

충돌제트를 갖는 회전원판 위 3차원 경계층의 난류특성(Ⅱ) — 난류 통계량 —

강형석* · 유정열** · 최해천**

(1998년 2월 2일 접수)

Turbulence Characteristics of a Three-Dimensional Boundary Layer on a Rotating Disk with an Impinging Jet (II) — Turbulence Statistics —

Hyung Suk Kang, Jung Yul Yoo and Haecheon Choi

Key Words : Three Dimensional Boundary Layer(3차원 경계층), Townsend Structural Parameter(Townsend 구조변수), Eddy Viscosity Ratio(점성비), Rotating Disk(회전원판), Impinging Jet(충돌제트)

Abstract

An experimental study has been performed on a three-dimensional boundary layer over a rotating disk with an impinging jet at the center of the disk. The objective of the present study is to investigate the turbulence statistics of the three-dimensional turbulent boundary layer, which may be regarded as one of the simplest models for the flow in turbomachinery. Six components of the Reynolds stresses and ten triple products are measured by aligning the miniature X-wire probe to the mean velocity direction. The ratio of the wall-parallel shear stress magnitude to twice the turbulent kinetic energy in the near-wall region is strongly decreased by the impinging jet. In the case of the free rotating disk flow the shear stress vector lags behind the mean velocity gradient vector in the whole boundary layer, while the lag is weakened as the impinging jet speed increases.

| 기호설명 | | |
|--------------|--|--|
| A_1 | : Townsend 구조변수 (주어진 난류 운동에너지에 대하여 난류전단응력을 생성하는 에너지의 효율) | l : 열선에서의 센서부분의 길이 또는 혼합길이 (mixing length) |
| b_{ij} | : 레이놀즈 응력텐서의 비등방성 텐서 | k : 난류운동에너지($\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}$) / 2 |
| c_s | : 표면마찰계수($\tau_w / (\rho U^2 / 2)$) | N_e : 에너 점성비 (eddy viscosity ratio) |
| D | : 제트노즐의 출구직경 | p : 압력 |
| d | : 열선의 직경 | q^2 : 2배의 난류운동에너지 ($2k$) |
| L_ϵ | : 소산길이 (dissipation length) | r : 원통좌표계에서 반경방향 좌표 |
| | | R_{ij} : 레이놀즈 응력텐서 ($\overline{u'_i u'_j}$) |
| | | Re_j : 제트 레이놀즈수 ($U_j D / \nu$) |
| | | Re_r : 회전 레이놀즈수 ($r^2 \Omega / \nu$) |
| | | $S. R.$: 벽에 수직인 수직응력에 대한 벽에 |

* 회원, 서울대학교 대학원 기계공학과

** 회원, 서울대학교 기계공학과

| | |
|--|---|
| 평행인 수직응력의 합의 비 ($(\bar{u}^2 + \bar{w}^2)/\bar{v}^2$) | 상첨자 |
| U | - : 평균량 |
| U_j | ' : 섭동성분 |
| u, v, w | 하첨자 |
| $\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}$ | τ : 벽에 평행인 전단응력벡터의 크기 |
| u', v', w' | k : 난류운동에너지 |
| u_r, u_θ, u_z | w : 벽 |
| x | 1. 서 론 |
| y | 3차원 난류경계층(three-dimensional turbulent boundary layer)은 유체가 흐르는 거의 모든 유체 기계에서 발생하며, 그 성질은 유체기계의 성능과 밀접한 관계를 가지고 있으므로 3차원 경계층의 특성을 파악하는 것은 유체기계의 설계에 있어서 매우 중요하다. 충돌제트를 갖는 회전원판 위의 3차원 난류경계층은 터보기계 내의 유동에 대한 가장 단순한 모델 중의 하나라고 여길 수 있다. 그러나, 3차원 난류경계층에 대한 실증적 연구는 경계층 생성 및 측정상의 어려움으로 인해 아직까지도 활발하게 이루어지고 있지 않으며, 다양한 기하학적 형상에 대한 자료축적의 단계에 있다고 볼 수 있다. |
| y^+ | Bradshaw & Terrell ⁽¹⁾ 은 45° 후퇴익(infinite swept wing)에 의하여 생성되는 3차원 경계층에서의 레이놀즈응력들(Reynolds stresses)을 최초로 측정하였다. 그들은 3차원성이 약하다 하더라도 벽에 평행인 레이놀즈응력 벡터방향이 평균속도구배의 벡터방향과 일치하지 않는 것을 발견하였다. 이는 스칼라 에너지 점성계수(scalar eddy viscosity)의 개념을 무효화시키는 것이었다. 이어지는 Johnston ⁽²⁾ 의 45° 후퇴익 실험과 van den Berg 등 ⁽³⁾ 과 Bradshaw & Pontikos ⁽⁴⁾ 의 무한 후퇴익 실험에서도 같은 거동이 발견되었다. |
| y^* | 벽에 평행인 레이놀즈응력의 크기 대 2배의 난류운동에너지의 비로 정의되는 Townsend의 구조변수(structure parameter) A_1 의 변화는 난류구조를 파악하는데 있어서 중요한 변수이다. 이 변수는 2차원 난류경계층에서 역암력구배 하에 있는 벽 근처의 유동을 제외하고, 거의 일정한 값($0.14 \sim 0.15$)을 갖는다. 그러나, 무한 후퇴익 실험에서의 A_1 의 값은 2차원 경계층과는 달리 상당히 낮아진 값으로 측정되었다. Dechow & Felsch ⁽⁵⁾ 는 평판과 평판에 수직으로 세워진 실린더로 구성된 장애물주위 유동 |
| z | |

그리스문자

| | |
|--------------------------------|--|
| β | : 회전 레이놀즈수에 대한 세트 레이놀즈수의 비 (Re_j/Re_r) |
| δ | : 접선방향 경계층두께 |
| δ_1 | : 접선방향 배제두께 |
| δ_2 | : 접선방향 운동량두께 |
| ϵ | : 소산율(dissipation rate) |
| $\gamma_f, \gamma_g, \gamma_r$ | : 원주방향을 기준으로 한 평균속도벡터, 평균속도구배벡터, 전단응력벡터의 각도 |
| ν | : 동접성계수 |
| θ | : 원통좌표계에서 방위각, 또는 반경방향을 기준으로 한 유동각도 ($\tan^{-1} \bar{u}_\theta/\bar{u}_r $) |
| τ_w | : 벽전단응력 |
| Ω | : 원판의 회전 각속도 |

로마문자

| | |
|--------------|--------------------------------------|
| I, II, III | : 레이놀즈 응력텐서의 비등방성 텐서의 1차, 2차, 3차 물변량 |
|--------------|--------------------------------------|

에 대한 측정을 하여, 전단응력의 방향과 속도구배의 방향이 상당히 어긋나 있음을 발견하였다. 즉, 박리에 접근할 때까지 전단응력의 방향이 속도구배의 방향에 비하여 ‘처짐(lagging)’을 나타내었고, 박리가 일어나는 근처에서는 분명한 ‘앞서감(leading)’이 나타났다. 이러한 결과는 Müller & Krause,⁽⁶⁾ Müller⁽⁷⁾와 Fernholz & Vagt⁽⁸⁾에 의하여 뒷받침되었다. Anderson & Eaton⁽⁹⁾은 초기 2차원 유동이 90° 와 60° 쐐기(wedge) 주위를 지나는 유동에 대한 연구에서, 90° 쐐기유동에서 생기는 더 급격하고 강한 3차원성에 의하여 A_1 이 더 빠르게 감소되고 애디 접성계수는 심한 비동방성(anisotropy)이 됨을 보였다. 레이놀즈응력 변화를 설명하기 위한 시도로서, Bradshaw & Pontikos⁽⁴⁾는 “3차원 경계층에서 전단응력 크기의 상대적인 감소는 횡방향 속도성분의 벽 수직방향 구배($\partial \bar{w} / \partial y$)에 의해 에디들(eddies)이 기울어지는데 기인한다.”라고 가정하였다. 이는 2차원 유동에서 큰 애디들이 평균유동으로부터 난류운동에너지를 뽑아내는데 가장 효율적인 구조라는 고찰로부터 추정되었다. Shizawa & Eaton⁽¹⁰⁾은, A_1 의 가장 큰 변화가 벽 근처에서 발생하는데 주목하여, 유선방향의 와류들(longitudinal vortices)과 3차원 경계층 간의 상호작용을 고찰하였다. 3차원 난류경계층에 대한 최초의 계산을 수행한 Spalart⁽¹¹⁾에 이어 Coleman, Ferziger & Spalart,⁽¹²⁾ Moin 등,⁽¹³⁾ Sendstad & Moin⁽¹⁴⁾이 DNS(direct numerical simulation)를 수행하였다.

현재까지 연구된 3차원 난류경계층에 대한 일반적으로 일치되는 경향은 다음과 같다.

(1) Townsend의 구조변수 A_1 은 2차원 난류경계층의 구조변수(0.14~0.15)에 비하여 경계층 전체에 걸쳐 낮은 값을 나타낸다.

(2) 애디 접성계수의 개념과는 달리 벽에 평행인 전단응력의 벡터방향은 평균속도구배의 벡터방향과 일치하지 않는다.

원판유동에 대한 적절한 좌표계는 원통좌표계이며, 여기서 유동장의 축대칭성으로 인해 $\partial(\cdot) / \partial \theta = 0$ 이 된다. 경계층가정을 적용하고 벽에 수직방향의 속도가 매우 작음($|u_y| \ll |u_r|$ 또는 $|\bar{u}_\theta|$)을 고려하면, 평균속도에 대한 지배방정식은 다음과 같게 된다.

$$\bar{u}_r \left(\frac{\partial \bar{u}_\theta}{\partial r} + 2\Omega \right) + \bar{u}_y \frac{\partial \bar{u}_\theta}{\partial y} + \frac{\bar{u}_r \bar{u}_\theta}{r} = \nu \left(\frac{\partial^2 \bar{u}_\theta}{\partial y^2} - \frac{\bar{u}_\theta}{r^2} \right) - \frac{\partial \bar{u}_\theta' \bar{u}_y'}{\partial y} - \frac{\bar{u}_\theta' \bar{u}_r'}{r} \quad (1)$$

$$0 = - \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} \quad (2)$$

$$\bar{u}_r \frac{\partial \bar{u}_r}{\partial r} + \bar{u}_y \frac{\partial \bar{u}_r}{\partial y} - \frac{\bar{u}_\theta'^2}{r} - 2\Omega \bar{u}_\theta \\ = \Omega^2 r + \nu \left(\frac{\partial^2 \bar{u}_r}{\partial y^2} - \frac{\bar{u}_r}{r^2} \right) - \frac{\partial \bar{u}_r' \bar{u}_r'}{\partial y} + \frac{\bar{u}_\theta' \bar{u}_\theta'}{r} \quad (3)$$

여기서 Ω 는 회전원판의 각속도(angular velocity)이다. 큰 반경에서 $\bar{u}_\theta' \bar{u}_r' / r$ 과 $\bar{u}_\theta' \bar{u}_\theta' / r$ 이 작게 되고 두 개의 벽에 평행인 레이놀즈 응력성분 $\bar{u}_\theta' \bar{u}_y'$ 와 $\bar{u}_y' \bar{u}_r'$ 이 가장 중요한 난류량이 된다.

본 실험은 회전원판에 의해 발생되는 3차원 난류유동에 원판 중심 위에서 원형제트를 분사시 발생되는 난류구조의 변화를 연구하는 데 그 목적이 있다. 본 실험의 3차원 난류경계층유동의 특징은, 첫째, 초기의 2차원 경계층이 3차원 경계층으로 발전하는 유동이 아니라 원래부터 3차원성이 계속적으로 적용되는 유동이라는 점과, 둘째, 유동을 구동하는 회전은 기본방정식에 Coriolis 효과를 더하여 난류구조 자체를 변화시킬 수 있다는 점과, 마지막으로, 원판 중심에 분사되는 제트로 인한 강한 반경(횡)방향의 유동이 난류특성을 변화시킬 수 있다는 점이다. 본 실험에서는 앞선 실험⁽¹⁵⁾에서 측정된 평균속도의 방향을 따라 X형 열선 프로우브를 사용하여 6개의 레이놀즈응력 및 10개의 3차 난류량(triple products)을 측정하여 3차원 난류경계층에서의 난류특성을 실험적으로 고찰하고자 한다. 실험장치 및 측정방법은 2절에 설명되어 있고, 난류통계량에 대한 측정결과 및 분석은 3절에, 그리고 결론은 4절에 각각 기술하였다.

2. 실험장치 및 측정방법

2.1 실험장치

실험에서 사용된 원판은 직경이 1 m이고 최고 1200 rpm까지 안정된 회전이 가능하며, 실험장치에 대한 개략도는 Fig. 1에 나타나 있다. 원판 및 실험장치에 대한 자세한 내용은 강형석 등⁽¹⁵⁾에 기술되어 있다.

본 실험에서 사용한 열선은 Dantec사의 직경 2.5 μm 의 백금도금된 텅스텐선(platinum-coated

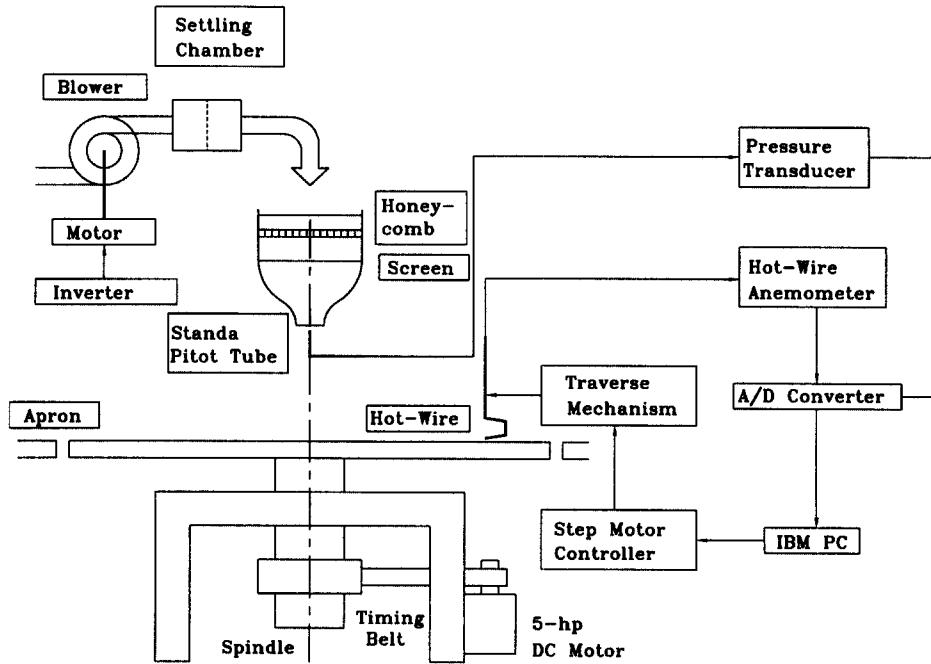


Fig. 1 Schematic of experimental setup.

tungsten wire)을 구입하여 직경이 25~30 μm 가 되도록 구리로 전기도금을 한 후 유고슬라비아의 Petar Vukoslavcevic이 제작한 X형 프로우브(probe)의 스테인레스 프롱(prong)에 스테인레스 스틸용 플럭스(flux)와 납을 이용하여 용접하였다. 그 후 열선의 저항을 측정하면서 진한 질산수용액 방울로 에칭(etching)을 하여 종횡비(l/d)가 210~220이 되도록 하였다. 본 실험에서 만들어 사용한 Wollaston-wire 프로우브는 Dantec사의 5 μm 직경의 상용프로우브인 55P61이나 55P51에 비하여 측정부의 크기가 1/8 이하로 줄어들고, 센서가 프롱으로부터 멀리 떨어져 있으므로 프롱의 간섭이 줄어들 뿐만 아니라 열선의 직경이 작기 때문에 동적응답성이 향상되었다. 측정부의 크기는 자유회전원판 우동의 회전 레이놀즈수 5.0×10^5 에서 벽단위(wall unit)로 각각 $l^+ \approx 30$ 이고, 난류량 측정시 작은 오차를 나타내었다. 두 열선간의 거리는 0.34 mm이고, 이 X형 열선은 차폐효과(blockage effect)와 간섭을 줄이는 한도 내에서 가능한 한 작은 크기로 설계되었다. 열선은 Dantec의 유속계인 StreamLine (90C10)에 의하여 일정온도방식(constant temperature mode)으로 작동된다. A/D 변환기의 전체 범위인 $\pm 10 \text{ V}$ 를 사용하기 위하여

유속계의 신호는 변위(shift)되고 증폭(amplify)된 후 A/D 변환기로 보내진다. 열선이 새로 교환될 때마다 실험에 앞서 열선의 상태를 일정하게 만들기 위하여 약 20 m/s의 보정용 제트 앞에 열선을 위치시킨 후, 1.5 이상의 과열비(overheat ratio) 하에서 30시간 정도 “에이징(aging)” 하였다. 열선의 보정을 위하여 표준형 피토관이 사용되었고, 피토관의 압력은 MKS사의 압력계로 전달된 후 전기적 신호로 바뀌어져 A/D 변환기로 보내진다.

본 실험에서 사용된 A/D변환기는 Data Translation사의 DT2833으로서 12비트의 해상도와 최고 250 kHz의 자료획득률(sampling rate)을 가지며 동시자료획득(SSH: Simultaneous Sampling & Hold)이 가능하다. 이 변환기는 자료획득과 함께 이송장치의 제어, 제트의 속도조절을 자동적으로 수행하는데 사용된다.

3차원 경계층에서 평균유동의 방향이 벽으로부터의 거리에 따라 변하므로, 측정의 정밀도를 향상시키기 위하여 평균유속의 방향에 X형 열선프로우브를 일치시켜 측정할 수 있는 회전이송장치의 사용이 필수적이다. 따라서 수직으로 움직이는 직선이 송장치에 회전이송장치를 탑재하여 유속을 측정하였다.

2.2 측정방법

Fig. 2(a)와 (b)에는 본 실험에서 사용한 X형 열선의 측면도와 정면도가 나타나 있다. I형 열선으로 측정한 평균속도의 방향⁽¹⁵⁾에 X형 열선을 ±0.45° 이내로 일치시킨 후 30초 동안 각 채널당 20 kHz의 자료획득율로 두 열선의 출력전압을 동시에 획득하여 2진수로 저장한 다음 후처리과정을 통하여 난류량을 계산하였다. 6개의 레이놀즈응력과 10개의 3차 난류량을 구하기 위하여, Fig. 2(b)에 나타나있듯이 X형 열선을 45° 만큼씩 회전시키면서 4개의 평면에서 측정을 수행하였다. 평균속도의 방향에 X형 열선을 일치시키 후, 각 평면에서 측정된 난류량은 다음의 Table 1과 같고 '*'로 나타난 속도는 Fig. 2에서와 같이 X형 열선을 기준으로 한 좌표계에서의 속도이다. 이 속도성분들은 방향 코

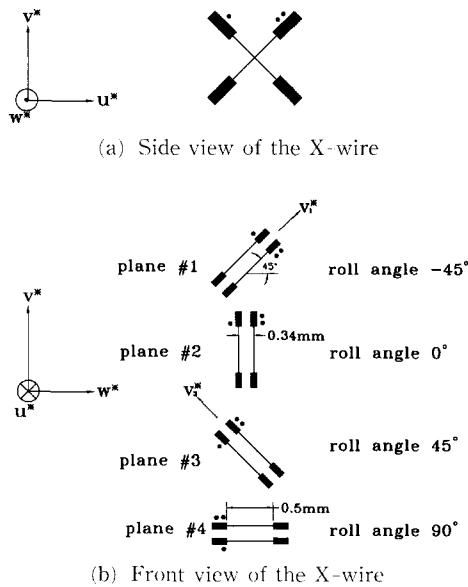


Fig. 2 X-wire probe positions, where measurement part of the wire (0.5 mm in length) is not drawn to scale: •, wire #1; ••, wire #2.

사이를 이용하면 원통좌표계에서의 속도성분들로 변환할 수 있다.

X형 열선으로 측정된 벽 근처의 난류량의 불화 실성은 Anderson & Eaton⁽⁹⁾이 Dantec사의 55P51 X형 열선을 사용하여 평가한 불화실성과 같다. 즉, $\overline{u^{*2}}$, $\overline{v^{*2}}$, $\overline{w^{*2}}$ 은 $\overline{u^{*2}}$ 의 5%, $\overline{u^*v^*}$, $\overline{u^*w^*}$ 은 $\overline{u^*v^*}$ 의 10% $\overline{v^*w^*}$ 은 $\overline{u^*v^*}$ 의 15% 불화실성을 갖는다. 그러나, 벽으로부터 거리가 멀어지면 국소 평균속도가 작아지므로 난류강도는 증가하게 되는데, 이 경우의 불화실성은 커질 것으로 판단된다.

X형 열선의 보정에서 $-22.5^\circ \sim +22.5^\circ$ 의 범위에서 요각 보정을 수행하였고, 실험 전과 후에 보정을 수행하여 1.5% 이상의 차이가 나면 그 실험 데이터를 제외시켰다. X형 열선의 자세한 보정방법은 강형석 등⁽¹⁵⁾에 I형 열선에 대하여 기술되어 있는 방법과 같다.

원판유동에 대한 적절한 좌표계는 원통좌표계 (cylindrical coordinate system)로서, 우수좌표계 (right-handed system)를 만족시키면서 축대칭성, 즉 $\partial(\cdot)/\partial\theta=0$ 인 이점이 있다. 대부분의 3차원 경계층에 대한 결과들이 직교좌표계로 나타나 있으므로 기존의 실험들과의 비교를 위하여 데이터를 직교좌표계로 표현한다. 이를 위하여 Fig. 3에서와 같이 원통좌표계의 r , θ , y 의 성분이 각각 직교좌표계의 z , x , y 의 성분으로 변환되고, 원통좌표계의 속도성분 u_r , u_θ , u_y 는 직교좌표계의 속도성분 w , u , v 로 변환된다. 여기서 w , u 와 v 는 각각 반경(횡)방향 속도성분, 접선방향 속도성분과 수직 방향의 속도성분을 나타낸다. 또한 모든 데이터를 회전좌표계(rotating reference frame)로 나타내면, 속도성분 u 의 값은 원통좌표계의 속도성분 u_θ 에서 원판표면 접선방향 평균속도 u_θ 를 뺀 값이 된다. 즉, $u=u_\theta-r\Omega r$ 이 되고 이때 u 는 항상 음의 값이 된다.

Table 1 Measured turbulence statistics in 4 planes.

| Plane Number | Roll Angle | Measured Data | Remarks |
|--------------|------------|--|-----------------|
| 1 | -45° | $\overline{u^{*2}}$, $\overline{v_1^{*3}}$, $\overline{u^*v_1^{*2}}$, $\overline{u^{*3}}$ | -45° plane |
| 2 | 0° | $\overline{u^{*2}}$, $\overline{v^{*2}}$, $\overline{u^*v^*}$, $\overline{u^{*3}}$, $\overline{u^{*2}v^{*2}}$, $\overline{v^*v^{*2}}$, $\overline{v^{*3}}$ | u^*-v^* plane |
| 3 | 45° | $\overline{u^{*2}}$, $\overline{v_3^{*3}}$, $\overline{u^*v_3^{*2}}$, $\overline{u^{*3}}$ | 45° plane |
| 4 | 90° | $\overline{u^{*2}}$, $\overline{w^{*2}}$, $\overline{u^*w^*}$, $\overline{u^{*3}}$, $\overline{u^{*2}w^*}$, $\overline{u^*w^{*2}}$, $\overline{w^{*3}}$ | u^*-w^* plane |

본 실험의 목적은 회전원판 위의 난류경계층에서 충돌제트를 이용하여 증가된 반경(횡)방향 유동의 영향 및 난류 와류구조를 파악하는데 있으므로, 충돌제트의 높이를 원판표면으로부터 31 mm 그리고 측정위치를 반경 0.421 m으로 고정하였다. 먼저 충돌제트가 없는 자유회전원판 유동의 경우에 국소 회전 레이놀즈수 $Re_r = 5.0 \times 10^5$ (407 rpm), 6.5×10^5 (529 rpm), 9.1×10^5 (741 rpm), 1.0×10^6 (814 rpm)에 대하여 측정하였고, $Re_r = 5.0 \times 10^5$ 와 1.0×10^6 각각의 경우에 대하여 $Re_j = U_j D / \nu$ 로 정의되는 세트 레이놀즈수 $Re_j = 3.5 \times 10^4$ (17.7 m/s)

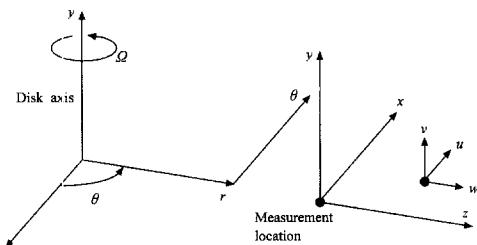


Fig. 3 Coordinate system used in the present study.

s , 7.0×10^4 (35.3 m/s), 1.05×10^5 (52.8 m/s)에 대하여 실험을 수행하였다. 센서의 위치는 카세토미터(cathetometer)를 이용하여 측정하였으며 정밀도는 $\pm 15\mu\text{m}$ 이다.

3. 결과 및 고찰

3.1 레이놀즈응력

Figs. 4.1(a), (b), (c)와 (d)에는 바깥층(outer layer)에서의 접선방향, 수직방향, 반경방향의 레이놀즈 수직응력 및 난류운동에너지가 각각 나타나 있다. 자유회전원판 유동의 경우 Littell & Eaton의 실험결과^(16,17)에 부합하여 운동량두께 δ_2 와 접선방향의 마찰속도 u_t 로 길이와 속도를 각각 무차원화시키면 데이터가 거의 한 곡선에 떨어졌으나, 제트분사시 적절한 무차원 변수가 존재하지 않으므로, 무차원화하지 않고 실제 크기로 나타내었다. 또한 경계층 가장자리에서 열선유속계의 실험오차가 크게 되므로 신뢰도가 높은 영역인 $y=25 \text{ mm}$

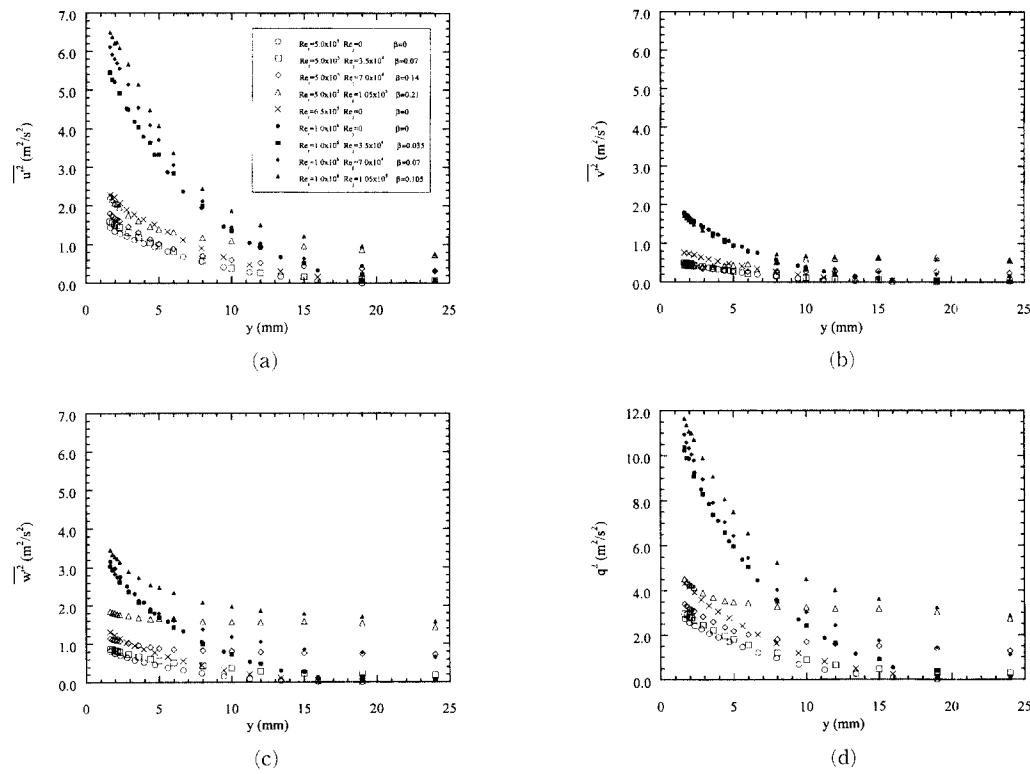
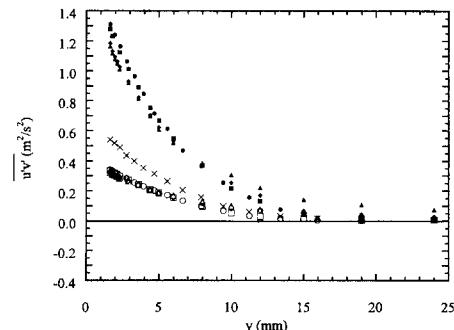


Fig. 4 Reynolds normal stresses: (a) \bar{u}'^2 ; (b) \bar{v}'^2 ; (c) \bar{w}'^2 ; (d) $q^2 = \bar{u}'^2 + \bar{v}'^2 + \bar{w}'^2$

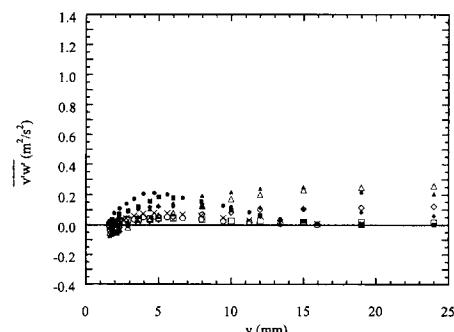
이내로 국한하여 실험결과를 나타내었다. 회전 레이놀즈수와 제트 레이놀즈수가 증가함에 따라 $\overline{u'^2}$, $\overline{w'^2}$ 및 q^2 은 커진다. 한편, 제트속도 증가에 따라 $\overline{v'^2}$ 은 벽 가까이에서는 거의 변화가 없는 반면, 벽에서 멀리 떨어진 곳에서는 크게 증가함을 알 수 있다. 제트속도가 큰 경우 $\overline{w'^2}$ 가 $\overline{u'^2}$ 보다 더 커지는 영역을 볼 수 있는데, 이는 경계층의 강한 3차원성 즉, ‘skewing’에서 비롯되며 Spalart⁽¹¹⁾의 “회전하는 자유유동으로 생성되는 3차원 난류경계층”에서도 이러한 현상이 관찰된다.

주 레이놀즈 전단응력(primary Reynolds shear stress)인 $\overline{u'v'}$ 이 Fig. 5(a)에 나타나 있다. 자유회전원판 유동인 경우 $\overline{u'v'}$ 이 경계층 전체에 걸쳐 양의 값을 갖는 이유는 원주방향 속도가 벽에서 가장 크고 y 가 증가함에 따라 감소하기 때문이다. 즉, 일반적으로 난류운동에너지의 생성항인 $-\overline{u'v'}\partial\overline{u}/\partial y$ 가 양의 값이어야 하고 $\partial\overline{u}/\partial y < 0$ 이기 때문이다. 2차원 난류경계층의 경우 압력구배가 없는 경계층에 대하여, Klebanoff⁽¹⁸⁾가 측정한 $|\overline{u'v'}|$ 의 값은 $y/\delta_2=2$ 에서 약 $0.85u_r^2$ 의 최대값을 갖는다. 그러나 본 실험에서 측정된 $\overline{u'v'}$ 의 값은 $y/\delta_2=2$ 에서 $0.38 \sim 0.4u_r^2$ 으로⁽¹⁵⁾ 2차원 난류경계층의 $|\overline{u'v'}|$ 보다 작다. 이러한 경향은 Littell & Eaton^(16,17)의 자유회전원판 유동에서도 관찰되었고, 이보다 더 작은 값이 Itoh 등⁽¹⁹⁾의 쇠라우드 원판유동에서 측정되었다. 동일한 회전 레이놀즈수에서 제트 레이놀즈수가 증가함에 따라 벽 근처에서의 $\overline{u'v'}$ 가 감소하고 y 가 증가함에 따라 $\overline{u'v'}$ 의 감소율이 줄어드는 경향을 볼 수 있다. 이는 상대적으로 증가된 반경방향 유동의 영향이다. 즉, 반경방향 속도의 증가는 주 레이놀즈 전단응력인 $\overline{u'v'}$ 의 감소를 야기시킨다.

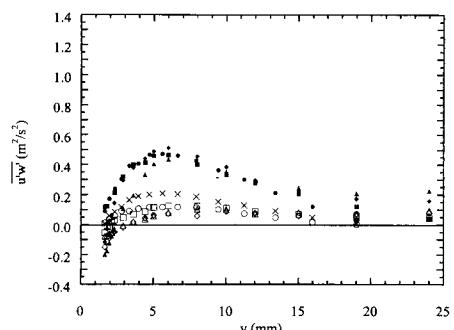
2차 레이놀즈 전단응력(secondary Reynolds shear stress)인 $\overline{v'w'}$ 이 Fig. 5(b)에 나타나 있다. $\overline{v'w'}$ 은 2차원 난류경계층에서 0의 값을 가지나, 본 실험과 같이 3차원 유동장인 경우에 반경방향 속도 구배로 인하여 0이 아닌 값을 갖게 된다. $y=10$ mm 이하의 범위에서 이 같은 $\overline{u'v'}$ 에 비하여 크기가 작으나, β 가 증가함에 따라 $y=10$ mm 이상의 범위에서 $\overline{v'w'}$ 의 값이 증가하는 것은 이 범위에서 반경방향의 평균속도구배가 존재하기 때문이다. β 가 큰 경우 벽 근처에서 $\overline{v'w'}$ 이 음의 값을 갖는 이유는 일반적으로 난류운동에너지의 생성항인 $-\overline{v'w'}\partial\overline{w}/\partial y$ 가 양의 값을어야 하고 $\partial\overline{w}/\partial y=0$ 인



(a)



(b)



(c)

Fig. 5 Reynolds shear stresses: (a) $\overline{u'v'}$; (b) $\overline{v'w'}$; (c) $\overline{u'w'}$. Legends are the same as in Fig. 4.

y 점을 경계로 반경방향 속도구배가 벽 근처에서 양의 값을 가지고 바깥쪽에서는 음의 값을으로 바뀌기 때문이다. 또한 $y > y_{\partial\bar{w}/\partial y=0}$ 인 영역에서는 $\overline{v'w'}$ 이 양의 값을 갖게 된다. 에디 점성모델이 성립하기 위해서는 $\overline{v'w'}=0$ 이 되는 $y_{\partial\bar{w}/\partial y=0}$ 와 $\partial\overline{w}/\partial y=0$ 이 되는 $y_{\partial\bar{w}/\partial y=0}$ 가 일치하여야 하나 여기서는 일치

하지 않으며, 이는 에디 점성모델을 회전원판 위의 유동에 대하여 적용할 수 없음을 의미한다. $\bar{v}'\bar{w}'$ 의 분포는 분명한 피크값을 보이며 제트 레이놀즈수가 증가함에 따라 이 피크값의 위치가 벽으로부터 멀어지는데 이 원인은 제트 레이놀즈수가 증가하면 $\partial \bar{w} / \partial y = 0$ 인 지점이 벽으로부터 멀어지는 현상과 관련된다(강형석 등⁽¹⁵⁾의 Fig. 11(b)).

나머지 레이놀즈 전단응력인 $\bar{u}'\bar{w}'$ 의 분포가 Fig. 5(c)에 나타나 있다. 이 전단응력의 반경방향 변화율이 매우 작으므로($|\partial \bar{u}'\bar{w}' / \partial z| \ll 1$), $\bar{u}'\bar{w}'$ 는 벽에 평행인 두 전단응력 $\bar{u}'\bar{v}'$ 과 $\bar{u}'\bar{w}'$ 의 수송에 중요한 역할을 하지는 않는다(3.4절 참조).

3.2 난류구조변수

벽에 수직인 수직응력 \bar{v}'^2 에 대한 벽에 평행인 수직응력의 합 $\bar{u}'^2 + \bar{w}'^2$ 의 비가 Fig. 6에 나타나 있다.

$$S.R. = \frac{\bar{u}'^2 + \bar{w}'^2}{\bar{v}'^2} \quad (4)$$

이 응력비(stress ratio)의 증가는 에디의 응집성(eddy coherence)의 감소를 나타낸다.⁽²⁰⁾ 자유회전원판 유동의 경우 Littell & Eaton의 결과와 일치하여^(16,17) y 가 증가할수록 응력비는 단조 증가하는 반면, 회전 레이놀즈수에 대한 제트 레이놀즈수의 비 β 가 증가함에 따라 피크값이 생기고 이 피크값이 벽 가까운 쪽으로 발생함을 볼 수 있다. 피크값을 지난 후의 응력비의 감소는 상대적으로 강하고 두꺼운 반경(횡)방향 유동이 형성되어 에디의 응집성이 증가하는 데 원인이 있다. 2차원 경계층과 대부분의 3차원 경계층에서 이 응력비는 단조 감소하

는 점을 고려할 때 본 실험의 3차원 경계층은 다른 3차원 경계층 실험과 근본적으로 다른 난류구조를 가진다고 판단된다.

난류구조의 특성을 나타내는 변수로서 3차원 난류경계층 연구에서 가장 공통적으로 고찰되는 변수는 Townsend의 구조변수 A_1 이다. A_1 은 2배의 난류운동에너지 q^2 에 대한 벽에 평행인 난류전단응력 벡터의 크기로서 정의되며, 벽에 수직인 좌표축에 대한 회전에 불변량이다.

$$A_1 = \frac{\sqrt{(\bar{u}'\bar{v}')^2 + (\bar{v}'\bar{w}')^2}}{q^2} \quad (5)$$

2차원 난류경계층의 경우, 압력구배에 의하여 왜곡된 경계층에서도 A_1 구조변수는 약 0.15라는 일정한 값을 나타낸다. 그러나 횡방향 유동이 존재하면, A_1 의 값을 일반적으로 감소한다. 이 A_1 구조변수에 대한 의미는 주어진 난류운동에너지에 대하여 난류전단응력을 생성하는 에디들의 효율로 볼 수 있다.⁽²⁰⁾ 따라서, A_1 의 감소는 횡방향 유동이 2차원 난류경계층에 적용될 때, 단지 $|\bar{u}'\bar{v}'|$ 의 감소에 원인이 있다고 볼 수 있다. 그러나, Pierce & Duerson,⁽²¹⁾ Lohmann,⁽²²⁾ Anderson & Eaton,⁽⁹⁾ Flack & Johnston⁽²³⁾과 Schwarz & Bradshaw⁽²⁰⁾의 실험에서 A_1 의 감소는 바깥층(outer layer)에서 난류전단응력의 증가를 동반한다는 것을 보여주고 있다.

Fig. 7에는 본 실험에서 구해진 구조변수 A_1 이 나타나 있다. 자유회전원판 유동의 경우 A_1 은 2차원 난류경계층에서의 일정한 값인 0.15보다 작은 값을 나타내고 벽 근처에서 작은 기울기로 감소하다가 y 가 증가함에 따라 경계층의 바깥층 전체에

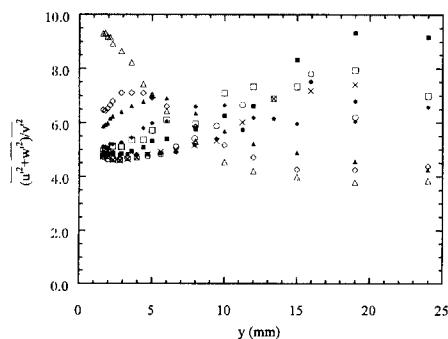


Fig. 6 Normal stress-ratio $(\bar{u}'^2 + \bar{w}'^2) / \bar{v}'^2$. Legends are the same as in Fig. 4.

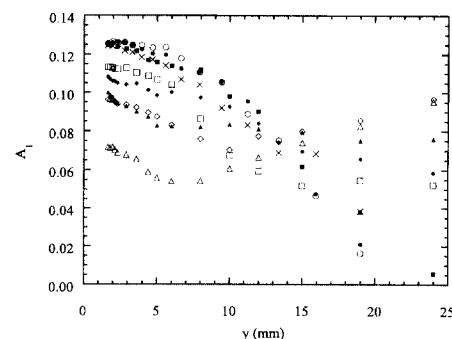


Fig. 7 Townsend's structural parameter A_1 . Legends are the same as in Fig. 4.

걸쳐 단조 감소하는 경향을 볼 수 있다. Spalart⁽¹¹⁾의 “회전하는 자유유동으로 생성되는 3차원 난류경계층”, Coleman 등⁽¹²⁾의 “난류 Ekman 경계층”, Littell & Eaton⁽¹⁷⁾의 “자유회전원판 위의 유동”과 같은 평형 3차원 난류경계층에서 이와 유사한 경향이 관찰되었다. 실험과 동시에 DNS 연구를 수행한 Spalart & Watmuff⁽²⁴⁾의 결과에서, 역압력구배를 갖는 2차원 난류경계층에서도 A_1 의 감소가 관찰되었다. 그러나 Littell & Eaton⁽¹⁷⁾은 자유회전원판 유동이 순압력구배 형태의 유동이라는 점을 고려하여, A_1 의 감소의 원인인 역압력구배에서 증가되는 “비활동적 운동(inactive motion)”에 기인하는 것이 아니라 원판경계층의 바깥 영역을 지배하는 “비회전(비점성) 운동”에 기인한다고 결론을 내렸다.

제트속도 즉, β 가 증가하는 경우, 벽 근처 A_1 값이 상당히 감소함을 볼 수 있으며, 이는 난류운동에너지의 증가에 비하여 $(\bar{u}'\bar{v}')^2 + (\bar{v}'\bar{w}')^2$ 의 증가가 작기 때문이다(Figs. 4(d)와 5(a), 5(b)). 따라서 총돌체트로 인한 반경(횡)방향 유동의 증가는 전단응력을 생성하는 에디들의 효율을 감소시킨다고 판단된다. 그리고 경계층이 횡방향 유동에 의하여 왜곡(skew)될수록 A_1 은 벽 근처에서 더 작아진다고 추정할 수 있다. 벽 근처 A_1 값의 감소 원인을 파악하기 위해서는 난류 와류구조에 대한 연구가 필요하다고 여겨진다. Bradshaw & Pontikos⁽⁴⁾의 “무한 후퇴익에서의 3차원 난류경계층” 실험과 Anderson & Eaton⁽⁹⁾의 “벽에 붙은 쇠기(wedge) 근처의 3차원 난류경계층” 실험에서도 매우 작은 A_1 이 관찰되었고 그 값은 각각 0.6과 0.25정도이다. 그러나, β 가 큰 경우 A_1 은 단조감소 후 다시 증가하는데, 이는 Fig. 5(b)에서 볼 수 있듯이 난류전단응력 $\bar{v}'\bar{w}'$ 이 증가하는데 기인한다.

3차원 난류경계층에서 가장 단순한 난류모델은 벽에 평행인 2개의 레이놀즈 전단응력성분들이 각각 평균속도구배에 선형적으로 비례한다는 등방성 에디 점성모델(isotropic eddy viscosity model)이다. 즉,

$$-\bar{u}'\bar{v}' = \nu_T \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \quad \text{and} \quad -\bar{v}'\bar{w}' = \nu_T \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} \quad (6)$$

등방성이란 단어의 의미가 암시하듯이, 각 전단응력이 각각의 평균속도구배에 달리 반응할 수 있다는 가능성은 배제하고 등방성 ν_T 가 2개의 전단응

력 모두를 나타내는 데 사용된다. 만약 등방성모델이 3차원 난류경계층에 성립한다면, 레이놀즈 전단응력 $\bar{v}'\bar{w}'$ 은 $-\bar{v}'\bar{w}' = \nu_T \frac{\partial \bar{w}}{\partial y}$ 가 예측하듯이 횡방향 속도분포에 즉시 반응하여야 한다. 그러나, 대부분의 3차원 난류경계층 연구는 $\bar{v}'\bar{w}'$ 의 반응은 등방성 에디 점성모델이 예측하는 것보다 처짐(lag)을 보이고 있다. 이러한 처짐은 다음의 전단응력벡터와 평균속도구배벡터를 사용하여 설명할 수 있다.

$$\begin{aligned} \gamma_r &\equiv \tan^{-1}\left(\frac{\bar{w}}{\bar{u}}\right), \\ \gamma_t &\equiv \tan^{-1}\left(\frac{\bar{v}'\bar{w}'}{\bar{u}'\bar{v}'}\right), \\ \gamma_g &\equiv \tan^{-1}\left(\frac{\partial \bar{w}/\partial y}{\partial \bar{u}/\partial y}\right) \end{aligned} \quad (7)$$

여기서 γ_r 는 평균속도의 방향, γ_t 는 전단응력벡터의 방향, γ_g 는 평균속도구배벡터의 방향이다. 등방성 에디 점성모델이 성립한다면 $\gamma_t = \gamma_g$ 가 된다. 그러나, 앞에서 언급하였듯이 대부분의 3차원 난류경계층은 γ_t 가 γ_g 뒤에 처짐을 보이고 있다. 이와는 반대로 γ_t 가 γ_g 를 앞서감을 보이는 연구도 Pierce & Ezekewe,⁽²⁵⁾ Fernholz & Vagt,⁽⁸⁾ Müller⁽⁷⁾ 와 Driver & Hebbard⁽²⁶⁾에 의하여 보고되었다. Fig. 8(a)에는 자유회전원판 위의 유동에서 평균속도벡터, 평균속도구배벡터와 전단응력벡터의 방향이 나타나 있으며 전단응력벡터의 방향이 평균속도구배벡터의 방향보다 경계층 전체에 걸쳐 처짐을 알 수 있다. 반면에 Fig. 8(b)에는 상대적으로 강한 반경방향 유동이 존재할 때 각 벡터의 방향이 나타나 있으며 이 경우에는 자유회전원판 위의 유동에서보다 전단응력의 처짐이 줄어드는 것을 볼 수 있다. 또한, $Re_r = 5.0 \times 10^5$, $Re_i = 1.05 \times 10^5$ 의 경우, 전단응력의 앞선이 관찰된다.

등방성 에디 점성모델로부터 벗어난 아래와 같이 유동방향 점성계수에 대한 횡방향 점성계수의 비로 정의되는 에디 점성비(eddy-viscosity ratio) N_e 를 사용하여 보일 수도 있다.

$$N_e \equiv \frac{\nu_{Tyz}}{\nu_{Txz}} = \frac{-\bar{v}'\bar{w}' / (\partial \bar{w} / \partial y)}{-\bar{u}'\bar{v}' / (\partial \bar{u} / \partial y)} \quad (8)$$

이 값은 좌표계에 따라 임의로 정의될 수 있는 값이므로 이 에디 점성비는 또한 국소 평균속도벡터의 방향 γ_r 를 기준으로 다음과 같이 정의할 수 있

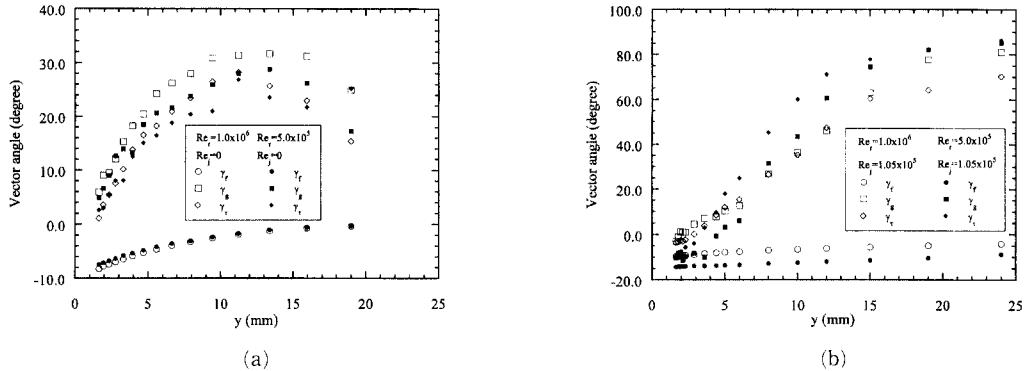


Fig. 8 Angles of the velocity, velocity gradient and shear stress vectors (γ_f , γ_g , γ_t): (a) free rotating disk flow; (b) rotating disk flow with an impinging jet.

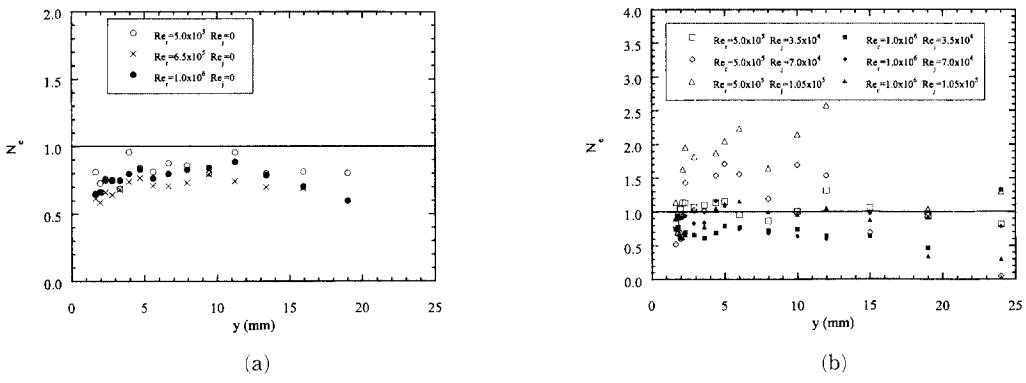


Fig. 9 Eddy viscosity ratio N_e : (a) free rotating disk flow; (b) rotating disk flow with an impinging jet.

다.

$$N_e \equiv \frac{\tan(\gamma_t - \gamma_f)}{\tan(\gamma_g - \gamma_f)} \quad (9)$$

$N_e=1$ 은 등방성 점성모델이 성립함을 의미하며, $N_e < 1$ 은 전단응력벡터의 방향이 평균속도구배벡터의 방향보다 차짐을 의미하는 동시에, 횡방향의 에디 점성계수가 주방향의 에디 점성계수보다 작음을 의미한다. Fig. 9에는 자유회전원판 유동과 상대적으로 강한 반경방향 유동이 존재하는 경우에 대하여 점성비가 나타나 있다. 이 그림에서 자유회전원판 유동에서는 뚜렷한 전단응력벡터의 차짐이 생기는 반면, 반경방향 유동이 증가할수록 전단응력벡터의 차짐이 줄어든다. 가장 강한 반경방향 유동이 형성되는 $Re_r = 5.0 \times 10^5$, $Re_j = 1.05 \times 10^5$ 의 경우에는 대부분의 경계층에서 전단응력벡터가 앞서 감으로 역전이 됨을 알 수 있다.

모든 벽제한 전단층(wall-confined shear layer)

에서 난류섭동(turbulence fluctuations) 간에 높은 비등방성이 존재한다. 이 난류의 비등방성에 대한 가장 일반적인 지표는 비등방성 텐서의 불변량들의 값이다. 레이놀즈 응력텐서 $R_{ij} (= u'_i u'_j)$ 의 비등방성 텐서는 다음과 같다.

$$b_{ij} = \frac{R_{ij} - \frac{1}{3} q^2 \delta_{ij}}{q^2} \quad (10)$$

여기서 δ_{ij} 는 kronecker delta 함수이다. b_{ij} 의 불변량은 다음과 같이 정의된다.

$$I = b_{ii} = 0 \quad (11)$$

$$II = -b_{ij} b_{ji}/2 \quad (12)$$

$$III = b_{ij} b_{jk} b_{ki}/3 \quad (13)$$

이들 불변량은 난류의 상태를 정의할 수 있으며, 난류모델이 운동학적으로 (kinematically) 옳은지를 판별하는데 사용되기도 한다. 본 실험에서 구해진 모든 데이터가 자유회전원판 위의 유동과 부가

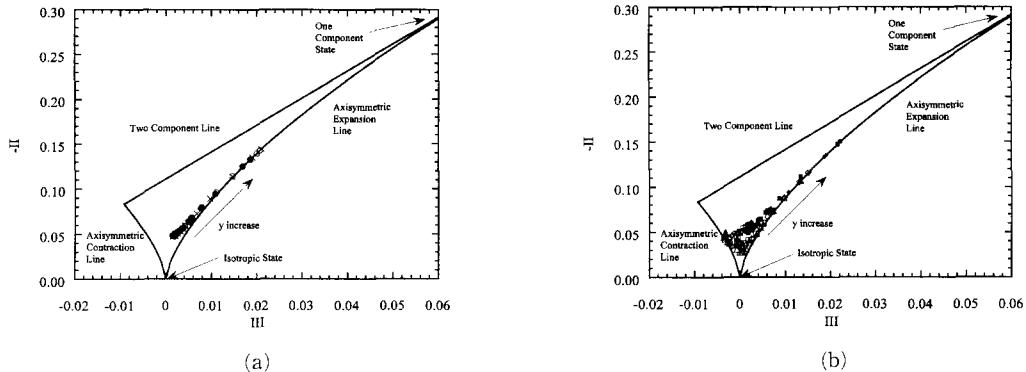


Fig. 10 Anisotropy tensor invariant map: (a) free rotating disk flow; (b) rotating disk flow with an impinging jet. Legends are the same as in Fig. 4.

된 반경방향 유동이 있는 경우에 대하여 Fig. 10의 비등방성 불변량 선도(anisotropy invariant map) 위에 나타나 있다. 자유회전원판 유동의 경우 벽 근처의 데이터는 축대칭 팽창선(axisymmetric expansion line) 근처에서 시작하여, 경계층 밖으로 감에 따라 이 선을 타고 1성분상태(one component state)를 향하여 이동함을 알 수 있다. 반면에 상대적으로 강한 반경방향 유동이 존재하는 경우 벽 근처의 데이터는 축대칭 수축선(axisymmetric contraction line) 곁으로 이동하고 경계층 밖으로 감에 따라 회전원판유동과 마찬가지로 축대칭 팽창선을 타고 1성분상태를 향하여 이동한다. 채널유동(channel flow)인 경우 벽 근처에서 $+y$ 방향으로 감에 따라 2성분선(two component line)을 타고 1성분상태로 이동하다가 축대칭 팽창선을 따라 이동한다. 벽에 가까이 감에 따라 벽에 수직인 섬동이 갑작되므로 난류상태는 2성분선 가까이 있어야 하나, 본 실험에서 측정한 벽 가까운 지점은 $y=1.64$ mm로써 경계층의 바깥층에 속한다.

3.3 길이척도(Length Scale)

2차원 난류경계층에서의 Prandtl의 혼합길이(mixing length)를 3차원 난류경계층으로 확장하여 나타내면 다음과 같다(Cebeci & Smith⁽²⁷⁾).

$$\begin{aligned} l^2 &= \frac{|\tau|/\rho}{[(\partial u/\partial y)^2 + (\partial w/\partial y)^2]} \\ &= \frac{[(-\bar{u}'v')^2 + (-\bar{v}'w')^2]^{1/2}}{[(\partial u/\partial y)^2 + (\partial w/\partial y)^2]} \end{aligned} \quad (14)$$

이 혼합길이는 벽에 수직인 좌표축의 회전에 대

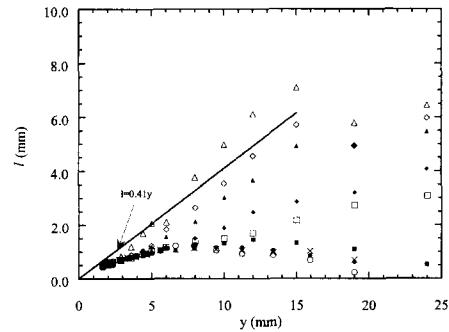


Fig. 11 Prandtl's mixing length. Legends are the same as in Fig. 4. The solid line represents the mixing length for 2-D TBL.

하여 불변량이다. Fig. 11에는 일반적인 2차원 난류경계층에서의 혼합길이와 함께 원판 위의 3차원 난류경계층에서의 혼합길이가 나타나 있다. 여기서 무차원 길이척도로 사용되는 경계층두께 δ 를 정밀하게 측정하여 구할 수 없었으므로 좌표축을 실제 척도로 나타내었다. 2차원 난류경계층의 로그영역에서의 관계식 $l=0.41y$ (Kays and Crawford⁽²⁸⁾) 보다 혼합길이가 아래에 분포되어 있는 것은 이 영역에서 전단응력이 억제되어 있음을 의미한다. 자유회전원판 유동은 2차원 난류경계층에 비하여 혼합길이가 수축되어 있고 일정한 혼합길이영역이 좁은데, 이러한 현상은 압력구동 3차원경계층의 일반적인 현상이기도 하다. 반경방향 유동비 β 가 증가함에 따라 혼합길이가 증가하는데 이는 반경방향 유동비가 증가함에 따른 전단응력크기의 증가에 기인한다.

난류운동에너지에 대한 수송방정식에 기초한 난

류모델은 소산길이척도(dissipation length scale)라고 불리는 또 다른 거리척도를 형성한다. 즉, 난류운동에너지와 등방성소산율(isotropic dissipation rate)의 관계로부터 길이척도를 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$L_{\epsilon k} = \frac{k^{3/2}}{\varepsilon} \quad (15)$$

여기에서 ε 은 난류운동에너지의 등방성소산율이다. 또한, 등방성소산율과 전단응력으로부터 다음의 길이척도를 얻을 수 있다.

$$L_{\epsilon r} = \frac{(\|\tau\|/\rho)^{3/2}}{\varepsilon} = \frac{((\sqrt{(-u'v')^2 + (-v'w')^2}))^{3/2}}{\varepsilon} \quad (16)$$

Hunt 등⁽²⁹⁾이 소산길이척도를 예측하기 위하여 다음의 모델을 제안하였으며, 이 모델(HSM)은 원래 레이놀즈수의 효과를 최소화시키기 위하여 벽에 수직인 섭동 v'^2 을 사용하여 소산길이의 척도를 아래와 같이 나타내었다.

$$L_{\epsilon v} = \frac{(v'^2)^{3/2}}{\varepsilon} = \frac{1}{A_B + A_S \frac{du/dy}{\sqrt{v'^2}}} \quad (17)$$

여기서 경계효과(boundary effect)로부터 $A_B \approx 0.27$ 이 되고, 전단효과(shear effect)로부터 $A_S \approx -0.46$ 이 된다. Culter & Johnston⁽³⁰⁾은 재부착 2차원 난류경계층에 대한 $L_{\epsilon r}$ 을 얻기 위하여 이 모델을 스키일링하였고 잘 맞음을 확인하였다. 아래의 식과 같이 이 스케일링이 $L_{\epsilon v}$ 로부터 $L_{\epsilon r}$ 와 $L_{\epsilon k}$ 를 구하는데 이용된다.

$$L_{\epsilon r} = \left(\frac{\sqrt{(-u'v')^2 + (-v'w')^2}}{v'^2} \right)^{3/2} L_{\epsilon v} \quad (18)$$

$$L_{\epsilon k} = \left(\frac{k}{v'^2} \right)^{3/2} L_{\epsilon v} \quad (19)$$

Fig. 12에는 자유회전원판 유동과 증가된 반경방향 유동이 존재하는 경우에 대하여 소산길이 $L_{\epsilon r}$ 와 $L_{\epsilon k}$ 가 나타나 있다. 여기에서 측정된 소산율은 난류운동에너지 수송방정식에서 차이로서 구해지며 이에 대한 자세한 설명은 다음의 3.4절에 기술하였다. 이 그림으로부터 벽 근처에 한하여 본 실험의 결과와 잘 맞음을 알 수 있다. 또한 강한 반경방향 유동이 존재하는 경우 무차원화된 길이척도는 증가

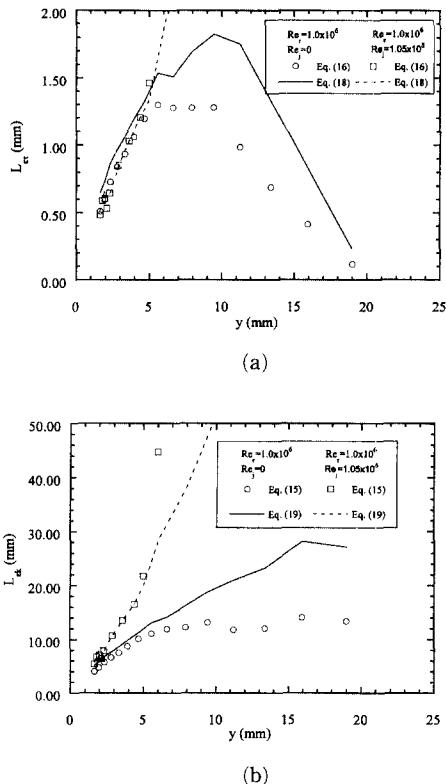


Fig. 12 Dissipation length scale for $Re_r=1.0 \times 10^6$: (a) $L_{\epsilon r}$; (b) $L_{\epsilon k}$.

한다. 반경방향 유동이 존재하는 경우에도 y 가 8 mm 이상 되는 범위에서 소산율은 0으로 수렴하여 길이척도가 발산하므로 측정된 길이척도는 6 mm 이하에 대하여 나타내었다.

3.4 수송방정식균형(Transport Equation Balance)

2차원 난류경계층과 3차원 난류경계층의 난류구조의 차이를 파악하기 위하여, 평균유동속도에 가장 큰 영향을 미치는 2개의 레이놀즈 전단응력인 $u'v'$ 과 $v'w'$ 및 난류운동에너지의 변화에 대한 자세한 조사가 필요하며, 이들에 대한 수송방정식이 아래에 나타나 있다.

for $\bar{u}'\bar{v}' (= \bar{u}_{\theta'}\bar{u}_y')$

$$\frac{\partial (\bar{u}'\bar{v}')}{\partial t} = 0 = - \left(\bar{v} \frac{\partial}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial}{\partial z} \right) \bar{u}'\bar{v}' - \bar{u} \frac{\bar{v}'\bar{w}'}{r}$$

Advection

$$-2\Omega \bar{v}'\bar{w}'$$

Rotation

$$\begin{aligned}
 & -\bar{v}^2 \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - \bar{w} \frac{\bar{u}' \bar{v}'}{r} && \text{Production} \\
 & -2 \frac{\bar{u}' \bar{v}' \bar{w}'}{r} - \frac{\partial \bar{u}' \bar{v}' \bar{v}'}{\partial y} && \text{Diffusion} \\
 & -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{u}' \bar{p}'}{\partial y} && \text{Pressure Diffusion} \\
 & + \frac{1}{\rho} \frac{\bar{p}' \partial \bar{u}'}{\partial y} && \text{Pressure Strain} \\
 & + D_{\bar{u}' \bar{v}'} && \text{Dissipation} \quad (20)
 \end{aligned}$$

for $\bar{v}' \bar{w}' (= \bar{u}_y \bar{u}_{r'})$

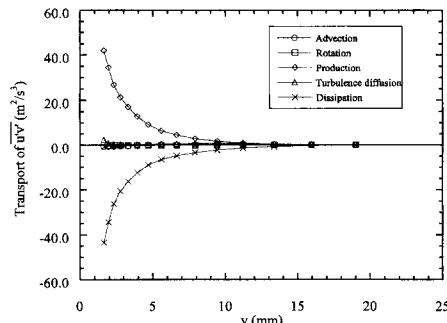
$$\begin{aligned}
 \frac{\partial (\bar{v}' \bar{w}')}{\partial t} = 0 = & - \left(\bar{v} \frac{\partial}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial}{\partial z} \right) \bar{v}' \bar{w}' + \bar{u} \frac{\bar{u}' \bar{v}'}{r} \\
 & \text{Advection} \\
 & + 2 \bar{Q} \bar{u}' \bar{v}' \\
 & \text{Rotation} \\
 & - \bar{v}^2 \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} + \bar{u} \frac{\bar{u}' \bar{v}'}{r} \\
 & \text{Production} \\
 & + \frac{\bar{u}' \bar{u}' \bar{v}'}{r} - \frac{\bar{v}' \bar{w}' \bar{w}'}{r} - \frac{\partial \bar{v}' \bar{v}' \bar{w}'}{\partial y} \\
 & \text{Diffusion} \\
 & - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{w}' \bar{p}'}{\partial y} \\
 & \text{Pressure Diffusion} \\
 & + \frac{1}{\rho} \frac{\bar{p}' \partial \bar{w}'}{\partial y} \\
 & \text{Pressure Strain} \\
 & + D_{\bar{v}' \bar{w}'} \quad \text{Dissipation} \quad (21)
 \end{aligned}$$

for $q^2 (= \bar{u}'^2 + \bar{v}'^2 + \bar{w}'^2)$

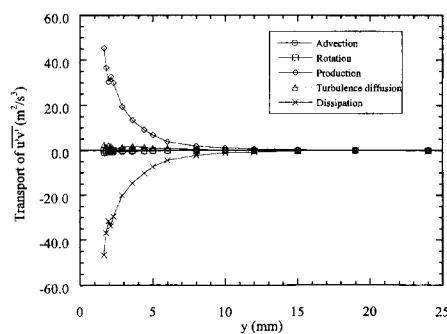
$$\begin{aligned}
 \frac{\partial q^2}{\partial t} = 0 = & - \left(\bar{v} \frac{\partial}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial}{\partial z} \right) q^2 \\
 & \text{Advection} \\
 & - 2 \left(\frac{\bar{w}}{r} \bar{u}' \bar{u}' - \frac{\bar{u}}{r} \bar{u}' \bar{w}' + \bar{v}' \bar{w}' \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} + \bar{u}' \bar{v}' \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right) \\
 & \text{Production} \\
 & - \frac{\partial}{\partial y} (\bar{u}' \bar{u}' \bar{v}' + \bar{v}' \bar{v}' \bar{v}' + \bar{v}' \bar{w}' \bar{w}') \\
 & \text{Diffusion} \\
 & - \frac{2}{\rho} \frac{\partial \bar{v}' \bar{p}'}{\partial y} \\
 & \text{Pressure Diffusion} \\
 & + D_{q^2} \quad \text{Dissipation} \quad (22)
 \end{aligned}$$

위 식에서 접선방향의 미분항은 축대칭인 점을 고려하여 무시하였다. 즉, $\partial(\cdot)/\partial\theta=0$ 이다. 또한, 상대적으로 변화율이 작은 항($\partial(\cdot)/\partial z$)도 역시 무시하였다.

접성화산항(viscous diffusion term)은 무시할 수 있었으나, 소산항(dissipation term)은 정밀한 측정이 어렵기 때문에, 압력화산항(pressure diffusion term)과 압력변형불항(pressure strain term)은 측정할 수 있는 계측기가 아직 존재하지 않기 때문에 이 항들을 직접 구할 수 없었다. 압력화산항과 압력변형불항을 무시하고 소산항을 다른 항들과의 차이로부터 구하였으므로, 그림에 표시된 소



(a)



(b)

Fig. 13 Transport equation balance for $\bar{u}' \bar{v}'$ at $Re_r = 1.0 \times 10^6$: (a) $Re_j = 0$; (b) $Re_j = 1.05 \times 10^6$.

산항에는 이에 대한 오차가 포함되어 나타난다. Eq. (22)의 난류운동에너지 수송방정식에서 압력변형율항은 trace free로서 0이 된다.

Fig. 13에는 $Re_r = 1.0 \times 10^6$ 인 경우 $\bar{u}' \bar{v}'$ 에 대한 수송방정식의 균형이 자유회전원판 유동과 반경방향 유동이 존재하는 경우에 대하여 나타나 있다. $\bar{u}' \bar{v}'$ 의 득(gain)은 양수로 실(loss)은 음수로 나타나 있다. Spalart⁽¹¹⁾의 DNS 결과와 같은 전형적인 2차원 난류경계층의 전단응력균형과 비교하면, $\bar{u}' \bar{v}'$ 의 생성항은 벽 가까이에 집중되어 있다. 이로부터 경계층의 바깥영역은 비활동적인 움직임(inactive motion)에 의하여 지배받고 있음을 알 수 있다. 특히 반경방향 유동이 존재하는 경우라도 $\bar{u}' \bar{v}'$ 의 득과 실은 y 가 12 mm 이하 되는 영역에 집중된다. $\bar{u}' \bar{v}'$ 의 수송균형에 기여하는 코리올리 효과(Coriolis effect)는 매우 미미한 반면, Fig. 14에서 볼 수 있듯이 $\bar{v}' \bar{w}'$ 의 수송균형에 기여하는 코리올리 회전항의 역할은 상대적으로 증가한다. 수

송방정식 (20)과 (21)에서 볼 수 있듯이 코리올리 힘에 의한 회전항(rotation term)은 $-2\Omega\bar{v}'w'$ 과 $2\Omega\bar{u}'v'$ 에 의하여 두 레이놀즈 전단응력사이에 교환이 생길 수 있는 통로를 제공한다. $Re_r=1.0\times 10^6$ 인 경우 Figs. 5(a)와 (b)에서 볼 수 있듯이, 벽 근처의 y 가 12 mm 이하 되는 영역에서는 $\bar{u}'v'$ 이 $\bar{v}'w'$ 보다 큰 값을 갖게된다. 따라서 $\bar{u}'v'$ 의 수송방정식에서 $-2\Omega\bar{v}'w'$ 에 의하여 생기는 손실이 적음에 비하여, $\bar{v}'w'$ 의 수송방정식에서 $2\Omega\bar{u}'v'$ 에 의하여 상대적으로 많은 득이 생김을 의미하며, 이는 결국 $\bar{v}'w'$ 의 수송균형에 기여하는 코리올리 회전항의 역할이 상대적으로 증가하는 이유가 된다. 이러한 코리올리 효과에 의한 득과 실은 전체적인 에너지균형에 있어서 득이나 실로 되는 것이 아니고, 단지 레이놀즈응력을 사이에 에너지를 재 분포시키는 역할만을 한다고 볼 수 있다. 따라서 $\bar{u}'v'$ 의 수송균형에서 회전항은 생성항이나 소산항에 비하여 작으며, 이는 생성이나 소산운동의 시간척도

에 비하여 회전의 시간척도가 더 큰 것을 의미한다.^(11,16,17)

Figs. 14(a)와 (b)에는 $Re_r=1.0\times 10^6$ 인 경우 $\bar{v}'w'$ 에 대한 수송방정식의 균형이 자유회전원판 유동과 큰 반경방향 유동이 존재하는 경우에 대하여 각각 나타나 있다. Fig. 14(b)에서 생성항이 $y=14$ mm되는 지점에서 아직도 0으로 가까이 접근하지 않은 이유는 반경방향 유동의 속도구배와 $\bar{v}'w'$ 의 값이 $y=14$ mm되는 지점에서 아직도 0이 아닌 값으로 남아있기 때문이다. 증가된 반경방향 유동을 갖는 경우, 벽으로 가까이 감에 따라 생성항이 $y=2.5$ mm 지점에서 (+)에서 (-)로 부호가 바뀌는데, 이는 반경방향 유동의 속도구배 $\partial\bar{w}/\partial y$ 가 (+)에서 (-)로 부호가 바뀌기 때문이고 $\partial\bar{w}/\partial y=0$ 인 지점에서 생성항은 0이기 때문이다. 생성항은 이렇게 부호를 바꾸는 반면, 회전항은 항상 득을 나타내고 있다. 따라서 $\bar{v}'w'$ 의 수송균형 방정식 중 벽 근처의 $\partial\bar{w}/\partial y<0$ 인 영역에서 $\bar{v}'w'$ 의 득을

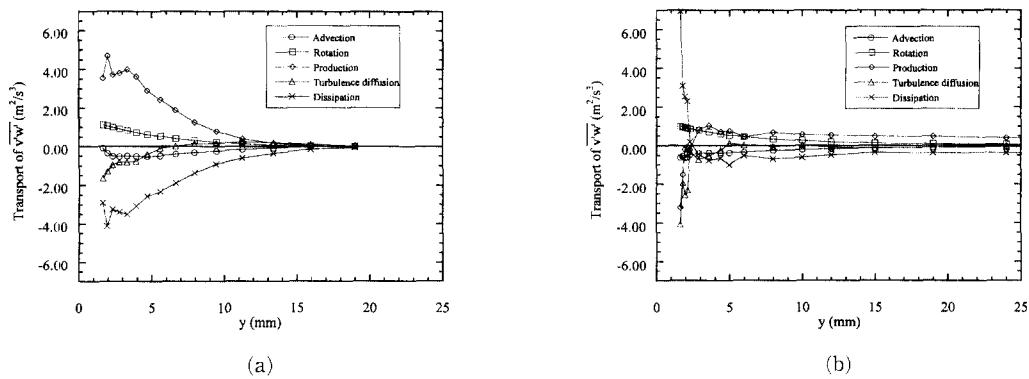


Fig. 14 Transport equation balance for $\bar{v}'w'$ at $Re_r=1.0\times 10^6$: (a) $Re_j=0$; (b) $Re_j=1.05\times 10^5$.

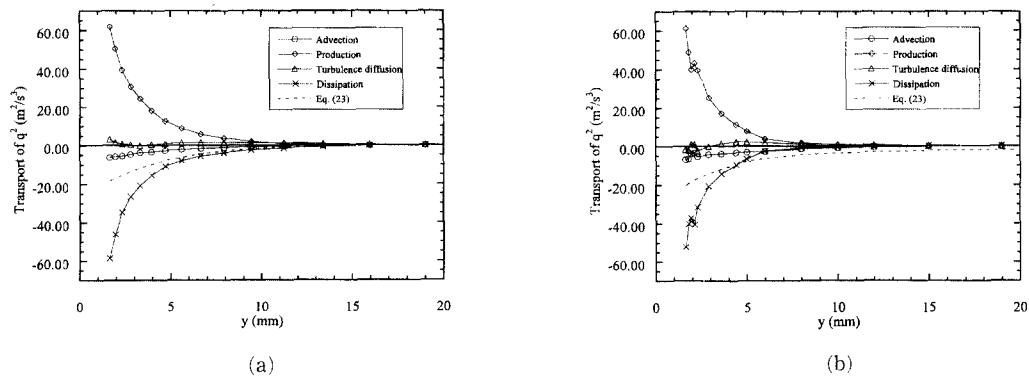


Fig. 15 Transport equation balance for q^2 at $Re_r=1.0\times 10^6$: (a) $Re_j=0$; (b) $Re_j=1.05\times 10^5$.

주도하는 항은 코리올리 효과로부터 $\bar{u}'\bar{v}'$ 에 의하여 재분배되는 회전항 $2\Omega\bar{u}'\bar{v}'$ 이다. 회전항이 생성항과 협동하여 $\bar{v}'\bar{w}'$ 의 크기를 증가시키지 않고, 회전항은 반경방향 속도구배를 완화시키는데 필요한 전단응력 $\bar{v}'\bar{w}'$ 의 형성을 방해한다. 따라서 이 회전항은 급한 반경방향 속도구배를 유지시키는 경향을 갖는다. 자유회전원판 유동의 경우에도 벽에 더 근접하여 측정이 이루어졌다면 비슷한 경향을 나타내리라 기대된다.

Fig. 15에는 2배의 난류운동에너지인 q^2 에 대한 수송방정식 균형이 나타나 있다. 또한, Bradshaw & Pontikos⁽⁴⁾가 2차원 난류경계층의 실험에서 제안한 다음의 실현식이 점선으로 나타나 있다.

$$\varepsilon = \frac{((\bar{u}'\bar{v}')^2 + (\bar{v}'\bar{w}')^2)^{3/2}}{0.1\delta} \quad (23)$$

벽 가까이에서 식 (23)에 의한 소산항은 측정치보다 그 크기가 작음을 볼 수 있다. 이는 본 실험에서 압력화산항과 압력변형률항을 무시하고 소산항을 다른 항들과의 차이로부터 구하였기 때문에 그리고 본 실험의 경계층에서의 난류구조가 2차원 난류경계층과는 다른 거동을 보이기 때문이다. 이러한 경향은 Littell & Eaton^(16,17)과 Schwarz & Bradshaw⁽²⁰⁾의 3차원 난류경계층의 실험에서도 관찰되었다. 또한, 반경방향 유동이 존재하는 경우라도 q^2 의 득과 실은 y 가 6 mm 이하 되는 영역에 집중된다.

4. 결 론

자유회전원판 위 중심에 총돌제트를 분사할 때 형성되는 3차원 경계층에 대한 실험적 연구를 수행하였다. 본 연구의 목적은 터보기계 내의 유동에 대한 가장 단순화된 모델중의 하나라고 여길 수 있는 3차원 난류경계층에서 난류특성을 파악하는 것이다. 소형 X형 열선을 유동방향에 일치시키고 4개의 다른 룰각에 위치시킴으로써 6개의 레이놀즈 응력텐서성분과 10개의 3차 난류량을 획득하였다. 본 연구를 통하여 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

(1) 본 연구에서 고찰한 3차원 난류경계층에서 벽에 평행인 2개의 레이놀즈 전단응력성분인 $\bar{u}'\bar{v}'$, $\bar{v}'\bar{w}'$ 은 동일한 레이놀즈수에 대하여 제트 레이놀즈수에 큰 영향을 받음을 알 수 있다. 즉,

$\bar{u}'\bar{v}'$ 은 제트 레이놀즈수의 증가에 따라 벽 근처에서 크기가 억제되며 벽에서 멀어질수록 $\bar{u}'\bar{v}'$ 의 감소율이 줄어드는 경향을 볼 수 있다. 제트 레이놀즈수가 증가함에 따라 $\bar{v}'\bar{w}'$ 의 최대값의 위치가 벽으로부터 멀어지고 $\bar{v}'\bar{w}'=0$ 이 되는 위치도 벽으로부터 멀어진다. 이 원인은 β 가 증가하면 $\partial\bar{w}/\partial y=0$ 인 지점이 벽으로부터 멀어지기 때문이다.

(2) 반경방향 유동 즉, β 가 증가하는 경우, 벽 근처에서 Townsend의 구조변수 A_1 값이 감소함을 볼 수 있으며, 반경방향 유동은 전단응력을 생성하는 에디들의 효율을 감소시킨다고 판단된다.

(3) 자유회전원판 유동에서는 뚜렷한 평균속도구배 벡터방향에 대한 전단응력벡터의 처짐이 생기는 반면, 벽 근처에서 강한 반경방향 유동이 존재할수록 전단응력벡터의 처짐이 줄어든다.

(4) 벽에 수직인 섭동량 \bar{v}'^2 를 사용한 HSM⁽²⁹⁾모델이 예측한 소산길이는 벽 근처에 한하여 본 실험의 결과와 잘 맞았다. 또한 강한 반경방향 유동이 존재하는 경우 무차원화된 길이척도는 증가하였다.

(5) 코리올리 힘에 의한 회전항(rotation term)은 $-2\Omega\bar{v}'\bar{w}'$ 과 $2\Omega\bar{u}'\bar{v}'$ 에 의하여 두 레이놀즈 전단응력 사이에 교환이 생길 수 있는 통로를 제공하며, $\bar{u}'\bar{v}'$ 의 수송균형에 기여하는 코리올리 효과(Coriolis effect)는 미미한 반면 $\bar{v}'\bar{w}'$ 의 수송균형에 기여하는 코리올리 회전항의 역할은 상대적으로 증가한다.

후 기

본 연구는 터보동력기계연구센터의 지원으로 수행하였으므로 이에 감사드립니다. 또한 실험장치제작에 도움을 주신 대우중공업(주) 관계자 여러분과 센서의 제작방법을 직접 전수해 주신 단국대학교 기계공학과 윤경환 교수님께 깊은 감사를 드립니다.

참고문헌

- (1) Bradshaw, P. and Terrell, M. C., 1969, "The Response of a Turbulent Boundary Layer on an 'Infinite' Swept Wing to the Sudden Removal of Pressure Gradient," *NPL Aero Report*, No. 1305.
- (2) Johnston, J. P., 1970, "Measurements in a Three-Dimensional Turbulent Boundary Layer

- Induced by a Swept, Forward-Facing Step," *J. Fluid Mech.*, Vol. 42, pp. 823~844.
- (3) van den Berg, B., Elsenaar, A., Lindhout, J. P. F. and Wesseling P., 1975, "Measurements in an Incompressible Three-Dimensional Turbulent Boundary Layer, under Infinite Swept Wing Conditions, and Comparison with Theory," *J. Fluid Mech.*, Vol. 70, pp. 127~148.
- (4) Bradshaw, P. and Pontikos, N. S., 1985, "Measurements in the Turbulent Boundary Layer on an 'Infinite' Swept Wing," *J. Fluid Mech.*, Vol. 159, pp. 105~130.
- (5) Dechow, R. and Felsch, K. O., 1977, "Measurements of the Mean Velocity and of the Reynolds Stress Tensor in a Three-Dimensional Turbulent Boundary Layer Induced by a Cylinder Standing on a Flat Wall," *Proc. of the 1st Symp. on Turbulent Shear Flows*, University Park, Pennsylvania.
- (6) Müller, U. and Krause, B., 1979, "Measurements of Mean Velocities and Reynolds Stresses in an Incompressible Three-Dimensional Turbulent Boundary Layer," *Proc. of the 2nd Symp. on Turbulent Shear Flows*, Imperial College, London, p. 15.36.
- (7) Müller, U. 1982, "Measurements of the Reynolds Stresses and the Mean-Flow Field in a Three-Dimensional Pressure Driven Boundary Layer," *J. Fluid Mech.*, Vol. 119, pp. 121~153.
- (8) Fernholz, H. H. and Vagt, J. D., 1981, "Turbulence Measurements in an Adverse-Pressure-Gradient Three-Dimensional Turbulent Boundary Layer Along a Circular Cylinder," *J. Fluid Mech.*, Vol. 111, pp. 233~269.
- (9) Anderson, S. D. and Eaton, J. K., 1989, "Reynolds Stress Development in Pressure-Driven Three-Dimensional Turbulent Boundary Layers," *J. Fluid Mech.*, Vol. 202, pp. 263~294.
- (10) Shizawa, T. and Eaton, J. K., 1992, "Turbulence Measurements for a Longitudinal Vortex Interacting With a Three-Dimensional Turbulent Boundary Layer," *AIAA J.*, Vol. 30, pp. 49~50.
- (11) Spalart, P. R., 1989, "Theoretical and Numerical Study of a Three-Dimensional Turbulent Boundary Layer," *J. Fluid Mech.*, Vol. 205, pp. 319~340.
- (12) Coleman, G. N., Ferziger, J. H. and Spalart, P. R., 1990, "A Numerical Study of the Turbulent Ekman Layer," *J. Fluid Mech.*, Vol. 213, pp. 313~348.
- (13) Moin, P., Shih, T. H., Driver, D. M. and Mansour, N. N., 1990, "Direct Numerical Simulation of a Three-Dimensional Turbulent Boundary Layer," *Physics of Fluids A*, Vol. 2, No. 10, pp. 1845~1853.
- (14) Sendstad, O. and Moin, P., 1991, "On the Mechanics of 3-D Turbulent Boundary Layer," *Proc. of the 8th Symp. on Turbulent Shear Flows*, Munich, Germany, pp. 5-4-1~5-4-5.
- (15) 강정석, 유정열, 최해천, 1997, "충돌제트를 갖는 회전원판 위 3차원 경계층의 난류특성(I)-평균유동장-", 대한기계학회논문집 B권, 제22권 제9호, pp. 1277~1289.
- (16) Littell, H. S. and Eaton, J. K., 1991, "An Experimental Investigation on the Three-Dimensional Boundary Layer on a Rotating Disk," *Stanford Univ., Dept. Mech. Eng., Thermosciences Div. Rep.* MD-60.
- (17) Littell, H. S. and Eaton, J. K., 1994, "Turbulence Characteristics of the Boundary Layer on a Rotating Disk," *J. Fluid Mech.*, Vol. 266, pp. 175~207.
- (18) Klebanoff, P. S., 1954, "Characteristics of Turbulence in a Boundary Layer With Zero Pressure Gradient," *NACA TN 3178 Rep.* 1247.
- (19) Itoh, M., Yamada, Y., Imao, S. and Gonda, M., 1990, "Experiments on Turbulent Flow Due to an Enclosed Rotating Disk," *International Symposium on Turbulence Modelling and Measurements*, Dubrovnik, Yugoslavia, pp. 659~668.
- (20) Schwarz, W. R. and Bradshaw, P., 1994, "Turbulence Structural Change for a Three-Dimensional Turbulent Boundary Layer in a 30° Bend," *J. Fluid Mech.*, Vol. 272, pp. 183~209.
- (21) Pierce, F. J. and Duerson, S. H., 1975, "Reynolds Stress Tensors in an End-Wall Three

- Dimensional Turbulent Boundary Layer," *ASME J. Fluids Eng.*, Vol. 97, pp. 618~620.
- (22) Lohmann, R. P., 1976, "The Response of a Developed Turbulent Boundary Layer to Local Transverse Surface Motion," *ASME J. Fluids Eng.*, Vol. 98, pp. 354~363.
- (23) Flack, K. A. and Johnston, J. P., 1993, "Near-Wall Investigation of Three-Dimensional Turbulent Boundary Layers," *Stanford Univ., Dept. Mech. Eng., Thermosciences Div. Rep.* MD-63.
- (24) Spalart, P. R. and Watmuff, J. H., 1993, "Experimental and Numerical Study of a Turbulent Boundary Layer with Pressure Gradient," *J. Fluid Mech.*, Vol. 249, pp. 337~372.
- (25) Pierce, F. J. and Ezekele, C. I., 1976, "Measured $\overline{u'w'}$ Stress Gradients in a Three-Dimensional Turbulent Boundary Layer," *ASME J. Fluids Eng.*, Vol. 98, pp. 6768~6770.
- (26) Driver, D. M. and Hebbar, S. K., 1987, "Experimental Study of a Three-Dimensional Shear-Driven Turbulent Boundary Layer," *AIAA J.*, Vol. 25, pp. 35~42.
- (27) Cebeci, T. and Smith, A. M. O., 1974, *Analysis of Turbulent Boundary Layers*, Academic Press, New York.
- (28) Kays, W. M. and Crawford, M. E., 1993, *Convective Heat and Mass Transfer*, 3rd Ed., McGraw-Hill, New York.
- (29) Hunt, J. C. R., Spalart, P. R. and Mansour, N. N., 1987, "A General Form for the Dissipation Length Scale in Turbulent Shear Flows," *Center for Turbulence Research Proc. of Summer Program, NASA Ames Research Center*, pp. 179~184.
- (30) Culter, A. D. and Johnston, J. P., 1987, "The Relaxation of a Turbulent Boundary Layer in an Adverse Pressure Gradient," *J. Fluid Mech.*, Vol. 200, pp. 367~387.