 이미지를 반전(negate)시키면 Fig.6(a)와 같은 청, 녹색의 원시화상을 얻게 된다. 원시화상에서 x , y 좌표위의 픽셀값을 순서대로 읽어가면서 컬러 팔레트상에서 동일한 픽셀치에 해당하는 R, G, B값을 읽어서 청, 녹색의 기준치와 비교해 가면서 컬러 필터링을 수행하였고(b, c), 필터링 후 각각의 청색, 녹색화상에 대해 상호상관치(d)를 계산하였다. 계산되어진 상호상관 좌표상에서 최대치인 곳의 좌표를 설정하여 설정된 좌표의 전후 픽셀에 대해 2차 서브픽셀 보간법(subpixel interpolation)을 행하여 최종의 최대치를 구한 다음 빔 조사간격 및 확대비를 이용하여 최종적으로 속도를 계산하였다.

2.4 공간 상관함수를 이용한 난류 구조 해석

속도 난동 성분의 2차원 자기 상관 함수로 표현되는 적분 길이 스케일은 대부분의 난류 운동 에너지를 포함하며 큰 길이 스케일의 와도 크기를 나타낸다. 아래 식 (2)와 같은 와도의 자기 상관치를 계산한 후, 식 (3), (4)를 이용하여 와도 상관함수 도메인에서 각각의 축을 따라 적분하면 와도의 적

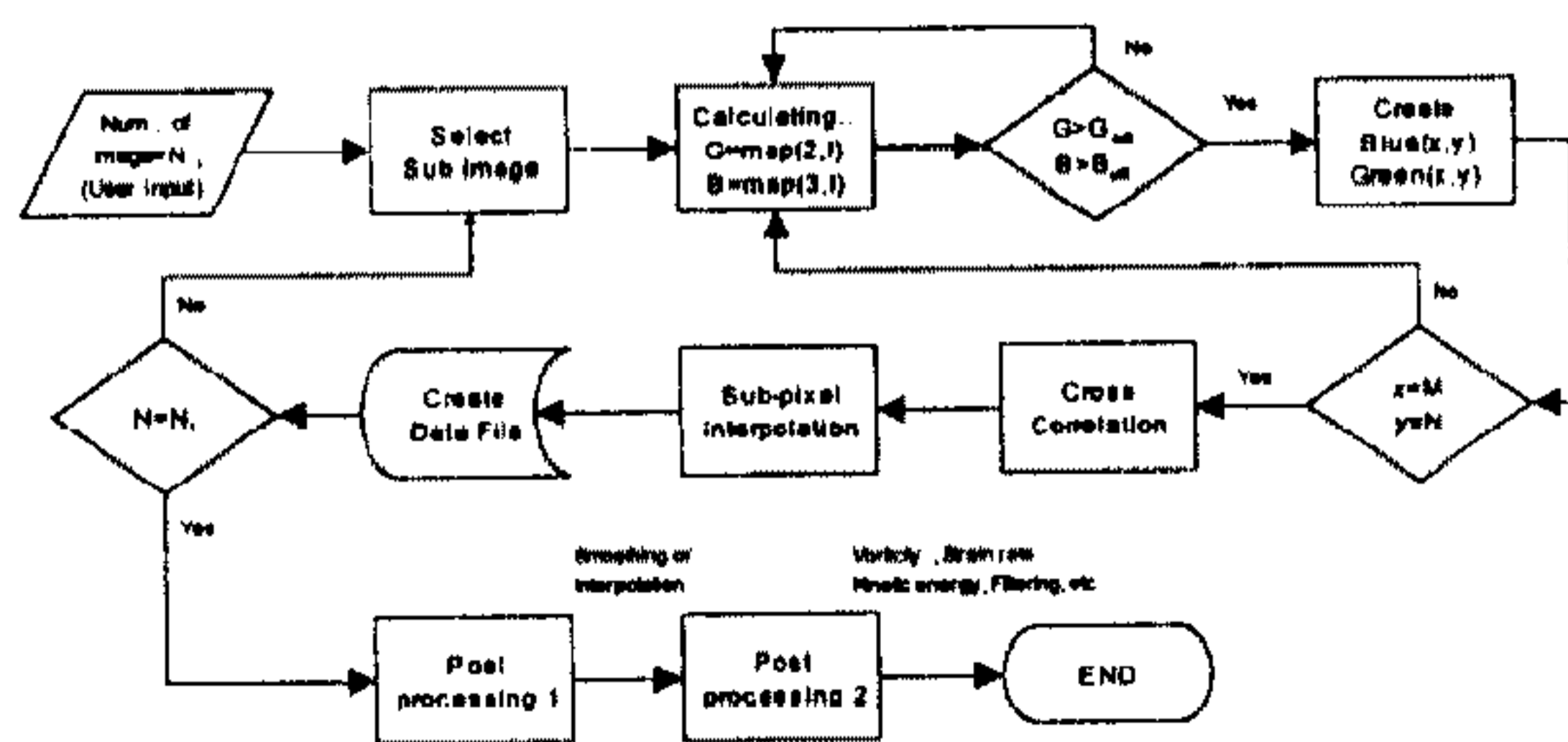


Fig.5 Flow chart of dual-color PIV algorithm

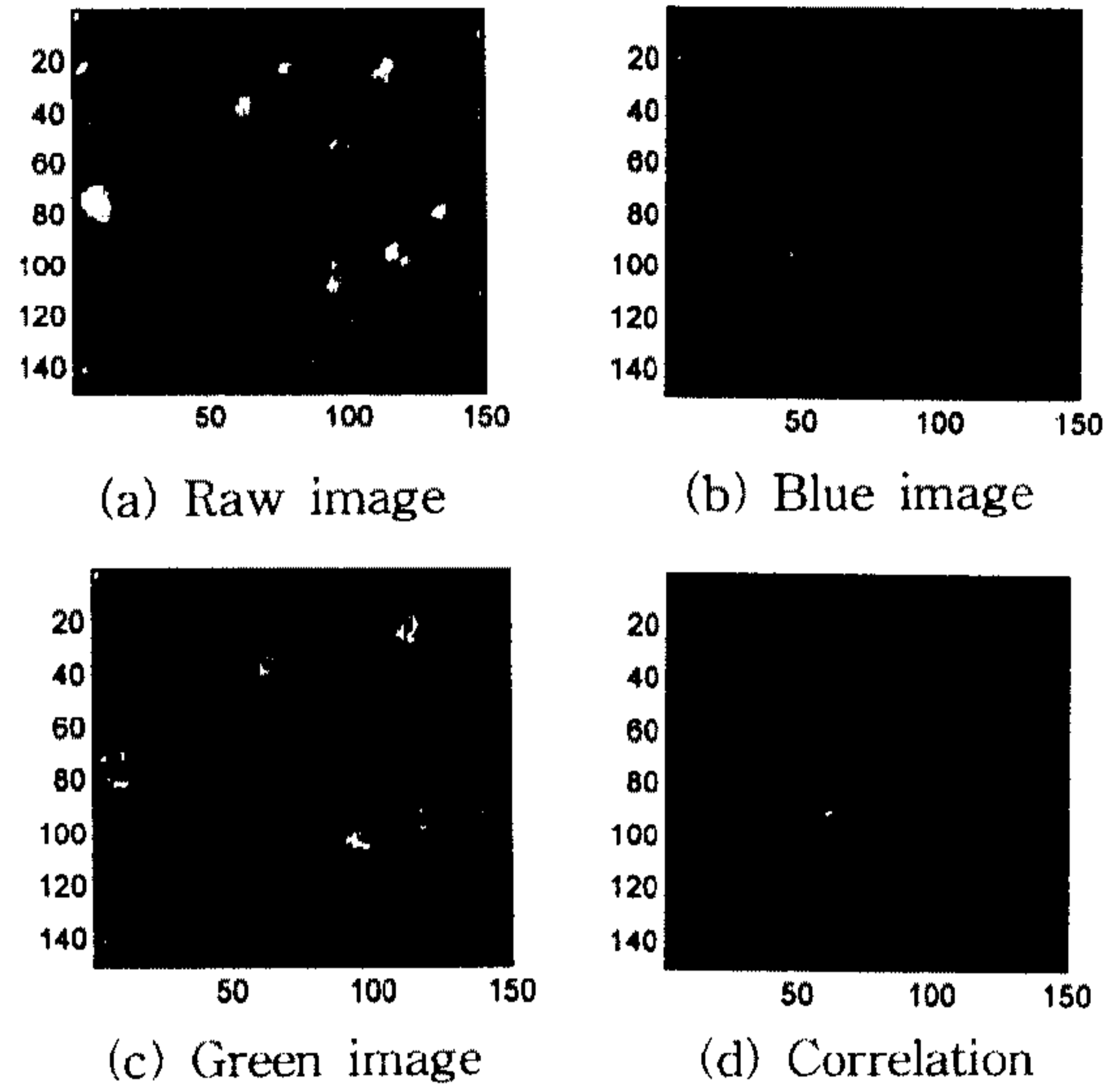


Fig.6 Color image procedure for dual color PIV

분 길이 스케일을 계산할 수 있다. Fig.7은 이러한 산출식을 이용하여 TDC부근에서 계산된 와도의 자기 상관 함수를 보여주는 결과에이다.

$$R_{\omega}(\xi, \eta) = \frac{\iint \omega(x, y) \omega(x+\xi, y+\eta) dx dy}{\omega_{rms}^2}
\tag{2}$$

$$L_x^{\omega} = \int_0^{\infty} R_{\omega}(\xi, 0) d\xi
\tag{3}$$

$$L_y^{\omega} = \int_0^{\infty} R_{\omega}(0, \eta) d\eta
\tag{4}$$

Fig.7에 나타나 있는 와도의 자기 상관함수의 특징을 보면 0~1.2mm영역에서 급격한 감소를 보이고 ξ 방향은 8mm영역까지, η 방향은 13mm 영역까지는 작은 크기의 감쇠 구조를 나타내고 있다. 중심에서의 급격한 감소는 와도치의 상관치 또는 coherence 길이가 공간적으로 랜덤하게 분포되어 있음을 의미하고 넓은 영역에 걸친 진동 구조는 잠재적인 공간적 주기성을 나타낸다. 즉 실린더내 유동장은 엔진의 사이클 운동으로 인해 어느 정도 미리 결정될 수 있는 유동패턴을 따른다고 할 수 있다.

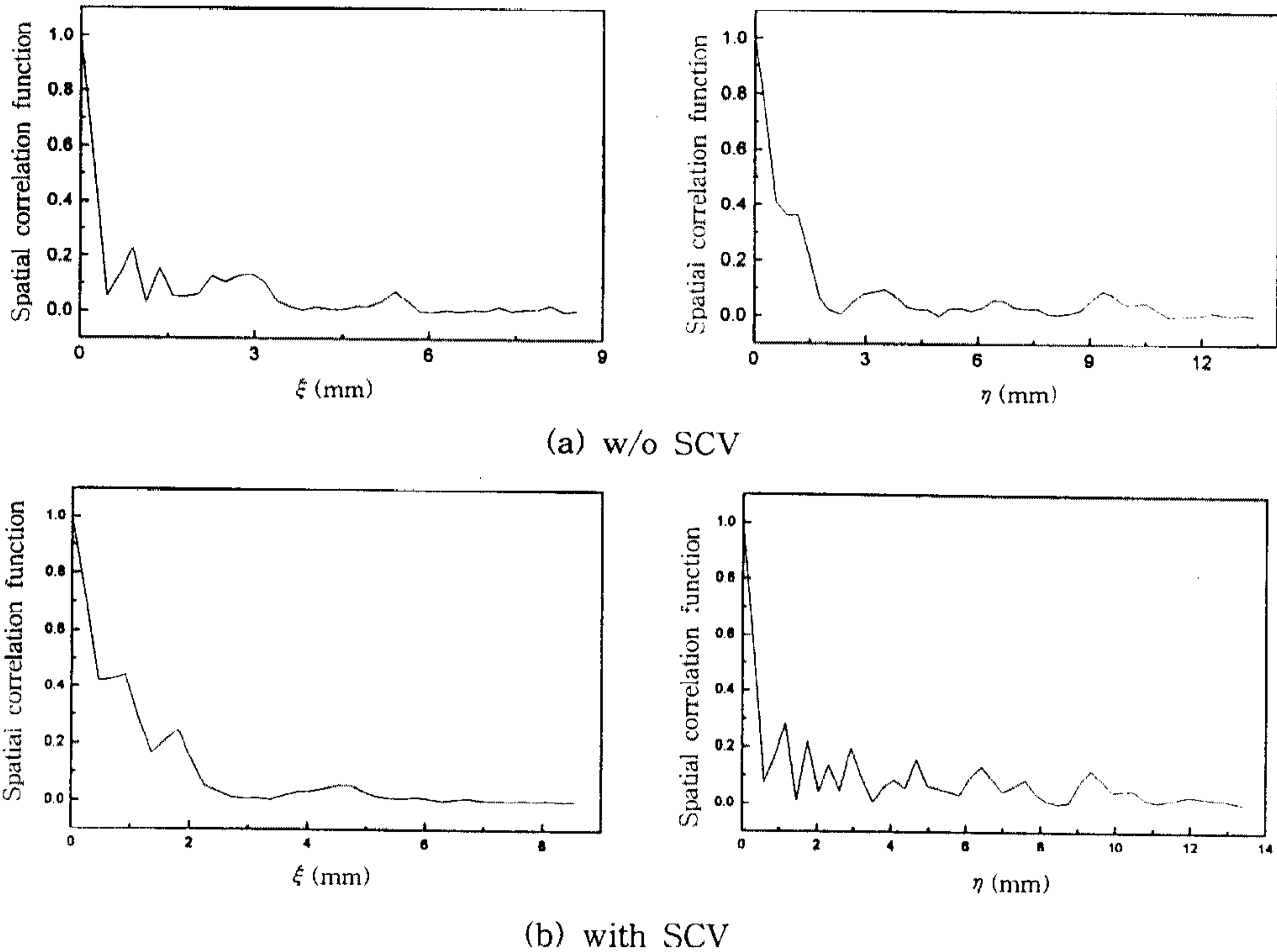


Fig.7 Auto-correlation of instantaneous vorticity at TDC(w/o SCV)

3. 실험 결과 및 고찰

3.1 속도장 및 와도 분포

Fig.8은 본 연구에서 확립한 이색 PIV기술을 적용하여 Fig.3과 같은 TDC부근의 측정영역에서 측정된 스윙방향의 순간 속도장으로서는 간단한 상호 보간처리를 한 벡터선도이다. SCV를 장착하지 않은 경우(a)와 장착한 경우(b)에 대한 공간 평균 속도값은 각각 2.5622(m/s), 1.1925(m/s)로 측정되었는데 이는 SCV를 장착한 경우 흡기저항의 증가로 인하여 미장착의 경우보다 상대적으로 흡입 공기량이 감소하기 때문에 평균속도가 저하되었다고 생각되어진다. 또 다른 이유로는 본 실험에 사용한 SCV형상이 스윙 강화형이기 때문에 SCV 장착시는 스윙유동이 강화되어 연소실내에는 강체 와류(rigid body vortex) 분포를 보이게 될 것으로 유추되므로 측정영역인 와류 중심 부근의 속도 분포는 최소가 되기 때문으로 사료된다. 한편, 유동 패턴을 비교해 볼 때 SCV를 장착한 경우가

더욱 정류된 유동장 형태를 보이는데 이는 SCV 장착에 따라 흡입 초기의 스윙 유동이 압축행정 말기까지 일정 방향을 유지하고 있는 반면 SCV를 장착하지 않은 경우는 좌우 대칭인 두개의 흡기포트로부터 텀블유동이 생성되므로¹³⁾, 압축행정 말기에는 피스톤에 의하여 텀블유동이 소멸되면서 속도성분의 변동을 수반하기 때문에 유동장의 형태가 복잡한 양상을 보이고 있는 것으로 판단된다.

3.2 공간 필터링을 이용한 난류의 공간 해석

PIV속도 데이터는 시간 정보가 배제되었기 때문에 순간 속도를 시간에 대한 평균 속도와 난동 성분으로 나누는 작업은 불가능하다. 공간적 분포를 가지는 속도장은 공간 필터링을 통하여 국부적인 평균속도와 난동 속도 성분들로 분리할 수 있다. 이러한 필터링 수행시 컷 오프(cut off) 공간 주파수값의 결정은 대단히 중요하며 이와 같은 컷 오프 공간주파수의 결정은 속도의 파워 스펙트럼 도메인에서 결정되어 질 수 있다. 즉 속도의 공간

적 변동의 확률적 분포를 파워 스펙트럼의 높이로 평가하여 적절한 컷 오프 주파수의 선정이 가능하다. 따라서 본 연구에서는 이러한 스펙트럼 해석을 통해 특성 컷 오프 주파수를 결정하였고 또한

다양한 특성 길이에 대해서 공간 필터링을 수행하였다. Fig.9에는 SCV장착시와 미장착시의 x, y 속도성분에 대한 파워 스펙트럼을 나타내었다.

이 결과를 보면 작은 저주파 영역($<0.3 \sim 0.5 \text{mm}^{-1}$)

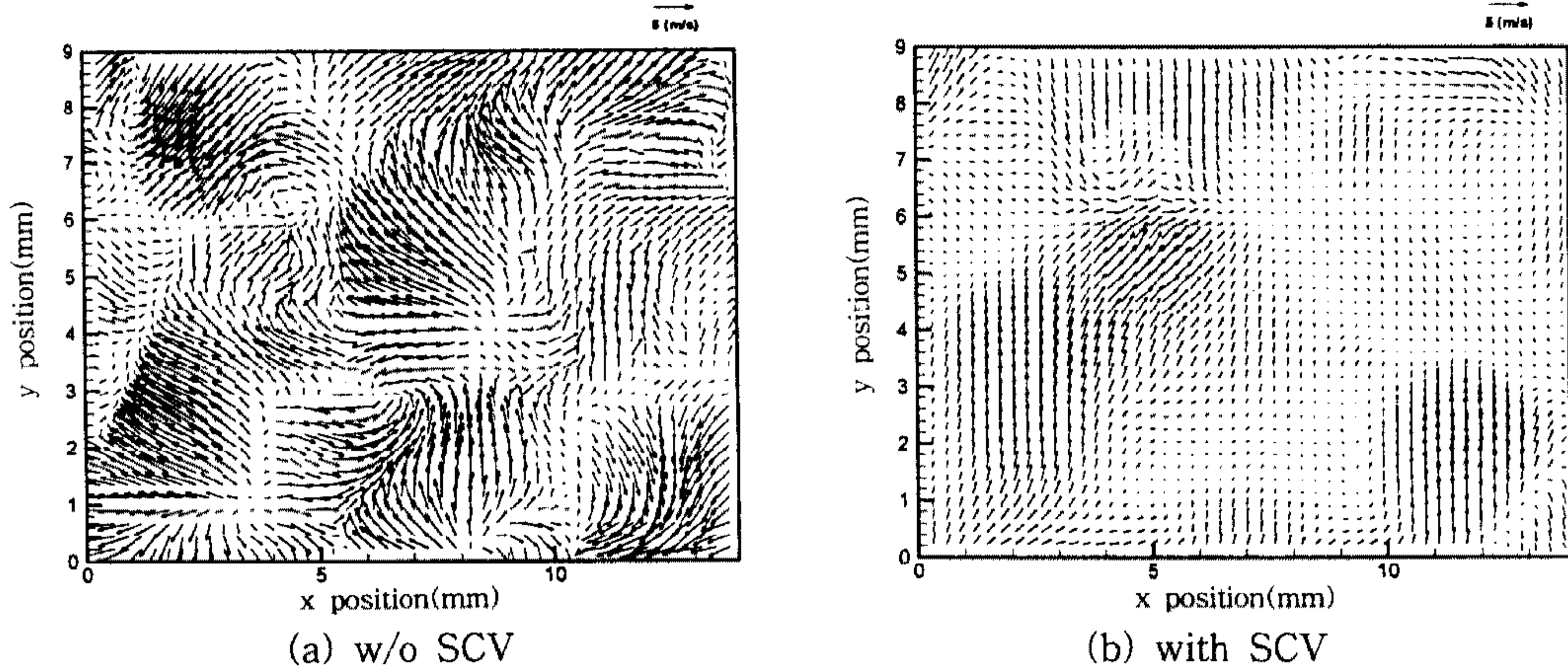


Fig.8 Instantaneous velocity field in combustion chamber at TDC

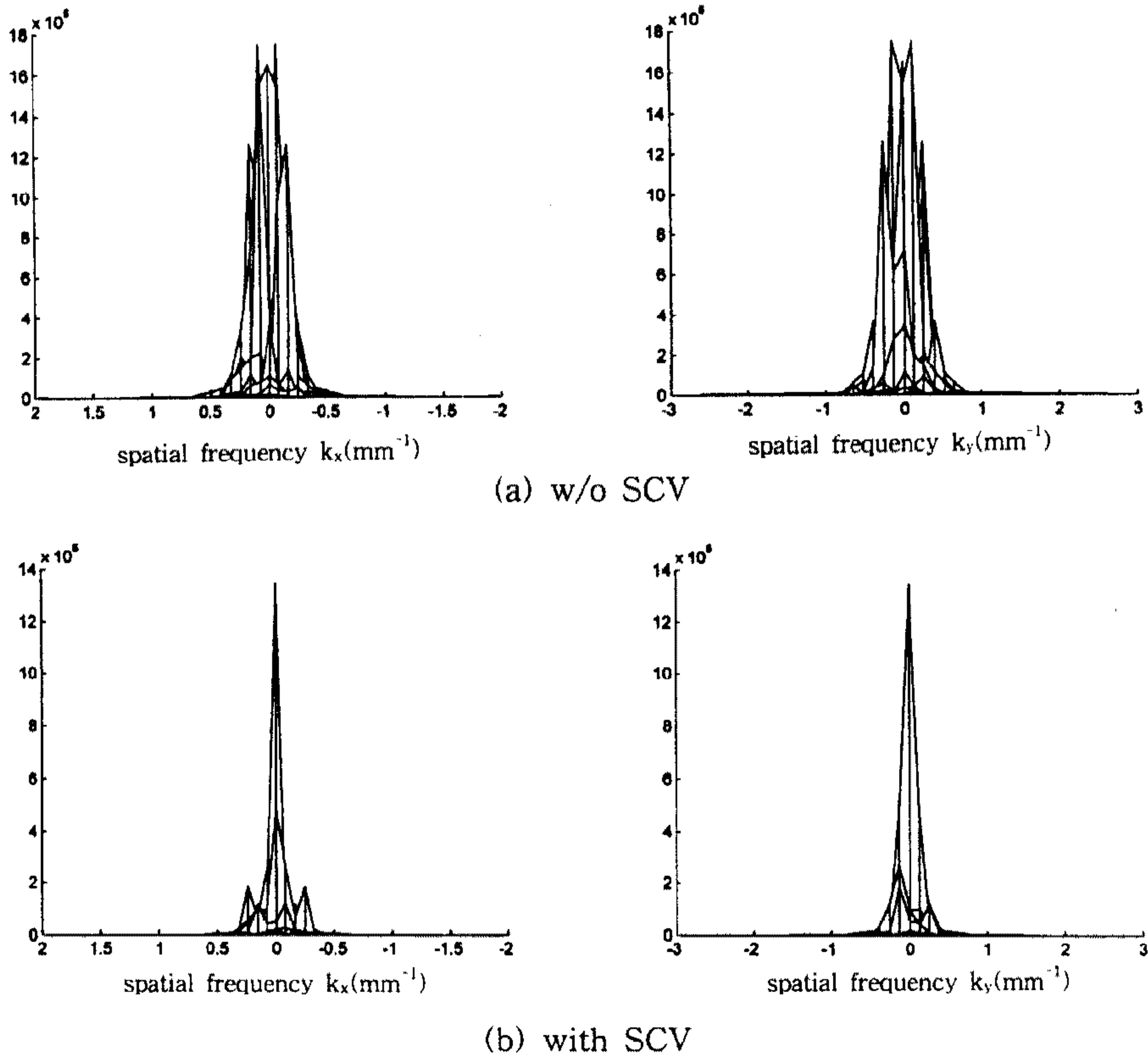


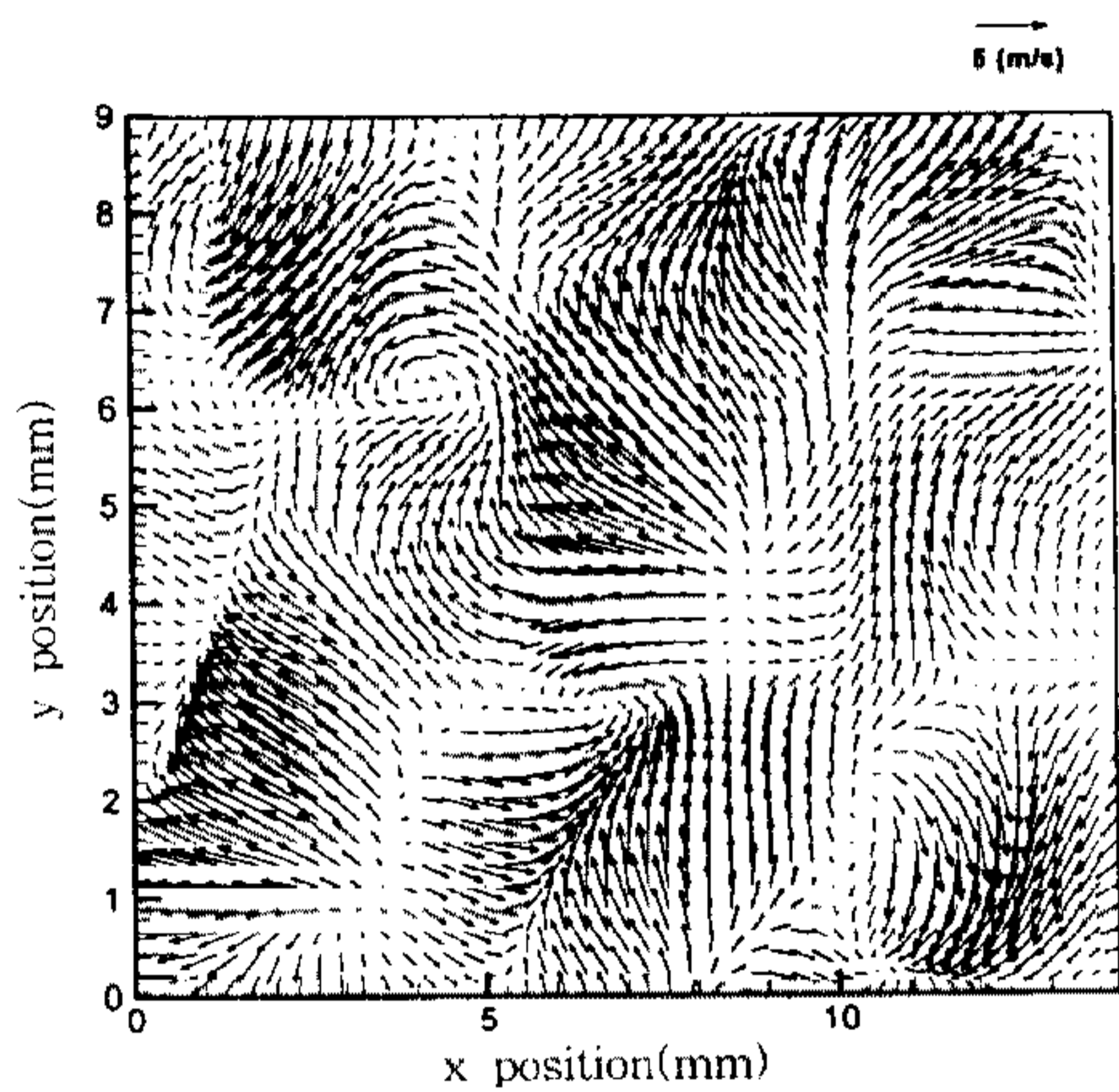
Fig.9 Spatial power spectra of the k_x - and k_y - velocity component

에서 대부분의 스펙트럼 밀도치가 분포되어 있고 이는 비교적 큰 길이 스케일(>2~3.3mm)의 유동장에 대응된다. 한편 비교적 작은 스펙트럼 밀도치들은 대부분이 1mm^{-1} 이상의 영역에 분포되어 있다. 또한 SCV장착시에 대해서도 유사한 분포를 보이고 있으므로 본 연구에서는 이러한 관계를 고려하여 공간 컷 오프 주파수로서 SCV 미장착시와 장착시에 대해 각각 $0.5, 0.4(\text{mm}^{-1})$ 로 선정하였다.

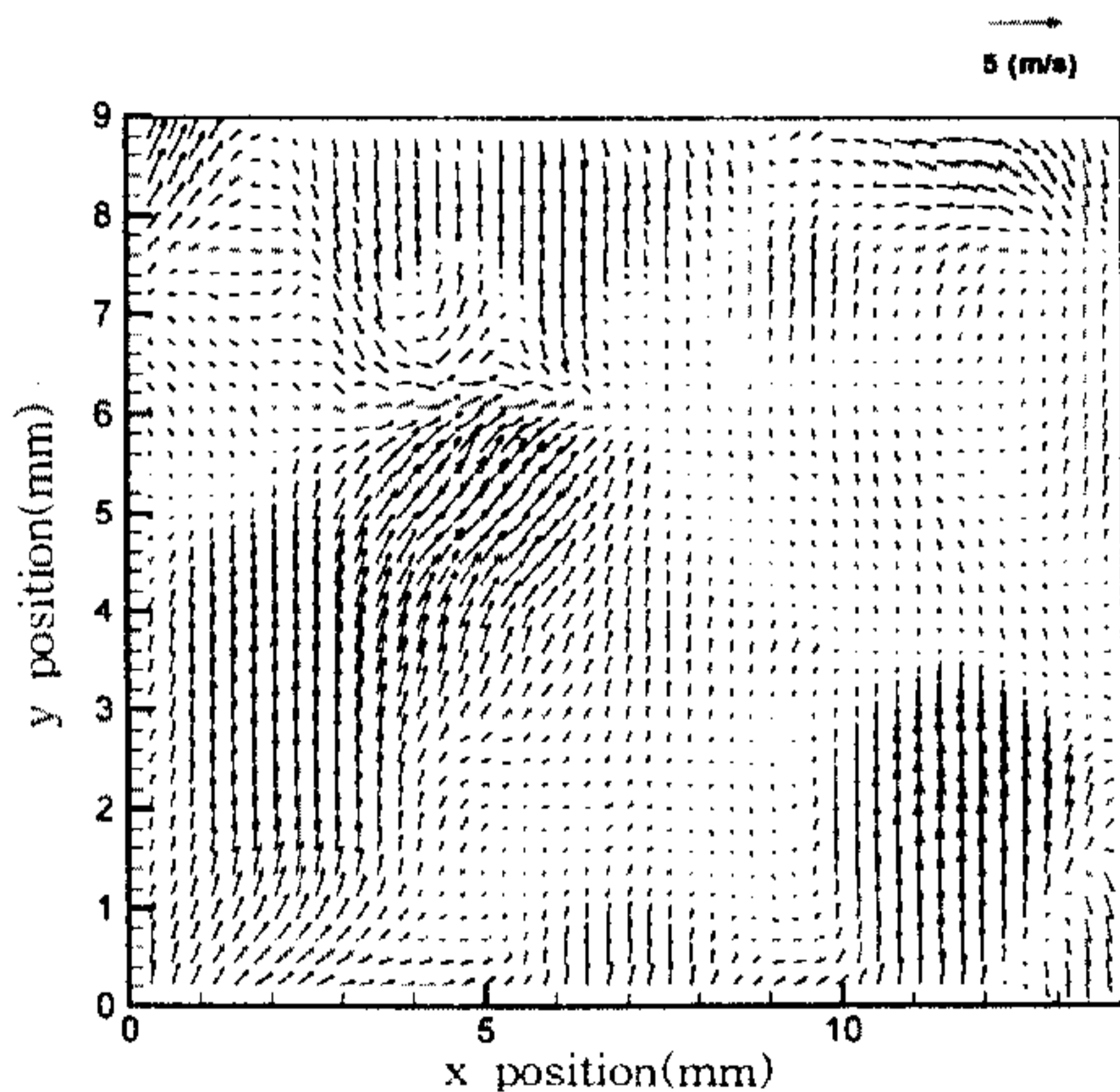
이와 같이 선정한 공간 특성 길이(characteristic length scale; 2mm와 2.5mm)에 대해 공간 필터링을 수행한 결과를 Fig.10과 11에 나타내었

다. 이 그림들은 먼저 속도 데이터를 푸리에 변환한 다음 각각의 특성 길이에 대해 임펄스 응답함수(impulse response)를 결정하여 공간 주파수 도메인에서 계산을 수행한 후 다시 역 푸리에 변환을 한 결과이다.

변동성분을 제거하기 위하여 특성길이 2mm와 2.5mm로 저주파 필터링 한 후의 유동장을 나타낸 Fig.10의 결과들을 앞 절의 순간 속도 측정 결과인 Fig.8과 비교해 볼 때 SCV장착유무에 관계없이 두 경우 모두 주류의 방향과 와의 형성 위치들이 동일한 영역에서 재현되고 있음을 알 수 있다. 따라서 본 실험에서 선정한 특성길이가 속도

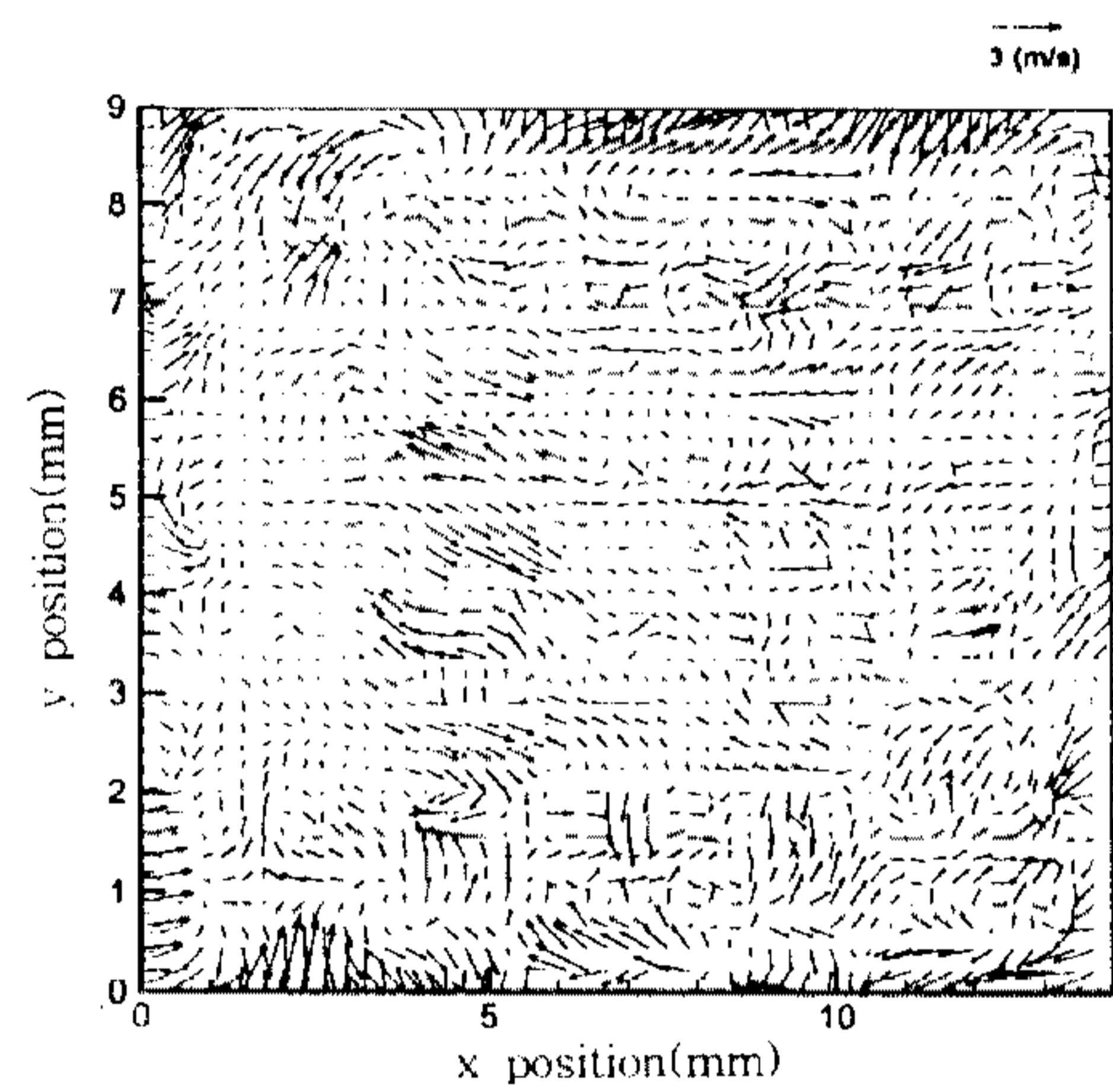


(a) w/o SCV(2mm cutoff)

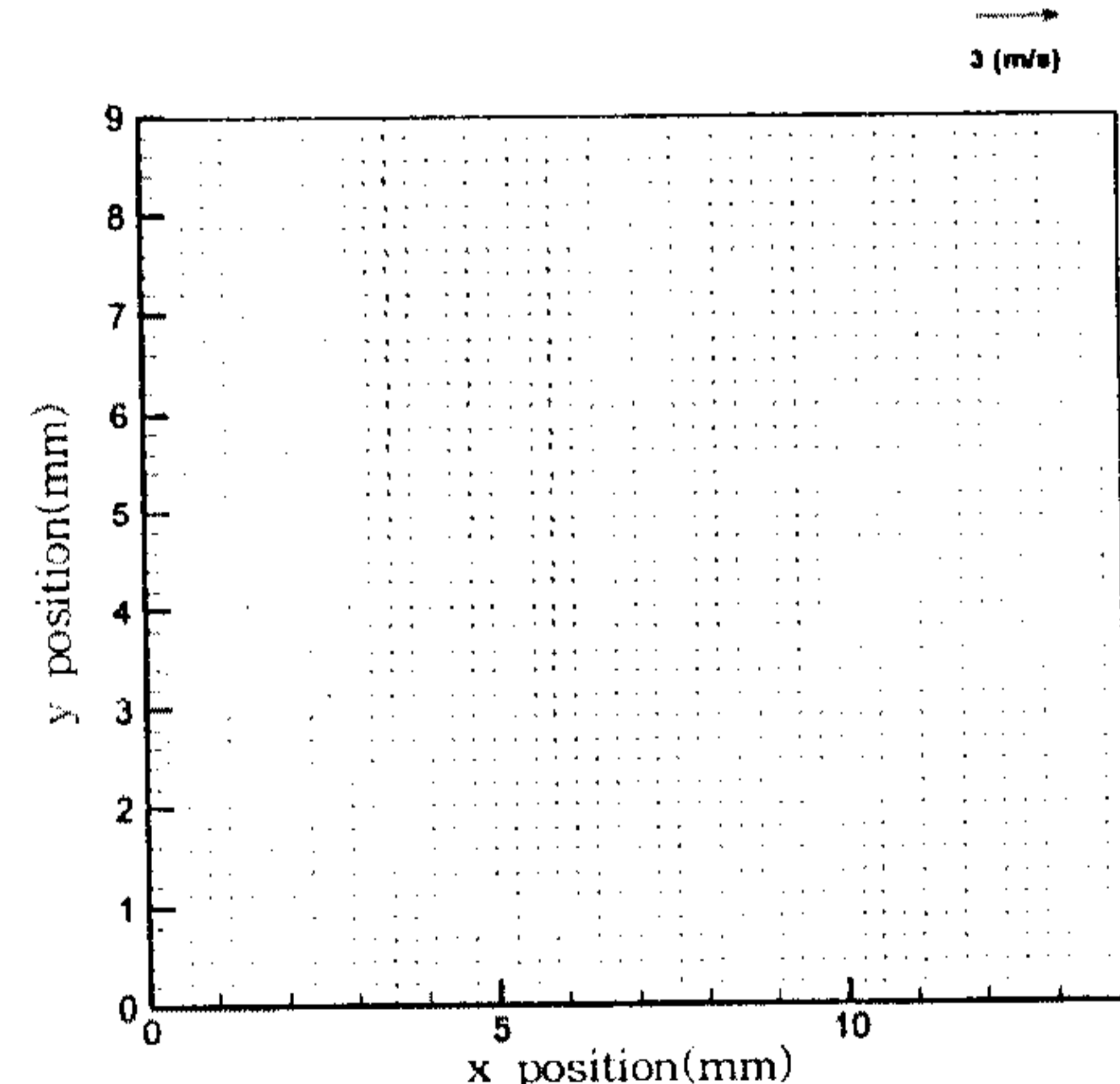


(b) with SCV(2.5mm cutoff)

Fig.10 Comparison of low-pass spatially filtered velocity distributions with characteristic length scale between two cases



(a) w/o SCV(2mm cutoff)



(b) with SCV(2.5mm cutoff)

Fig.11 Comparison of high-pass spatially filtered velocity distributions with characteristic length scale between two cases

의 난동성분과 평균속도를 분리할 수 있는 컷 오프 주파수 영역으로 간주할 수 있음을 확인할 수 있다.

또한 특성길이로 고주파 필터링한 후의 유동장 결과인 Fig.11로 부터는 스월 방향의 SCV부착시 공간적인 난동성분이 매우 적은 정류된 유동장을 얻을 수 있다는 사실을 알 수 있었고, 좌우 대칭인 흡기 2밸브 연소실내의 형성되는 텀블 유동의 경우 TDC에는 점화플러그 주변의 유동장에 공간적으로 난동 성분이 많이 존재한다는 사실을 알 수 있다.

3.3 유동변형률 및 와도의 공간 스케일

다음은 화염의 초기 성장에 중요한 영향을 미치는 스파크 플러그 주변 난류 유동장의 해석을 위해 PIV로 측정된 순간 속도장을 이용하여 계산

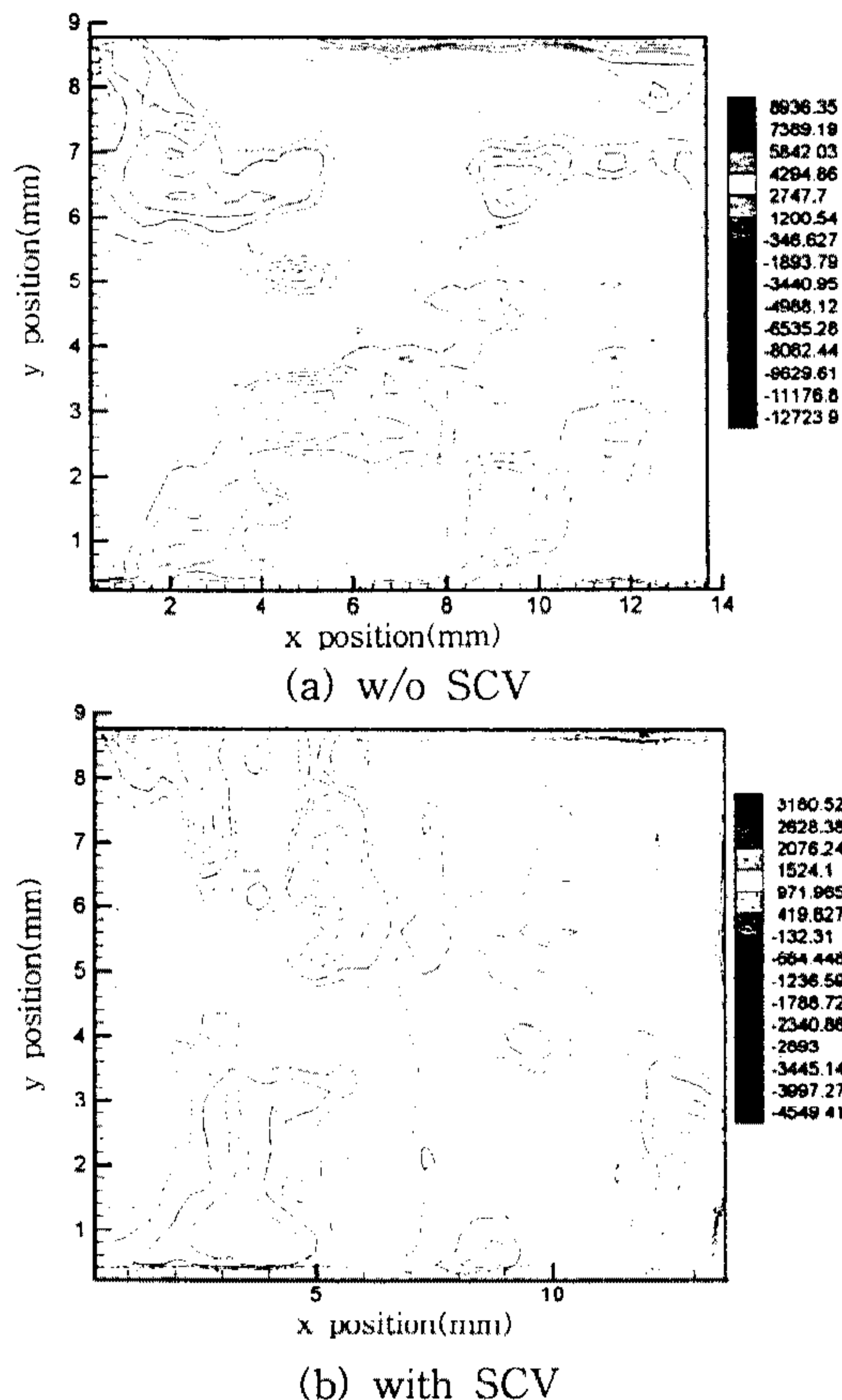


Fig.12 Instantaneous vorticity distribution in combustion chamber at TDC

된 순간 와도 분포를 Fig.12에 나타내었다. SCV를 장착한 경우 축 방향보다는 반경 방향의 스월 유동이 지배적이므로, 한쪽 방향(y방향)으로 편재된 와도 분포를 보이고 있으나, SCV를 미장착한 경우(a)는 축 방향의 유동, 즉 텀블 유동이 SCV장착한 경우(b)보다는 우세할 것으로 예상되므로 그림과 같이 소스(source)나 싱크(sink)모양의 와도 분포가 더 많이 나타나 있는 것으로 판단된다.

Fig.13은 유동 변형률을 계산한 결과를 나타낸다. 변형률은 와확장(vortex stretching)에 의한 에너지 전달과 난류 운동 에너지 생성에 중요한 역할을 하는 것으로 보고되고 있으며, 또한 화염의 확장(stretching), 윙클링(wrinkling), 소멸(extinction)과도 밀접한 관련을 지니는 것으로 알려져 있다. 이러한 변형률의 차수(order)는 많은 논문에서 수백~수천(s^{-1}) 정도로 보고되고 있는데,

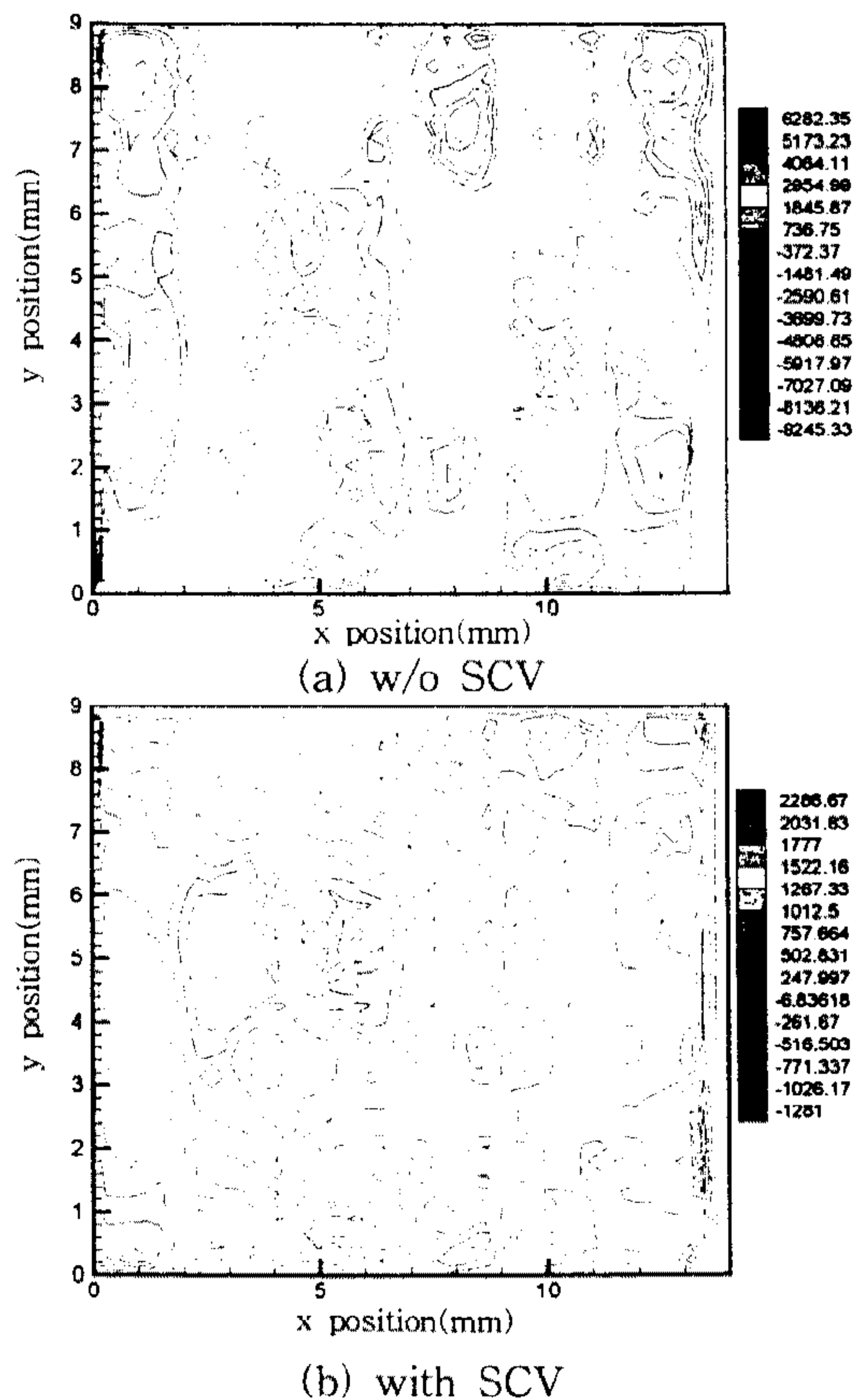


Fig.13 Large scale strain rate distribution(e_{11}) in combustion chamber at TDC

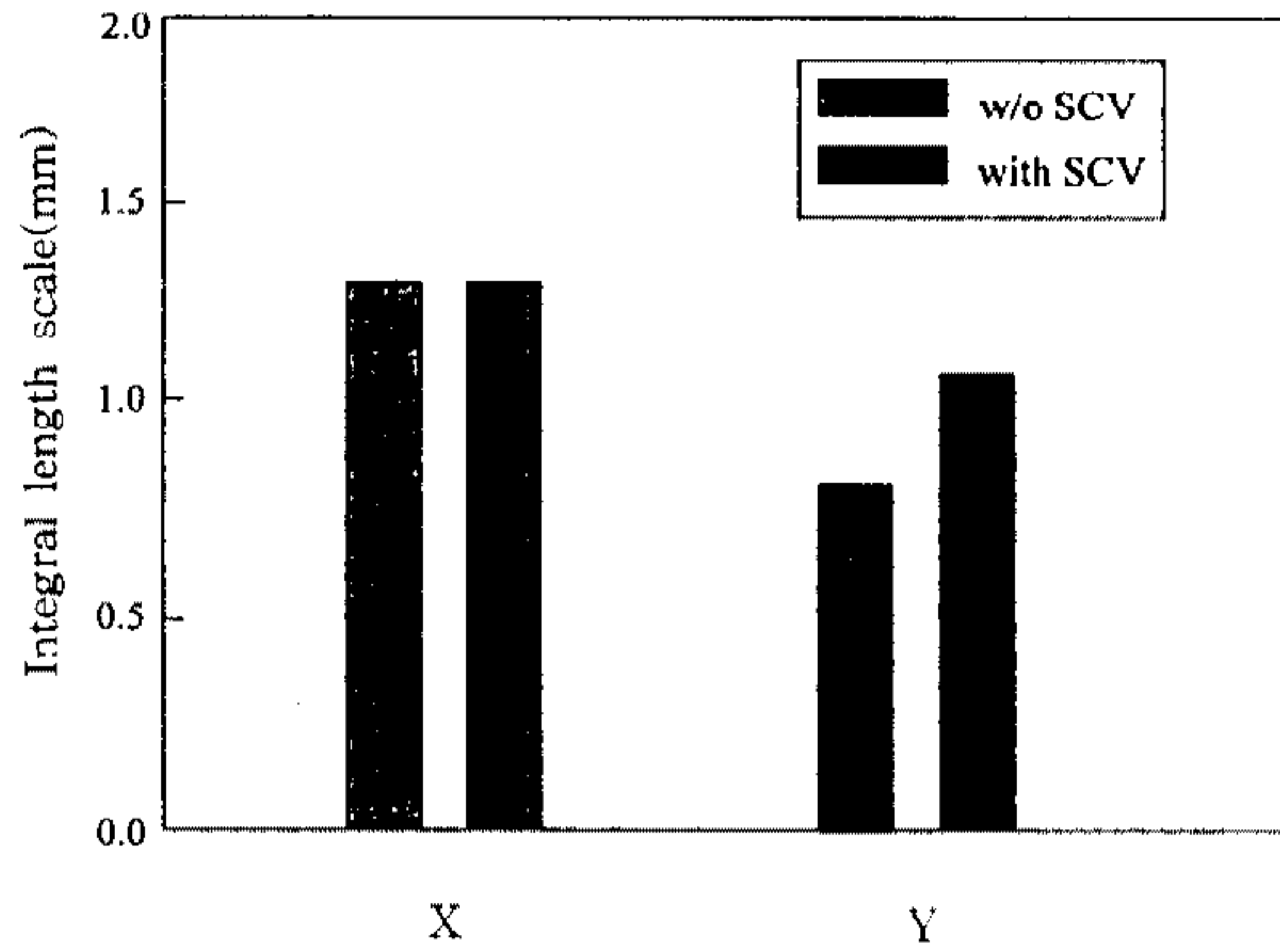


Fig.14 Comparison of vorticity integral length scale

이러한 수치는 본 연구에서 계산한 차수와 대체로 근접함을 보여준다.

Fig.14는 계산된 와도의 적분 길이 스케일을 비교한 그래프이다. SCV미장착인 경우보다 장착한 경우가 x, y방향으로 적분 길이 스케일이 각각 증가하였는데 이러한 이유는 연소실 반경 방향으로 진행될수록 SCV를 장착한 경우의 유속이 강해져서 와도는 약해지지만 와의 크기가 신장되었음을 보여준다. 이러한 결과는 Fig.12의 와도 분포에서 보여준 바와 같이 SCV를 부착한 경우가 미부착인 경우보다 x방향의 변화보다는 y방향의 변화가 우세한 것으로 나타난 결과와도 잘 일치하고 있다.

4. 결 론

이색 스캐닝 PIV법을 이용하여 단기통 가시화 엔진내의 유동 실험을 한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 컬러 이미지 처리법을 이용하면 산란광의 공간적 주기변화에 따른 상관에 의존하지 않고 서로 다른 두 색깔의 공간적 주기변화에 따른 상관함수를 계산할 수 있으므로 방향판별이 용이하였고, 연소실내와 같은 유동 패턴이 복잡한 곳에서도 정도가 높은 데이터를 얻을 수 있었다.
- 2) 회전미러를 이용하여 레이저 빔을 주사(scanning)함으로써 250 μ m 정도의 공간 해상도

가 높은 데이터를 얻을 수 있었다.

- 3) 스파크 플러그 아래에 있어서의 스월 유동의 순간 속도치는 SCV장착시와 미장착시인 경우 각각 9.0427(m/s), 5.2256(m/s)로 측정되었고 작은 구조의 스케일을 살펴 볼 수 있었다.
- 4) 공간 필터링 기법을 이용하여 연소실내 유동장의 공간 평균유동(저주파 필터링)과 작은 스케일의 유동분포(고주파 필터링)를 분리할 수 있었다.
- 5) 2차원 상관함수를 이용하여 연소실내 와도의 적분 길이 스케일을 계산하였고 측정 결과 SCV를 장착한 경우가 x, y방향으로 각각 증가하였다.

참 고 문 헌

1. P. Sweetland and R. D. Reitz, "Particle Image Velocimetry Measurements in the Piston Bowl of a DI Diesel Engine", SAE Paper 940283, 1994.
2. M. Reeves, et al., "Study of Barrel Swirl in a Four-Valve Optical IC Engine Using Particle Image Velocimetry", International Symposium COMODIA 94, 1994.
3. H. J. Neuber, J. Geiger, "Continuous Variable Tumble - A New Concept for Future Lean Burn Engines", SAE Paper 960607, 1996.
4. B. Khalighi, M. S. Huebler, "A Transient Water Analog of a Dual-Intake-Valve Engine for Intake Flow Visualization and Full-Field Velocity Measurements", SAE Paper 880519, 1988.
5. H. J. Neuber, L. Spiegel, J. Ganser, "Particle Tracking Velocimetry - A Powerful Tool to Shape the In-Cylinder Flow of Modern Multi-Valve Engine Concepts", SAE Paper 950102, 1995.
6. Peter O. Witze, "Velocity Measurements in the End-Gas Region During Homo-

- geneous-Charge Combustion in a Spark Ignition Engine, Laser Techniques and Applications in Fluid Mechanics”, Springer-Verlag, pp. 518~534.
7. K. Y. Kang, et al., “The effect of intake port design in lean burn SI engines”, S443/009 _ IMechE, pp. 135~147, 1996.
 8. K. H. Lee, et al., “バタフライ式スワ-制御弁(SCV)による スワ-ル生成とその流動特性の解析”, 自動車技術會論文集, Vol. 24, No. 3, pp. 22~27, July 1993.
 9. David L. Reuss, et al., “Instantaneous Planar Measurements of Velocity and Large Vorticity and Strain Rate in an Engine Using Particle-Image Velocimetry”, SAE Paper 890616.
 10. 金子 誠, “高分解能 PIVによる筒内亂流の空間的評價”, 第12回内燃機關シンポジウム講演論文集 9537367, pp. 437~442, 1995.
 11. 이기형, 이창식, 정재우, 전문수, “텀블 강화형 밸브에 의한 흡기포트 및 실린더내의 유동 특성에 관한 연구”, 자동차공학회논문집, 제5권 제2호, pp. 183~196, 1997.
 12. 이영호, “PIV에서 동시다점계측의 원리 및 응용”, 대한기계학회 열 및 유체공학부문 학술강연 논문집, pp. 30~44, 1996.
 13. 이창식, 이기형, 전문수, 임경수, “단일 프레임 입자 추적법을 이용한 흡입 2밸브 가솔린 기관의 실린더내 정상 유동 해석”, 대한기계학회논문집(B), 제21권 제5호, pp. 650~658, 1997.