

역사이클하중이 원자력 배관계료의 파괴저항곡선에 미치는 영향

원종일* · 석창성**
(1998년 10월 2일 접수)

Effect of Reverse Cyclic Loading on the Fracture Resistance Curve of Nuclear Piping Material

Jong-Il Weon and Chang-Sung Seok

Key Words: Reverse Cyclic Loading(역사이클하중), Load Ratio(하중비), Incremental Plastic Displacement(증분소성변위), *J-R* Curve(파괴저항곡선), Single Specimen Method(단일시편법), Monotonic Loading(단조증가하중)

Abstract

Fracture resistance (*J-R*) curves, which are used for the elastic-plastic fracture mechanics analyses, are known to be dependent on the cyclic loading history. The objective of this paper is to study the effect of reverse cyclic loading on *J-R* curves in *CT* specimens. The effect of two parameters was observed on the *J-R* curves during the reverse cyclic loading. One was the minimum-to-maximum load ratio (*R*) and the other was the incremental plastic displacement (δ_{cycle}/δ_i), which is related to the amount of crack growth that occurs in a cycle. Fracture resistance test on *CT* specimens with varying load ratio and incremental plastic displacement were performed. For the SA 516 Gr. 70 steel, the results showed that the *J-R* curves were decreased with decreasing the load ratio and the incremental plastic displacement. When the load ratio was set to -1, the results of the *J-R* curves and the J_i value were about 40~50 percent of those for the monotonic loading condition. Also on condition that the incremental plastic displacement reached 1/40, the *J-R* curves and the J_i value were about 50~60 percent of those for the incremental plastic displacement of 1/10.

기호설명

J_i : 균열진점시점의 *J*-적분값
 P_{max} : 최고하중
 P_{open} : 균열열림하중
R : 하중비
T : 시험편의 두께
W : 시험편의 폭
a : 균열길이
 a_i : 초기균열길이
 a/W : 무차원 균열길이

Δa : 균열진전량
 δ_i : 균열진전시점의 변위
 δ_{cycle}/δ_i : 증분소성변위

1. 서론

원자력발전소 배관계통의 파단전누설(Leak Before Break: LBB)설계와 원자력 배관계료의 파괴거동 해석에는 *J*-적분에 근거한 탄소성파괴역학(Elastic Plastic Fracture Mechanics: EPFM)이 널리 적용되고 있다^(1~3). 이러한 설비들은 엄격한 기준과 규격에 따라 설계·제작됨에도 불구하고 많은 배관파손 사례가 보고되고 있다. 지진하중 등과 같이 인장·압축이 반복되는 형태의 역사이클하중(reverse cyclic loading)을 고려한 설계개념이 미흡한 것도 그 원인중의 하나라고 생각되며,

* 산업설비 안전성평가 연구센터

** 회원, 성균관대학교 기계공학부

현재 이에 대한 파괴물성치도 거의 확보되어 있지 않은 상태이다. 따라서 지진하중에 대한 안전성확보를 위해서는 역사이클하중이 원자력 배관재료의 파괴저항곡선에 미치는 영향에 관한 연구가 수행되어야 할 것이다. 이러한 역사이클하중 효과를 고려한 파괴역학적 건전성평가를 통해서만 지진하중에 대한 안전성을 확보할 수 있으며, 앞으로 건설될 원자력발전소의 배관계통 LBB설계에 이를 고려한 설계가 용이할 것이다.

본 연구에서는 원자력발전소 배관설비의 지진하중에 대한 안전성을 확보하기 위하여, 인장·압축이 반복되는 하중이력을 가진 역사이클하중이 파괴저항곡선에 미치는 영향을 고찰하고자 한다. 이러한 역사이클하중 효과는 하중속도, 하중비, 증분소성변위등의 인자(parameter)에 의해 많은 영향을 받는 것으로 알려져 있다⁽⁴⁻⁶⁾. 따라서 우리나라 원자력발전소 배관 계통에 직접 사용되고 있는 배관재료(SA516 Gr. 70)를 가지고, 실제 가압경수로 운전온도인 288℃에서 하중비(load ratio, R)와 증분소성변위(incremental plastic displacement, δ_{cycle}/δ_i)를 변화시켜 가며 역사이클하중이 파괴저항곡선에 미치는 영향을 고찰하였다.

2. 역사이클하중하의 파괴저항 시험

소형 인장(CT) 시험편에 대한 하중비(R) 및 증분소성변위(δ_{cycle}/δ_i)의 변화가 원자력 배관재료의 파괴저항곡선에 미치는 영향을 검토하기 위한 인장 시험과 파괴저항 시험을 수행하였다.

2.1 시험편 및 시험재료

원자력발전소 배관재료로 사용되는 SA516 Gr. 70 탄소강에 대한 인장 시험과 파괴저항 시험을 수행하였다. 본 시험에 사용할 모든 시험편을 단일 평판으로부터 T-L 방향으로 채취하였으며 ASTM E813에 따라 두께 25.4mm(1inch)의 표준시험편(IT-CT 시험편)으로 가공하였다.

2.2 인장 시험

ASTM E8⁽⁷⁾과 E21⁽⁸⁾에 따라 인장 시험을 수행하였으며, Table 1에는 시험에 사용된 재료의 화학적 조성을 나타내었다. Table 2에는 본 연구의 인장시험에서 얻은 항복강도(σ_Y), 인장강도(σ_u) 및 연신율(%)을 정리하였다.

Table 1 Chemical composition of test material.(Wt. %)

C	Si	Mn	P	S	Cu	Ni	Cr	Al	V	Nb
0.21	0.33	1.06	0.019	0.003	0.02	0.01	0.02	0.031	0.016	0.004

Table 2 Summary of tensile test results at 288℃.

Material	Strain rate	Specimen identification number	0.2 percent offset yield strength, (MPa)	Ultimate tensile strength, (MPa)	Percent elongation
SA516 Gr.70	Quasi static	RCL-T1	277	587	25
		RCL-T2	275	580	23
		RCL-T3	278	588	25

2.3 파괴저항 시험

본 연구에 사용된 재료시험기는 25톤 용량의 전기유압식 만능시험기이며, 파괴저항 시험시 하중선의 변위측정에는 캐패시탄스형(capacitance type)의 고온용 변위계기지를 사용하였다. 균열 길이 및 진전량 측정을 위하여 직류전위차법을 이용하였다. 이를 위하여 30암페어(A) 용량의 직류 공급기(DC power supply)를 이용하여 시험편에 8A를 인가하였고, 균열이 진전함에 따라 측정되는 전위차를 선증폭기를 이용하여 1만배($\times 10^4$) 증폭시켰다. 또한 1Hz 저역 통과형 필터(low pass filter)를 사용하여 잡음을 제거하였다. 시험기와 시험편을 절연시킬 수 있는 절연그립을 사용하여 잡음 발생원으로부터 시험편을 분리시켰다. 그리고 가압경수로형 원전의 실제 운전조건에서 역사이클하중의 영향을 고찰하기 위하여 운전온도인 288℃에서 시험을 수행하였다. 이를 위하여 가열로는 전기저항 가열로를 사용하였다. 가열로의 온도조절에는 인스트론사의 자동온도조절기(모델 NO. 3120)를 사용하여 실험상의 온도가 $\pm 1^\circ\text{C}$ 이내의 정확도를 가지도록 하였다. 가열로 내의 온도분포가 균일하게 자동적으로 조절되도록 시험편의 균열부와 가열로 내에 온도감지장치를 설치하여, 실험온도 도달후 적어도 60분의 유지시간을 두고 실험하였다.

시험편의 무차원 균열길이(a/W)가 0.55가 되도록 피로예비균열을 삽입하여 균열선단을 동일하게 하였으며, 모든 시험편에 두께의 20%의 측면홈을 가공하여 균열의 직진성과 평면 변형률조건을 만족시켰다. 전류입력 단자 및 전위차 출력단자에는 시험편과 같은 재료인 탄소강 리드선을 사용하였다.

역사이클하중하의 파괴저항 시험은 표준화된 시험법이 정립되어 있지 않은 상태이므로 본 연구에서는 ASTM E813⁽⁹⁾과 E1152⁽¹⁰⁾ 시험법에 준하여 단일시험편법(single specimen method)으로 시험을 수행하였다. 여기에 하중비(R)를 1에서 최대인장과 최대압축의 크기가 같을 때인 -1까지 변화시키며 파괴저항곡선의 변화를 관찰하였다. Fig. 1은 하중비가 -1인 경우의 대표적인 하중-하중선 변위선도이다. 또한 증분소성변위(δ_{cyclic}/δ_i)의 변화에 따른 파괴저항곡선의 변화를 관찰하기 위해 직류전위차법을 이용하여 하중선 변위-전위차선도로부터 균열진전시점(δ_i)을 결정하였다⁽¹¹⁻¹³⁾. 본 연구에서는 CT 시험편을 단조증가하중하에서 반복 시험하여 그 평균값인 1.92mm를 균열진전시점의 변위(δ_i)로 결정하였으며, 이를 기준으로 증분소성변위를 변화시키며 시험을 수행하였다. Table 3에는 단조증가하중하에서 구한 균열진전시점의 변위(δ_i)와 균열진전시점의 J -적분값(J_i)을 정리하여 나타내었다. Fig. 2는 하중비가 0이고 증분소성변위가 1/10인 경우의 대표적 하중-하중선 변위선도를 나타낸 것이다.

3. 결과 및 고찰

역사이클하중이 원자력 배관재료의 파괴저항 곡선에 미치는 영향을 고찰하기 위해 하중비와 증분소성변위를 변화시키며 파괴저항시험을 수행하였으며 Table 4와 같은 결과를 얻었다. 여기서, J_i 는 균열진전시점의 J -적분값이며 C_1 과 C_2 는 실험으로 구한, 다음 식과 같은 파괴저항 곡선의 최소자승법으로 구한 상수값이다.

$$J_R = C_1(\Delta a/a^*)^{C_2} \tag{1}$$

여기서, Δa 는 균열진전량, a^* 는 1mm이다.

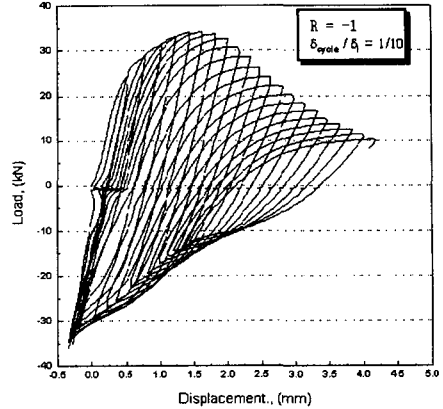


Fig. 1 Load versus load-line displacement curve for cyclic load test.

Table 3 δ_i and J_i under monotonic loading condition.

Specimen identification number	δ_i (mm)	J_i (kJ/m ²)
RCL-MON1	1.65	280
RCL-MON2	2.14	310
RCL-MON3	2.16	325
RCL-MON4	1.68	340
RCL-MON5	1.98	308
Average	1.92	313

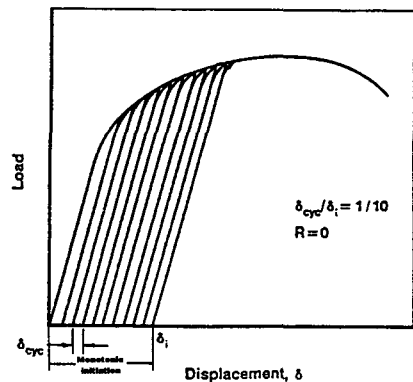


Fig. 2 Illustration of incremental plastic displacement for cyclic load test.

Table 4 Summary of fracture resistance test results at 288°C.
(Average value for replicate specimen)

Material	Strain rate	Load ratio, (R)	Incremental plastic displacement, (δ_{cycle}/δ_i)	J_i (kJ/m^2)	C_1 (kJ/m^2)	C_2
SA 516 Gr. 70	Quasi - static (1.5mm/min.)	1.0	1/10	313	345	0.35
		0.5		292	363	0.35
		0.0		262	323	0.33
		-0.3		249	311	0.34
		-0.6		182	239	0.31
		-0.8		153	215	0.35
		-1.0		134	180	0.28
		-1.0	1/5	134	191	0.35
			1/20	98	142	0.33
			1/30	85	121	0.30
			1/40	77	107	0.27

3.1 하중비 변화 시험

Fig. 3에는 하중비(R)의 변화에 따른 파괴저항곡선의 변화를 나타낸 것으로, 각각 총 네번의 시험결과를 두 개씩 평균하여 solid형과 open형으로 표시하였다. 유효범위 ($\Delta a < 0.2(W - a_i)$)내에서 하중비가 감소할수록 파괴저항곡선이 낮아지는 경향을 보였다. 그러나, 하중비가 1인 단조증가하중(monotonic loading)과 하중비가 0.5인 경우에는 파괴저항곡선의 차이가 거의 없었다. 이것은 ASTM E1152에서 제시하고 있는 제하컴플라이언스법에 의한 균열길이 계산시 제하(unloading)하중이 최고하중의 50% 넘지 않도록 하는 규정을 잘 입증해 주고 있다. 또한 Fig. 3중 하중비(R)가 =-0.3에서 solid형과 open형의 차이가 크게 나타났는데, 이것은 파괴저항 시험상의 오차라고 생각된다. Fig. 4는 증분소성변위가 1/10일 때, 하중비의 변화에 따른 균열진전시점의 J-적분값(J_i)을 단조증가하중하의 J_i 로 무차원화시켜 나타낸 것으로서 하중비가 감소할수록 J_i 가 낮아지는 경향을 볼 수 있다. 하중비가 -0.6에서의 J_i 는 단조증가하중시의 J_i 의 60% 미만으로 나타났으며, 하중비가 -1

일 때에는 40% 정도로 나타났다. 이러한 결과는 역사이클하중이 작용할 때, 하중비의 감소는 단조증가하중일 때 보다 균열선단부를 더 많이 변형경화시켜 상대적으로 재료의 파괴저항치를 저하시키기 때문이라고 판단된다.

3.2 증분소성변위 변화 시험

Fig. 5에는 하중비가 -1일 때의 증분소성변위 (δ_{cycle}/δ_i)의 변화에 따른 파괴저항곡선의 변화를 나타내었다. 유효범위 ($\Delta a < 0.2(W - a_i)$)내에서 증분소성변위가 감소할수록 파괴저항곡선이 낮아지는 경향을 보였다. 특히 증분소성변위가 1/10과 1/20사이에서 다소 큰 차이를 보이고 있다. 이런 결과는 지진하중 작용시 하중비(R) 즉, 진폭비 뿐 아니라, 일정시간동안 하중의 반복회수(δ_{cycle}/δ_i)도 파괴저항곡선에 큰 영향을 미치는 것을 알 수 있다. Fig. 6은 증분소성변위에 따른 J_i 를 증분소성변위가 1/10일 때의 J_i 로 무차원화시켜, 증분소성변위 변화에 따른 J_i 값의 변화를 나타낸 결과로서 증분소성변위가 감소할수록 J_i 가 낮아지는 경향을 보였다. 증분소성변위가 1/40일 때의 J_i 는 1/10일

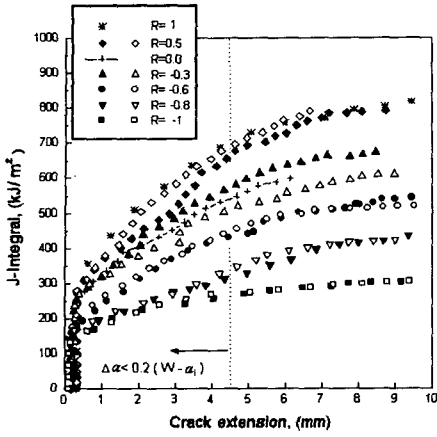


Fig. 3 Effect of load ratio for cyclic J - R curves for SA 516 Gr. 70 steel at 288°C. ($\delta_{cycle}/\delta_i = 1/10$)

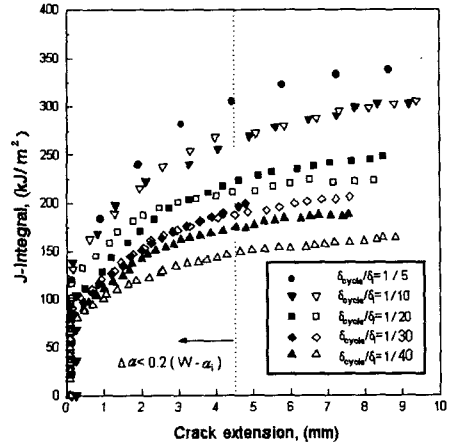


Fig. 5 Effect of incremental plastic displacement for cyclic J - R curve. ($R=-1$)

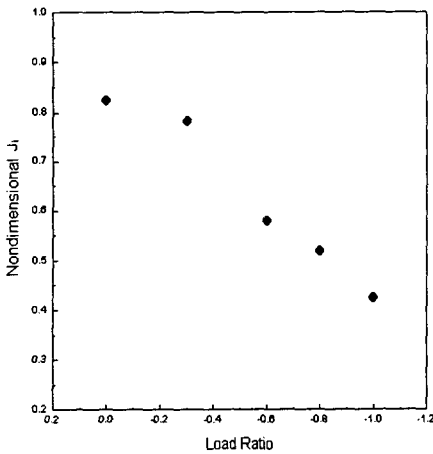


Fig. 4 Effect of load ratio for J at crack initiation. ($\delta_{cycle}/\delta_i = 1/10$)

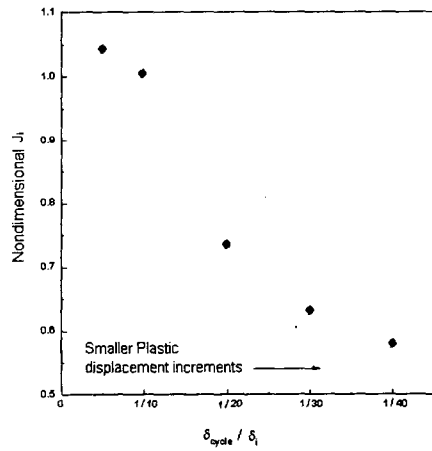


Fig. 6 Effect of incremental plastic displacement for J at crack initiation. ($R=1$)

의 J_i 의 60% 미만으로 나타났다. 이러한 원인으로서는 증분소성변위가 감소할수록 반복횟수 증가에 따른 피로(fatigue)효과가 주 원인이라 생각되며, 반복회수의 증가에 따른 인장잔류응력의 증가도 한 원인이라고 생각된다.

3.3 파괴저항곡선의 저하현상 고찰

단조증가하중하의 J -적분값 계산을 위한 면적은 Fig. 7의 $S_{(BCD)}$ 와 같다. 하지만 Dowling의 연구⁽⁸⁻⁹⁾

에 의하면 역사이클하중이 부하될 때는 균열닫힘 및 균열열림 현상이 나타나게 되며, 실제 균열진전에 사용되는 에너지는 압축하중 후 균열이 열리기 시작하는 균열열림하중(P_{open})에서부터인 면적 $S_{(ABCDE)}$ 로부터 계산되어야 할 것이다⁽¹⁴⁻¹⁵⁾. 즉, 역사이클하중하의 J -적분값 계산을 위한 면적을 $S_{(BCD)}$ 와 $S_{(ABDE)}$ 의 합이라고 가정하면, J -적분값 계산시 면적 $S_{(ABDE)}$ 만큼 과소평가되었다고 판단된다. 역사이클하중하의 J -적분값의 계산시 압축하

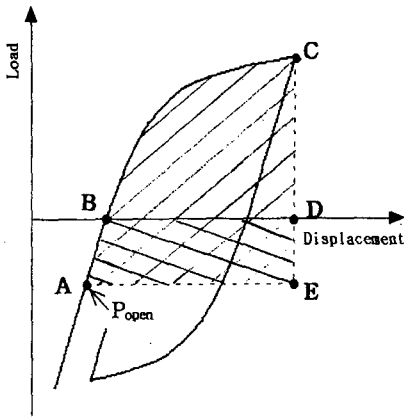


Fig. 7 Definition of area for the J calculation under reverse cyclic loading.

중의 영향을 무시하고 인장하중부분만을 고려하여 J -적분값을 계산할 경우 J -적분값이 과소평가될 수 있으며, 이러한 계산상의 차이가 역사이클하중시의 J -적분값 감소현상의 원인이 될 수 있을 것이다. 즉, 역사이클하중하의 J -적분값 계산시 인장하중부분의 면적만으로 J -적분값을 계산하는 것은 타당하지 않다고 판단되며, 압축하중을 고려한 J -적분값 계산방법이 연구되어야 할 것이다.

4 유한요소 해석

IT-CT 시험편에 대한 탄소성 유한요소해석을 수행하여 시험적으로 규명한 역사이클하중 효과를 검증하였다.

4.1 2차원 CT시험편 모델

본 해석에 사용된 유한요소코드는 ABAQUS이며, 2차원 CT 시험편 모델은 2077개의 절점과 588개의 8-절점요소를 사용하여 구성하였다. Table 5는 유한요소해석에 사용된 인장시험 결과를 정리한 것이다. 특히 인장·압축형태의 하중이 작용하는 핀 홀 주변을 부채꼴모양의 강성체로 구성하였고 압축하중시 균열선단부의 요소(element)들이 서로 겹치지 않도록 균열선단부(crack tip)를 묘사하였다. 무차원 균열길이(a/W)에 따른 탄소성 유한요소해석을 수행하기 위해 a/W

Table 5 Quasi-static SA516 Gr.70 carbon steel tensile properties used in fracture analyses.

Yield strength, (MPa)	Ultimate strength, (MPa)	Flow stress, (MPa)	Reference stress (σ_0), (MPa)	Reference strain (ϵ_0), (MPa)	α	n
276	585	430.5	276	0.00138	0.41	6.12

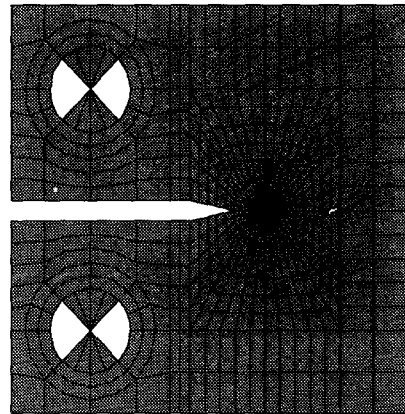


Fig. 8 Two-dimensional FE model for CT specimen. ($a/W=0.55$)

를 각각 0.55에서 0.75까지 0.05씩 증가시키며 모델링하였다. Fig. 8에는 a/W 가 0.55인 2차원 IT-CT 시험편 모델을 나타내었다.

4.2 균열열림하중결정 및 고찰

2차원 유한요소해석 모델을 이용하여, 역사이클하중하의 균열열림하중을 결정하기 위해서 a/W 를 변화시켜면서 인장⇒압축⇒인장 형태의 하중비가 -1인 역사이클하중을 주었을 때의 균열선단 절점의 변위를 측정하여, 균열선단의 절점의 변위가 양의 값을 가지기 시작할 때의 하중을 균열열림하중(P_{open})으로 결정하였다. Fig. 9에는 a/W 변화에 따른 역사이클하중하의 균열열림하중을 압축하중시의 최고하중(P_{max})으로 무차원화시켜 나타내었다. 이 그림에서 보이는 바와 같이, a/W 가 증가할수록 균열열림하중비가 높아지는 경향을 나타내었다. 하지만, 이러한 유한요소해석 결과는 해석상의 여러가지 문제점으로 실제 시험상

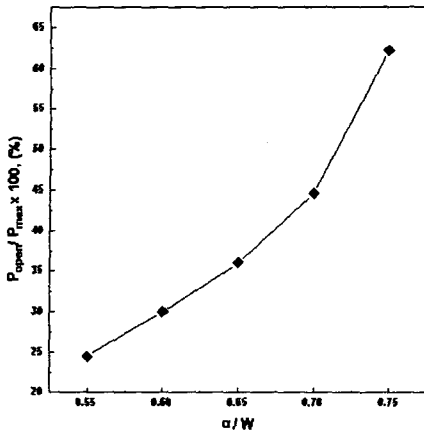


Fig. 9 Normalized comparison of cyclic results for determining crack opening load.

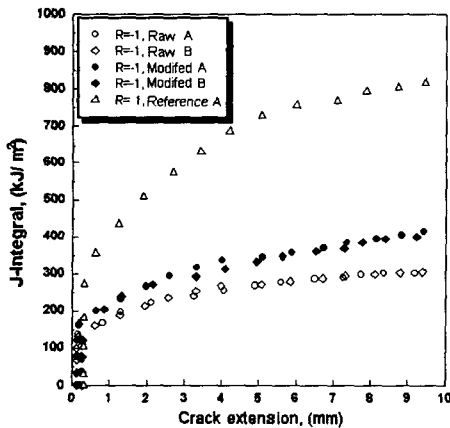


Fig. 10 Modified $J-R$ curve considering crack opening load.

의 결과치와는 다소 다른 결과를 나타낼 수도 있을 것이라 판단된다. Fig. 10에는 J -적분값 계산시 이러한 균열열림하중을 고려한 수정 파괴저항곡선을 제시하였다. Reference A 데이터는 실험으로 구한 단조증가하중($R=1$)하의 파괴저항곡선이다. 균열열림하중을 고려하여 J -적분값을 계산할 경우, 균열진전시점의 J -적분값(J)과 파괴저항곡선은 균열열림하중을 고려하지 않은 경우보다 약 20~40% 정도 높게 나타났다.

5. 결론

본 연구에서는 역사이클하중이 원자력 배관재료의 파괴저항곡선에 미치는 영향을 시험적·해석적으로 평가하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) SA516 Gr. 70 탄소강의 경우, 유효범위 ($\Delta a < 0.2(W - a_i)$)내에서 하중비(R)와 증분소성변위(δ_{cyclic}/δ_i)가 감소할수록 균열진전시점의 J -적분값과 파괴저항곡선이 낮아지는 경향을 보였다. 특히 하중비가 -1인 경우, 균열진전시점의 J -적분값과 파괴저항곡선은 단조증가하중에서의 결과에 비하여 50~60%정도 감소하는 것으로 나타났다. 또한 증분소성변위가 1/40인 경우에는 균열진전시점의 J -적분값과 파괴저항곡선은 증분소성변위가 1/10일때의 결과보다 40~50%정도 감소하였다.

(2) 역사이클하중하에서 J -적분값 계산시 압축하중을 무시하고 인장하중으로만 J -적분값을 계산하는 것은 타당하지 않다고 판단되며, 압축하중을 고려한 J -적분값 계산 방법이 연구되어야 할 것이다. 따라서 유한요소해석으로 구한 균열열림하중을 고려하여 J -적분값을 계산할 경우, 이를 고려하지 않은 경우의 균열진전시점의 J -적분값과 파괴저항곡선보다 20~40% 높게 나타났다.

(3) 역사이클하중하에서 파괴저항치의 감소 원인은 위의 (2)이외에도 반복하중 후 재료의 변형경화, 인장잔류응력 및 피로효과등의 상호 복합적인 요인 때문이라고 판단되며, 차후 이러한 감소원인들에 관한 연구가 필요하다고 생각된다.

후기

본 논문은 한국과학기술원 산하 성균관대학교 산업설비 안전성 평가 연구센터의 연구비 지원으로 이루어진 것으로서, 이에 관계자 여러분께 감사드립니다.

참고문헌

- (1) 석창성, 최용식, 1992, "파괴저항곡선에서의 균열길이 감소현상에 관한 연구(I)," 대한기계학회논문집 제16권, 제6호, pp. 1115~1120.
- (2) 석창성, 최용식, 1992, "파괴저항곡선에서의 균열길이 감소현상에 관한 연구(II)," 대한기계

- 학회논문집 제16권, 제9호, pp. 1627~1631.
- (3) 조연제, 장윤석, 석창성, 김영진, 1996, "동일 두께의 CT 시편에서 구속효과가 파괴저항곡선에 미치는 영향," 대한기계학회논문집 제20권, 제2호, pp. 529~539.
 - (4) Naoki Miura, Koichi Kashima, Katsumasa Miyazaki and Satoshi Kanno, 1997, "Effect of Negative Stress Ratio on Crack Growth for Cracked Pipe Subjected to Cycle Loading with Large-Scale Yielding," *ASME PVP* Vol. 350, Fatigue and Fracture 1. Book No. G01062, pp. 231~240.
 - (5) Naoki Miura, Terutaka Fujioka, Koichi Kashima, Katsumasa Miyazaki, Satoshi Kanno, Makoto Hayashi, Masayuki Ishiwata and Nobuho Gotoh, 1996, "Evaluation of Low-Cycle Fatigue Crack Growth and Subsequent Ductile Fracture for Cracked Pipe Experiments using Cyclic J-Integral," *ASME PVP-2*, Fatigue and Fracture Vol. 1. Book No. H1051, pp. 249~256.
 - (6) Scott, P., Kramer, G., Vieth, P., Francini, R. and Wilkowski, Gery M., 1994, "The Effect of Dynamic and Cyclic Loading During Ductile Tearing on Circumferentially Cracked Pipe: Experimental Results," *ASME PVP*, Vol. 280, pp. 207~220.
 - (7) "Standard Test Methods of Tension Testing of Metallic Materials," 1995, *ASTM E8-95a*, pp. 56~76.
 - (8) "Standard Test Methods for Elevated Temperature Tension Tests of Metallic Materials," *ASTM E21*, 1995, pp. 129~136.
 - (9) "Standard Test Method for J_{IC} , A Measure of Fracture Toughness," *ASTM E813-89*, 1995, pp. 646~660.
 - (10) "Standard Test Method for Determining $J-R$ Curves," *ASTM E1152-87*, pp. 763~773.
 - (11) Wilkoski, G. M., Wambaugh, J. O. and Prabhat, K., 1984, "Single Specimen J Resistance Curve Evaluation Using the Direct-Current Potential Drop Method and Computerized Data Acquisition System," *Fracture Mechanics : 15th Symposium, ASTM STP 833*, pp. 553~576.
 - (12) Vassilaros, M. G. and Hackett, E. M., 1984, " J -Integral R -Curve Testing of High Strength Steels Utilizing the Direct-Current Potential Drop Method," *Fracture Mechanics : 15th Symposium, ASTM STP 833*, pp. 535~552.
 - (13) Bakker, Ad., 1985, "A DC Potential Drop Procedure for Crack Initiation and R -Curve Measurements During Ductile Fracture Tests," *Elastic-Plastic Fracture Test Method, ASTM STP 856*, pp. 394~410.
 - (14) Dowling, N. E., 1976, "Geometry Effects and the J -Integral Approach to Elastic-Plastic Fatigue Crack Growth," *ASTM STP 601*, pp. 19~32.
 - (15) Dowling, N. E., and Begley, J. A., 1976, "Fatigue Crack Growth During Gross Plasticity and the J -Integral," *Mechanics of Crack Growth, ASME STP 590*, pp. 82~103.