

직사각형 덕트에서 Reiner-Rivlin 유체의 이차유동 및 열전달에 관한 수치해석

정석호* · 손창현** · 신세현**

(1997년 4월 19일 접수)

Numerical Analysis for the Secondary Flow and Heat Transfer of a Reiner-Rivlin Fluid in a Rectangular Duct

Suk Ho Jung, Chang Hyun Sohn and Sehyun Shin

Key Words : Secondary Flow(이차유동), Reiner-Rivlin Model(라이너리브린 모델), Viscoelastic Fluid(점탄성 유체), Heat Transfer Mechanism(열전달 기구)

Abstract

The present numerical study investigates the effect of a secondary flow on the heat transfer in order to delineate the mechanism of laminar heat transfer enhancement of a viscoelastic fluid in rectangular ducts. The second normal stress generating a secondary flow is modeled by adopting the Reiner-Rivlin constitutive equation and the calculated secondary flow showed good agreement with experiments. The primary velocity U as well as the pressure drop were not affected by the secondary flow in rectangular ducts, whose order of magnitude is less than 0.1% of the primary velocity. The small magnitude of the secondary flow, however, affect moderately the temperature fields. The calculated Nusselt numbers with secondary flow show 50% heat transfer enhancement over those of a purely viscous non-Newtonian fluid, which are considerably lower than the experimental values. Therefore, we conclude that there should be an additional heat transfer enhancement mechanism involved in the viscoelastic fluid such as temperature-dependence.

기 호 설 명

C : 비열
 D_h : 덕트 수력 직경, m
 f : 마찰 계수
 G_z : 그레츠 수(Graetz number)
 K : 멱 법칙 상수(consistency index)
 k : 열전도율
 n : 멱 법칙 지수(power law index)
 Nu : 누셀트 수(Nusselt number)
 P : 압력

\bar{q}'' : 열유속(heat flux), W/m^2

Re^* : 일반 레이놀즈 수

$$\left(Re^* = \frac{\rho U^{2-n} D_h^n}{\left[8^{n-1} \left(b^* + \frac{a^*}{n} \right) K \right]} \right)$$

Ra : 레일리 수(Rayleigh number)

T : 무차원 온도 ($T = \frac{\bar{T} - \bar{T}_i}{q'' \cdot D_h / k}$)

N : 격자수(number of grid points)

그리스문자

α_1 : 일차 수직 응력계수, 식 (5)

α_2 : 이차 수직 응력계수, 식 (6)

*회원, 현대중공업 선박해양연구소 선박연구실

**회원, 경북대학교 기계공학부

γ : 전단률, 식 (4)

η : 점도

ρ : 밀도

τ : 응력

상첨자

— : 차원량

하첨자

0 : 정지 유동장

avg : 평균

bulk : 벌크(bulk)

1. 서 론

점탄성 유체의 사각덕트 층류유동 열전달 실험에서 기존의 뉴셀수보다 약 200~300% 이상의 높은 값이 보고되었다.^(1,2) 특히, 2:1 직사각형 덕트에서의 Polyacrylamide (Separan-AP 273, Dow Chem) 수용액에 대한 체계적인 실험에서 뉴셀수의 값이 물의 경우보다 300% 이상 향상됨을 보고하였다.⁽³⁾ 이와 같은 층류유동에서 200~300%의 뉴셀수 증가 원인에 대한 관심과 연구가 집중되기 시작하면서 점탄성유체의 수력학적 특성과 그에 따른 열전달 메카니즘에 대해 크게 두 가지의 해석이 제시되고 있다.

먼저, Xie와 Hartnett⁽³⁾은 2:1 직사각형 덕트에서 Separan, Carbopol 수용액으로 세 가지의 다른 열 경계조건에 대해 실험을 하여 이들 유체가 물보다 높은 뉴셀수를 보고하고, 이러한 현상이 원형관에서는 나타나지 않음을 근거로 하여 열전달 향상 원인을 점탄성유체의 특성에 의한 수직응력 차이로 생긴 이차유동 때문일 것으로 해석하였다. 또한, Xie와 Hartnett⁽⁴⁾은 뉴턴 유체인 Mineral oil에 대하여 열전달 실험을 하여 직사각형 덕트의 상부벽만이 가열되는 경우에 있어 뉴셀수가 물보다 30~40% 정도 향상되며 그 원인을 점도 변화에 따른 이차유동의 발생으로 해석하였다. 이러한 실험적 연구는 열전달 실험결과를 토대로 한 추정이었기 때문에 이차유동의 영향이 200~300%의 뉴셀수를 증가시킨다는 것을 입증하지 못하였다.

한편, Shin과 Cho^(5,6)는 Xie와 Hartnett^(3,4)의 실험 유체인 Mineral oil과 Polyacrylamide수용액에 대하여 온도에 의존적인 점도를 측정하여, 온도

의존적 점도 모델의 수식화를 제안하였으며, 이를 이용한 수치 해석을 통하여 점탄성 유체의 뉴셀수 증가의 원인을 고온 벽면 부근에서의 점도 감소로 인한 속도구배 증가로 대류열전달 성능이 향상되는 것으로 설명하였다. 이들 두 가지 해석은 서로 각기 다른 점탄성 유체의 특성으로부터 출발하기 때문에 이에 따른 열전달 메카니즘의 해석에서도 전혀 다른 설명으로 구성되고 있다. 따라서 두 가지 관점을 기존의 실험연구 및 수치해석을 면밀히 검토해볼 필요가 있다.

이차 유동의 특성을 수치 해석적으로 모사하기 위해 Gervang과 Larsen⁽⁷⁾은 직사각형 덕트 내부를 흐르는 2%의 Viscarin 수용액에 대하여 일차 수직응력계수(α_1)와 이차 수직응력계수(α_2)를 모두 고려한 CEF 방정식(Criminale Ericksen Filbey Equation)을 사용하였다. 이차수직응력계수를 α_1 의 0.15배 값을 사용하여 계산한 Gervang과 Larsen⁽⁷⁾의 결과는 레이저 유속계(LDV)를 사용하여 측정된 이차유동의 속도보다 약 1.8배 크게 예측되었다. Gao와 Hartnett⁽⁸⁻¹⁰⁾은 CEF모델에서 일차 수직응력계수를 무시한 Reiner-Rivlin 점탄성 유체 모델을 사용하였고, 이차 수직응력계수의 범위가 α_1 의 0.1~0.25배 정도라는 실험적 결과^(11,12)를 근거로 이 범위의 이차 수직응력계수에 따른 이차 유동의 크기와 이에 따른 열전달의 향상을 보고하였다. 이를 통해 Gao와 Hartnett⁽¹⁰⁾은 기존의 해석, 즉 점탄성유체의 특성으로 인한 이차유동 생성과 이에 따른 대류열전달 성능의 향상 메카니즘 해석을 뒷받침하였다. 그러나 Gao와 Hartnett⁽¹⁰⁾은 실험과의 구체적인 정량적 비교를 하지 않고 광범위한 α_2 의 값에 대하여 계산하였기 때문에 이차 유동 현상만으로 전체 열전달 증가를 설명할 수 있는 것인지 아니면 전체 열전달 증가의 일부분만을 설명할 수 있는지 해석이 명확하지 못하다.

이러한 연구배경에서 알 수 있듯이 점탄성 비뉴턴 유체의 열전달 증가 현상에 대한 서로 다른 해석은 전체 열전달 향상의 원인 가운데 한 부분만을 설명한 것일 수 있으므로 이들 열전달 향상 기구가 직사각형 덕트내 점탄성 비뉴턴 유체 유동의 열전달 증가에 미치는 영향이 얼마 정도인지를 정량적으로 실험과 비교할 필요가 있다. 따라서 본 연구에서는 실험에 근거한 α_2 를 선정하고 이차 유동으로 인한 열전달 향상을 수치적으로 계산하여 동일한 조건의 실험결과와 비교를 통해 열전달 향상 배

카니즘을 구명하고 이차유동이 열전달 향상에 미치는 정량적 영향을 고찰하고자 한다.

2. 지배방정식 및 경계조건

Fig. 1은 본 연구의 문제를 묘사한 개략도이다. 수력학적 경계조건으로는 직사각형 덕트 입구에서 완전히 발달된 유동조건으로 주었으며 모든 벽면에서는 점착조건(no-slip condition)을 적용하였다. 열경계 조건은 덕트의 입구에서 균일한 유체온도 T_i 가 주어지고 출구에서는 $\partial^2 T / \partial x^2 = 0$ 를 사용하였으며, 직사각형 덕트의 상부벽은 덕트의 축 방향으로 일정한 열유속(heat flux)이 가해지고, 나머지 벽면들은 단열 되어 있다. 덕트의 상부벽에만 열을 가하여 주기 때문에 부력에 의한 이차 유동은 무시할 수 있다.

3.1 지배방정식

지배방정식은 3차원 정상상태, 비압축성, 층류유동으로 점도는 비뉴턴 유체이므로 전단률의 함수($\eta = \eta(\dot{\gamma})$)로 두었으며 온도의 영향에 따른 점도의 영향은 이번 연구에서는 고려하지 않았고, 나머지 물성치(ρ , k , C)는 상수로 가정하였다. 이와 같은 가정 하에서 본 문제의 물리 현상을 해석할 수 있는 지배 방정식은 다음과 같다.

연속방정식 :

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

운동량방정식 :

$$\frac{\partial(\rho u_i u_k)}{\partial x_k} = -\frac{\partial P}{\partial x_j} + \frac{1}{Re^+} \left(\frac{\partial \tau_{jk}}{\partial x_k} \right) \quad (2)$$

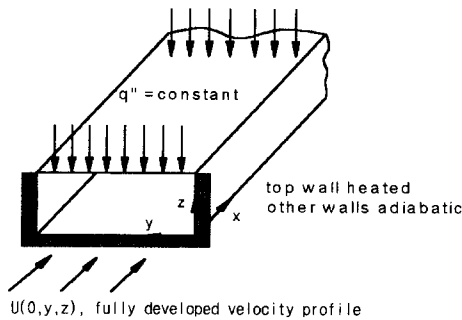


Fig. 1 Hydrodynamic and thermal boundary conditions.

에너지방정식 :

$$\frac{\partial(\rho C T u_j)}{\partial x_j} = \frac{1}{Pr^+ Re^+} \left[\frac{\partial}{\partial x_j} \left(k \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) \right] \quad (3)$$

여기서 무차원 변수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} x &= \frac{x}{D_h}, \quad u = \frac{u}{U_{avg}}, \quad \rho = \frac{\rho}{\rho_{ref}}, \\ P &= \frac{P - P_{ref}}{\rho_{ref} U_{avg}^2}, \\ k &= \frac{k}{k_{ref}}, \quad \eta = \frac{U_{avg}^{1-n}}{K D_h^{1-n}} \eta, \quad T = \frac{T - T_{ref}}{q'' D_h / k_{ref}}, \\ Re^+ &= \frac{\rho_{ref} D_h^n U_{avg}^{2-n}}{K}, \\ Pr^+ &= \frac{K C_{ref}}{k_{ref}} \left(\frac{D_h}{U_{avg}} \right)^{1-n} \end{aligned}$$

무차원 전단률은 다음과 같다.

$$\dot{\gamma} = \left[2 \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (4)$$

2.2 Reiner-Rivlin 모델과 검증

점탄성 비뉴턴 유체가 직사각형 덕트의 내부를 흐를 때 유체의 이차 유동은 수직응력의 차이에 의해 발생하며, 수직응력의 차이가 나지 않는 축대칭관, 즉 원관내의 유동에서는 점탄성유체라도 이차 유동이 생성되지 않는다. 여기서 수직 응력차를 나타내는 α_1 과 α_2 는 수직응력의 차를 전단률의 제곱으로 나눈 값으로 다음과 같이 정의된다.

일차 수직 응력계수 :

$$\alpha_1 = (\tau_{xx} - \tau_{yy}) / \dot{\gamma}^2 \quad (5)$$

이차 수직 응력계수 :

$$\alpha_2 = (\tau_{yy} - \tau_{zz}) / \dot{\gamma}^2 \quad (6)$$

이러한 응력계수를 수식에 도입하기 위한 각종 모델이 제시되어 있다.⁽¹¹⁾ 그 모델 가운데에서도 Reiner-Rivlin 모델⁽¹³⁾은 가장 단순한 모델로서 Gao와 Hartnett⁽⁷⁾는 이를 점탄성 유체모델로 적용하여 직사각형덕트에서의 이차유동 특성과 열전달 특성을 연구하였다. 이 때, Reiner-Rivlin 모델은 다음과 같다.

$$\tau_{ij} = \eta \dot{\gamma}_{ij} + \alpha_2 \dot{\gamma}_{ik} \dot{\gamma}_{kj} \quad (7)$$

여기서, $\dot{\gamma}_{ij} = \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$

이며, 식 (7)의 계수 α_2 는 다음 식으로 무차원화된다.

$$\alpha_2 = \frac{Re^+}{D_h^2 \rho_{ref}} \alpha_2 \quad (8)$$

그리고 점탄성 유체가 아닌 비뉴턴 유체의 경우에는 이차응력 계수 α_2 을 영으로 두고 다음과 같은 Carreau 모델을 사용하였다.

$$\frac{\eta(\dot{\gamma}) - \eta_\infty}{\eta_0 - \eta_\infty} = [1 + (De\dot{\gamma})^2]^{(n-1)/2} \quad (9)$$

(9)식에서 De 는 데보라 수이며 η_0 과 η_∞ 는 전단율이 영일때와 무한대 일때의 점도이고 n 은 멱법칙 지수이다. Separan 수용액의 경우 Hartnett의 실험조건과 같은 De 는 100, n 은 0.643의 값을 적용하였다.

이 Reiner-Rivlin 모델은 일차응력계수(α_1)를 0으로 가정하고 이차응력계수(α_2)만을 고려하는 단순화된 응력모델이기 때문에, 일차 수직응력을 고려한 여타의 모델에 비해 일반성이 없다는 지적을 받을 수 있다. 그러나 Dodson등⁽¹⁴⁾과 Townsend등⁽¹⁵⁾은 일차 수직 응력계수가 주유동방향으로의 속도에 영향을 주는 반면 이차유동에의 영향은 매우 작다는 결과로부터 주유동방향으로의 속도 변화가 없는 덕트내의 완전 발달된 유동장에서의 이차유동을 해석하는데에는 Reiner-Rivlin 모델로서 충분하다고 판단이 되나, 이 모델에 대한 보다 엄밀한 검토를 본 연구에서 수행하였다.

Fig. 2는 이차유동을 유발하는 점탄성유체에 대한 응력모델로서 Reiner-Rivlin 모델의 신뢰성을 검증하기 위하여 Gervang과 Larsen⁽⁷⁾의 이차유동 유속에 대한 실험결과와 본 계산결과를 비교하였

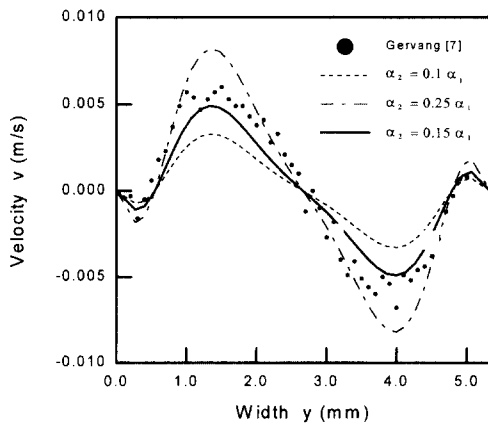


Fig. 2 Comparison of measured and calculated velocity profile $v(y)$.

다. 실험의 직사각형 덕트의 종횡비는 $3 \times 5.33 \text{ mm}^2$ 이며 평균유속은 1.0 m/s 이다. 이 그림에서 3가지의 α_2 값에 대하여 실험과 비교하였는데, $\alpha_2 = 0.15 \alpha_1$ 의 값은 실험결과로부터 Gervang과 Larsen⁽⁷⁾이 수치계산에 사용한 값이다. 이 결과를 살펴보면 α_2 가 증가할수록 이차유동장의 속도가 증가함을 알 수 있고, α_2 의 범위가 $0.1 \alpha_1 \leq \alpha_2 \leq 0.25 \alpha_1$ 정도라는 실험적 결과^(11,12)를 확인할 수 있으며, Gervang과 Larsen⁽⁷⁾이 실험결과로부터 사용한 $\alpha_2 = 0.15 \alpha_1$ 의 값이 적절하다 판단된다. 이 계산 결과를 통하여 본 수치 해석에 사용한 Reiner-Rivlin 모델이 이차유동 유속을 적절히 잘 예측함을 알 수 있으며, 본 연구에서의 점탄성 유체모델로서 Reiner-Rivlin 모델의 적용은 타당성이 있다고 판단된다.

2.3 수치 기법

수치 해석 방법은 SIMPLE-C 알고리즘을 채택하였고, 대류항의 이산화(discretization)는 Hayase 등⁽¹⁶⁾이 제안한 QUICK 방법을 사용하였으며 경계면에서도 3차의 정확도를 가지도록 처리하였다. 점탄성 유체를 계산하기 위한 Reiner-Rivlin 모델의 이차응력 계수 항은 운동량 방정식의 원천항에 첨가하였고, 수렴 조건은 이차 유동장의 크기가 주유동장의 10^{-3} 정도이므로 이차 유동의 정확도를 최소한 0.1%의 범위 안에 두기 위해 $|\phi^{n \text{ step}} - \phi^{n-1 \text{ step}}| < 10^{-6}$ 으로 잡았다. 계산의 정확도와 계산결과격자의 의존성을 알아보기 위하여 등간격 격자를 사용하여 2:1 덕트내의 뉴턴 유체의 속도 및 마찰계수와 레이놀즈수의 곱($f \cdot Re$)을 이론치와 비교를 하였으며, 이를 통해 계산결과가 정확하다고 판단된 41×41 격자를 수치해석에 사용하였으며, 수치해석의 정확도에 대한 좀더 상세한 내용은 본 연구의 선행 논문인 참고 문헌⁽¹⁷⁾에 기술되어 있다.

3. 결과 및 고찰

본 연구에서는 점탄성 비뉴턴 유체로 Separan AP-273(1000wppm) 유체를 사용하여 수치계산하고 그 결과를 Xie와 Hartnett⁽³⁾의 실험치와 비교하였다. 비뉴턴 유체의 점도 모델은 Carreau 모델을 사용하였다. 본 논문에서는 이차유동이 존재하는 경우($\alpha_2 \neq 0$)의 점탄성 비뉴턴 유체를 Reiner-Rivlin 유체라 하고 α_2 가 0인 경우를 Carreau 유체

Table 1 Comparison of $f \cdot Re$.

$f \cdot Re^+$		Aspect ratio	1.0	0.75	0.5	0.2
$n=0.643$	Kozicki[13]		7.650	7.741	8.131	9.389
	Present		7.483	7.568	7.940	9.243
$n=0.7$	Kozicki[13]		8.451	8.561	9.026	10.528
	Gao[6]		8.268	N/A	8.813	10.334

로 부르기로 한다.

본 연구를 위해 개발된 프로그램의 뉴턴 유체에 대한 계산의 정확도와 격자 의존성은 Kim 등⁽¹⁷⁾의 연구를 통해 수행되었다. 비뉴턴 유체에 대한 계산의 정확도 검증은 Xie와 Hartnett⁽⁹⁾의 실험치 인력 법칙 지수 $n=0.643$ 의 값에 대하여 직사각형 덕트의 중형비를 바꾸었을 때 Carreau 모델의 $f \cdot Re^+$ 값을 Kozicki⁽¹⁸⁾의 이론치와 비교를 통해 수행하였으며 Table 1에 정리하였다. Carreau 모델과 역 법칙 모델의 두 가지를 다 사용해 보았으나 두 가지 모델간의 값 차이는 거의 없었고, 이론치와의 차이는 최대 2.3% 이다. Table 1에는 $n=0.7$ 을 사용한 Gao와 Hartnett⁽⁸⁾의 수치결과도 함께 보여 주고 있는데 이와 비교해 보아서 본 수치해석의 정확성에 대한 신뢰를 가질 수 있다.

3.1 비뉴턴 점탄성 유체의 유동 특성

Fig. 3은 2:1 직사각형 덕트에서 α_2 에 따른 $f \cdot Re^+$ 의 값을 나타내고 있다. Reiner-Rivlin 유체에서 α_2 가 증가하면 $f \cdot Re^+$ 도 선형적으로 증가하는 경향이 있으나, 그 값이 Carreau 유체의 경우와 비교해 1% 이내의 범위에 있으므로 α_2 에 따른 이차 유동은 마찰계수 증가 즉, 압력강하에는 별다른 영향을 주지 않음을 알 수 있다. 이와 같은 결과는 새로이 추가되는 동력 없이 이차유동장 형성에 따른 열전달 향상을 기대하게 한다.

이차 유동에 따른 압력 강하 정도는 Kozicki⁽¹⁸⁾가 제안한 레이놀즈 수, Re^* 를 사용한 마찰계수 f 와의 상관식 (9)와의 비교를 통해서도 알 수 있다.

$$f \cdot Re^* = 16 \quad (9)$$

여기서,

$$Re^* = \frac{\rho U^2 - n D_h^n}{\left[8^{n-1} \left(b^* + \frac{a^*}{n} \right) K \right]} \quad (10)$$

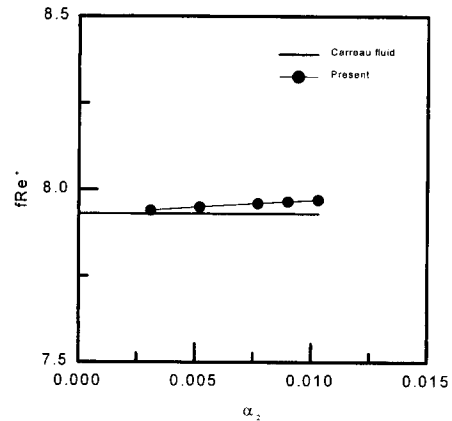


Fig. 3 $f \cdot Re^+$ of Reiner-Rivlin fluid vs α_2 in a 2:1 rectangular duct.

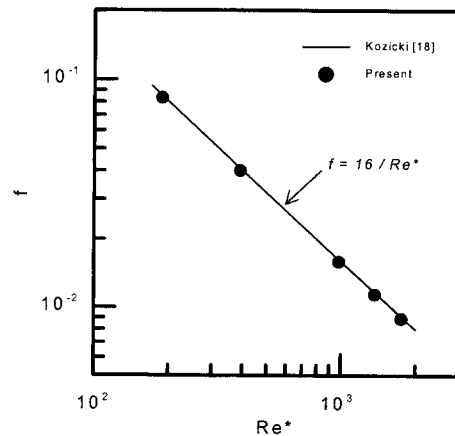
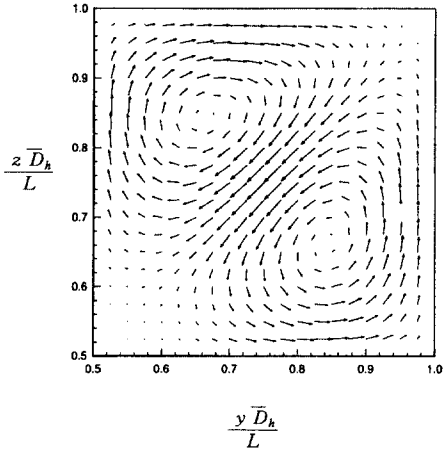


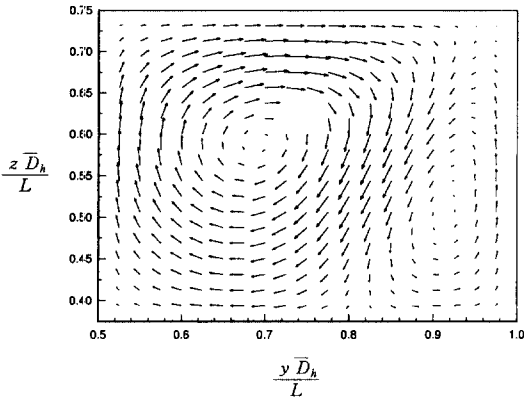
Fig. 4 Friction factor of Reiner-Rivlin fluid ($\alpha_2=0.0031$) in a 2:1 rectangular duct.

로 정의되며, a^* 와 b^* 는 덕트의 형상에 따라 다른 값을 가지는 상수로서, 2:1 덕트의 경우 a^* 는 0.2439, b^* 는 0.7278이다.

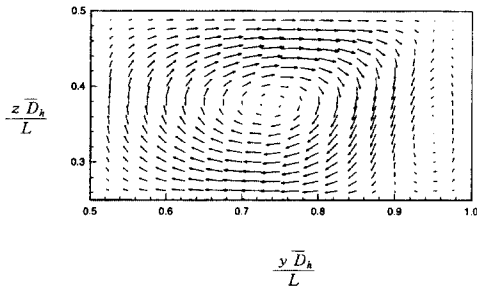
Fig. 4는 이차 유동이 존재하는 Reiner-Rivlin 유체의 마찰계수 f 의 값을 Re^* 에 따라 나타낸 것



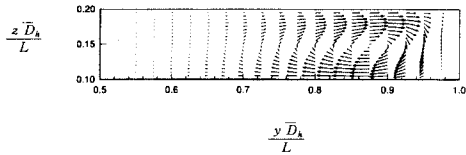
(a) Aspect ratio of 1.0



(b) Aspect ratio of 0.75



(c) Aspect ratio of 0.5



(d) Aspect ratio of 0.2

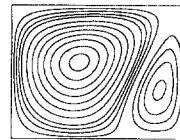
Fig. 5 Secondary flows for various duct aspect ratio.

으로 식 (9)와 비교하여 수치계산 결과가 잘 일치함을 알 수 있다. 이것은 Reiner-Rivlin 유체의 이차 유동이 주유동 속도의 $10^{-3} \sim 10^{-4}$ 인 미약한 유동장이기 때문에 이차 유동의 존재는 주유동 속도 분포에 별다른 영향을 미치지 못하고, 그 결과로 이차 유동 때문에 압력 강하가 일어나는 정도는 미약하기 때문이다.

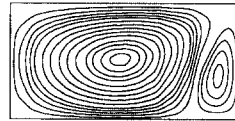
Fig. 5와 Fig. 6은 여러 가지 종횡비의 덕트에 대하여 완전히 발달된 이차 유동을 속도 벡터와 유선으로 나타낸 그림으로, 종횡비에 따른 수력직경 D_h 는 일정하게 주어 동일한 레이놀즈수 ($Re=96.3$)에 대하여 계산하였다. 이차 유동은 덕트 단면의 중심을 기준으로 y 축과 z 축에 대칭이므로 그림은 1사분면만을 나타내었다. Fig. 5(a)는 종횡비가 1.0인 정사각형 덕트의 경우로 두 개의 이차 유동 셀이 대각선을 기준으로 서로 대칭적으로 존재한다. 종횡비가 0.75인 (b)의 경우 이차 유동 셀의 대칭성은 깨어지고 짧은 벽면 쪽의 이차 유동 셀이 작아 졌음을 알 수 있다. 종횡비가 더 감소 할 수록 짧은 벽면 쪽의 이차 유동 셀은 상대적으로 크기가 더 작아지다가 종횡비가 0.2인 (d)의 경우



(a) AR=1



(b) AR=0.75



(c) AR=0.5



(d) AR=0.2

Fig. 6 The streamline for the various aspect ratio.

이차 유동 셀이 사라지고 하나의 셀만이 나타난다. 중형비가 감소함에 따라 점차로 성장하는 셀의 중심도 점차 짧은 벽면 쪽으로 이동하여 덕트 중심부에서는 거의 이차유동을 발견할 수 없게 된다. 이와 같이 중형비의 감소에 따른 이차유동의 변화 양상은 Fig. 6의 유선도에서 좀더 분명하게 나타나 있다.

3.2 비뉴턴 점탄성 유체의 열전달 특성

Fig. 7은 2:1 직사각형 덕트에서 Carreau 유체와 이차유동을 갖는 점탄성유체인 Reiner-Rivlin 유체에 대하여 열전달 특성을 비교한 것으로, 유동 방향에 따른 상부벽(top wall) 온도와 유체평균 온도를 나타낸 그림이다. Reiner-Rivlin 유체는 Carreau 유체에 비하여 일정한 열유속이 가해지는 상부 벽면에서 훨씬 낮은 온도 분포로 계산되어지고, 유체 평균 온도에서는 차이가 나지 않고 있다. 이는 Fig. 5와 Fig. 6에서 알 수 있듯이 이차 수

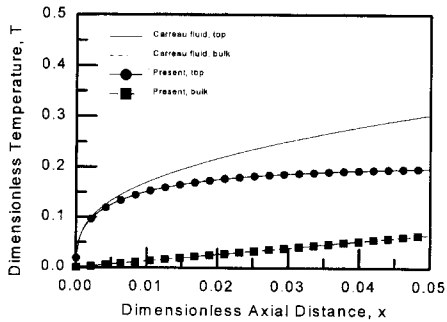


Fig. 7 Dimensionless bulk and mean-wall temperature profiles along the dimensionless axial distance, x .

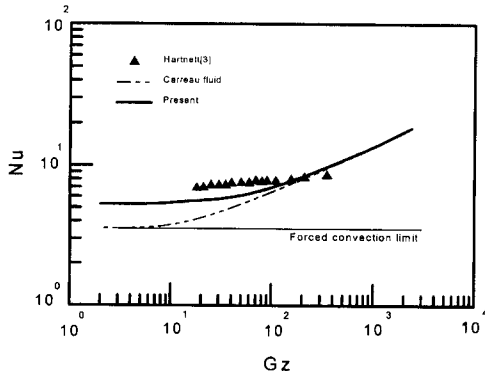


Fig. 8 Prediction improvement due to secondary effect in a 2:1 rectangular duct.

직응력의 차이에 의해 생성된 이차유동이 상부 벽면에서의 가열된 유체를 덕트 중심으로 운송하고 다시 상대적으로 낮은 온도를 지닌 덕트중심의 유체를 가열된 상부 벽면에 운송하여 주는 역할을 통해 열전달이 촉진되기 때문이다.

Fig. 8은 Reiner-Rivlin 유체를 모델로 한 본 계산의 결과를 실험결과와 비교하기 위하여 동일한 레이리 수(Rayleigh number)에 대한 누셀트 수를 Xie와 Hartnett⁽³⁾ 실험치와 비교한 것으로 이차 유동이 존재하지 않는 Carreau 유체 보다 누셀트 수가 50% 이상 증가하였다. 여기에서 사용한 α_2 는 Fig. 2의 계산결과와 Gervang과 Larsen⁽⁷⁾의 논문을 근거로 하여 Gao와 Hartnett⁽⁸⁾이 Separan 수용액 1000wppm에 대하여 측정된 $\alpha_1=0.031$ 의 0.15배 한 값을 사용하였다.

이러한 결과로부터 주유동 속도의 $10^{-3} \sim 10^{-4}$ 정도의 미약한 이차 유동장이 속도장이나 압력 강하에는 별다른 영향을 미치지 않으나 열전달에 있어서는 상당한 효과를 미친다고 할 수 있으며, Hartnett 등⁽¹⁻⁴⁾이 주장하는 이차유동에 의한 점탄성 유체의 열전달 향상기구의 타당성을 입증하고 있다. 그러나 이차유동의 영향을 고려한 수치해석 결과는 아직까지 실험결과⁽³⁾와 차이가 상당히 있으므로 이차 유동현상만이 점탄성 비뉴턴 유체의 열전달을 향상시킨 원인으로 판단할 수 없다. Xie와 Hartnett⁽³⁾의 실험과 이차유동만을 고려한 계산결과와의 차이는 Shin⁽⁶⁾ 등이 설명하는 고온 부근에서의 점도 감소와 이에 따른 속도 증가로 인한 열전달 향상이 되는 메커니즘을 고려하지 않았기 때문일 수 있으므로 이차유동과 함께 온도변화에 따른 점도변화의 영향을 같이 고려한 연구가 필요하다.

4. 결론

이차 수직 응력차에 의해 생성되는 이차유동을 해석하기 위해 점탄성 유체 모델로 Reiner-Rivlin 모델을 적용하여 수치 해석하여 실험과 비교한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 일차 수직응력 차를 무시한 Reiner-Rivlin 점탄성 유체 모델은 완전 발달된 직사각형 덕트 유동의 이차유동 유속을 잘 예측하였고 이차 수직응력 차 α_2 값의 증가에 따라 이차유동 유속이 증가하며, $\alpha_2=0.15 \alpha_1$ 이 적당함을 알 수 있었다.

(2) 이차 유동은 주유동의 속도분포 및 압력강화에 별다른 영향을 주지 않으며, 중횡비가 1.0에서 단위 사분면당 대칭적인 두 개의 이차 유동 셀은 중횡비가 감소함에 따라 하나의 셀이 점점 작아져 중횡비 0.2에서 완전히 하나의 셀로 합쳐진다.

(3) 비뉴턴 점탄성 유체인 Separan-유체에서 이차 유동을 고려한 계산 결과는 이차 유동을 고려하지 않은 경우보다 누셀수가 50% 증가되어서 이차 유동이 열전달을 향상시키는 한 원인으로 판단된다. 그러나 이 계산결과는 아직까지 실험결과보다 낮은 누셀수를 보이고 있으므로 이차유동과 온도에 의존적인 점도의 영향이 상호 연계된 열전달 향상 메카니즘에 대한 해석이 요구된다.

참고문헌

- (1) Hartnett, J. P., and Kostic, M., 1985, "Heat Transfer to a Viscoelastic Fluid in Laminar Flow through a Rectangular Channel," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 28, pp. 1147~1155.
- (2) Hartnett, J. P., 1991, "Viscoelastic Fluids: Experimental Challenges," *Experimental Heat Transfer*, pp. 621~626.
- (3) Xie, C. and Hartnett, J. P., 1992, "Influence of Rheology on Laminar Heat Transfer to Viscoelastic Fluids in a Rectangular Channel," *American Chemical Society*, pp. 727~732.
- (4) Xie, C. and Hartnett, J. P., 1992, "Influence of Variable Viscosity of Mineral Oil on Laminar Heat Transfer in a 2:1 Rectangular Duct," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 35, No. 3, pp. 641~648.
- (5) Shin, S., Cho, Y. I., Gringrich, W. K., and Shyy, W., 1993, "Numerical Study of Laminar Heat Transfer with Temperature Dependent Fluid Viscosity in a 2:1 Rectangular Duct," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 36, No. 18, pp. 4365~4373.
- (6) Shin S., and Cho, Y. I., 1994, "Laminar Heat Transfer in a Rectangular Duct with a Non-Newtonian Fluid with Temperature Dependent Viscosity," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 37, Suppl. 1, pp. 19~30.
- (7) Gervang, B. and Larsen, P. S., 1991, "Secondary Flows in Straight Ducts of Rectangular Cross Section," *J. Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 39, pp.217~237.
- (8) Gao, S. X. and Hartnett, J. P., 1992, "Non-Newtonian Fluid Laminar Flow and Forced Convection Heat Transfer in Rectangular Ducts," *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, Vol. 19, pp.673~686.
- (9) Gao, S. X. and Hartnett, J. P., 1993, "Steady Flow of Non-Newtonian Fluids through Rectangular Ducts," *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, Vol. 20, pp. 197~210.
- (10) Gao, S. X. and Hartnett, J. P., 1996, "Heat Transfer Behavior of Reiner-Rivlin Fluids in Rectangular Ducts," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 39, No. 6, pp. 1317~1324.
- (11) Crochet, M. J., Davies, A. R. and Walters, K., 1984, "RHEOLOGY SERIES, Volume 1: Numerical Simulation of Non-Newtonian Flow," ELSEVIER.
- (12) Keentok, M. Georgescu, A. G., Sherwood, A. A. and Tanner, R. I., 1980, "The Measurement of the Second Normal Stress Difference for Some Polymer Solution," *J. Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 6, pp. 303~324.
- (13) Green, A. E. and Rivlin, R. S., 1956, "Steady Flow of Non-Newtonian Fluids through Tubes," *Q. Appl. Math.*, Vol. 14, No. 3, pp. 299~308.
- (14) Dodson, A. G., Townsend, P. and Walters, K., *Comput. Fluids*. 2 (1973) 317
- (15) Townsend, P., Walters, K. and Waterhouse, W. M., 1976, "Secondary Flows in Pipes of Square Cross-section and the Measurement of the Second Normal Stress Difference," *J. Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 1, pp. 107~123.
- (16) Hayase, T., Humphrey, J. A. C. and Greif, R., 1992, "A Consistently Formulated QUICK Scheme for Fast and Stable Convergence Using Finite-Volume Iterative Calculation Procedures," *J. Computational Physics*, Vol. 98, pp. 108~118.
- (17) 김병석, 신세현, 손창현 1997, "직사각형 덕트에서 전단률에 의존적인 열전도율을 갖는 비뉴턴 유체의 열전달 향상에 관한 수치적 연구," 대기환경학회논문집(B), 제21권, 제6호, pp. 773~778.

- (18) Kozicki, W., Chou, C. H. and Tiu, C., 1966, "Non-Newtonian Flow in Ducts of Arbitrary Cross-sectional Shape," *Chem. Eng. Sci.*, Vol. 21, pp. 665~679.