

# 온도하중을 고려한 장대레일 궤도의 안정성 해석

## Stability of Continuous Welded Rail Track under Thermal Load

강 영 종<sup>1)</sup> · 임 남 형<sup>2)</sup> · 신 정 렬<sup>3)</sup> · 양 재 성<sup>4)</sup>

*Kang, Young Jong · Lim, Nam Hyoung · Shin, Jeong Ryol · Yang, Jae Seong*

요 약 : 수십 년 동안, 철도는 차량의 운영과 조작 기술에 맞추어 짧은 길이의 레일을 서로 신축 이음을 두고 연결한 궤도를 이용하여 건설되었다. 그러나 이러한 신축이음들은 궤도 손상과 유지비 증가 등의 많은 단점들을 유발시켰다. 그래서, 철도 기술자들은 차량, 용접, 체결의 기술이 발전함에 따라 열차 하중, 속도의 증가를 위해 레일 사이의 신축 이음을 제거하는 데 많은 관심을 가지게 되었다. 그래서 최근 등장한 것이 기존 레일의 단점들을 해소할 수 있는 CWR궤도이다. 그러나 이러한 CWR궤도는 기존 레일의 단점을 극복할 수 있었으나 레일의 장대화에 따른 온도 하중으로 인한 레일의 좌굴 문제를 야기시켰다. 본 논문에서는 유한 요소 해석을 이용하여 선형 좌굴 해석을 위한 CWR 궤도의 모델과 해석 프로그램인 CWRB를 개발하였다. 레일의 해석 모델은 레일요소 당됨을 고려한 14개의 자유도로 나타내었으며, 체결재, 침목, 도상 저항력을 스프링 요소를 사용하였다. 장대레일의 온도하중에 의한 좌굴 온도 및 모드의 분석으로 장대레일의 온도 좌굴 특성을 고찰하였다.

ABSTRACT : For many decades, the railway was constructed using tracks with jointed rails of relatively short lengths in accordance with rolling and handling technology. The joints cause many drawbacks in the track and lead to significant maintenance cost. So, railroad engineers became interested in eliminating joints to increase service loads and speeds by improving rolling, welding, and fastening technology. Continuous welded rail(CWR) track has many advantages over the conventional jointed-rail track. But, in the case of the elimination of rail joints, it may cause the track to be suddenly buckled laterally by thermal loads. In this paper, CWR track model and CWRB program are developed for linear buckling analysis using finite element method. Rail element with a total of 14 degrees of freedom is used. The stiffness of the fastener, tie, and ballast bed are included by a set of spring elements. The investigation on the buckling modes and temperature of CWR track is presented.

핵 심 용 어 : 장대 레일, 궤도, 좌굴, 온도 하중, 유한 요소 해석

KEYWORDS : CWR, Track, Buckling, Thermal load, FEM

1) 정회원, 고려대학교 토목환경공학과, 교수  
2) 정회원, 고려대학교 토목환경공학과, 박사과정  
3) 정회원, 한국철도기술연구원 시설연구부, 연구원  
4) 한국철도기술연구원 시설연구부, 책임연구원

본 논문에 대한 토의를 1999년 12월 31일까지 학회로 보내 주시면 토의회답을 게재하겠습니다.

## 1. 서 론

기존의 일반 궤도구조는 온도 팽창에 대비하여 레일과 레일 사이에 신축 이음(Expansion Joint)을 두고 서로 기하학적으로 연결되어 있다. 그러나 이런 연결 부분은 구조적으로 궤도구조를 약하게 할 뿐 아니라 궤도의 유지비를 증가시키고 열차 주행에 많은 에너지 소비를 가지고 온다. 현대의 고속 주행의 열차에 있어서는 열차가 궤도의 이런 이음매 부분을 통과할 때 열차의 속도 저하와 함께 많은 소음과 진동을 야기하는 등 여러 문제를 야기시키고 있다. 그래서, 레일 사이의 신축이음을 제거하는 대신 서로 연속적으로 용접·연결되어있는 CWR(Continuous Welded Rail) 궤도 구조를 많이 사용하고 있다.<sup>(5),(7),(8)</sup> 이 CWR 궤도구조의 사용으로 위 기술한 기존 레일의 단점들을 어느 정도 해소할 수 있었다. 하지만, 이 또한 온도로 인한 레일의 좌굴이라는 레일의 안정성 문제를 야기시켰다. 이 CWR 궤도의 안정성을 확보하기 위해서 많은 국가의 연구센터에서 여러 해에 걸쳐 이론적인 연구와 실험<sup>(3),(7)</sup>들이 행해져 오고 있으나 국내에서는 아직 이 연구에 대해서는 미비한 상태에 있다.

본 연구에서는 장대 레일 좌굴시 휨-비틀림 거동을 정확히 모사하기 위하여 레일의 요소는 뒹(warping)을 고려하여 한 절점당 7개의 자유도를 가지며, 침목과 같은 경계를 스프링으로 모사하였다. 그리하여, 범용 프로그램으로는 모사할 수 없는 침목의 레일 단면내 위치를 정확히 모사하여 정확한 장대 레일의 좌굴 해석 및 좌굴 거동 특성을 파악할 수 있도록 레일의 해석 모델을 개발하고, 유한 요소 정식화 과정을 거쳐 레일의 좌굴 해석 프로그램인 CWRB를 개발하였다. 이 CWRB 프로그램을 이용하여 본 논문에서는 침목, 도상, 체결구의 궤도 인자들이 레일의 안정성에 미치는 영향을 분석하고 좌굴 임계 온도를 산정하여 장대 레일의 온도하중에 의한 좌굴 특성을 고찰한다.

## 2. CWR 궤도의 해석 모델

### 2.1 궤도의 재료적, 기하학적 특성

궤도 구성인자들로써는 그림 1.에서 보는 것과 같이 레일, 침목, 패드 그리고 체결구 등을 들 수 있다. 침목에는 목침목과 콘크리트 침목 두 종류가 흔히 쓰이며 패드에는 레일 패드와 침목 패드가 있다. 그리고, 레일의 힘을 탄성적으로 흡수하고 침목에 전달하는 체결구에는 타이 플레이트와 탄성 체결구가 많이 쓰이고 있다.

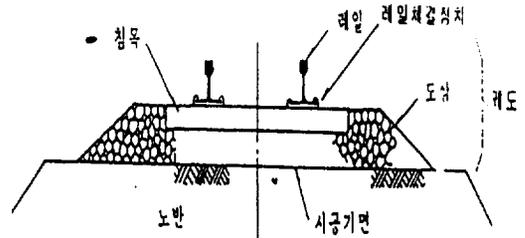


그림 1. 궤도 구조

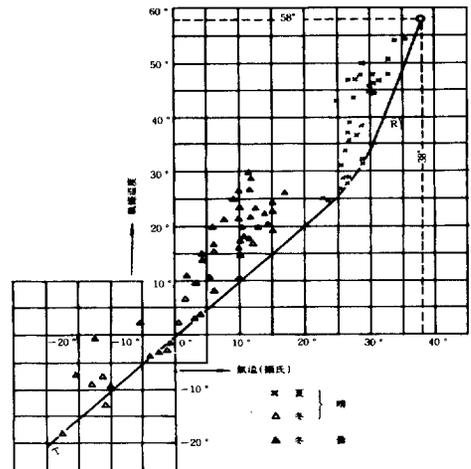


그림 2. 대기온도와 레일 온도와의 관계

도상과 침목사이의 저항력과 레일 체결구의 강성은 완전 탄·소성 거동을 보이나 본 논문에서는 전반적인 레일의 좌굴 특성을 고찰하고자 완

전 탄성 거동을 하는 것으로 가정하였다. 그림 2.에서와 같이 레일에 발생할 수 있는 온도 범위는 최고 대기온도 40°C에서의 레일 온도는 60°C, 최저 온도 -20°C에서의 레일 온도는 -20°C로서 그 범위는 약 80°C이다.<sup>(5)</sup> 그리고 국철의 선로정비 규칙에 의하면 부설 당시의 온도, 즉 설정온도는 22°C ~ 28°C 범위로 제한하고 있다.

## 2.2 레일 단면

레일 단면의 특성을 나타내는 단면상수 값들은

수 있을 정도로 작다는 Euler-Bernoulli의 기본적인 가정을 이용하였으며 단면내의 전단변형은 고려하지 않는다.

### 2.2.1 레일의 지배 미분 방정식

#### 1) 변위

변위와 변형률의 관계는 Green-Lagrangian Strain Tensor를 사용하며 좌표계는 Principal Central Coordinate와 Principal Sectorial Coordinate를 사용한다. 단면은 원래의 형상을 유지한다는 가정과 Euler-Bernoulli 가정을 이용하면 식(1)

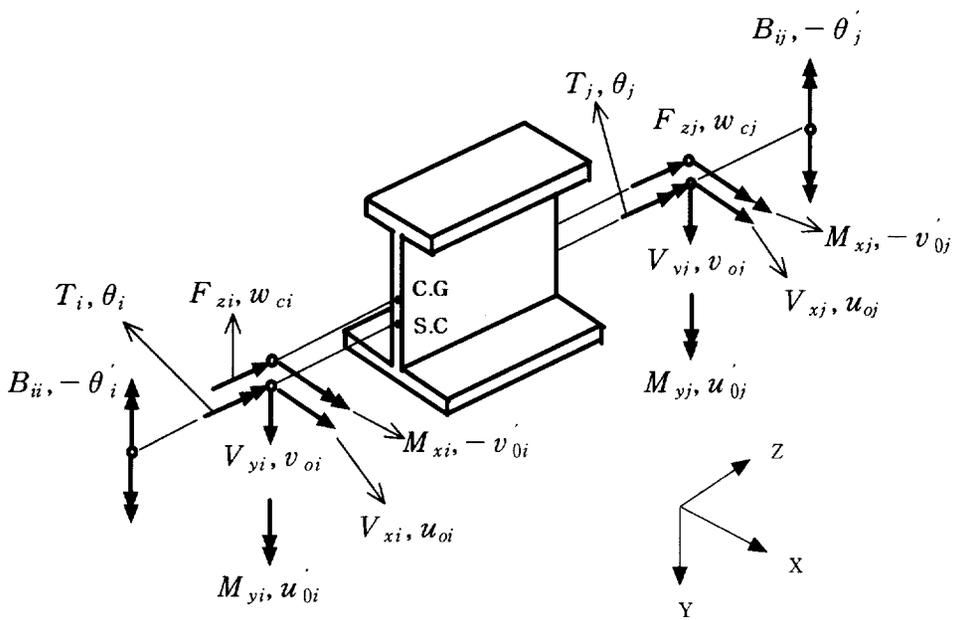


그림 3. 레일요소의 절점변위와 절점력

서로 일치하도록 하면서 레일의 단면을 일축대칭 I형 단면으로 이상화시키고, 그림 3.과 같이 x, y, z방향 변위와 회전 변위 즉, 6개의 자유도에 됨(warping)을 고려하여 절점당 7개의 자유도를 가지는 레일 직선 보요소를 개발하였다.

요소의 개발시 전체 포텐셜 에너지의 최소 법칙을 이용하고 레일의 단면은 원래의 형상을 유지한다는 것과 휨이나 뒹에 의해 발생하는 범선 응력의 축방향 변화에 따른 전단변형률은 무시할

과 같은 레일 단면의 변위장을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 u &= u_o - (y - y_o) \cdot \theta \\
 v &= v_o + x \cdot \theta \\
 w &= w_c - y \cdot v_o - x \cdot u_o - \omega \cdot \theta
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

여기에서,  $y_o$ 는 도심에 대한 전단중심의 y축 좌표를 나타내며,  $u_o, v_o, \theta$ 는 전단중심에서의 x, y, z축 방향의 기준변위와 회전변위를 나타낸다. 그리고  $w_c$ 는 레일 단면의 z축방향 평균 변위를 나타낸다.

## 2) 지배미분방정식

전체 포텐셜 에너지는 변형된 구체에 저장된 변형 에너지와 작용하중에 의한 포텐셜 에너지 감소량의 합으로 정의된다. 또한 전체 포텐셜 에너지의 1차 변분을 취하고 그것을 0으로 놓으면 식(2)와 같은 전체 포텐셜 에너지 최소 법칙의 방정식을 얻을 수 있다.

$$\delta\Pi = \delta U + \delta V = 0 \quad (2)$$

$\delta U$ 는 변분 변형 에너지로서 다음 식(3)과 같이 표현된다

$$\begin{aligned} \delta U &= \int_V \sigma_z \delta \varepsilon_z dV + \int_V \tau_{xz} \delta \gamma_{xz} dV \\ &\quad + \int_V \tau_{yz} \delta \gamma_{yz} dV \\ &= \int_V \sigma_z \delta \varepsilon_z^L dV + \int_V \tau_{xz} \delta \gamma_{xz}^L dV \\ &\quad + \int_V \tau_{yz} \delta \gamma_{yz}^L dV + \int_V \sigma_z \delta \varepsilon_z^N dV \\ &\quad + \int_V \tau_{xz} \delta \gamma_{xz}^N dV + \int_V \tau_{yz} \delta \gamma_{yz}^N dV \end{aligned} \quad (3)$$

여기에서, 윗첨자 L은 선형 변형률항을 그리고 윗첨자 N은 비선형 변형률항을 나타낸다.  $\sigma$ ,  $\tau$ 는 각 축에 대한 법선응력과 전단응력을 나타내며  $\varepsilon$ ,  $\gamma$ 는 각 축에 대한 법선 변형률과 전단 변형률을 나타낸다.

$\delta V$ 는 작용 하중에 의한 포텐셜 에너지의 감소를 나타내는 것으로 다음 식(4)와 같이 표현된다.

$$\delta V = - \int_L q_i \delta u_i dz \quad (4)$$

여기에서  $q_i$ 와  $u_i$ 는 각각 표면력과 변위장을 나타내는 것으로 본 연구에서는 3개의 등분포 하중과 3개의 등분포 모멘트를 고려한다.

식(1)과 식(2)를 이용하여 레일의 지배 미분 방정식을 구하면 다음 식(5)와 같다. 여기에서,  $q_x$ ,

$$-F'_z = q_z \quad (5a)$$

$$-M''_x - (F_z v_0 - M_y \theta')' = q_y + m'_x \quad (5b)$$

$$M''_y - (F_z u_0 - M_x \theta' + F_x y_0 \theta')' = q_x - m'_y \quad (5c)$$

$$-B''_i - T'_{sv} - (-M_y v_0 - M_x u_0 + F_z y_0 u_0 + \omega_a \theta')' = m_z + m'_\omega \quad (5d)$$

$q_y$ ,  $m_z$ 는 전단 중심축에 작용하는 등분포 하중과 등분포 비틀 모멘트이며  $q_z$ ,  $m_x$ ,  $m_y$ 는 도심축에 작용하는 등분포 하중과 등분포 모멘트이다.

## 2.2.2 레일 단면의 유한 요소 정식화

### 1) 형상 함수

그림 3.에서 처럼 레일 요소는 절점당 7개, 요소당 14개의 자유도를 갖으며 절점변위벡터( $\mathbf{d}$ )를 네 개의 기준변위로 나누어 표현하면 다음과 같다.

$$\mathbf{d} = [ \mathbf{d}^{uT}, \mathbf{d}^{vT}, \mathbf{d}^{wT}, \mathbf{d}^{\theta T} ]^T \quad (6)$$

여기에서,

$$\mathbf{d}^{uT} = [ u_{oi}, u'_{oi}, u_{oj}, u'_{oj} ] \quad (7a)$$

$$\mathbf{d}^{vT} = [ v_{oi}, -v'_{oi}, v_{oj}, -v'_{oj} ] \quad (7b)$$

$$\mathbf{d}^{wT} = [ w_{ci}, w_{cj} ] \quad (7c)$$

$$\mathbf{d}^{\theta T} = [ \theta_i, -\theta'_i, \theta_j, -\theta'_j ] \quad (7d)$$

여기에서,  $i, j$ 는 절점번호이고, 윗첨자  $T$ 는 전치 행렬을 의미한다.

본 연구에서는 축방향 변위성분인  $w_c$ 는 선형 Lagrangian 다항식으로,  $u_o$ 와  $v_o$ 는 3차 Hermitian 다항식으로 표현되는 형상함수를 사용하여 레일 단면의 변위장과 절점변위의 관계를 유도하였다. 축방향 회전성분인  $\theta$ 는  $v_o$ 와 같은 형상함수를 사용할 수 있으나 본 연구에서는 뒀의 효과를 충분히 고려하고 Saint-Venant 비틀강성을 고려하기 위하여 식(5d)의 지배 미분 방정식에서 선형 지배 미분 방정식의 제차해를 형상함수로 사용하였다.

(1) x방향 기준 변위,  $u_o$

$$u_o = \mathbf{N}_u \cdot \mathbf{d}^u \quad (8)$$

여기에서, 형상함수  $\mathbf{N}_u$ 는 다음과 같다.

$$N_u = \begin{bmatrix} 1 - 3\xi^2 + 2\xi^3, & L(\xi^3 + \xi - 2\xi^2) \\ 3\xi^2 - 2\xi^3, & L(\xi^3 - \xi^2) \end{bmatrix} \quad (9)$$

여기서,  $\xi$ 는  $z/L$ 을 나타내고  $L$ 은 요소의 길이를 의미한다.

(2)  $y$ 방향 기준 변위,  $v_o$

$$v_o = N_v \cdot d^v \quad (10)$$

여기에서, 형상함수  $N_v$ 는 다음과 같다.

$$N_v = \begin{bmatrix} 1 - 3\xi^2 + 2\xi^3, & L(-\xi^3 - \xi + 2\xi^2) \\ 3\xi^2 - 2\xi^3, & L(-\xi^3 + \xi^2) \end{bmatrix} \quad (11)$$

(3)  $z$ 방향 기준 변위,  $w_c$

$$w_c = N_w \cdot d^w \quad (12)$$

여기에서, 형상함수  $N_w$ 는 다음과 같다.

$$N_w = [1 - \xi, \xi] \quad (13)$$

(4) 단면의 회전 변위,  $\theta$

$$\theta = [N_{\theta 1} \ N_{\theta 2} \ N_{\theta 3} \ N_{\theta 4}] \cdot d^\theta = N_\theta \cdot d^\theta \quad (14)$$

여기에서, 형상함수  $N_\theta$ 는 다음과 같다.

$$N_{\theta 1} = \frac{1}{D} [a + ak \operatorname{Sinh} k - a \operatorname{Cosh} k - a^2 x \operatorname{Sinh} k + a \operatorname{Sinh} k \operatorname{Sinh}(az) - a \operatorname{Cosh} k \operatorname{Cosh}(az) + a \operatorname{Cosh}(az)] \quad (15a)$$

$$N_{\theta 2} = \frac{1}{D} [-az + \operatorname{Sinh} k - k \operatorname{Cosh} k + az \operatorname{Cosh} k - k \operatorname{Sinh} k \operatorname{Sinh}(az) + \operatorname{Cosh} k \operatorname{Sinh}(az) - \operatorname{Sinh}(az) + k \operatorname{Cosh} k \operatorname{Cosh}(az) - \operatorname{Sinh} k \operatorname{Cosh}(az)] \quad (15b)$$

$$N_{\theta 3} = \frac{1}{D} [a - a \operatorname{Cosh} k + a^2 z \operatorname{Sinh} k - a \operatorname{Sinh} k \operatorname{Sinh}(az) + a \operatorname{Cosh} k \operatorname{Cosh}(az) - a \operatorname{Cosh}(az)] \quad (15c)$$

$$N_{\theta 4} = \frac{1}{D} [k - \operatorname{Sinh} k + az \operatorname{Cosh} k - az + \operatorname{Sinh}(az) - \operatorname{Cosh} k \operatorname{Sinh}(az) + \operatorname{Sinh} k \operatorname{Cosh}(az) - k \operatorname{Cosh}(az)] \quad (15d)$$

여기서,  $D = 2a - 2a \operatorname{Cosh}(aL) + a^2 L \operatorname{Sinh}(aL)$ 이고,  $k = a \cdot L$ 이다. 또한  $\alpha^2$ 는 Saint-Venant 비틀림강성과 뒹강성의 비( $GK_T/EI_\omega$ )를 의미한다.

2) 레일의 선형 강성 행렬과 기하 강성 행렬

변형 에너지  $U$ 는 레일의 단면을 선형 탄성체로 가정하면 식(16)과 같이 행렬식으로 표현이 가능하다.

$$U = \frac{1}{2} \int_V [D] \{\epsilon\}^2 dV \quad (16)$$

$$= \frac{1}{2} \int_V [D] [\{\epsilon^L\} + \{\epsilon^N\}]^2 dV$$

여기에서  $[D]$ 는 응력과 변형률 관계의 물성치 행

렬(Elasticity Matrix)이고  $\{\epsilon\}$ 는 변형률 행렬을 나타낸다.

식(16)을 전개하고 1차 변분을 취하면 식(17)과 같이 선형강성행렬(Linear Stiffness Matix), 좌굴 해석시 필요한 기하강성행렬(Geometric Stiffness Matrix)을 얻을 수 있다.

$$\delta U = \delta\{d\}^T \left[ \int_V [B_L]^T [D] [B_L] dV + \int_V [B_N]^T [\sigma_z^L] [B_N] dV \right] \quad (17)$$

$$= \delta\{d\}^T [K_{Li} + K_G]$$

여기에서  $d$ 행렬은 식(6)의 절점변위행렬,  $B$ 행렬은 변형률을 절점 변위로 변환 시켜주는 행렬이다. 첨자  $L$ 과  $N$ 은 선형항과 비선형항을 표시하는 것이며  $K_{Li}$ 는 선형강성행렬을,  $K_G$ 는 기하강성행렬을 나타낸다.

### 2.3 도상과 체결구

그림 4와 같이 도상과 침목사이의 마찰력으로 인한 저항력은 도상의 영향을 나타내는 종방향, 횡방향, 수직방향 스프링으로 모사하였으며 레일과 침목을 연결하는 체결구의 영향은  $z$ 방향에 대한 회전 스프링으로 모사하였다. 그리고 도상과 침목사이의 마찰력에 의한 저항력은 본래 완전 탄-소성 거동을 보이고 있으나 본 연구에서는 탄성거동을 한다고 가정하였으며 체결구는 완전 탄성체결로 가정하였다. 이러한 4개의 스프링 요소

는 실제 궤도에서 레일 하부 플랜지의 중앙에 위치하므로 이를 모사하기 위하여 식(1)의 변위장을 이용해 레일 요소의 절점 변위와 스프링 요소의 절점 변위가 일치하도록 하는 offset 기법을 사용하였다.

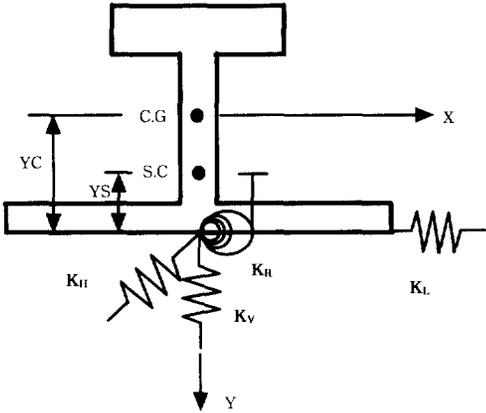


그림 4. 도상과 체결구의 저항력->스프링 요소

그림 4.에서  $K_R$ 은 체결구의 회전강성,  $K_H$ 는 도상과 침목의 종방향 저항력,  $K_L$ 은 도상과 침목의 횡방향 저항력을 그리고  $K_V$ 는 도상과 침목의 수직방향 저항력을 나타낸다. C.G.는 레일 단면의 도심을 그리고 S.C.는 레일 단면의 전단중심을 나타낸다. 식(18)은 레일 단면의 절점변위( $D$ )를 스프링 요소의 절점변위( $D_{sp}$ )로 변환하는 변환행렬( $T_{sp}$ )을 나타내는 것으로 이러한 변환행렬을 이용하여 식(19)와 같이 레일 요소의 강성 행렬과 결합시킬 수 있는 스프링 강성 행렬( $[K_{sp}]$ )을 구할 수 있다.

$$\{D_{sp}\} = [T_{sp}] \cdot \{D\}$$

$$\begin{bmatrix} u_{sp} \\ v_{sp} \\ w_{sp} \\ -v_{sp}' \\ u_{sp}' \\ \theta_{sp}' \\ -\theta_{sp}' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -YS & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & YC & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_0 \\ v_0 \\ w_c \\ -v_0' \\ u_0' \\ \theta \\ -\theta' \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$[K_{sp}] = [T_{sp}]^T \cdot [k_{sp}] \cdot [T_{sp}] \quad (19)$$

여기에서,  $[k_{sp}]$ 행렬은 스프링 요소의 절점변위( $D_{sp}$ )에 대응하는 스프링 요소 강성행렬(spring elemental stiffness matrix)로 식(20)과 같이 표현된다.

$$[k_{sp}] = \begin{bmatrix} k_L & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_V & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_H & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_R & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (20)$$

### 3. 프로그램(CWRB)의 특징 및 검증

#### 3.1 프로그램의 특징

범용 프로그램과 비교하여 본 CWRB 프로그램의 특징은 다음과 같다.

- ① 레일의 휨-비틀림 좌굴 거동을 정확하게 모사하기 위해 직선보 모델시 뒹(Warping)을 고려하여 한 절점당 7개의 자유도를 가지고 있다.
- ② 회전에 관한 형상 함수를 선형지배미분방정식의 제차해를 사용하여 좀 더 정확한 회전변위를 고려하였다.
- ③ 장대레일의 복잡한 경계조건을 쉽게 모델링할 수 있다.
- ④ 탄성경계를 모사한 스프링 요소의 단면내 위치를 자유롭게 조절할 수 있으므로 다른 종류의 탄성경계 조건을 정확하게 모사하여 직선보의 정확한 정적 해석 및 좌굴 해석을 수행할 수 있다.

#### 3.2 프로그램 검증

본 프로그램 결과의 정확도와 수렴성을 조사하기 위하여 시간길이가 100cm인 I형 단순보에 대해 압축력에 의한 Euler 좌굴 해석과 정모멘트, 부모멘트에 의한 휨-비틀림 좌굴 해석의 정해와 본 연구에서 개발된 CWRB 프로그램을 수행하여 나온 결과를 비교하여 프로그램을 검증하였다. 사용된 단면은 [상부 플랜지 폭:7mm, 하부 플랜지

폭:7mm, 상·하부 플랜지 두께:1.42mm, 복부판 두께:1.38mm, 단면깊이:15.8mm]와 같다. 그림 5. 에서와 같이 매우 우수한 정확도와 수렴성을 볼 수 있다.

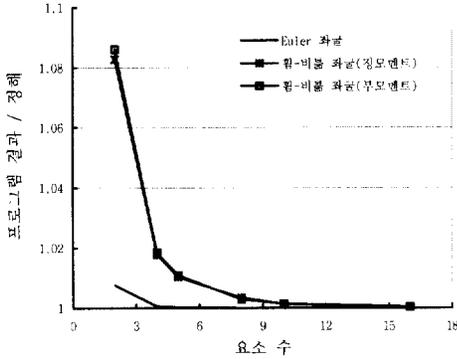


그림 5. CWRB 프로그램의 정확도 및 수렴성

#### 4. 장대레일의 온도 좌굴 특성

장대레일의 온도 좌굴 특성을 고찰하기 위해 사용된 레일은 KS 60Kg이며 레일의 길이는 200m이고, 침목 간격은 현재 궤도에서 많이 사용 중인 50.8 cm와 62.5 cm를 이용하였다. 레일의 단면 상수는 [ 레일 높이: 174mm, 저부폭: 145mm, 두부폭: 65mm, 복부두께: 16.5mm, 두부높이: 49mm, 저부높이: 30mm, 저부두께: 12mm, 단면적: 7750mm<sup>2</sup>, 단면이차모멘트: 3090cm<sup>4</sup> ]와 같으며 사용한 레일의 탄성계수는 0.21×10<sup>8</sup>N/cm<sup>2</sup>, 전단 탄성계수는 0.81×10<sup>7</sup>N/cm<sup>2</sup>, 그리고 온도 팽창 계수는 0.115×10<sup>-4</sup>/°C이다.

그림 4.와 같이 레일 저부의 침목과 도상간의 마찰 저항력을 나타내는 세 방향의 스프링 강성 값과 레일 체결구의 스프링 강성값은 외국 실험 자료<sup>(9),(10)</sup>로부터 얻은 값들을 사용하였으며 그 강성 값들은 [ 도상의 종방향 저항력: 30352.8 N/cm, 수직방향 저항력: 357660 N/cm, 레일 체결구의 회전 강성: 166.3×10<sup>5</sup> N\*cm/rad ]와 같다. 그리고 횡방향 저항력은 그림 6.에서와 같은 완전 탄-소성 거동을 보이며, 소성 영역 분기점인 u<sub>0</sub>가

0.2cm, 0.25cm, 0.5cm, 1cm일 때 선형 탄성 영역에서 소성 영역으로 바뀐다고 가정하면 횡방향 저항력의 탄성 강성은 다음 4개의 값 즉, 29720 N/cm, 23776 N/cm, 11888 N/cm, 5944 N/cm이 된다. 그림 7.은 장대 레일궤도에 1°C의 온도 변화로 인해 발생하는 축력 분포를 나타낸 그림으로 레일의 온도 팽창이 어느 정도 가능한 양쪽 끝부분은 압축력을 작게 받으며 거의 온도 팽창을 하지 못하는 레일의 중앙부는 압축력을 온도 하중만큼 받고 있는 것을 볼 수 있다.

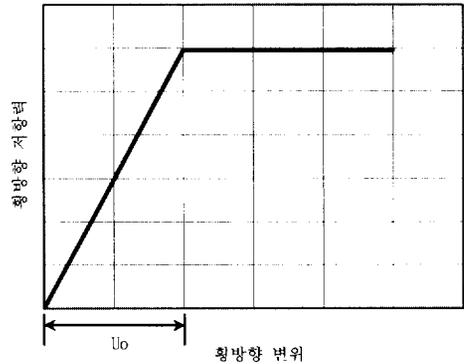


그림 6. 횡방향 저항력의 거동 특성

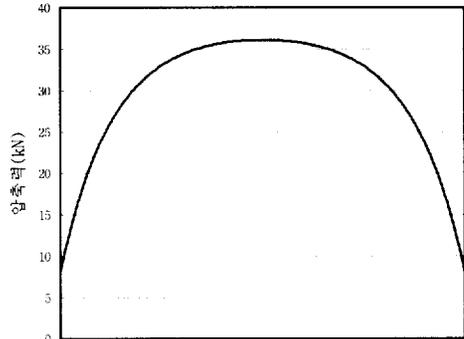


그림 7. 장대레일 궤도의 축력 분포도

#### 4.1 침목 간격과 도상 횡방향 강성의 레일 좌굴에 대한 영향

그림 8.은 초기 결함이 존재하지 않고 완벽한

아주 이상적인 궤도에서 횡방향 저항력과 침목 간격(50.8cm, 62.5cm)을 변화시켜가면서 그 때의 장대 레일의 좌굴 온도를 그래프로 나타낸 것으로, 횡방향 저항력이 커질수록 좌굴 온도가 증가하는 것을 볼 수 있다. 그리고, 같은 횡방향 저항력을 갖는 도상에서 침목 간격이 50.8cm일 때의 좌굴 온도가 62.5cm일 때의 좌굴 온도보다 10% 정도 더 큰 좌굴 온도를 가진다.

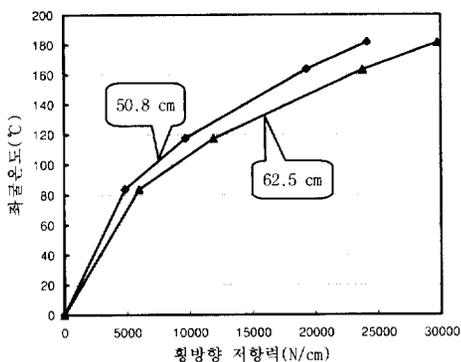


그림 8. 횡방향 저항력과 침목 간격에 따른 좌굴온도

#### 4.2 침목의 손상시 레일의 좌굴에 대한 영향

그림 9.는 도상의 횡방향 저항력이 11888 N/cm 이고 침목 간격이 62.5cm인 궤도에서, 레일과 침목을 연결하는 체결구가 파손, 침목이 제 역할을 못하여 레일을 지지해주지 못하는 상황일 때 레일의 좌굴 온도와 레일 중앙부분에서의 좌굴 모

드를 나타낸 것이다. 즉, 레일 중앙에서 침목 1개, 침목 3개, 그리고 침목 5개가 위와 같은 경우에 있을 때 각각의 좌굴 모드를 나타낸 것으로, 체결구가 파손된 침목의 횡방향 저항력은 완전 손실된 것으로 가정하였다. 좌굴 모드 형상과 좌굴 온도에서 볼 수 있듯이 체결구의 파손으로 인한 침목의 손상은 좌굴 온도의 저감에 상당한 영향을 미쳐, 침목 5개가 손상되었을 때 정상 궤도의 좌굴 온도값인 117도의 54%값인 63도의 좌굴 온도값을 가지며, 또한 손상된 부분에서, 레일의 좌굴이 집중적으로 발생하는 것을 볼 수 있다.

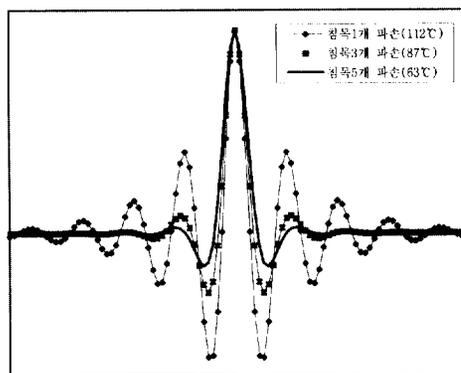


그림 9. 침목의 파손에 따른 좌굴온도와 좌굴모드

#### 4.3 초기 결함 궤도 구간이 좌굴 온도에 미치는 영향

초기 결함 궤도 구간이란 도상 시공시의 오차

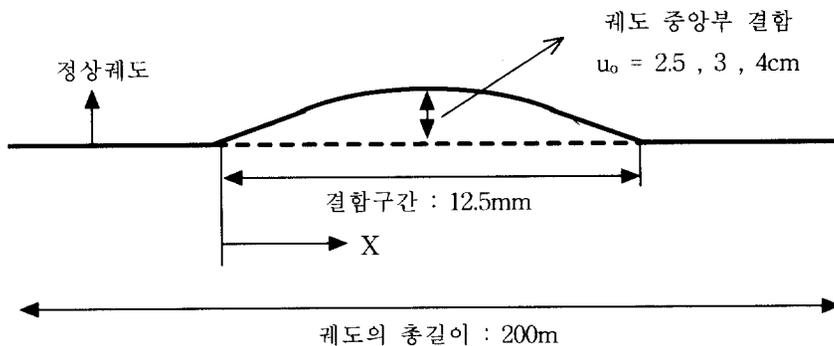


그림 10. 궤도의 초기 결함구간

로 인하여 궤도 전구간에 걸쳐 완벽한 직선 레일을 형성하지 못하는 경우 또는 궤도 전구간에 일률적인 횡방향 저항력 즉, 그림 6.의 일률적인 소성 영역 분기점( $u_0$ )을 확보하지 못한 경우를 일컫는다. 본 연구에서는 후자에 해당하는 결합조건을 적용하여 그 영향을 고찰하고자 한다. 그림 10.과 같이 결합이 없는 궤도의 소성영역 분기점은 각각 0.2cm, 0.25cm, 0.5cm, 1cm이다 그리고 총길이 200m인 궤도 중앙에 가장 큰 결합이 발생되어 2.5cm, 3cm, 4cm의 소성영역 분기점( $u_0$ )을 가지며 그 결합부를 기준으로 양쪽으로 총 1250cm 구간에 걸쳐 결합이 발생하였다고 가정한다.

결합구간에 해당하는 횡방향 저항력의 소성영역 분기점,  $u_i$ 를 식(21)과 같이 Sine함수로 가정하고 침목 위치에서의 초기 횡방향 소성영역 분기점,  $u_0$ 를 구한 다음 결합구간의 횡방향 저항력을 산출하였다.

$$u_i = u_0 \cdot \text{Sin}(\pi x/L_0) \quad (21)$$

여기에서,  $u_0$ (최대결합이 있는 중앙부의 소성영역 분기점) ; 2.5cm, 3cm, 4cm ,  $L_0$ (초기 결합 궤도 구간 길이) ; 1250cm를 나타낸다.

그림 11.과 12.에서 model-A는 정상궤도구간의 횡방향 저항력은 29720N/cm(소성영역 분기점: 0.2 cm), model-B는 정상궤도구간의 횡방향 저항력은 23776N/cm(소성영역 분기점: 0.25cm), model-C는 정상궤도구간의 횡방향 저항력은 11888N/cm(소성영역 분기점: 0.5cm) 그리고 model-D는 정상궤도구간의 횡방향 저항력은 5944N/cm(소성영역 분기점: 1.0cm)을 나타낸다.

그림 11.은 A,B,C,D 네 개의 model에 대해 초기 결합의 크기에 따른 좌굴 온도의 변화를 도시한 것이다. model-C의 경우, 정상 궤도에서는 117°C의 좌굴 온도값을 가지나, 초기 궤도결합을 가질 때는 현저하게 낮아져 결합 궤도 중앙부의 소성영역 분기점이 2.5cm일 때는 정상궤도의 56%, 3cm일 때는 52%, 4cm일 때는 48%로 결합 궤도 중앙부의 소성영역 분기점이 커질수록 즉, 결합구간의 횡방향 저항력이 작을수록 현저하게 낮은

좌굴 온도값을 가지는 것을 볼 수 있다.

그림 12.는 A,B,C,D 네 개의 model에 대해 초기 결합의 크기가 2.5cm일때, 궤도 중앙부분에서의 좌굴 모드를 표시한 것이다. 그림 12.와 같이 초기 궤도의 결합이 존재하면 결합이 있는 구간에 집중적으로 좌굴이 발생됨을 알 수 있다.

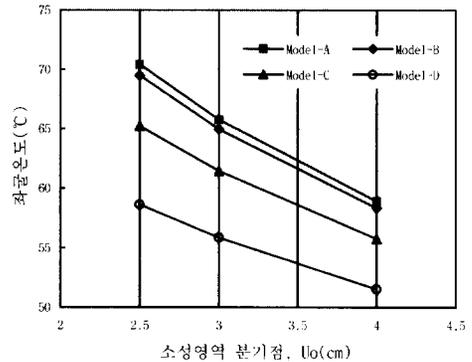


그림 11. 초기 결합의 크기에 따른 좌굴온도

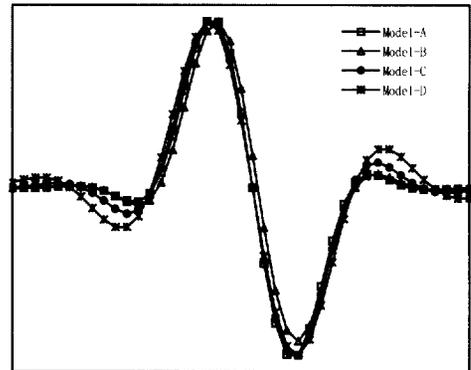


그림 12. 초기 결합이 있는 궤도의 좌굴 모드

## 5. 결론

장대 레일의 좌굴시 휨-비틀림 거동을 정확히 모사할 수 있고, 침목과 같은 경계의 레일 단면내 위치를 정확히 모사할 수 있어 정확한 장대 레일의 좌굴 해석 및 좌굴 거동 특성을 파악할 수 있는 장대레일의 좌굴해석모델을 개발하였다. 그리고 유한 요소 정식화 과정을 통해 장대레일의 좌

굴 해석 프로그램인 CWRB를 개발하였다. 이 CWRB 프로그램을 이용하여 침목, 도상, 체결구 등과 같은 여러 궤도 인자들이 레일의 안정성에 미치는 영향을 고찰하였다.

① 장대 레일의 좌굴에 영향을 주는 주된 요인으로 도상의 횡방향 저항력, 침목의 간격, 체결구 파손으로 인한 침목의 손상, 그리고 초기 궤도 결함을 들 수 있다.

② 도상의 횡방향 저항력이 커질수록, 그리고 침목 간격이 좁을수록 큰 좌굴 온도값을 가진다.

③ 도상의 횡방향 강성이 좌굴 임계 온도 값에 큰 영향을 미치므로, 레일과 침목을 체결하는 체결구가 제 기능을 하여 침목이 손상되는 일이 없도록, 그리고 초기 궤도 결함과 같이 도상의 횡방향 강성이 약해지는 부분이 생기지 않도록 도상 시공시 주의를 기울여야 한다.

## 감사의 말

(접수일자 : 1998년 11월 28일)

본 논문은 한국 철도 기술 연구원에서 수행한 고속철도 사업의 차량/선로 구축물 상호작용 관련 기술 개발(I-0-4)과제의 위탁 연구 지원으로 수행되었으며, 이에 감사 드립니다.

## 기호 정의

## 참고 문헌

- (1) Sritawat Kitipornchai & Siu Lai Chan, 1987, Nonlinear Finite Element Analysis of Angle and Tee Beam-Columns, Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol.113, No.4, pp721~739
- (2) Chai Hong Yoo, 1980, Bimoment Contribution to Stability of Thin-Walled Assemblages, Computer & Structures, Vol.11, pp465~471

- (3) David W. Murray & Sundaramoorthy Rajasekaran, 1975, Technique for Formulating Beam Equations, Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol.101, No.5, pp561~573
- (4) Freydoon Arbabi & Fang Li, 1988, Effect of Nonlinear Parameters on Stresses in Railroad Tracks, Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol.114, No.1, pp165~183
- (5) 이종득, 1994, 철도 공학, 노혜 출판사
- (6) 한국고속철도건설공단, 1993, 고속철도 핸드북
- (7) C. Esveld, 1989, Modern Railway Track, Graphics Department of Thyssen Stahl AG
- (8) 강기동, 궤도 역학
- (9) Zarembski A. M. & Choros J., 1979, Track Component Property Tests, Vol. I, AAR Technical Center
- (10) Choros J. & Gitlin I., 1982, Track Component Property Tests, Vol. II, AAR Technical Center

$k_V, k_H, k_L, k_R$  : 도상의 수직방향, 종방향, 횡방향 저항력, 그리고 체결구의 회전 강성  
 $\epsilon_z, \gamma_{yz}, \gamma_{xz}$  : 법선 및 전단 변형률 성분  
 $\sigma_z, \tau_{yz}, \tau_{xz}$  : 법선 응력과 전단 응력  
 $V_x, V_y, F_z, M_x, M_y, T, B_i$  : 도심 및 전단 중심에서의 x, y방향 전단력, z방향 축력, x, y방향 모멘트, z방향 비틀림 모멘트, bimoment  
 $I_\omega$  : 뒹(warping) 상수  
 $K_T$  : Saint-Venant 비틀림 상수  
 $E, G$  : 탄성계수, 전단탄성계수