

하점자	
O	: 기준온도, $T_H=1,800K$
b	: 원료투입면(batch)
C	: 저온
d	: 점성 확산
H	: 고온

1. 서 론

일반적으로 고체벽 혹은 장애물이 있는 유동장에서 Reynolds 수가 증가하면 유동이 층류에서 천이유동 혹은 난류로 발달하며 그 형태도 매우 다양하다는 것은 널리 알려진 사실이다. 반면에 자연대류 유동장에서는 Rayleigh 수의 증가에 따라 정상층류에서 비정상 거동으로 발달한다. 이때 유동장내에는 국부적으로 온도의 역구배 현상이 나타나 열적 불안정성(thermal instability)이 증가하며, 유동장은 정상층류에서 비정상 주기, 비정상 준주기 혹은 혼돈유동(chaotic flow) 등으로 발전하게 된다. 이러한 비정상 거동 특성의 이해나 제어방법은 유리 제조와 같은 물질 제조 공정에서 가장 중요한 기술적 문제로 간주되고 있다.

열적 불안정성이란 밀도차에 의한 부력발생으로 형성되는 자연대류 유동장에서, 상부보다 하부의 온도가 높아서 임의의 미소한 교란에도 유동이 불안정해지는 현상을 말한다. 이러한 현상에 관하여 지난 한 세기 동안 많은 연구자들에 의하여 연구가 되어 왔으나 매우 단순한 현상 혹은 열적조건에 국한되어 있었다. 아래로부터 가열되는 수평 유동층에서, 버나드 대류(Benard convection)는 Ra 수가 약 1,708 이상에서 발생하며 Ra 수에만 의존한다⁽¹⁾는 것은 잘 알려진 사실이다. 또한 상하면의 열유체적 경계조건의 변화나 내부 열발생 유무에 따라서 버나드 대류의 임계 Ra 수는 더욱 낮아진다고 보고되었다^(2,3). 그러나 Ra 수가 증가하여 약 5,800을 넘어가면 비정상 주기유동이 나타나며, 약 9,000을 넘어가면 비정상 준주기 혹은 혼돈유동이 발생한다고 하였다⁽⁴⁻⁶⁾. 열유체 분야에서 가장 많이 다루어지는 문제의 하나인 서로 다른 등온 수직벽에 의한 정사각공간의 자연대류에 있어서도, 작동유체가 공기일 경우에 Ra 수가 1.9×10^8 을 넘어가면 비정상 주기유동을 보이는데 이러한 현상은 수직벽의 유

동경계층 혹은 사각 구석에서의 열적 불안정성 때문이라고 보고되었다^(7,8).

유리 용융로는 상부가 개방된 사각공간에서 유체내부의 수평적 온도구배로 인한 자연대류를 이용하여 유리를 연속적으로 용융하며, 유리의 품질은 이러한 자연대류의 제어방법에 따라 결정되므로 기본유동의 정확한 이해는 매우 중요하다. 유리 용융로에 관한 기존의 연구들⁽⁹⁻¹¹⁾은 모두가 정상상태 해석을 통하여 자연대류 유동셀의 형태나 온도분포를 고찰하는 연구들이었다. 한편 Lim 등⁽¹²⁾은 고온 유리의 Pr 수는 1보다 충분히 크므로 Pr 수가 자연대류에 미치는 영향은 거의 없고, Ra 수에 따라 유동장의 형태 및 세기가 매우 큰 영향을 받는다고 하였다. 또한 원료투입면의 길이는 유리 용융로 전체 길이의 약 30%가 될 때에 원료투입면으로 전달되는 용융열의 열효율이 최대가 되고, 용융로의 종횡비가 클 수록 대류유동장은 보다 강하게 형성됨을 밝혔다. 임광옥 등⁽¹³⁾은 유리 용융로의 자연대류 문제를 2차원 정상 및 비정상 수치해석을 통하여 원료투입면 아래에 불안정한 열경계층이 형성되고, 그 경계층내부의 열유동장은 용융로의 깊이와 상부면 온도차로 나타낸 Ra 수의 크기에 따라 자연대류의 주 불안정성(primary instability)이 나타날 수가 있음을 밝혔다.

본 연구에서는 임광옥 등⁽¹³⁾의 2차원 주 불안정성에 관한 연구결과를 사각공간의 폭방향으로 확장한 3차원 유동장에서 유리 용융로의 이차적 불안정성(secondary instability)을 수치적으로 분석하여 유리 용융로에서의 비정상 특성을 제시하고자 한다.

2. 수학적 모델

2.1 지배방정식

본 연구의 단순화한 물리적 모형 및 공간좌표계는 Fig. 1과 같으며, 사각공간의 상부면은 저온의 원료투입면과 고온의 용융유리면으로 구분하여 각각 서로 다른 온도로 유지되고 있다. 자연대류는 이 두 등온면간의 온도차와 유리물체의 수평적 온도구배에 의한 밀도차로 발생한다.

원료투입면의 열적 특성은 유리 용융로 전체의 열적 상황에 따라 달라지지만, 해석의 편의를 위해 원료투입면은 등온벽으로 단순화 시켰다. 그

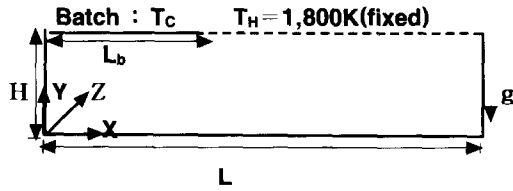


Fig. 1 Physical domain and temperatures specified at the upper surface.

러나 그 온도를 다양하게 변화시킴으로써 원료공급 방법, 버너의 연소방식 등과 같은 원료투입면의 제반 상황이 전체 열유동장에 미치는 영향을 조사할 수 있게 하였다. 반면에 상부의 또 다른 등온면은 용융된 고온의 유리물이 연소공간과 접하며, 연소가스 유동에 의한 전단력 영향은 매우 작으므로 자유표면으로 간주하였다. 문제의 해석을 위하여 도입된 가정은 다음과 같다.

(1) 유체는 비압축성 Newton 유체이며, 유동속도는 매우 작으므로 운동량방정식의 소산항은 무시한다.

(2) 부력항의 밀도변화는 Boussinesq 근사를 따르고, 열전도계수 및 점성계수는 온도에 따라 변화하나, 그 이외의 물성치는 온도에 무관하다.

(3) 자유표면은 평평하고, 표면장력의 영향은 무시한다.

이상의 가정을 기초로 한 무차원 지배방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} + V \cdot \nabla u = -\frac{\partial p}{\partial x} + \nabla \cdot [h(\theta) \nabla u] \quad (2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial \tau} + V \cdot \nabla v = -\frac{\partial p}{\partial y} + \nabla \cdot [h(\theta) \nabla v] + \frac{Ra_0}{Pr_0} \theta \quad (3)$$

$$\frac{\partial w}{\partial \tau} + V \cdot \nabla w = -\frac{\partial p}{\partial z} + \nabla \cdot [h(\theta) \nabla w] \quad (4)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + V \cdot \nabla \theta = \frac{1}{Pr_0} \nabla \cdot [f(\theta) \nabla \theta] \quad (5)$$

$$h(\theta) = \frac{\nu(\theta)}{\nu_0}, \quad f(\theta) = \frac{\alpha(\theta)}{\alpha_0} \quad (6)$$

Table 1 Thermophysical properties of a colorless container glass⁽⁹⁾.

Symbol	Value
ρ , kg/m ³	2,500
c_p , J/kg °C	1,256
k_{eff} , W/mK	$5.386 - 2.168 \times 10^{-2}T + 2.058 \times 10^{-5}T^2$
ν_0 , m ² /s	$\exp[-14.299 + 10525.07/(T - 525.6)]$
β , 1/K	5.0×10^{-5}

식(6)의 $h(\theta)$ 및 $f(\theta)$ 는 각각 무차원화된 온도 종속 동점성계수, 열확산계수를 나타내며 Table 1을 이용하여 계산된다. 하첨자 "0"는 특성온도 $T_H = 1,800K$ 에서 얻어진 값을 의미한다. 식 (1) ~ (5)에서 사용된 무차원 변수는 다음과 같다.

$$x = \frac{X}{H}, \quad y = \frac{Y}{H}, \quad z = \frac{Z}{H},$$

$$u = \frac{HU}{\nu_0}, \quad v = \frac{HV}{\nu_0}, \quad w = \frac{HW}{\nu_0}, \quad \tau = \frac{\nu_0}{H^2} t, \quad (7)$$

$$p = \frac{PH^2}{\rho\nu_0^2}, \quad A_b = \frac{L_b}{L}, \quad \theta = \frac{T - T_C}{T_H - T_C}, \quad A = \frac{L}{H},$$

$$Pr = \frac{\nu_0}{\alpha_0}, \quad Ra = \frac{g\beta H^3(T_H - T_C)}{\alpha_0\nu_0}$$

2.2 경계조건 및 초기조건

열유체적 경계조건으로 Fig. 1의 좌우 측면 및 바닥면은 단열벽 조건을 사용하였다. 상부 좌측의 원료투입면은 등온벽 조건을, 상부 우측은 자유표면으로 slip조건을 부여하고 온도를 1,800K로 일정하게 두었다. 이때에 유리 용융로의 자연대류는 상부 두 등온면간의 온도차($\Delta T = T_H - T_C$)에 의하여 발생하며 본 연구에서 주 파라미터가 된다. 사각공간의 폭방향인 z 방향으로는 주기조건을 적용하였다. 먼저 주어진 H 및 ΔT 조건에서 2차원 정상해석을 수행한 후에 2, 3차원 비정상 해석은 2차원 정상해를 초기조건으로 하여 저온의 원료투입면 온도를 ΔT 의 0.1%만큼 변경하여 과도해석을 수행하였다. 또한 3차원 비정상 해석 시에는 2차원 비정상 해석결과를 z 방향으로 확장된 모든 x - y 평면에 대입하였다.

3. 수치해석

2, 3차원 자연대류의 정상상태 및 과도해석을 위하여 유한체적법⁽¹⁴⁾으로 이산화시켰고, 격자계는 엇갈린 직교격자계를 사용하였다. 정상상태 해석시에는 지배방정식의 시간항을 제거하고 수치해석을 수행하였으나, 비정상 해석시에는 시간항을 수치적으로 가장 안정적인 완전 암시법 (fully implicit scheme)으로 수치적분을 하였다. 특히 Pr 수가 큰 유동에서는 에너지방정식의 대류항 처리시 상류항의 고려가 수렴 및 안정성에 중요하므로 QUICK scheme을 사용하였다. 사용된 격자수는 $100 \times 25 \times 22$ 의 불균일 격자이고, 컴퓨터 연산시간의 효율성을 감안하여 무차원 시간 간격은 $\Delta\tau = 1/200$ 로 하고 약 4,000에서 12,000 단계를 수행하여 비정상 거동을 분석하였다. 3차원 비정상 해석시 DEC Alpha station 600 5/266 기종을 사용하여 매 경우마다 약 60시간의 CPU 시간이 소요되었다. 따라서 3차원 해석의 파라미터적 연구는 어려우므로 실질적인 유리 용융로의 깊이 측면에서 $H=0.5, 1.0, 1.5\text{m}$ 인 경우를 중점적으로 해석하였다.

수치계산의 수렴에 있어서 고 Pr 수 유동의 특성상 에너지방정식의 수렴은 많은 반복계산을 요한다. 따라서 온도에 관한 수렴조건의 만족이 가장 중요하므로 정상 및 비정상해석시 격자점 온도의 최대변화율이 5×10^{-5} 이하가 될 때까지 반복 계산을 하였으며, 비정상 해석시 매 시간단계에서 반복계산은 5~15회 내에 수렴하였다.

4. 주 불안정성

유동 불안정성은 분기(bifurcation)로 설명되어 왔으며, 일반적으로 파라미터 값의 변화에 따른 어떠한 물리량의 분기현상을 2차원 평면상에 도식적으로 표현하여 계가 비정상 거동이나 혼돈현상으로 가는 경로를 관찰할 수 있게 한다. 이러한 분기현상은 하나의 안정된 상태에서 다른 안정된 정상상태로 이동하는 fold bifurcation, 하나의 안정된 상태에서 비정상 주기유동으로 이동하는 Hopf bifurcation 등이 있다. 수치계산을 위하여 무차원 종횡비는 $A=10$ 으로 두었고, 원료투입면의 무차원 길이는 유리 용융로 전체 길이의

30% 정도일 때가 열효율이 가장 좋다⁽¹²⁾고 하였으므로 $A_b=0.3$ 으로 하였다. 그러나 결과의 이해편리를 위하여 본문상의 도식적 표현에서는 종횡비를 5:1로 하였다. Fourier 변환을 이용한 주파수 분석은 Hanning window를 사용하였다.

유체역학에서 레이놀즈 수가 커지면 난류유동으로 발달하듯이, 자연대류에서는 Ra 수가 커지면 층류 자연대류에서 난류 자연대류로의 발달경향을 띄어야 한다. 그러나 임광옥 등⁽¹³⁾은 식 (7)에서 정의한 Ra 수는 유리 용융로의 깊이나 온도차가 커지면 Ra 수가 증가하지만 오히려 유동성이 억제되는 quenching 효과가 있다고 하였다. 이러한 사실은 일반적인 자연대류의 물리적 의미에 위배되며, 그 이유는 식 (7)에서 Ra 수의 계산시 무차원화를 위하여 열확산계수와 동점성계수를 참고온도(1,800K)에서의 값으로 일정한 값을 사용하였기 때문이다. 유리의 점성계수와 열전도계수는 강하게 온도종속을 하므로 유리 용융로의 운전온도 범위에서 평균 물성치를 도입할 필요가 있다. 이러한 유리 물성치의 온도종속성을 고려하여 이 연구에서는 식 (7)에서 정의한 Ra 수를 운전온도 범위에서 적분을 통한 평균값을 구하는 다음과 같이 수정된 Ra_m 수를 제안한다.

$$Ra_m = \frac{1}{T_H - T_C} \int_{T_C}^{T_H} \frac{g\beta H^3 (T_H - T)}{a(T) \cdot \nu(T)} dT \quad (8)$$

Fig. 2는 식 (8)에서 정의한 수정된 Ra_m 수를 온도차가 0K에서 900K인 구간에서 유리 용융로의 깊이에 따라 구분하여 계산한 것이다. 상부 표면의 온도차가 증가함에 따라 수정된 Ra_m 수는 유리

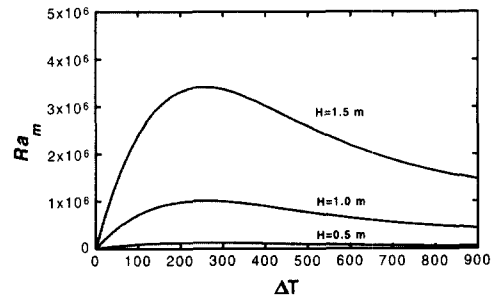


Fig. 2 Modified Rayleigh number with temperature dependent properties.

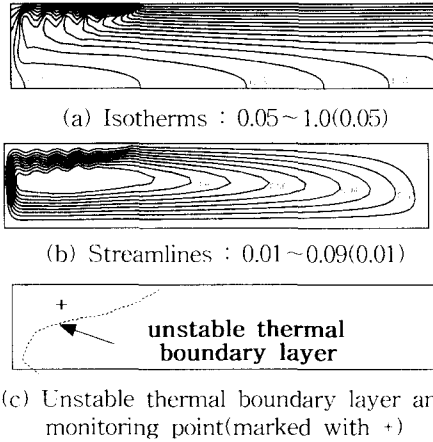
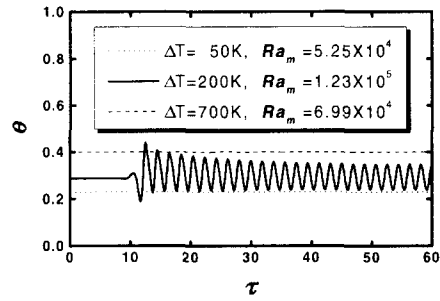


Fig. 3 Dimensionless isotherms and streamlines of transient analysis at $\tau=60$ for $Ra_m=1.23 \times 10^5$ ($H=0.5m$, $\Delta T=200K$).

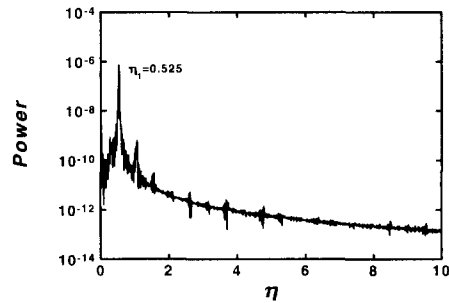
용융로의 길이에 상관없이 초기에는 증가하지만, 약 200K 이상에서는 점차 감소한다. 따라서 식 (8)에서 새롭게 정의한 수정 Ra_m 수는 유리 용융로에서의 quenching 현상을 물리적으로 잘 설명해 주는 중요한 무차원수가 된다.

Fig. 3은 $H=0.5m$, $\Delta T=200K$ ($Ra_m=1.23 \times 10^5$) 일 때의 과도해석을 통한 무차원 시간 $\tau=60$ 에서 무차원 등온선 및 유선의 분포를 각각 나타낸 것이다. 사각공간의 오른쪽 영역은 상고하저(上高下低)의 온도성층화로 유체내부의 수평적 온도차가 거의 없어 열적으로 안정적이거나, 상부 좌측의 원료투입면 아래에는 상저하고(上低下高)의 온도의 급격한 역성층화로 버나드 대류와 같은 열적으로 매우 불안정한 열경계층이 형성된다. 유동장은 반시계 방향의 단일 유동셀이 형성되며, 원료투입면 아래와 좌측벽 근처에서는 유체내부의 급격한 온도차로 인한 자연대류가 활발하여 유선이 조밀하게 나타나지만, 사각공간의 우측지역은 안정적인 온도의 성층화로 자연대류 유동장의 속도가 작아져 유선이 폭넓게 분포한다.

Fig. 4는 유리 용융로의 길이가 $H=0.5m$ 일 때에 두 등온면의 온도차에 따른 불안정한 열경계층내 지점 (0.787, 0.819)에서의 무차원 온도의 시간이력과 주파수의 특성을 나타낸 것이다. 온도차가 50K, 700K인 경우에는 시간이 경과하더라도 정상상태 자연대류 유동을 하지만, 온도차가



(a) Time history



(b) Frequency power spectra, $\Delta T=200K$

Fig. 4 Time history and frequency power spectra of $\theta(0.787, 0.819)$ for $H=0.5m$.

200K일 때에는 무차원 시간 약 10정도의 천이시간이 경과한 후에 무차원 온도가 주기적으로 변화하는 것을 보여주고 있다. 이러한 주기적 현상은 u, v 속도도 동일한 형태로 발생하였다. Fig. 4(b)의 분광분석에서 수평축의 주파수는 수치해석시 시간을 무차원화하였으므로 다음의 식으로 표현된다.

$$\eta = f \cdot \tau_d \tag{9}$$

f : 주파수, [Hz]
 τ_d : 점성확산 시간적도, $\left[\frac{H^2}{\nu_0} \right]$

한 개의 특성 무차원 주파수(η_1)만 나타나 전형적인 비정상 주기유동을 보여주며 무차원 주기는 $1.9 \tau_d$ 가 된다. 여기서 수직축은 power spectral density로 그 크기의 절대값은 주파수 특성에 대한 상대적 표현으로 의미가 없으나 곡

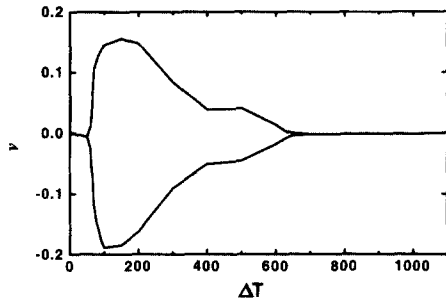
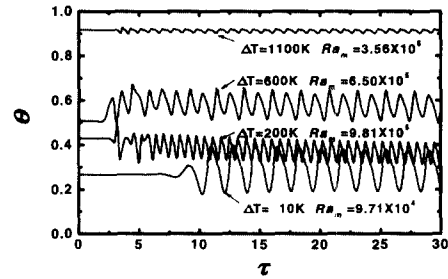


Fig. 5 Bifurcation diagram of $v(0.787, 0.819)$ for $H=0.5m$.

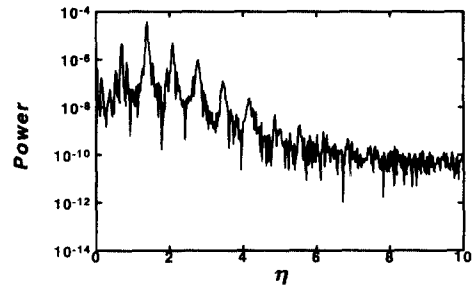
선 하부의 변적은 해당 주파수의 특성을 의미한다.

Fig. 5는 $H=0.5m$ 일 때에 지점 (0.787, 0.819)에서의 무차원 속도 v 의 분기선도를 표현한 것으로 두 등온면의 온도차가 약 60K를 넘어가면서 분기가 시작되고 150K에서 최대를 이룬 후에 점차 감소하다가 온도차가 650K가 되면 이러한 분기현상은 사라진다. 온도차가 60K보다 작을 때에는 자연대류가 매우 약하여 정상 층류유동을 하며, 온도차가 650K보다 크면 상대적으로 원료투입면의 온도가 낮아지고 원료투입면 하부영역에서 유체의 점성이 급격히 증가하여 유동성이 억제되는 quenching 효과가 나타나기 때문이다. 여기서 quenching이란 강한 온도 종속성 점성유체가 저온에서 점성이 대단히 커져서 유체의 유동성이 약해지는 현상을 말한다.

Fig. 6은 용융로의 길이가 $H=1.0m$ 이고 상부 두 등온면의 온도차가 10K에서 1,100K까지 변화할 때에 임의 지점 (0.787, 0.819)에서의 무차원 온도 θ 의 시간이력과 분광분석에 의한 주파수의 특성을 나타낸 것이다. 온도차가 10K인 경우에는 정현파 형태의 단순 주기변화를 보이나, 온도차가 200K 이상인 경우에는 비정현파 형태를 띄고 나아가서 한 주기 내에 두 개의 정점이 나타나는 비정상 준주기 현상을 보인다. Fig. 4(a)와 Fig. 6(a)로부터 비정상 거동이 나타나는 수정 Ra_m 수의 임계값은 6.99×10^5 에서 9.71×10^5 사이가 됨을 알 수 있다. Fig. 6(b)에서 특성 무차원 주파수는 $\eta_1, 2\eta_1, 3\eta_1, \dots, 6\eta_1$ 이 연속되는 조화주기의 특성을 보이며 무차원 주기는 $1.4 \tau_d$ 가 된다. 결국 유리 용융로에서의 비정상 주기현상은 식 (9)에서



(a) Time history



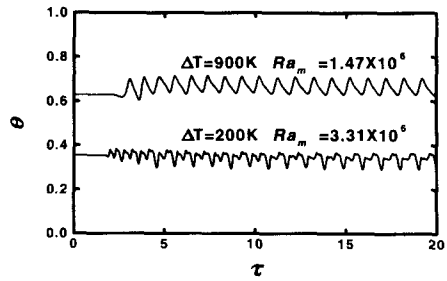
(b) Frequency power spectra, $\Delta T=200K$

Fig. 6 Time history and frequency power spectra of $\theta(0.787, 0.819)$ for $H=1.0m$.

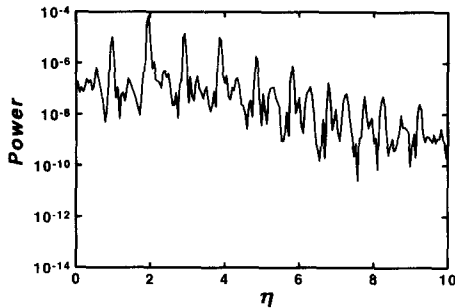
정의한 τ_d 의 시간척도로 거동함을 알 수가 있다.

Fig. 7은 $H=1.5m$ 이고 $\Delta T=200K, 900K$ ($Ra_m = 3.31 \times 10^6, 1.47 \times 10^6$)일 때에 온도차에 따른 지점 (0.787, 0.819)에서 θ 의 시간이력과 주파수 특성을 나타낸 것이다. 온도차가 900K인 경우에는 quenching 효과로 비정상 주기거동을 보이지만, 온도차가 200K인 경우에는 불규칙한 거동을 한다. 이것은 유리 용융로의 깊이가 증가할수록 Ra 수가 증가하여 대류가 활발해지는 반면에, 불안정한 열경계층내의 불안정성이 더욱 증가하기 때문으로 생각된다. 특성 주파수가 명확히 구분되는 주기거동의 경우와는 달리 무차원 주파수가 6 이하인 영역에서는 두 개의 무차원 주파수가 연속적인 조화주기 거동을 보이며, 무차원 주파수가 6이상의 영역에서는 약한 혼돈유동의 징후를 보이고 있다.

이상의 결과로부터 주 불안정성에서는 정상층류, 비정상 주기 및 비정상 준주기 유동은 확실하게 존재함이 규명되었으나, 조화주기를 기본으



(a) Time history



(b) Frequency power spectra, $\Delta T=200K$

Fig. 7 Time history and frequency power spectra of $\theta(0.787, 0.819)$ for $H=1.5m$.

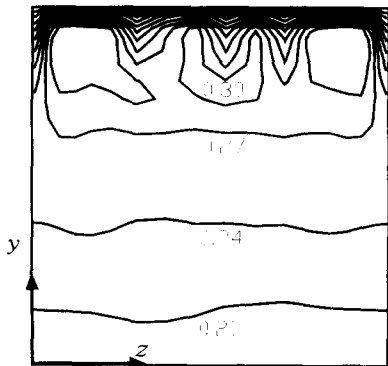


Fig. 8 Dimensionless isotherms at the plane $x = 0.787$ for $H=1.0m$, $\Delta T=200K$.

로 하고 있기 때문에 혼돈유동이 반드시 일어난다고 보기는 어렵다.

5. 이차적 불안정성

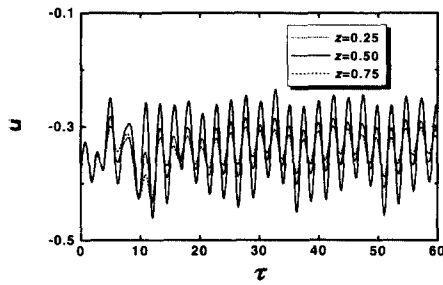
앞 절에서 2차원 해석에 의한 유리 용융로의 자연대류는 수정된 Ra_m 수의 크기에 따라 정상층류, 비정상 주기유동 및 비정상 준주기유동으로 주 불안정성을 설명하였다.

Curlet 등⁽¹¹⁾의 실험적 연구가 과도현상을 고려하지 않은 정상상태 조건하의 실험이지만, 그들의 실험에서 유리 용융로 폭 방향으로 각주 형상의 버나드 대류가 발생함을 보고하였다. Frick⁽¹⁵⁾ 등은 Galerkin method를 이용한 수평 유동층의 불안정성을 연구하여 무한 크기의 Prandtl 수 유체에서는 Ra 수가 10^4 정도에서 비정상 거동이 나타나기 이전에 이중대류(bimodal convection) 형태의 정상층류 유동이 발생한다고 보고하였다. 이중대류란 버나드 대류에 의한 기본 셀에 수직으로 형성되는 이차적인 셀을 말한다. 이들의 연구결과를 종합하면 용융로 폭방향으로도 버나드 대류가 먼저 형성될 수가 있다고 생각된다.

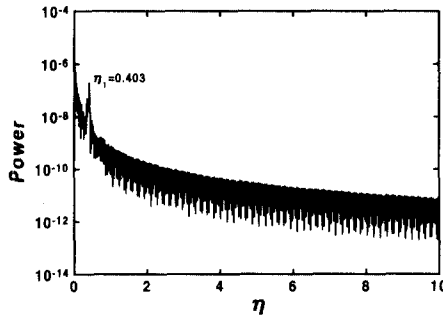
일반적으로 비정상 해석을 하기 위해서 임의의 교란을 부과하는 방법이 있으나, 본 연구에서는 인위적인 교란을 부과하지 않고 2차원 과도해석의 최종결과를 3차원 과도해석의 초기조건으로 이용하였다. 이것은 이미 2차원 과도해석의 온도 및 속도분포의 결과가 불안정성을 포함하고 있으므로 3차원 과도해석을 수행하면 2차원 불안정성이 지배방정식을 통하여 3차원 현상으로 전파되기 때문이다.

Fig. 8은 $H=1.0m$, $\Delta T=200K(Ra_m=9.81 \times 10^5)$ 일 때에 $x=0.787$ 인 단면에서의 무차원 등온선을 나타낸 것이다. 그림에서 보는 바와 같이 $z=0.50$ 인 중심면에 대하여 거의 반사대칭이며 열경계층내에서 여러 개의 유동셀이 형성된다. 이러한 유동셀은 Culret⁽¹¹⁾의 실험에서 관측된 버나드 대류와 일치하며, 주기조건의 사용을 위해서는 최소 1개 이상의 유동셀이 포함되어야 하며, 따라서 본 연구에서 가정한 주기조건의 사용은 기하학적으로 타당함을 보여준다.

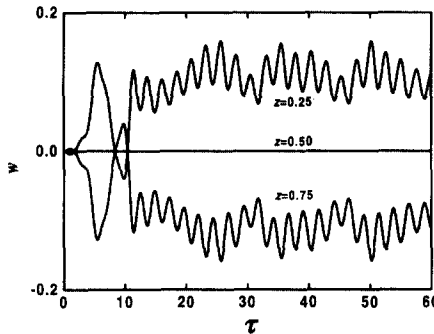
Fig. 9의 (a)와 (b)는 $H=0.5m$, $\Delta T=200K(Ra_m=1.23 \times 10^5)$ 일 때의 3차원 과도해석에 의한 $u(0.787, 0.819, z)$ 속도의 시간이력과 주파수 특성을 나타낸 것이다. $x=1.5$ 에서 폭방향으로 $z=0.25, 0.5, 0.75$ 인 세 지점의 u 속도가 초기의 천이



(a) Time history of $u(0.787, 0.819, z)$



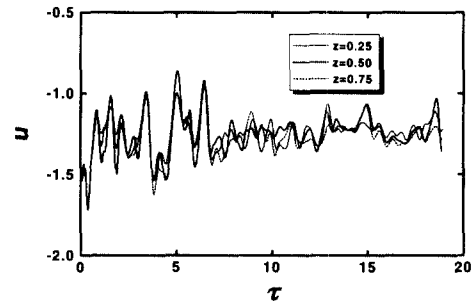
(b) Frequency power spectra of u velocity



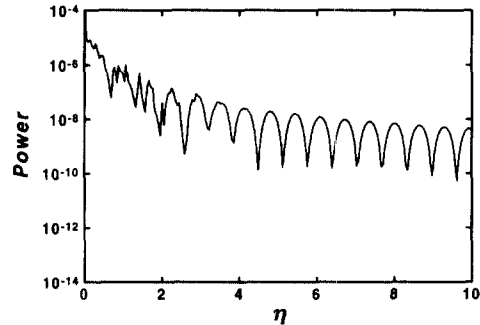
(c) Time history of $w(0.787, 0.819, z)$

Fig. 9 Secondary instability for $H=0.5\text{m}$, $\Delta T=200\text{K}$ ($Ra_m=1.23 \times 10^5$).

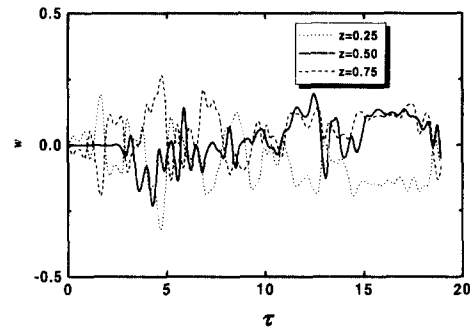
시간 동안에는 동일하지만, 이 시간이 경과하면 주기적 특성은 같지만 변화의 진폭은 달라진다. 이것은 폭방향으로의 w 속도가 점차 주기적으로 발달하기 때문이며 3차원적인 모든 물리량들이 동일하게 비정상 주기유동을 함을 알 수가 있다. 무차원 주기는 $2.48 \tau_d$ 로 2차원 해석에 의한 주기보다 약 30%정도 길어졌다. Fig. 9(c)는 $H=0.5\text{m}$, $\Delta T=200\text{K}$ 일 때에 $x=1.50$ 에서 폭방향으로 $z=0.25, 0.50, 0.75$ 인 세 지점의 속도에 대한 시간이



(a) Time history of $u(0.787, 0.819, z)$



(b) Frequency power spectra of u velocity



(c) Time history of $w(0.787, 0.819, z)$

Fig. 10 Secondary instability for $H=1.0\text{m}$, $\Delta T=200\text{K}$ ($Ra_m=9.81 \times 10^5$).

력을 나타낸 것이다. $z=0.25$ 와 $z=0.75$ 의 w 속도가 반사대칭 현상을 보인다. 주기조건의 적용은 유동장의 기하학적 형상이 주기적이면 주기조건의 사용에는 의문의 여지가 없으나, 본 연구에서는 폭방향으로 열적 불안정에 의한 유동셀 형성 시 유동셀의 속도 및 온도분포에 주기성을 강제적으로 부과하였다. 이러한 방법의 사용은 Willis⁽⁴⁾ 등의 실험에서 유동셀의 가로/세로 비율이 0.7임을 관측하였고, McLaughlin⁽⁵⁾ 등도 수치

적으로 동일한 결과를 보고하였다. 따라서 본 연구의 열경계층은 용융로 깊이의 일부분에 불과하고 폭방향 길이를 용융로 깊이와 같게 하였으므로 주기조건의 사용은 타당하다고 생각된다.

Fig. 10의 (a)와 (b)는 $H=1.0\text{m}$, $\Delta T=200\text{K}$ ($Ra_m=9.81 \times 10^5$)일 때에 $x=0.787$, $y=0.819$ 에서 z 방향으로 세 지점의 $u(0.787, 0.819, z)$ 속도의 시간이력과 주파수 특성을 나타낸 것이다. 약 1정도의 무차원 천이시간이 경과한 후에 세 지점의 속도는 서로 달라지며, 주기적 특성도 무차원 주파수 0에서 4까지 폭넓게 걸쳐서 준주기 유동을 보인다. Fig. 10(c)는 $H=1.0\text{m}$, $\Delta T=200\text{K}$ 일 때에 $x=1.50$ 에서 폭방향으로 $z=0.25, 0.50, 0.75$ 인 세 지점의 w 속도의 시간이력을 나타낸 것이다. 세 지점의 속도가 기본적으로 반사대칭 형태를 이루기는 하지만 약간의 이탈이 발생함을 보이고 있다.

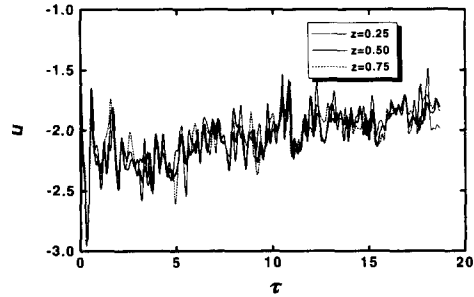
Fig. 11의 (a)와 (b)는 $H=1.5\text{m}$, $\Delta T=200\text{K}$ ($Ra_m=3.31 \times 10^6$)일 때에 $x=0.787$, $y=0.819$ 에서 z 방향으로 세 지점에서 $u(0.787, 0.819, z)$ 속도의 시간이력과 주파수 특성을 나타낸 것이다. 세 지점의 속도는 완전히 서로 다른 값을 가지며, 무차원 주파수 특성도 0에서 10까지 광범위한 특성을 보여주고 있다. 하지만 u 속도 값이 계속적으로 분기하지는 않고, 일정한 범위 내에서만 변화를 하므로 완전 발달한 난류유동으로는 발전하지는 않는 약한 혼돈유동으로 생각된다. Fig. 11(c)는 $H=1.5\text{m}$, $\Delta T=200\text{K}$ 일 때에 $x=0.787$, $y=0.819$ 에서 z 방향으로 세 지점의 w 속도의 시간이력을 나타낸 것이다. 세 지점의 속도가 완전히 탈반사대칭을 보이고 있으며, 이는 폭방향으로의 이차적 불안정성을 극단적으로 보여준다고 생각된다.

6. 결 론

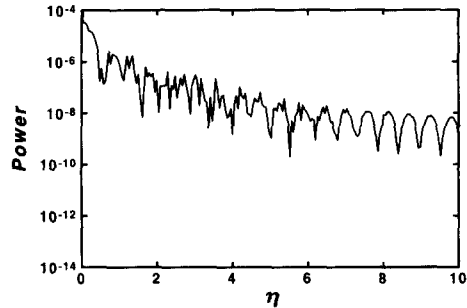
유리 용융로의 열적 불안정성에 관하여 2, 3차원 직접 수치모사를 수행하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 유리 용융로에서 원료투입면 아래에서 온도의 역구배 현상으로 열적으로 불안정한 열경계층이 형성되고, 이 열경계층은 원료투입면 선단에서 시작되어 좌측벽 쪽으로 갈수록 점차 영역이 두꺼워진다.

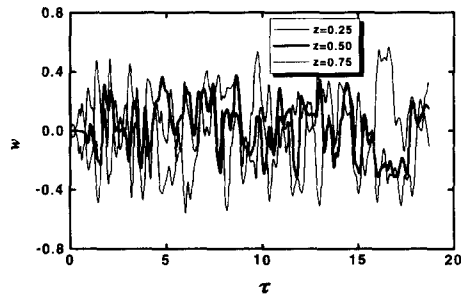
(2) 유리 용융로의 자연대류는 용융로의 깊이와 상부면의 온도차로 표현되는 수정 Ra_m 수가 9.71



(a) Time history of $u(0.787, 0.819, z)$



(b) Frequency power spectra of u velocity



(c) Time history of $w(0.787, 0.819, z)$

Fig. 11 Secondary instability for $H=1.5\text{m}$, $\Delta T=200\text{K}$ ($Ra_m=3.31 \times 10^6$).

$\times 10^4$ 이상에서 비정상 주기 및 비정상 준주기 현상으로 발달하며, 유동의 주 불안정성 및 이차적 불안정성이 나타난다.

(3) 비정상 거동의 시간척도는 점성확산 시간, $\tau_d=H^2/\nu_0$ 에서 이루어진다.

(4) 상부면의 온도차가 커질수록 Ra 수의 증가로 자연대류가 보다 활발해져야 하지만, 상대적 원료투입면의 저온화로 점성이 증가하여 자연대류가 약화되는 quenching 효과가 나타난다.

참고문헌

- (1) Ostrach, S., 1957, "Convection Phenomena in Fluids Heated from Below," *Trans. of ASME*, Vol. 79, pp. 299~305.
- (2) Sparrow, E. M., Goldstein, R. J. and Johnson, V. K., 1964, "Thermal Instability in a Horizontal Fluid Layer: Effect of Boundary Conditions and Non-Linear Temperature Profile," *J. Fluid Mech.*, Vol. 18, pp. 513~528.
- (3) Song, T. H., Han, Y. T. and Lim, K. O., 1995, "Initiation of Natural Convection in a Steadily-Cooled Flowing Layer," *3rd International seminar on mathematical model of a glass furnace*, 21-23 Apr. Vsetin, Czech.
- (4) Willis, G. D., and Deardorff, 1970, "The Oscillatory Motion of Rayleigh Convection," *J. Fluid Mech.*, Vol. 44, part 4, pp. 661~672.
- (5) McLaughlin, J. B. and Orszag, S. A., 1982, "Transient from Periodic to Chaotic Thermal Convection," *J. Fluid Mech.*, Vol. 122, pp. 123~142.
- (6) Gollub, J. P. and Benson, S. V., 1980, "Many Routes to Turbulent Convection," *J. Fluid Mech.*, Vol. 100, part 3, pp. 449~470.
- (7) Ivey, G. N., 1984, "Experiments on Transient Natural Convection in a Cavity," *J. Fluid Mech.*, Vol. 144, pp. 389~401.
- (8) Paolucci, S. and Chenowech, D., 1989, "Transition to Chaos in a Differentially Heated Vertical Cavity," *J. Fluid Mech.*, vol. 201, pp. 379~410.
- (9) Ugan, A., 1985, "Three Dimensional Numerical Modeling of Glass Melting Process," *Ph. D. thesis*, Purdue Univ..
- (10) Wright, S. and Rawson, H., 1973, "Calculation of Natural Convection in a Rectangular Cell Containing Glass with Specified Temperatures on the Boundaries," *Glass Technology*, Vol. 14, No. 2, pp. 42~49.
- (11) Curlet, N., W. E., Won, K. J., Clomburg, L. A. and Sarofim, A. F., 1984, "Experimental and Mathematical Modeling of Three-Dimensional Natural Convection in an Enclosure," *AIChE Journal*, Vol. 30, No. 2, pp. 249~257.
- (12) Lim, K. O., Song, T. H. and Lee, K. S., 1998, "Patterns of Natural Convection Driven by the Free Surface Temperature Distribution in a Glass Melting Furnace," *Glass Technology*, Vol. 39, No. 1, pp. 27~31.
- (13) 임광욱, 이관수, 1997, "유리용융로의 시간중속 자연대류," *대한기계학회 논문집 (B)*, 제 21권, 제 7호, pp. 919~927.
- (14) Patankar, S. V., 1980, *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, McGraw-Hill, New York.
- (15) Frick, H., Busse, F. H. and Clever, R. M., 1983, "Steady Three-Dimensional Convection at High Prandtl Number," *J. Fluid Mech.*, Vol. 127, pp. 141~153.