충돌제트를 갖는 회전원판 위 3차원 경계층의 난류특성(I)
— 평균유동장 —

강형석* · 유정열** · 최해천**

(1998년 2월 2일 접수)

Turbulence Characteristics of a Three-Dimensional Boundary Layer on a Rotating Disk with an Impinging Jet (I)
— Mean Flow —

Hyung Suk Kang, Jung Yul Yoo and Haecheon Choi

Key Words: Three-Dimensional Boundary Layer(3차원 경계층), Pressure-Driven Flow(압력구동유동), Shear-Driven Flow(전단구동유동), Rotating Disk(회전원판), Impinging Jet(충돌제트)

Abstract

The objective of the present study is to investigate experimentally the mean flow characteristics of the three-dimensional turbulent boundary layer over a rotating disk with an impinging jet at the center of the disk, which may be regarded as one of the simplest models for the flow in turbomachinery. A relatively strong radial outflow (crossflow) generated from the impinging jet is added to the radial outflow (crossflow) induced by the centrifugal force in order to create the three-dimensional boundary layer. A new calibration technique has been introduced to determine the velocity direction and magnitude using an I-wire probe, where the uncertainties are $\pm 1.5°$ and ± 0.35 m/s, respectively, in the laminar boundary layer region, compared with the known exact solutions. The flow in the tangential direction is of similar type to that associated with a favorable pressure gradient, considering that no wake region appears in wall coordinate velocity profiles and the Clauser shape factor is between 4.0 and 5.3. The flow angle is significantly changed by the crossflow generated by the impinging jet.

기호설명

c_f : 표면마찰계수($\tau_w/(\rho U^2/2)$)
D : 제트노즐의 출구직경
d : 열선의 직경
E : 열선의 출력전압
G : Clauser 형상계수
H : 형상계수
l : 열선에서 센서부분의 길이
r : 원통좌표계에서 반경방향 좌표
Re_f : 제트 레이놀즈수(U_jD/ν)
Re_r : 회전 레이놀즈수($r^2\Omega/\nu$)
Re_{δ_2} : 운동량두께를 기준으로 한 레이놀즈수($r\Omega\delta_2/\nu$)
U : 원판표면에서 접선방향 평균속도($r\Omega$)
U_j : 제트 출구속도
u, v, w : 보정제트 출구속도 또는 회전좌표계에

* 회원, 서울대학교 대학원 기계공학과
** 회원, 서울대학교 기계공학과

서 접선방향, 수직방향, 반경방향 순간속도

$\overline{u}$, $\overline{v}$, $\overline{w}$: 회전좌표계에서 접선방향 평균속도($\overline{u_\theta} - r\Omega$), 수직방향 평균속도($\overline{u_y}$), 반경방향 평균속도($\overline{u_r}$)

u' : 접선방향 속도섭동량

u_e : 엮선의 유효속도(effective velocity)

u_r, u_θ, u_y : 원통좌표계에서 반경방향, 원주방향, 수직방향 순간속도

u_τ : 접선방향 마찰속도(friction velocity, $\sqrt{\tau_w/\rho}$)

$\overline{w_e}$: $y=\delta$에서의 반경방향 평균속도

x : 회전좌표계에서 접선방향 좌표

y : 회전좌표계에서 수직방향 좌표

y^+ : 벽 단위로 나타낸 원판표면으로부터의 수직거리(yu_τ/ν)

y^* : 무차원화된 원판표면으로부터의 수직거리($y\sqrt{\Omega/\nu}$)

z : 회전좌표계에서 반경방향 좌표

그리스문자

δ : 접선방향 경계층두께

δ_1 : 접선방향 배제두께

δ_2 : 접선방향 운동량두께

γ_e : 자유유동의 휘어진 각도($\tan^{-1}(\overline{w_e}/U)$)

ν : 동점성계수

ρ : 밀도

θ : 원통좌표계에서 방위각, 또는 반경방향을 기준으로 한 유동각도($\tan^{-1}|\overline{u_\theta}/\overline{u_r}|$)

τ_w : 벽전단응력

Ω : 원판의 회전 각속도

상첨자

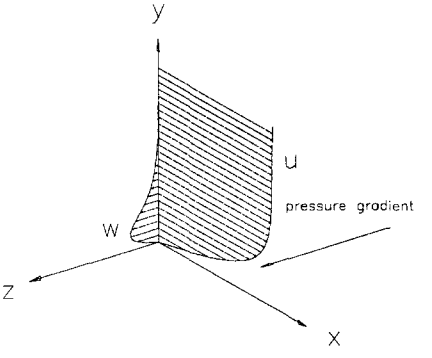
$-$: 평균량

$'$: 섭동성분

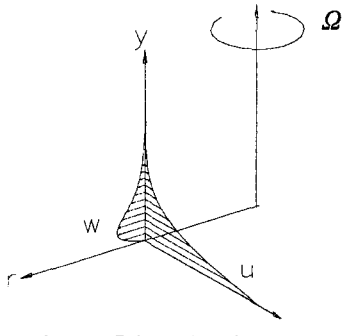
1. 서 론

3차원 난류경계층(three-dimensional turbulent boundary layer)은 유체가 흐르는 거의 모든 유체기계에서 발생하며, 그 성질은 유체기계의 성능과 밀접한 관계를 가지고 있다. 그러므로 3차원 경계층의 특성을 파악하는 것은 유체기계의 설계에 있어서 매우 중요하다. 본 연구에서는 터보기계 내의 유동에 대한 가장 단순한 모델 중의 하나인 충돌제트를 갖는 회전원판 위의 3차원 난류경계층에 대하여 고찰한다.

2차원 경계층은 경계층 밖의 비점성 유동에 의하여 유동방향이 결정되고 벽에 수직인 방향으로 벽에 접근함에 따라 유동방향의 변화가 없는 반면, 3차원 경계층은 벽으로부터의 거리에 따라 평균속도의 방향이 연속적으로 변하는 벽 제한 전단유동(wall-bounded shear flow)이다. 따라서 3차원 경계층에서는 벽에 평행인 두 속도성분들과 두 와도(vorticities) 성분들이 중요하다. 3차원 경계층에 대한 대표적인 두 가지 유동형태가 Fig. 1에 나타나 있다. Fig. 1(a)에는 압력구동(pressure-driven) 3차원 경계층이 직교좌표계로 나타나 있다. 압력구동 3차원 경계층은 초기의 2차원 경계층이 어떤 물체에 접근할 때, 물체에 의해서 생성되는 횡방향



(a) Pressure-driven 3D boundary layer.



(b) Shear-driven 3D boundary layer on a rotating disk.

Fig. 1 Schematic of three-dimensional velocity profiles.

(cross direction)으로의 강력한 압력구배(pressure gradient)를 받을 때 형성된다. 즉, 경계층 내에서 벽 근처의 유동은 경계층 가장자리의 유동에 비하여 상대적으로 저속이고 운동량이 작기 때문에, 같은 거리를 움직이는 동안 벽 근처의 유동은 벽 바깥쪽 유동에 비하여 횡방향 압력구배에 노출되는 시간이 길어지므로 횡방향으로 더 큰 속도를 얻게 된다. 따라서, 속도벡터의 방향은 벽으로부터의 거리에 따라 변하고, 이를 비스듬한 속도분포(skewed velocity profile)라 부른다. Fig. 1(b)에는 전단구동(shear-driven) 3차원 경계층이 원통좌표계로 나타나 있다. 이는 본 실험의 기본유동인 회전원판 위의 유동(rotating disk flow)이다. 이 유동에서 자유유동(free stream) 또는 경계층 밖의 유동은 정지해 있고 원판의 표면만이 움직인다. 점착조건(no-slip condition)은 벽에 붙은 유동을 끌며 접선방향의 속도를 형성시키고, 벽 근처의 유동은 접선방향 속도(tangential velocity)에 비례하여 원심력을 받아 원판 반경방향으로 밀려 나가게 되어 3차원 경계층이 형성된다. 앞서 설명한 물체에 접근하는 유동의 횡방향 압력구배를 이 원심력과 대치하면 압력구동 3차원 경계층과 전단구동 3차원 경계층간에 상사성이 성립한다.

1970년 이후 다양한 기하학적 형상에서 발생되는 3차원 난류경계층에 대한 연구가 진행되어 왔다. Johnston[1]은 경사진 전향계단(swept forward-facing step)에 접근하는 유동을, Elsenaar & Boelsma,[2] van den Berg 등[3]과 Bradshaw & Pontikos[4]는 무한한 경사익(infinite swept wing)유동을, Dechow & Felsch,[5] Anderson & Eaton,[6] Ölçmen & Simpson[7]은 물체에 접근하는 유동을, Littell & Eaton[8,9]은 회전원판 위의 유동을, Driver & Johnston[10]은 회전하는 원통 관을 따라 가는 축방향 유동을, Schwarz & Bradshaw[11]는 30° 구부러진 곡관에서의 유동을 각각 연구하였다. 최근에는 Spalart,[12] Coleman등[13]과 Sendstad & Moin[14]이 3차원성에 대한 효과를 연구하기 위하여 DNS (direct numerical simulation)를 수행하였다.

회전원판 위의 유동과 관련하여 1921년 Theodore von Karman[15]이 층류 경계층에 대하여 Navier-Stokes 방정식으로부터 상미분 방정식을 유도하였다. Gregory 등[16]은 비점성 안정성 이론에 기초를 둔 이론적 연구를, Cebeci & Stewartson[17]은 Orr-Sommerfeld 안정성 이론에 기초한 연구를, Kobayashi 등[18]과 Malik 등[19]은 고차 안정성 방정식에 근거하여 회전원판 위의 유동에 대한 연구를 수행하였다. Itoh 등[20]은 거리비(separation ratio, S/R)가 0.08인 정지원판과 회전원판 및 쉬라우드(shroud)로 형성된 회전공동(rotating cavity) 내의 유동을 연구하여 일정한 국소 레이놀즈수에서 상사성이 존재한다고 설명하였다.

본 실험은 회전원판에 의해 발생되는 3차원 난류유동에 원판 중심 위에서 원형제트를 분사할 때 발생되는 평균속도의 변화를 연구하는 데 그 목적이 있다.

본 실험의 중요한 특징은, 첫째, 초기의 2차원 경계층이 3차원 경계층으로 발전하는 유동이 아니라 원래부터 3차원성이 계속적으로 적용되는 유동이라는 점과, 둘째, 유체를 구동하는 회전은 기본방정식에 Coriolis 효과를 더하여 난류구조 자체를 변화시킬 수 있다는 점과, 마지막으로, 원판 중심에 분사되는 제트로 인한 강한 반경(횡)방향의 유동이 난류특성을 변화시킬 수 있다는 점이다. 본 연구에서는 I형 열선 프로우브를 사용한 새로운 기법으로 평균유동장을 분석하고자 한다. 이를 위하여 최고속도 1100 rpm이 되는 직경 1 m의 회전원판 시스템을 제작하고, 원판중심에 제트노즐을 설치하여 3차원 유동현상을 실험적으로 고찰한다. 실험장치 및 측정방법은 2절에 설명되어 있고, 평균속도에 대한 결과 및 분석은 3절에, 그리고 결론은 4절에 각각 기술하였다.

2. 실험장치 및 측정방법

2.1 실험장치

실험장치는 회전원판 시스템, 충돌제트(impinging jet), 보정제트(calibration jet), 송풍기와 이송장치(traverse system)로 구성된다. 전체 실험장치 개략도는 Fig. 2에 나타나 있다.

1100 rpm 정도의 고속회전 운전 하에서 실험수행에 적합한 정밀한 회전원판 시스템이 설계, 제작, 조립되었다. 회전원판의 직경은 공간해상도를 고려하여 1000 mm이고, 원판과 회전축을 연결하는 어댑터의 직경은 450 mm이다. 가공성과 회전시의 관성을 고려하여 원판과 어댑터의 재질은 두랄루민을 택하였고, 축과 하우징의 재질로는

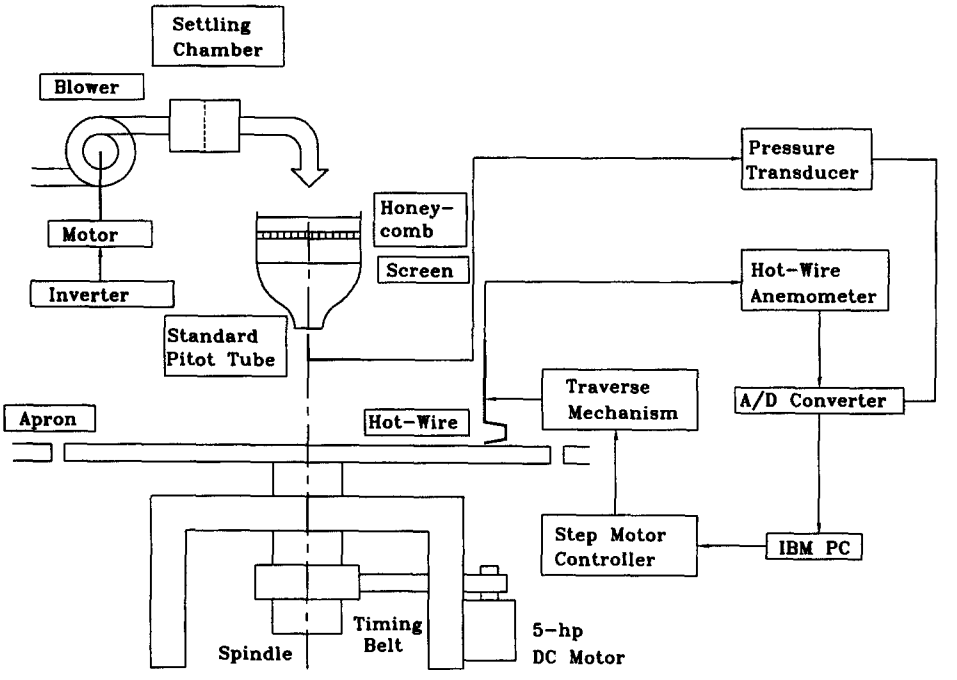


Fig. 2 Schematic of experimental setup.

SM40C를 사용하였다.

회전축은 고속회전 시에 무게균형과 회전 정밀도를 유지하기 위하여 타이밍 기어와 일체로 제작되었으며, 최대한의 대칭성이 보장되도록 최대 외경 141.23 mm, 내경 50 mm, 길이 330 mm의 중공축(hollow axis)으로 설계하였다. 회전시 자이로운동(gyro motion)을 억제할 목적으로 축의 길이를 최소화하였다.

원판은 평면도가 10 μm이내가 되도록 연마되었으며, 원판을 어댑터 위에 정밀하게 조립한 결과, 원판의 반경 490 mm에서 $\pm$18 μm의 상하 흔들림(vertical run-out)이 있었다. 상하 흔들림은 원판 위에 다이얼 게이지(dial gauge)를 설치하여 원판을 천천히 회전시키면서 측정된 변위이다. 또한 원판외주의 좌우 떨림(horizontal run-out)은 $\pm$50 μm이었다. 회전원판은 최고 1200 rpm까지 안정된 회전이 가능하였고 이 범위 내에서 어떠한 공진(resonance) 현상도 관찰되지 않았다.

전기적 소음을 근본적으로 근절시키기 위하여 원판을 구동하는데 5마력의 D. C. 모터와 모터 제어기(motor controller)를 사용하였다.

충돌제트와 보정제트의 노즐은 Morel[21]이 제시한 방법에 따라 제작되었으며, 출구직경은 각각 30 mm와 40 mm, 수축 비는 각각 9.0과 5.06이었다. 균일한 유동을 얻기 위하여 3개의 스크린과 허니콤을 각각의 충돌제트와 보정제트의 정체부(settling chamber)에 설치하였다. 이 결과 열선유속계로 측정한 제트출구의 난류강도는 약 15 m/s의 출구속도에서 각각 0.49%와 0.55%이었다. 충돌제트의 노즐은 원판에 수직으로 설치된다. 노즐의 재질은 두랄루민이고 연결된 덕트는 아크릴로 제작하였다.

3차원 경계층에서의 평균속도는 벽으로부터의 거리에 따라 계속적으로 그 방향이 변하므로, 프로우브(probe)의 측정부를 공간에 고정시킨 상태에서 평균유속의 방향을 찾아 움직이는 회전이송장치의 사용이 필수적이다. 따라서 수직으로 움직이는 직선이송장치에 회전이송장치를 탑재하여 유속을 측정하였다.

본 실험에 사용된 열선은 Dantec의 경계층 측정용 I형 열선(55P15)으로, 열선의 직경은 5 μm이고 직경에 대한 종횡비(l/d)는 250이다. 이 열선은 Dantec의 유속계인 StreamLine(90C10)에 의하여 일정온도방식(constant temperature mode)으로 작동된다. A/D 변환기의 전체 범위인 $\pm$10 V를 사용하기 위하여 유속계의 신호는 변위(shift)되고 증폭(amplify)된 후 A/D 변환기로 보내진다. 열선

이 새로 교환될 때마다 실험에 앞서 열선의 상태를 일정하게 만들기 위하여 약 20m/s의 보정용 제트 앞에 열선을 위치시킨 후, 1.5 이상의 과열비(over-heat ratio)하에서 30시간 정도 '에이징(aging)' 하였다. 열선의 보정을 위하여 표준형 피토관이 사용되었고, 피토관의 압력은 MKS사의 압력계로 전달된 후 전기적 신호로 바뀌어져 A/D 변환기로 보내진다.

본 실험에서 사용된 A/D변환기는 Data Translation사의 DT2833으로서 12비트의 해상도와 최고 자료획득률(sampling rate)은 250 kHz이다. 이 변환기는 자료획득과 함께 이송장치의 제어, 제트의 속도조절을 자동적으로 수행하는데 사용된다.

2.2 평균유속 측정방법

3차원 경계층에서 평균유동의 방향이 벽으로부터의 거리에 따라 변하므로 유동의 요각(yaw angle)을 찾아야 한다. 요각을 측정하는 프로우브로서 3공 피토관 혹은 X형 열선을 고려할 수 있으나, 상용 3공 피토관의 외경이 약 0.85 mm로 벽 근처까지의 접근이 불가능하고, 약 0.4 mm의 주사바늘로 축소형 3공 피토관을 제작하여 사용한 결과 작은 압력구멍으로 인하여 자료획득 시간이 길어져야 하고 전단수정(shear correction) 및 벽수정(wall correction)을 수행해야 하는 단점이 있으며, X형 열선은 경계층 측정시 각 열선이 동일한 평면상에 있지 않고 다른 층에 있기 때문에 정확한 유동방향의 탐색에서 오차를 나타낸다. Anderson & Eaton[6]과 Schwarz & Bradshaw[11]은 3공 피토관을, Littell & Eaton[8,9]은 자체 제작한 V형 열선을 각각 사용하여 평균유동의 방향을 측정하였다. 본 실험에서는 정상유동(stationary flow)인 점을 감안하여 I형 열선 프로우브를 이용하여 유동방향을 측정하고 유동속도의 크기와 유동방향의 난류량(streamwise turbulence quantity)을 측정하는 새로운 방법을 고안하였다.

I형 열선 프로우브에 대한 보정방법은 동일한 평면상에 놓인 X형 열선을 모사하는 방법으로서 다음과 같다. Fig. 3에서와 같이 I형 프로우브의 스템(stem)을 보정제트의 방향에 일치시키고 보정제트의 속도를 고정시킨 후, 동일한 위치에서 I형 열선을 반시계방향으로 45° 만큼 회전시키고 이 위치의 열선을 1번 열선으로 간주하여 보정제트의 속도 u_1과 열선의 출력전압 E_1을 동시에 측정한다. 다시

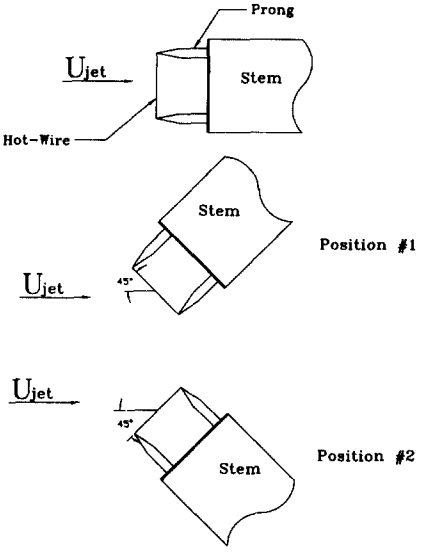


Fig. 3 Calibration procedure for I-wire probe.

I형 열선을 동일한 위치에서 시계방향으로 90° 만큼 회전시킨 후, 이 위치의 열선을 2번 열선으로 간주하여 보정제트의 속도 u_2와 열선의 출력전압 E_2를 동시에 측정한다. I형 열선을 반시계방향으로 45° 만큼 회전시켜 열선을 초기위치로 보내 한 과정을 마친다. 보정제트의 속도를 약 0.5 m/s 만큼씩 변화시키면서 위의 과정을 반복하여 일련의 u_1, E_1, u_2, E_2를 측정한다. 이 때 $u_1=u_2=U_{jet}$ 이다.

대부분의 경우에 있어서 열선은 코사인 응답특성을 갖게 되지만 유동의 방향이 바뀔 경우 열선응답에 대한 프롱(prong)의 간섭이 일어나며, 두 프롱의 길이가 약간 다른 경우에도 열선은 유동에 완전한 수직을 이루지 못하게 된다. 이를 보정하기 위하여 요각 보정(yaw calibration)을 수행하였다. 요각 보정은 측정하고자 하는 유동에서 지배적인 유속을 선택하여 보정제트의 속도를 이 속도로 고정시킨다. 열선으로 하여금 다양한 요각 α를 경험시키기 위하여 −22.5°(초기위치에서 프로우브를 반시계방향으로 회전시킨 각)로부터 시계방향으로 4.5° 간격으로 +22.5° 까지 열선을 회전시키면서 앞서 설명한 방법에 따라 u_1, E_1, u_2, E_2를 측정한다. 이 때 $u_1=u_2=U_{jet}\cos\alpha$, $v_1=v_2=U_{jet}\sin\alpha$ 이다.

한 열선이 느끼는 유효속도(effective velocity) u_e는 다음의 식으로 표현될 수 있다.

$$u_e = c_1 u + c_2 v \tag{1}$$

이상적인 경우, 즉 열선이 완전한 코사인응답 특성을 보이는 경우에 $c_1 = \cos\alpha$, $c_2 = \sin\alpha$가 된다. 또한, 열선의 유효속도를 열선 출력전압의 4차 다항식으로 표현하면 다음과 같다.

$$u_e = A + BE + CE^2 + DE^3 + FE^4 \tag{2}$$

두 식을 연립하면

$$c_1 u + c_2 v - A - BE - CE^2 - DE^3 - FE^4 = 0 \tag{3}$$

이고 c_1으로 나누면,

$$u + bv - c - dE - eE^2 - fE^3 - gE^4 = 0 \tag{4}$$

으로 주어진 속도들(u, v)과 전압들(E)에 대한 6개의 미지수 b, c, d, e, f, g를 포함한 선형방정식이 된다. 선형최소오차자승법을 이용하면 b, c, d, e, f, g를 구할 수 있다. Fig. 4에는 보정곡선이 열선의 출력전압과 유효속도를 축으로 하여 나타나 있다.

임의의 유동에 대하여 보정시와 마찬가지로 I형 열선을 반시계방향으로 45° 만큼 회전시키고 이 위치의 열선의 출력전압 E_1을 측정하고 I형 열선을 동일한 위치에서 시계방향으로 90° 만큼 회전시킨 후, 이 위치의 열선의 출력전압 E_2를 측정한다. 측정된 E_1, E_2와 다음 식

$$c + dE + eE^2 + fE^3 + gE^4 = R \tag{5}$$

으로부터 R_1과 R_2를 구하고 다음의 방정식

$$u + b_1 v = R_1 \quad \text{for position \#1} \tag{6}$$

$$u + b_2 v = R_2 \quad \text{for position \#2} \tag{7}$$

으로부터 u와 v를 구할 수 있다.

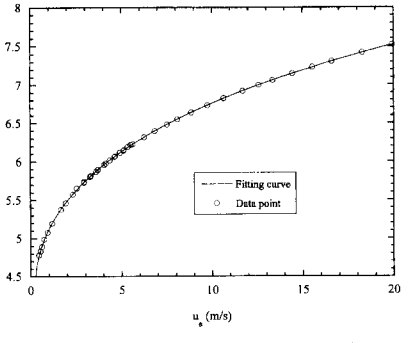
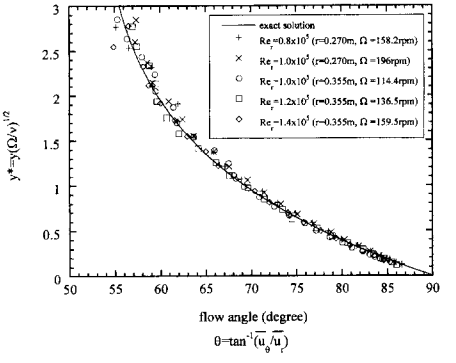


Fig. 4 Calibration curve of the hot-wire probe.

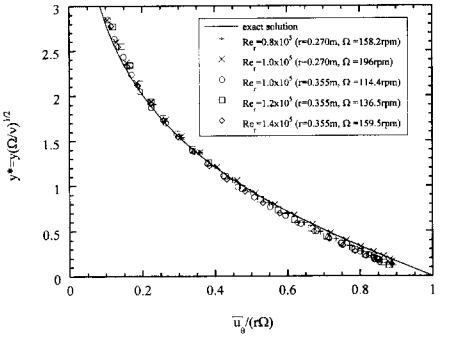
$$v = \frac{R_1 - R_2}{b_1 - b_2} \text{ and } u = R_1 - b_1 v \tag{8}$$

이때 유동방향은 $\tan^{-1}(v/u)$로부터 구할 수 있다.

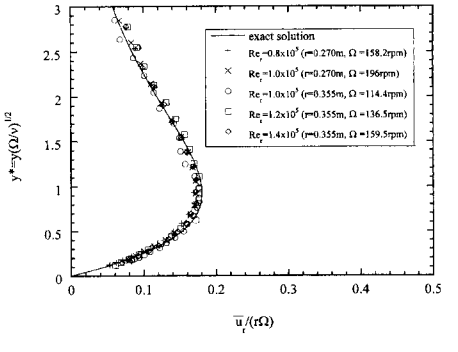
위와 같이 구한 유동의 방향은 보정속도의 범위내의 다양한 속도와 +35°~−35°의 다양한 유동각도에 대하여 오차한계 ±0.3° 이내의 정밀도를 유지하였으며, 속도에 대한 최대 오차는 1.4%이었



(a) Flow angle



(b) Tangential velocity



(c) Radial velocity

Fig. 5 Laminar flow above the rotating disk.

다. 속도에 대한 오차를 감소시키기 위하여 측정된 유동방향으로 I형 프로우브를 ±0.45° 이내로 일치시킨 후 다시 한번 속도를 측정하였다. 이렇게 함으로써 모든 보정속도 범위 내에서, 오차한계 1% 이내로 평균속도를 측정할 수 있었다.

자유회전원판 위의 층류유동에 대한 완전해가 상미분방정식으로 존재하므로, 앞에서 설명한 I형 프로우브 회전측정 방법에 따라 반경 0.270 m과 0.355 m에서의 층류유동을 원판의 다른 회전수에 대하여 유동각도, 원주방향 속도성분 및 반경방향 속도성분을 측정하여 Fig. 5에 나타내었다. 경계층 가장자리의 저속인 영역을 제외하고 유동각도가 ±1.5° 이내로 완전해와 잘 일치함을 보여주고 있다. 평균유속은 ±0.3 m/s 이내의 정밀도를 갖는다고 판단된다.

원판유동에 대한 적절한 좌표계는 원통좌표계(cylindrical coordinate system)로서, 우수좌표계(right-handed system)를 만족시키면서 대칭성, 즉 $\partial(\cdot)/\partial\theta=0$의 이점이 있다. 그러나, 대부분의 3차원 경계층에 대한 결과들이 직교좌표계로 나타나 있으므로 기존의 실험들과의 비교를 위하여 데이터를 직교좌표계로 표현한다. 이를 위하여 원통좌표계의 r, θ, y의 성분이 각각 직교좌표계의 z, x, y로 변환되고, 원통좌표계의 속도성분 u_r, u_θ, u_y는 직교좌표계의 w, u, v로 변환된다. 여기서 w, u와 v는 각각 반경(횡)방향 속도성분, 접선방향(원통좌표계에서 원주방향) 속도성분과 원판에 수직인 방향의 속도성분을 나타낸다. 또한 모든 데이터를 회전좌표계(rotating reference frame)로 나타내면, 속도성분 u의 값은 원통좌표계의 속도성분 u_θ에서 원판의 국소 접선속도 $r\Omega$를 뺀 값이 된다. 즉, $u=u_\theta-r\Omega$이 되고 u는 항상 음의 값이 된다. 본 실험에서 사용된 좌표계가 Fig. 6에 나타나 있다.

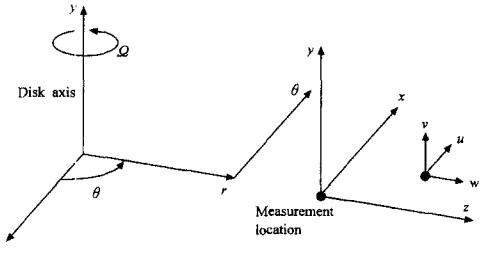


Fig. 6 Coordinate system used in the present study.

3. 결과 및 고찰

회전원판 위에서 층류로부터 난류로의 천이는 상대적으로 짧은 반경방향 거리 내에서 여러 개의 나선형 와류들(discrete spiral vortices)의 생성으로 시작된다. 대부분의 실험적 연구는 매끈하고 깨끗한 원판 위에서 대략 30개의 와류들이 균등한 간격으로 분포하고 있음을 보이고 있다. Wilkinson & Malik[22]에 의하여 수행된 매우 세심한 실험에 의하면, 매우 매끄러운 원판 위에 부착된 먼지와 같은 정적인 작은 입자에 의하여 이러한 와류들이 시작된다. 많은 실험들은 회전 레이놀즈수 $Re_r=185000$에서 와류들은 더 이상 작은 섭동이 아니며, 회전 레이놀즈수 300000에서는 난류로 발전함을 보이고 있다. 본 실험에서는 원판 위 반경 0.355 m 되는 곳에 원판 표면으로부터 0.25 mm 떨어진 곳에 I형 열선을 위치시킨 후 오실로스코프를 이용하여 유동형태를 관찰하였다. 원판의 회전수를 점차로 증가시키면서 I형 열선의 신호를 관찰한 결과, 레이놀즈수 140000(Ω=160 rpm)까지 규칙적인 속도의 "파동(undulation)"이 관찰되었으므로 이 경우를 유동의 천이가 시작된 것으로 볼 수 있었다. 회전 레이놀즈수 235000 (270 rpm)에서는 더 이상의 어떠한 규칙적인 와류형태(vortical pattern)도 관찰되지 않았으므로 이 레이놀즈수에서 완전한 난류유동으로 발달되었다고 판단하였다.

본 실험의 목적은 회전원판 위의 난류경계층에서 충돌제트를 이용하여 증가된 반경(횡)방향 유동의 영향을 파악하고자 하는데 있으므로, 충돌제트의 높이를 원판표면으로부터 31 mm 그리고 측정위치를 반경 0.421 m로 고정하였다. 먼저 충돌제트 없이 자유회전원판 유동의 경우에 국소 회전 레이놀즈수 $Re_r=5.0\times10^5$ (407 rpm), 6.5×10^5 (529 rpm), 9.1×10^5 (741 rpm), 1.0×10^6 (814 rpm)에 대하여 측정하였고, $Re_r=5.0\times10^5$와 1.0×10^6 각각의 경우에 대하여 $Re_j=U_jD/\nu$로 정의되는 제트 레이놀즈수 $Re_j=3.5\times10^4$ (17.7 m/s), 7.0×10^4 (35.3 m/s), 1.05×10^5 (52.8 m/s)에 대하여 실험을 수행하였다. 원판에 충돌제트를 분사시키는 경우, 원판중심을 기준으로 측정부를 포함하여 측정부와 동일한 반경을 가지며 측정부로부터 방위각이 ±80°인 위치에서 측정한 3개의 속도분포가 서로 일치하도록 연직선으로부터 제트의 분사각을 조

Table 1 Mean flow parameters.

Re_r	$U=r\Omega$ (m/s)	Re_j	U_j (m/s)	Re_{δ_2}	δ_2 (mm)	u_τ (m/s)	c_f	H	G
652,410	23.41	0	0	2597	1.68	1.04	0.00393	1.30	5.16
908,900	32.62	0	0	3424	1.59	1.41	0.00374	1.27	4.96
1,000,000	35.89	0	0	3716	1.56	1.54	0.00366	1.27	5.01
500,000	17.94	0	0	2009	1.69	0.816	0.00414	1.32	5.30
500,000	17.94	35,000	17.7	1829	1.54	0.849	0.00448	1.29	4.69
500,000	17.94	70,000	35.3	1302	1.10	0.891	0.00493	1.28	4.47
500,000	17.94	105,000	52.8	999	0.84	0.940	0.00549	1.29	4.26
1,000,000	35.89	0	0	3801	1.60	1.52	0.00358	1.28	5.22
1,000,000	35.89	35,000	17.7	3726	1.57	1.55	0.00372	1.26	4.78
1,000,000	35.89	70,000	35.5	3537	1.49	1.61	0.00403	1.22	4.02
1,000,000	35.89	105,000	52.8	2844	1.20	1.64	0.00415	1.23	4.14

절함으로써 1% 이내로 속도분포의 축대칭성이 확인되었다. 실험이 진행되면서 온도가 점차로 증가하였는데, 최악의 조건은 제트 레이놀즈수 1.05×10^5의 경우이며, 이때 제트출구 온도는 50분 실험시간 후 최대 0.8 K 상승하였고 측정부의 온도상승은 0.4 K였다. 온도에 대한 보상은 따로 적용하지 않았으며 매 실험 전과 실험 후에 보정을 수행하여 보정곡선이 2% 이내로 일치하지 않는 경우에 모든 실험 데이터를 제외시켰다. 원판의 회전속도는 ±2 rpm의 정밀도를 갖도록 일정하게 유지되었으며 충돌제트의 출구에서의 속도오차는 ±0.37 m/s 이내로 고정되었다. 센서의 위치는 카세토미터(cathetometer)를 이용하여 측정하였으며 정밀도는 ±15μm이다.

Table 1에는 각 실험의 평균 접선방향 속도에 대한 운동량두께, 마찰속도, 표면마찰계수 c_f, 형상계수 H, Clauser 형상계수 G와 같은 적분변수들이 나타나 있다. 운동량두께는 $y^+=50$ 미만에서는 van Driest모델에, 그리고 $y^+=50$ 이상에서는 실험데이터에 자연 3차 스플라인(natural cubic spline)을 적용하여 적분함으로써 구했다.

회전좌표계로 변환된 접선방향의 속도성분이 벽단위(wall unit)에 관하여 Fig. 7에 나타나 있다. 이 그림에서 실선은 통상적인 2차원 난류경계층의 벽법칙을 나타내며 버퍼영역(buffer region)에 van Driest 모델이 적용되었다. 2차원 난류경계층에서의 벽법칙은 아래 식으로 표현되며

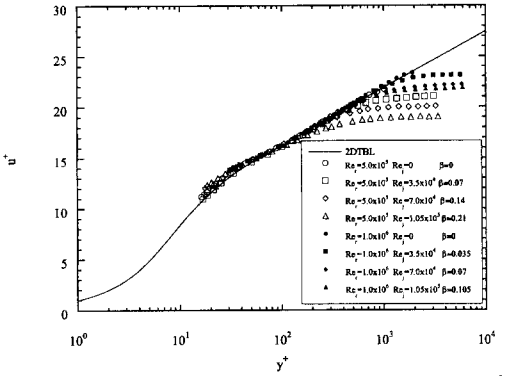


Fig. 7 Tangential velocity profiles.

$$u^+=2.44\ln y^+ +5.0 \tag{9}$$

여기서 $u^+=-\bar{u}/u_\tau$이고 $y^+=yu_\tau/\nu$이다. u_τ는 마찰속도(friction velocity)이고 $u_\tau=\sqrt{\tau_w/\rho}$로 정의된다. 본 실험에서는 카세토미터로 원판으로부터의 센서의 위치를 정밀하게 측정할 수 있었으므로, Gillis 등[23]이 제시한 방법에 따라 벽법칙인 Eq. (9)에 본 실험의 데이터를 끼워 맞춤(fitting)하였을 때 u_τ가 일정한 영역이 존재하였으며, 이 일정한 u_τ를 마찰속도로 간주하여 각 점의 데이터를 무차원화하는 기준속도로 사용하였다. 반복 실험결과 u_τ의 정밀도는 ±2% 이내로 일치하였다. 이 그림에서 통상적인 2차원 난류경계층의 역압력구배(adverse pressure gradient)에서 나타나는 후류영

역이 나타나 있지 않으며, 이 후류의 부재는 유동방향의 순압력구배(favorable pressure gradient)의 존재를 알리는 신호로 볼 수 있다. 이는 Littell & Eaton[8,9]의 자유회전원판 유동의 실험결과와도 일치한다. 따라서 본 실험에서의 유동형태는 순압력구배 형태의 유동이라 여겨진다. 그러나 회전원판 위의 유동은 축대칭성으로 인해 접선방향으로 어떠한 압력구배도 지탱할 수 없으므로 후류영역의 부재 원인은 분명하지 않다. 또한 제트 레이놀즈수와 원판의 회전 레이놀즈수가 증가할수록 u_τ가 증가하고 로그영역이 짧아지며 2차원 난류경계층의 벽법칙으로부터 벗어나고 있음을 Table 1과 Fig. 7에서 볼 수 있다. 그러므로, 벽법칙에 근거를 두어 접선방향 속도성분에 대한 u_τ를 구하는 방식의 유용성은 벽전단응력을 직접 측정함으로써 검증되어야 한다. 압력구동 3차원 경계층실험에서 압력구배가 작은 경우에 주로 프레스톤관(preston tube)[11]이나 점성저층(viscous sublayer)내의 dual fence probe[6]를 사용하여 벽마찰계수를 측정하였고, 최근에는 oil flow fringe imaging 방법[7,24]을 이용하여 벽마찰계수의 측정을 수행하고 있다. 그러나, 본 실험의 유동장은 선단구동 3차원 경계층으로서 벽면이 움직이기 때문에 이러한 방법을 적용하는 것은 대단히 어렵다고 판단되며, 이에 대하여는 후속적인 연구가 수행되어야 할 것이다.

자유유동이 있는 경계층유동에서 무차원 길이의 척도로서 경계층두께 δ을 사용하나 본 실험에서는 경계층두께를 측정하기 위해서는 원판표면에서의 접선방향 속도의 1/100의 속도를 정밀하게 측정하여야 한다. 즉, 자유유동의 크기를 측정한다는 것은 매우 작은 속도를 측정함을 의미한다. 예를 들어 회전 레이놀즈수 1.0×10^6의 경우 0.36 m/s의 속도를 갖는 지점을 정확히 알아내는 데는 큰 어려움이 따른다. 이는 본 실험에서 사용된 측정기기들의 정밀도를 고려할 때, 측정오차를 크게 포함할 가능성이 있음을 의미한다. 이러한 이유 때문에 길이척도로서 접선방향의 운동량두께(momentum thickness, δ_2)를 선택하였다. 운동량두께는 벽으로부터 멀리 떨어진 곳의 유동형태에 의존하기보다 벽에 가까운 곳의 유동형태에 의존하므로, 경계층두께를 측정하여 무차원 길이척도로 사용하는 것보다 합리적이라 판단된다.

회전 레이놀즈수에 대하여 운동량두께 $\delta_2=\int_0^\infty$

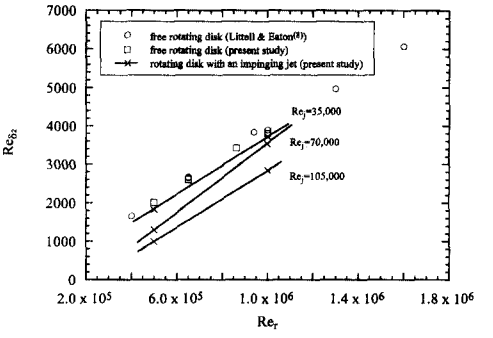


Fig. 8 Development of the momentum thickness over the rotating disk without and with an impinging jet.

$(-\bar{u})/U\{1-(-\bar{u})/U\}dy$를 기준으로 한 레이놀즈수의 변화가 자유회전원판에 대한 Littell & Eaton[8,9]의 결과와 함께 Fig. 8에 나타나 있다. 자유회전원판 유동의 경우, 본 실험의 결과는 Littell & Eaton[8,9]의 결과와 매우 잘 일치함을 알 수 있다. 이 그림에서 제트 레이놀즈수의 효과를 알 수 있는데, 제트 레이놀즈수가 3.5×10^4의 경우는 자유회전원판 유동의 데이터와 거의 겹치며, 제트 레이놀즈수가 증가함에 따라 운동량두께가 줄어드는 경향을 알 수 있다. 이는 제트로 인하여 반경방향의 속도가 상대적으로 커짐에 의해 벽 가까이의 접선방향 속도가 감소되어 변환된 좌표계에서의 $\bar{u}=\overline{u_\theta}-r\Omega$는 그 운동량이 오히려 증가되기 때문이다. 제트 레이놀즈수가 7.0×10^4의 경우는 다른 두 제트 레이놀즈수에 대한 실험과 다른 경향을 보이고 있다. 이는 원판의 회전속도가 낮은 경우($Re_r=5.0\times10^5$)에는 운동량두께가 충돌제트의 영향으로 크게 감소하는 반면, 원판의 회전속도가 높은 경우($Re_r=1.0\times10^6$)에는 충돌제트의 영향이 감소하여 자유회전원판 유동에서의 운동량두께에 접근하기 때문이다.

Fig. 9에는 운동량두께를 기준으로 한 레이놀즈수에 대한 형상계수 $H=\delta_1/\delta_2$가 나타나 있다. 여기서 $\delta_1=\int_0^\infty\{1-(-\bar{u})/U\}dy$는 배제두께를 나타낸다. 자유회전원판 유동의 경우 본 실험의 결과는 Littell & Eaton[8,9]의 결과와 매우 잘 일치하였다. 제트로 인하여 반경방향 유동이 증가하면, 형상계수는 본 실험의 레이놀즈수 영역에서 2차원 난류경계층이나 자유회전원판의 3차원 난류경계층의 그것보다 작은 값이 측정되었다. 이는 반경방향 유동의

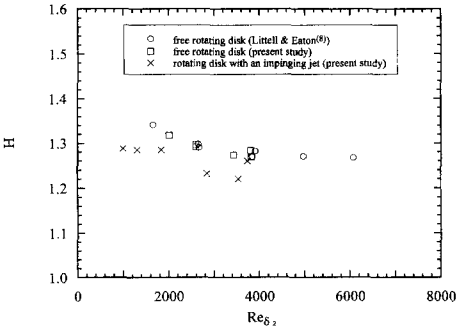


Fig. 9 Variation of the shape factor H with the Reynolds number based on the momentum thickness.

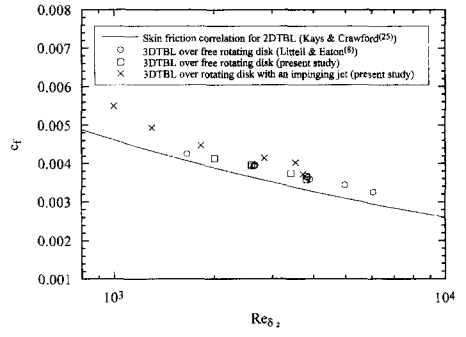


Fig. 10 Development of the skin friction coefficients with the Reynolds number based on the momentum thickness.

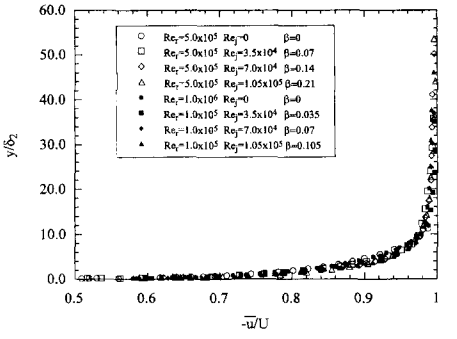
증가로 인하여 형성되는 3차원 난류경계층이 2차원 난류경계층이나 자유회전원판의 3차원 난류경계층과는 다른 경계층 구조를 갖는다는 것을 암시한다.

Clauser 형상계수는 다음 식에서와 같이 형상계수와 표면마찰계수로 정해진다.

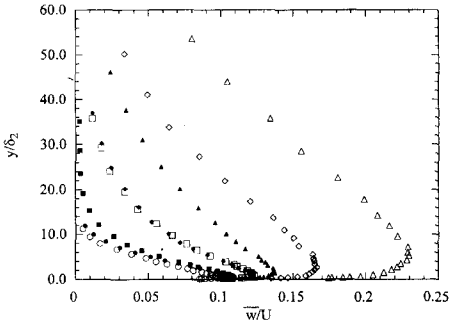
$$G=\sqrt{\frac{2}{c_f}}\left(1-\frac{1}{H}\right) \tag{10}$$

평행평판의 2차원 난류경계층의 경우 G는 6.6~6.8의 값을 가지며 이보다 높은 G의 값은 역압력구배를 나타내며, 이보다 작은 G의 값은 순압력구배를 의미한다. Table 1로부터 본 실험에서 자유회전원판 유동의 경우 G의 값은 4.96~5.3의 범위를 가지며, 제트분사시의 G의 값은 4.0~4.8의 값을 가짐을 알 수 있다. 따라서, 앞서 언급한 바와 같이 본 실험의 유동은 순압력구배를 갖는 유동형태와 유사하다.

벽마찰계수 c_f가 Fig. 10에 나타나 있다. 본 실



(a) Tangential velocity profile



(b) Crossflow profile

Fig. 11 Mean velocity profile in the rotating coordinate system.

험에서의 c_f는 각 실험에서의 데이터를 벽법칙에 끼워맞춤하여 마찰속도를 구한 후, 마찰속도의 정의 $u_\tau=\sqrt{\tau_w/\rho}$로부터 구하였다. 2차원 난류경계층에서의 표면마찰계수에 대한 다음의 실험식[25]이 실선으로 함께 나타나 있다.

$$\frac{c_f}{2}=0.013Re_{\delta_2}{}^{-1/4} \tag{11}$$

보통의 2차원 난류경계층, 자유회전원판의 3차원 난류경계층, 제트에 의한 반경방향 유동이 증가된 회전원판 위의 3차원 난류경계층으로 갈수록 평균접선속도에 대한 벽마찰계수가 증가함을 알 수 있다. 그러나, 위에서 언급하였듯이(Fig. 7), 신뢰도를 향상시키기 위해서는 직접 c_f를 측정하는 연구가 수행되어야 하겠다.

Fig. 11(a)와 (b)는 무차원화된 접선방향 속도분포와 반경(횡)방향 속도분포를 각각 나타낸다. 이때 원판표면 접선방향 속도($U=r\Omega$)가 무차원속도로 사용되었다. 회전 레이놀즈수에 대한 제트 레이

놀즈수의 비 Re_j/Re_r가 증가함에 따라 접선속도의 분포는 약간 배가 부른(fuller) 형태가 되며 무차원화된 반경방향 속도의 최대속도$(\overline{w}/U)_{max}$와 이 최대속도의 y방향 높이 $(y/\delta_2)_{max}$ 또한 증가한다. 예를 들면, $Re_r=5.0\times10^5$인 경우 $Re_j=3.5\times10^4$, 1.05×10^5 두 경우에 대하여 각각 $(\overline{w}/U)_{max}=0.126, 0.230$이고 $(y/\delta_2)_{max}=0.49, 5.24$이며, $Re_r=1.0\times10^6$인 경우 $Re_j=3.5\times10^4$, 1.05×10^5 두 경우에 대하여 각각 $(\overline{w}/U_{max})=0.108, 0.137$이고 $(y/\delta_2)_{max}=0.38, 1.51$이다. 또한 Fig. 11(b)에서 제트 레이놀즈수가 낮은 경우 주로 외부로부터 점성펌핑(viscous pumping)되어 들어온 유체가 원심력을 받아 반경방향 유동이 생성되지만,[26] 제트 레이놀즈수가 큰 경우 점성펌핑에 더해진 충돌제트로 인하여 상대적으로 강한 반경방향 속도분포가 형성됨을 알 수 있다.

Fig. 12는 유동각도를 좌표변환 없이 실제 크기로 나타냈으며 90°는 원주방향을 나타내며 $\theta=\tan^{-1}|\overline{u_\theta}/\overline{u_r}|$로 구해진다. 제트 레이놀즈수가 증가함에 따라 유동각도가 크게 변화함을 알 수 있다. 즉, 자유회전원판 유동에서 유동각은 58°~90°의 범위를 갖지만 상대적으로 증가된 반경방향 유동을 갖는 경우의 유동각은 3°~90°로 크게 변하며 3차원성이 증가되었다.

벽에 평행한 두 속도성분 $-\overline{u}$와 $\overline{w}$의 호도그래프(hodograph)가 Fig. 13에 나타나 있다. 이 형태의 그림은 Johnston[27]이 3차원 경계층에 대한 자신의 '삼각형 모델(triangular model)'을 개발하기 위하여 사용하였다. 이 그림에서 $\overline{w}/U$는 봉우리(peak)를 지난 후 벽 가까이 접근함에 따라 하강하기 시작하는 3차원 난류경계층 유동의 전형적인 형태를 보이고 있다. 지난 약 30년간 벽에 가까이 접근함에 따라 이 분포가 어떠한 거동을 보일 것인가에 대한 의문이 있어왔다. 분포가 벽 가까이에서 원점을 향해 직선으로 떨어진다면 그 유동은 벽 가까이에서는 속도벡터의 꼬임(twisting)이 없는 평행한(collateral) 유동이 되며, 분포의 2차미분항이 0이 아닌 경우의 유동은 경계층 전 영역을 통하여 3차원 유동이 된다. Degani 등[28]은 큰 레이놀즈수에 한정된 3차원 경계층에 점근적 해석(asymptotic analysis)을 통한 최근의 연구에서 벽 가까이에서 평행한 유동이 됨을 보인바 있다. 본 연구의 경우, 벽 가까운 곳의 실험결과가 부족하여 이를 명확히 검증할 수 없었다.

자유유동의 휘어진 각도$(\gamma_e\equiv\tan^{-1}(\overline{w}_e/U)$, 여기에서 $\overline{w}_e$는 $y=\delta$에서의 반경방향 평균속도이다)가 작은 경우$(\sin\gamma_e\approx\gamma_e$, 즉 $\gamma_e<15°)$에 대하여 Squire & Winter[29]와 Hawthorne[30]이 제시한 아래의 관계식(SWH 모델)은 경계층 바깥 영역의 반경방향 유속의 크기를 예측하는 모델로 사용될 수 있다.

$$\frac{\overline{w}}{U}=-2\gamma_e\left(1-\frac{-\overline{u}}{U}\right) \tag{12}$$

이 SWH 모델을 본 실험 데이터에 적용시킨 결과가 Fig. 13에 실선으로 각각 나타나 있다. 본 유동에서 SWH 모델은 반경방향 속도의 크기를 과대평가하고 있음을 볼 수 있다. 이 그림에서 회전 레이놀즈수에 대한 제트 레이놀즈수의 비가 증가함에 따라 봉우리는 더 큰 $-\overline{u}/U$에서 형성되고, 경계층 바깥 영역에서 반경방향 유속의 크기가 급격히 감소함을 알 수 있다. 이는 회전 레이놀즈수에 대

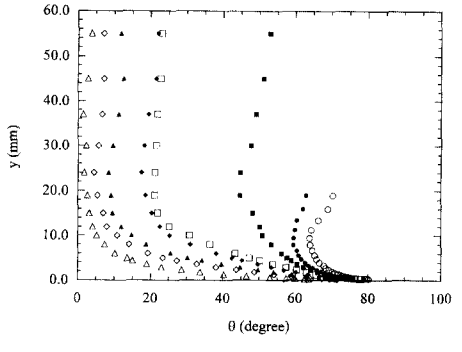


Fig. 12 Mean flow angle in the cylindrical coordinate system. Legends are the same as in Fig. 11.

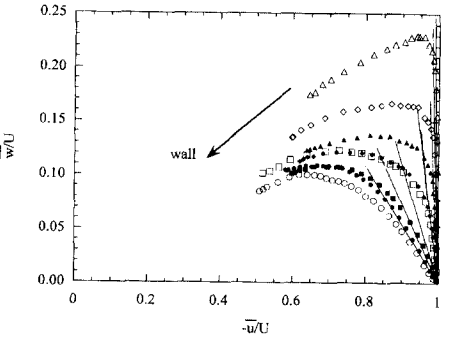


Fig. 13 Hodograph of the tangential and crossflow velocities. Legends are the same as in Fig. 11.

한 제트 레이놀즈수의 비가 증가함에 따라 반경방향 속도는 벽근처에서 급격히 증가하나 벽에서 먼 영역에서는 상대적으로 영향을 덜 받기 때문이다 (Fig. 11(b)).

4. 결 론

본 연구에서는 자유회전원판 위 중심에 충돌제트를 분사할 때 형성되는 3차원 난류경계층의 평균유동 특성을 실험적으로 파악하였다. 충돌제트로 인하여 생성되는 상대적으로 강한 반경(횡)방향 유동을 원심력에 의하여 유도되는 반경방향 유동에 더함으로써 강한 3차원성을 갖는 난류경계층을 발생시켰으며 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

(1) 새로운 보정방법을 적용하여 I형 열선으로 자유회전원판 위의 층류유동을 측정한 결과 von Karman의 완전해와 평균속도의 방향은 ±1.5° 이내, 속도의 크기는 3.5% 이내의 정밀도를 가졌다.

(2) 충돌제트를 갖는 회전원판 위에서 접선방향의 평균속도를 벽법칙에 적용시킨 결과 후류영역이 존재하지 않았고 Clauser 형상계수가 자유회전원판 유동의 경우보다 작은 값을 가지는 것을 고려하면, 본 실험의 유동형태는 순압력구배를 갖는 유동형태와 유 사하다고 볼 수 있다.

(3) 원판의 점성펌핑으로 생성되는 반경방향 유동에 더하여 충돌제트로 인한 반경방향 유동은 강한 3차원성을 갖는 난류경계층을 형성시켰으며 벽마찰계수의 변화와 함께 유동구조를 변화시키는 것으로 판단된다.

후 기

본 연구는 터보동력기계연구센터의 지원으로 수행하였으므로, 이에 감사드립니다. 또한 실험장치 제작에 도움을 주신 대우중공업(주) 관계자 여러분께 감사드립니다.

참고문헌

(1) Johnston, J. P., 1970, "Measurements in a Three-Dimensional Turbulent Boundary Layer Induced by a Swept, Forward-Facing Step," *J. Fluid Mech.*, Vol. 42, pp. 823~844.

(2) Elsenaar, A. and Boelsma, S. H., 1974, "Measurements of the Reynolds Stress Tensor in a Three-Dimensional Turbulent Boundary Layer Under Infinite Swept Wing Conditions," *NLR TR*74095 *U*, National Aerospace Laboratory, Netherlands.

(3) van den Berg, B., Elsenaar, A., Lindhout, J. P. F. and Wesseling P., 1975, "Measurements in an Incompressible Three-Dimensional Turbulent Boundary Layer, under Infinite Swept Wing Conditions, and Comparison with Theory," *J. Fluid Mech.*, Vol. 70, pp. 127~148.

(4) Bradshaw, P. and Pontikos, N. S., 1985, "Measurements in the Turbulent Boundary Layer on an 'Infinite' Swept Wing," *J. Fluid Mech.*, Vol. 159, pp. 105~130.

(5) Dechow, R. and Felsch, K. O., 1977, "Measurements of the Mean Velocity and of the Reynolds Stress Tensor in a Three-Dimensional Turbulent Boundary Layer Induced by a Cylinder Standing on a Flat Wall," *Proc. of the* 1*st Symp. on Turbulent Shear Flows,* University Park, Pennsylvania.

(6) Anderson, S. D. and Eaton, J. K., 1989, "Reynolds Stress Development in Pressure-Driven Three-Dimensional Turbulent Boundary Layers," *J. Fluid Mech.*, Vol. 202, pp. 263~294.

(7) Ölçmen, S. M. and Simpson, R. L., 1995, "An Experimental Study of a Three-Dimensional Pressure Driven Turbulent Boundary Layer," *J. Fluid Mech.*, Vol. 290, pp. 225~262.

(8) Littell, H. S. and Eaton, J. K., 1991, "An Experimental Investigation on the Three-Dimensional Boundary Layer on a Rotating Disk," *Stanford Univ., Dept. Mech. Eng., Thermosciences Div. Rep.* MD-60.

(9) Littell, H. S. and Eaton, J. K., 1994, "Turbulence Characteristics of the Boundary Layer on a Rotating Disk," *J. Fluid Mech.*, Vol. 266, pp. 175~207.

(10) Driver, D. M. and Johnston, J. P., 1990, "Experimental Study of a Three-Dimensional Shear Driven Turbulent Boundary Layer with Streamwise Adverse Pressure Gradient," *Stan-*

ford Univ., Dept. Mech. Eng., Thermosciences Div. Rep. MD-57.

(11) Schwarz, W. R. and Bradshaw, P., 1994, "Turbulence Structural Change for a Three-Dimensional Turbulent Boundary Layer in a 30° Bend," *J. Fluid Mech.*, Vol. 272, pp. 183~209.

(12) Spalart, P. R., 1989, "Theoretical and Numerical Study of a Three-Dimensional Turbulent Boundary Layer," *J. Fluid Mech.*, Vol. 205, pp. 319~340.

(13) Coleman, G. N., Ferziger, J. H. and Spalart, P. R., 1990, "A Numerical Study of the Turbulent Ekman Layer," *J. Fluid Mech.*, Vol. 213, pp. 313~348.

(14) Sendstad, O. and Moin, P., 1991, "On the Mechanics of 3-D Turbulent Boundary Layer," *Proc. of the 8th Symp. on Turbulent Shear Flows*, Munich, Germany, pp. 5-4-1~5-4-5.

(15) Schlichting, H., 1979, *Boundary Layer Theory*, 7th Ed., McGraw-Hill, New York, pp. 102~107.

(16) Gregory, N., Stuart, J. T. and Walker, W. S., 1955, "On the Stability of Three-Dimensional Boundary Layer with Application to the Flow Due to a Rotating Disk," *Philosophical Trans. of the Royal Society of London*, Series A, Vol. 248, pp. 155~199.

(17) Cebeci, T. and Stewartson, K., 1980, "Instability and Transition in Rotating Disk Flow," *AIAA J.*, Vol 18, No. 4, pp. 398~405.

(18) Kobayashi, R., Kohama, Y. and Takamadate, C., 1980, "Spiral Vortices in Boundary Layer Transition Regime on a Rotating Disk," *Acta Mechanica*, Vol. 35, pp. 71~82.

(19) Malik, M. R., Wilkinson, S. P. and Orszag, S. A., 1981, "Instability and Transition in Rotating Disk Flow," *AIAA J.*, Vol 19, No. 9, pp. 1131~1138.

(20) Itoh, M., Yamada, Y., Imao, S. and Gonda, M., 1990, "Experiments on Turbulent Flow Due to an Enclosed Rotating Disk," *International Symp. on Turbulence Modelling and Measurements*, Dubrovnik, Yugoslavia, pp. 659~668.

(21) Morel, P., 1975, "Comprehensive Design of Axisymmetric Wind Tunnel Contractions," *J. Fluids Eng.*, pp. 225~233.

(22) Wilkinson, S. P. and Malik, M. R., 1985, "Stability Experiments in the Flow over a Rotating Disk," *AIAA J.*, Vol. 23, No. 4, pp. 588~595

(23) Gillis, J. C., Johnston, J. P. and Moffat, R. J., 1980, "Turbulent Boundary Layer on a Convex, Curved Surface," *Stanford Univ., Dept. Mech. Eng., Thermosciences Div. Rep.* MD-63.

(24) Webster, D. R., DeGraaff, D. B. and Eaton, J. K., 1996, "Turbulence Characteristics of a Boundary Layer over a Two-Dimensional Bump," *J. Fluid Mech.*, Vol. 320, pp. 53~69.

(25) Kays, W. M. and Crawford, M. E., 1993, *Convective Heat and Mass Transfer*, 3rd Ed., McGraw-Hill, New York.

(26) Panton, R. L., 1984, *Incompressible Flow*, Wiley & Sons, Inc., New York, pp. 296~300.

(27) Johnston, J. P., 1960, "On the Three-Dimensional Turbulent Boundary Layer Generated by Secondary Flows," *ASME J. Basic Eng.*, Vol. 82, pp. 233~248.

(28) Degani, A. T., Smith, F. T. and Walker, J. D. A., 1992, "The Three-Dimensional Turbulent Boundary Layer near a Plane of Symmetry," *J. Fluid Mech.*, Vol. 234, pp. 329~360.

(29) Squire, H. B. and Winter, K. G., 1951, "The Secondary Flow in a Cascade of Airfoils in a Nonuniform Stream," *J. Aero Sci.*, Vol. 18, pp. 271~277.

(30) Hawthorne, W. R., 1951, "Secondary Circulation in Fluid Flow," *Proc. of the Royal Society of London*, Series A, Vol. 206, pp. 374~387.