

## 근거리 수치사진측량시스템을 위한

## 저가격 자료획득방법의 개발

### Development of Low-Cost Data Acquisition Method for Close-range Digital Photogrammetric System

박홍기\*

Park, Hong-Gi

#### 要 旨

지형공간정보체계는 사용이 용이하여 널리 대중화되어가고 있다. 최근 수치사진측량은 GIS 데이터베이스를 구축하거나 갱신하기 위한 경제적인 방법으로 인정받아 가고 있다. 지형공간정보의 획득을 위한 근거리사진측량은 좌표해석을 위해 이용되고 있는 번들조정이 요구된다. 번들조정은 외부표정요소를 결정하기 위해서 초기 근사값과 기준점들을 필요로 한다.

본 연구에서는 번들조정을 수행하기 전에 초기근사값을 추정하기 위한 종래의 방법들을 비교분석하고, 이들 외부표정요소의 결정을 위한 새로운 알고리즘을 개발하여 비용을 절감할 수 있는 방안을 제시하고자 하였다. 우선 효과적이고 경제적이며 보다 정확한 사진측량 관측값처리 기법을 제공하고자, 기존의 DLT 알고리즘에 관측값에서의 모든 종류의 과대오차들을 자동적으로 검출하고 제거하기 위한 robust 방법과 해를 위해 필요한 기준점의 수를 줄이기 위해 GPS를 도입하였다. 또한 본 논문에서는 단사진으로 처리하는 새로운 후방교회법(space resection)유도하였다. 제안한 방법의 주된 장점은 외부표정요소의 초기근사값을 요구하지 않고 계산과정에서 반복계산을 요구하지 않는다는 점이다.

#### ABSTRACT

GIS have become easier to use and very popular. In recent year digital photogrammetric systems are becoming cost-effective tools to build and update GIS databases. In close-range photogrammetry for the acquisition of geospatial data, the bundle adjustment needs both initial approximate values and control points to solve the exterior orientation parameters.

This paper gives a review of applied and potential algorithms for estimating initial approximate values before the bundle adjustment, develop new algorithms for determine the exterior orientation parameters, and gives a cost-effective methods for close-range digital photogrammetric system. Modifications of existing DLT algorithm were made in this study for providing an efficient, economic, and more accurate photogrammetric data reduction technique. These modifications include robust approaches for automatic detection and elimination of all kinds of gross errors in the measurement data, and incorporation of GPS to reduce the number of control points necessary for a DLT solution. Also, this paper derives a new method for space resection from a monocular image. A major advantage of proposed method is that the solution can be uniquely and analytically determined without initial approximate values of exterior orientation parameters and without iterative computation.

\* 경원대학교 토목공학과 부교수

## 1. 서론

우리나라에서는 GIS의 구축/활용에 있어서 가장 기본적인 지형공간정보에 대한 중요성을 인식하고 NGIS(국가지리정보체계) 1단계 계획에 따라 수치지형도와 지하시설물도를 구축하였다. 2단계에서는 공간의 변화상황에 대처하기 위해서 지속적인 수정/갱신작업이 이루어질 것이며, 다양한 활용분야로 확대될 것이다. 이를 지원하기 위해 기술개발분과에서 추진한 맵핑기술개발은 지난 4년 동안의 연구개발을 통해 실용화가 가능한 소프트웨어를 발표하였다. 지형공간정보의 자료의 획득을 위한 기술개발로는 정확도 및 경제성에 따라 사용자들이 입력방법을 선택할 수 있도록 다양한 입력모듈들을 개발되었다. 이들 입력모듈들 중에는 수치사진측량에 의한 자료획득 모듈이 있다.

일반적으로 항공사진측량은 국가기본도, 지형도 및 주제도 제작, 산림 및 무허가주택 조사, 군사정보 자료획득 등에 활용되고 있으며, 근거리사진측량 또는 지상사진측량은 건축물, 동굴, 불상 및 석탑 등의 문화재 보존, 자동차, 항공기, 선박 등의 제작 및 품질관리, 교량, 댐, 터널 등의 구조물 변형관측 등에 이용되고 있다.

오늘날 디지털 센서, 전산기 및 주변기기들의 개발은 과거 아날로그 형태인 필름을 대상으로 관측하던 기계적, 해석적 사진측량 방법에서 수치영상을 대상으로 하는 수치사진측량의 시대로 발전하는 계기를 만들었다. 수치영상의 직접 획득방식은 필름에 의한 간접 획득방식에 비해 영상의 왜곡이 적고, 고가의 입체도화장비를 필요로 하던 종래의 사진측량 방식에 비해 경제적이며, 도화사의 숙련도에 좌우되지 않는 장점이 있다.

사진측량 분야에서 수치영상이나 수치자료를 이용하려는 시도는 사진측량의 응용분야와 영역을 확대시켜 근거리사진측량의 경우 robot vision 등과 같이 수치영상을 이용하여 3차원좌표를 획득하고 움직이는 물체의 동적 상태를 분석하는 것이 가능하게 되었다.

본 연구는 저가의 수치사진측량 시스템을 개발하기 위한 기초연구로서, 수치사진측량 시스템의 비용절감

방안을 강구하고자 하였다. 수치사진측량의 비용은 크게 입력장비, 연산장비, 출력장비와 같은 하드웨어와 해석알고리즘을 포함하는 소프트웨어로 나눌 수 있을 것이다. 그러나 본 연구에서 하드웨어의 조합에 의한 가장 경제적인 방법을 찾는 것은 배제할 수밖에 없었다. 이는 하드웨어의 기술개발이 너무 빨라 정확도와 가격 면에서의 비교분석을 하여도 곧 또다시 분석하여야 할 정도로 의미가 없어지기 때문이다.

따라서 본 연구에서는 이들 하드웨어적인 비교분석보다는 소프트웨어적인 알고리즘 측면에서 비용을 줄일 수 있는 방안을 개발하고자 하였다. 근거리사진측량에서 외부표정요소들의 초기값을 추정하기 위한 기존의 방법들을 분석하여, 저가인 비측량용 사진기나 비디오 등 지표가 없는 센서에 적합한 알고리즘을 개발하고자, 첫째, robust 방법과 GPS를 도입한 수정 DLT법과 둘째, 단사진에 후방교회법을 적용하여 초기값을 얻는 새로운 접근방법을 제시하였다.

## 2. 지형공간자료획득을 위한 수치사진측량

측량용 사진기와 좌표측정기 및 도화기로 구성되는 사진측량용 아날로그 시스템은 높은 정확도로 널리 사용되고 있으나 고가의 비용이 드는 장애요인이 있다. CCD사진기는 실시간 자동화 측량의 가능성을 보여주고 있다. 또한 최근 스틸비디오 기능까지 첨가된 디지털 비디오카메라도 사진측량학자들의 주목을 받고 있다. 그러나 이들 디지털 장비들은 아직 정확도 측면에서 제한이 있는 것도 사실이다. 현재 아날로그 사진기와 자동상좌표측정에 의한 방법으로는 1/100,000~1/500,000의 상대정확도를 얻고 있으나, 다중센서 수치근접사진측량시스템의 정확도는 1/10,000~1/30,000의 범위에 머물고 있다고 발표된 바 있으며, 최근의 연구도 필름형태의 아날로그시스템을 따라가지 못하고 있는 실정이다.1) 그러나 CCD카메라와 비디오카메라의 성능개선과 가격하락이 꾸준히 되어가고 있으며, 수치사진측량을 위한 자동화 알고리즘이 개발되어 장래에는 가격 대 정확도 측면에서 아날로

그 시스템을 대체할 것으로 기대된다. 또한 디지털 사진측량장비는 PC와 직접 연결하여 실시간 처리를 할 수 있는 장점이 있다.

Sub-Pixel측정기법으로는 도심위치결정, 최소제곱정합, 형상적합과 조합된 경계검출에 의한 방법 등이 있다.2)

미국, 캐나다 등에서는 여러 가지 위치결정시스템을 조합하여 실시간 지형공간정보를 취득하기 위한 연구가 진행되어 미국의 GPSVan이나 캐나다의 VISAT과 같이 상품화되어 있다.3) 우리나라에서도 실시간 사진측량의 기초연구로서 수치사진측량공정의 자동화를 위한 프로그램을 개발하였으며 CCD사진기와 GPS를 이용하여 대상물에 대한 3차원 위치결정하기 위한 시스템을 개발한 바 있다. 그러나 사진측량 알고리즘은 기존의 광속조정법을 사용하였다.4)

NGIS기술개발계획에 의한 과학기술부의 매핑기술 개발에서는 Video photogrammetry에 의한 지형공간정보의 3차원위치결정 소프트웨어가 개발되었다. 그러나 이를 위한 사진측량알고리즘으로는 기본적인 DLT 알고리즘이 이용되었다.5)

### 3. 사진측량 알고리즘 분석

해석사진측량이나 수치사진측량을 위한 변형조정에서는 외부표정요소를 구하기 위해 지상기준점의 좌표와 외부표정요소의 초기근사값을 요구한다. 이와 같이 외부표정요소를 구하는 과정을 후방교회법(space resection)이라 한다. 후방교회법으로는 영상피라미드법(또는 Church법), DLT법, 공선조건식을 이용한 방법 등 3가지 기본적인 함수모형이 있다.6) 오늘날과 같이 수치센서를 이용하는 시대에는 해를 얻기위한 알고리즘의 속도가 중요시되고 있으나, 범용의 비전시스템을 위해서는 알고리즘의 일반성 또한 매우 중요하다.

공선조건식은 가장 일반적인 해법으로 오늘날 사용되고 있다. 노출점의 지상좌표( $X_0, Y_0, Z_0$ )와 촬영상태를 나타내는 회전각( $\omega, \phi, \kappa$ ) 등 6개의 매개변수는 공선조건식을 사용하여 엄밀하게 얻어진다. 그러나 이 방

법은 선형화를 요구하므로 초기값의 참값에 대한 접근도에 따라 수렴결과가 좌우되게 된다. 따라서 그동안 많은 사진측량학자들에 의해 초기값에 대한 요구를 피하기 위한 방법들이 연구되어 왔다. 그 대표적인 접근방법이 closed solution이다.

Rampal(1979)은 영상피라미드모형(image pyramid model)에 기초를 두고 거리관계를 이용한 접근방법으로서 closed form을 제공하는 방법을 개발하였으나, 대상물이 필름면과 평행해야하는 하나의 가정조건을 만족해야만 해를 풀 수 있었다.7) Hadem(1981)은 Rampal의 방법을 일반화하였으나 또 다른 제약조건으로 대상물 상에서의 한 개의 거리와 투영중심점의 근사적인 위치를 알고 있어야만 해를 얻는 것이 가능하였다.8)

Abdel-Aziz와 Karara(1971)는 DLT(Direct Linear Transformation)법으로 잘 알려져 있는 11개 매개변수를 이용한 공간후방교회법(11 parameter space resection)을 개발하였다.9) DLT법은 다음과 같은 3가지 장점을 갖는다. 첫째, 내부표정요소를 요구하지 않으므로 비측정용 사진기에 특히 적합하며, 둘째, 공식이 선형이므로 미지수에 대한 초기근사값을 요구하지 않고, 셋째, 사진기 검정 또는 지표를 요구하지 않는다. 따라서 비측정용 사진기는 물론이고 측량용사진기를 이용하는 여러 사진측량분야에서 관측값을 처리하는 사진측량 모델로 널리 이용되어 왔다.10) 그러나 DLT법은 이상관측값의 검출 및 제거에 효과적인 과정을 포함하지 않으며, 최소 6개의 기준점을 사용해야 하는 단점을 갖고 있다.

Hadem(1981)과 Okamoto(1981)는 이와 같은 11개 DLT 매개변수들이 6개의 외부표정요소와 5개의 내부표정요소들에 상응함을 보여주었다.11),12) 또한 공선조건식에 기초한 후방교회법과 DLT법을 비교한 결과 Chen(1985)은 DLT법은 적어도 6개 이상의 기준점들이 요구되며, 심도가 허용하는 한 평면 배치에서 많은 편차를 두어 지상기준점을 적절하게 배치하여야만 한다고 지적하였다.13)

Faig와 Shih(1987)는 이들 3가지 함수모형들을 비교한 결과, 수치적 안정성에 크게 영향을 주는 상관관계는 DLT법의 매개변수들간이 작았으며, Church법이

일반적으로 작은 공분산행렬을 나타내었으며, 각 알고리즘의 계산시간은 Church법 : 6개(외부표정요소) 매개변수의 공선조건식 = DLT법 : 11개(외부표정요소 + 내부표정요소) 매개변수의 공선조건식 = 1 : 2.4 : 5.5 : 5.9 이었다고 발표하였다.14)

#### 4. 수정DLT법 개발

본 연구에서는 효과적이고 경제적이며 보다 정확한 사진측량 관측값처리 기법을 제공하고자, 기존의 DLT 알고리즘에 관측값에서의 모든 종류의 과대오차들을 자동적으로 검출하고 제거하기 위한 robust 방법과 해를 위해 필요한 기준점의 수를 줄이기 위해 GPS를 도입하였다.

##### 4.1 기존DLT법의 수학적 모델

DLT법의 수학적 모델은 resection과 intersection의 2단계로 나뉘어 해를 얻을 수 있다.

###### 1) Resection의 경우

사진j의 기준점에 대해 행렬로 표현하면

$$\begin{bmatrix} Vx_{ij} \\ Vy_{ij} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1,16} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2,16} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_1 \\ \vdots \\ L_{11} \\ K_1 \\ K_2 \\ K_3 \\ P_1 \\ P_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} = 0 \quad (4.1)$$

여기에서  $a_{11}, \dots, a_{2,16}$  은 DLT 미지변수에 대해 편미분한 값으로 Marzan(1976)의 논문15)에서 찾

을 수 있다.

간단한 행렬기호로 위 식을 표현하면 다음과 같다.

$$2[V]1 + 2[A]16 \ 16[L]1 + 2[C]1 = 0 \quad (4.2)$$

여기에서

[V]는 잔차벡터

[A]는 편미분 계수행렬

[L]는 DLT변수와 렌즈왜곡계수를 위한 보정항 벡터

[C]는 상수벡터

n개 기준점에 대해 식(4.2)를 적용하면

$$2n[V]1 + 2n[A]16 \ 16[L]1 + 2n[C]1 = 0 \quad (4.3)$$

식(4.3)에 대한 최소제곱해는

$$L = - N^{-1} D \quad (4.4)$$

여기에서

$$N = A^T W A$$

$$D = A^T W C$$

여기에서

W는 경중률(weight)행렬

Resection의 결과로 DLT매개변수와 렌즈왜곡계수를 얻을 수 있다.

###### 2) Intersection의 경우

Intersection에서 계산된 DLT매개변수는 미지 대상 물공간좌표를 계산하는데 사용된다. Intersection을 위한 자세한 공식유도는 Marzan(1976)의 논문15)에서 찾을 수 있다.

$$2n[V]1 + 2n[G]3 \ 3[H]1 + 2n[Q]1 = 0 \quad (4.5)$$

여기에서

[V]는 잔차벡터

[G]는 편미분 계수행렬

[H]는 미지 대상물공간좌표의 벡터

[Q]는 상수벡터

식(4.5)의 최소제곱해는 다음과 같다.

$$H = - M^{-1} J \quad (4.6)$$

여기에서

$$M = GT W G$$

$$J = GT W Q$$

Intersection으로 얻은 최종결과는 미지점의 대상물 공간좌표값이다.

## 4.2 Robust DLT

DLT 수학적 모델에 이상관측값의 제거를 위한 Robust 기법을 적용하는 데는 관측값 입력과정과 조정과정의 양 부분에 포함시킬 수 있다. 입력과정에서의 Robust 기법은 잉여관측값의 평균값을 결정하는 데에서 종래의 최소제곱법이 갖는 단점을 극복하기 위해 도입된다. 조정단계에서의 Robust 기법은 한 개 또는 그 이상의 이상관측값을 검출하는 데 Data Snooping법이 갖는 단점을 극복하기 위해 도입된다.

### 1) 입력단계에서의 Robustness

종래의 DLT법에는 고려되지 않은 부분으로, 반복 관측값들은 동일한 경중률을 적용하여 평균값을 구하고 이를 조정단계의 좌표값으로 이용하였다. 이는 반복관측값들에 과대오차가 포함되지 않는다는 가정 하에 적용하는 것이므로, 이와 같은 처리방식은 당연히 조정단계에 과대오차를 포함시키게 된다.

본 연구에서는 입력 단계에서의 Robustness를 해결하기 위해 다음과 같은 과정을 도입하였다.

1. 각 관측점의 반복관측값을 위해 단위 경중률을 가정하고 반복관측값의 평균을 계산한다.

2. 첫 번째 iteration에서 잔차를 계산한다.

3. Robust weight function을 선택한다.

4. 첫 번째 iteration의 잔차들로부터 관측값에 대한 robust weight를 계산한다.

5. 각 관측점에 대한 robust weighted mean을 계산하기 위해 새로이 계산된 robust weight를 사용한다.

6. 정확도와 수렴도를 조사한다.

7. 수렴되거나 만족된 결과를 얻을 때까지 iterative reweighting scheme을 계속한다.

### 2) 조정단계에서의 Robustness

DLT 알고리즘의 조정단계에서의 robustness는 가능한 한 모든 이상값들을 검출하고, 마지막 결과에서의 그들의 영향을 자동적으로 고립화시키는 데 목적이 있다. 이를 위해서 조정단계에서는 이상값들을 선택된 robust weight 함수를 적용하여 최소제곱조정에서 경중률을 영에 가까운 매우 낮게 부여한다. 영에 가까운 경중률을 갖는 이상값들은 조정단계에서 그들의 영향이 최소화되거나 제거되어진다. 할당되는 경중률값은 선택되는 robust 함수에 의해 결정된다.

이와 같은 robust 함수의 적용은 기존의 DLT법에서 과대오차제거에 이용된 Data Snooping법이 갖는 단점 - 즉 아주 작은 크기의 과대오차나 여러 관측값들에 과대오차가 한꺼번에 포함된 경우 이를 검출하는 데 유효하지 못한 단점 - 을 해결하기 위해 제안되었다.

Robust함수에 의한 과대오차 검출은 조정단계에서 과대오차의 여러 형태나 크기의 영향을 검출하고 자동적으로 제거하는 데 더 효과적이며 높은 신뢰도를 제공한다.

### 조정단계에서의 robustness를 위한 알고리즘

1. 각 점의 평균컴퍼레타좌표를 읽는다.

2. 최소제곱법에 의한 반복계산을 시작한다. 이때 경중률은 모든 관측값에 대해 단위 경중률을 적용한다.

3. robust weight 함수를 선택한다.

4. 첫 번째 반복계산의 결과인 잔차를 이용하여 모

든 관측값에 대해 새로운 robust weight 값을 계산한다.

5. 새로 계산된 robust weight들을 다음 반복조정계산단계에서 사용한다.
6. 수렴성을 검토한다.
7. 반복 robust re-weighted 최소제곱법을 수렴할 때까지 계속한다.

통계학 및 사진측량학 논문이나 문헌들에서 이들 robust estimator들에 대한 발표를 볼 수 있으나, 대부분은 1972년에 발표된 Princeton robustness 연구(16)에서 소개된 함수들을 이용하고 있다. 사진측량에서는 Andrew sine wave estimator, Huber estimator, Hampel estimator, 및 Danish estimator를 많이 이용하고 있다.

robust 기법을 DLT에 도입하면 모든 종류의 과대오차를 검출하고 제거하는 데 효과적인 것은 물론이고 전체 계산시간 면에서 단축될 것으로 기대된다. 이는 전체 관측값을 동일한 경중률로 계산하는 기존의 방법과 비교하여 보면, 과대오차가 포함된 관측값은 경중률을 0으로 조정하여 결과값에 영향을 미치지 못하도록 하는 것이 robust 기법이므로 결과값을 얻는데 소요되는 계산시간은 robust 기법을 적용하는 것이 더 단축될 수 있음을 알 수 있다.

### 4.3 DLT법에의 GPS 적용

GPS(Global Positioning System)는 위성을 이용하여 관측점의 3차원좌표를 얻는 시스템으로 오늘날 경제적인 위치관측법으로 이용되고 있다. 사진측량에서의 사진기 노출점 좌표는 기준점을 이용하여 resection으로 얻고 있으나 GPS를 이용하면 노출점 좌표값이 결정되므로 resection을 위한 기준점의 수를 줄일 수 있다.

DLT미지매개변수들의 함수를 사용하여 GPS로 얻어진 노출점의 좌표를 표현하는 3개의 방정식을 얻어내고자 한다.

사진기 노출점의 좌표들은 DLT매개변수와 사진의

주점 좌표와의 관계로 나타내어지며 Chen (1985)에 의해 다음과 같이 유도되었다.13)

$$L_9X_C + L_{10}Y_C + L_{11}Z_C = -1 \quad (4.7)$$

$$(x_0L_9 - L_1)X_C + (x_0L_{10} - L_2)Y_C + (x_0L_{11} - L_3)Z_C = L_4 - x_0 \quad (4.8)$$

$$(y_0L_9 - L_6)X_C + (y_0L_{10} - L_6)Y_C + (y_0L_{11} - L_7)Z_C = L_8 - y_0 \quad (4.9)$$

식(4.9)의 ZC를 식(4.7)에 대입하고 정리하면

$$(L_5L_{11} - L_7L_9)X_C + (L_6L_{11} - L_7L_{10})Y_C = L_7 - L_8L_{11} \quad (4.10)$$

식(4.9)의 ZC를 식(4.8)에 대입하고 정리하면

$$(L_1L_7 - L_3L_5 + x_0(L_5L_{11} - L_7L_9) + y_0(L_3L_9 - L_1L_{11}))X_C + (L_2L_7 - L_3L_7 + x_0(L_6L_{11} - L_7L_{10}) + y_0(L_3L_{10} - L_2L_{11}))Y_C = x_0(L_7 - L_8L_{11}) - y_0(L_3 - L_4L_{11}) - L_4L_7 + L_3L_8 \quad (4.11)$$

Marzan(1976)은 x<sub>0</sub>와 y<sub>0</sub>의 값을 다음 식으로 유도하였다.15)

$$x_0 = (L_1L_9 + L_2L_{10} + L_3L_{11})L^2 \quad (4.12)$$

$$y_0 = (L_6L_9 + L_6L_{10} + L_7L_{11})L^2 \quad (4.13)$$

여기에서

$$L^2 = 1/(L_9^2 + L_{10}^2 + L_{11}^2) \quad (4.14)$$

식(4.11)식에 식(4.12)과 식(4.13)을 대입하면

$$(L_1L_7 - L_3L_5 + ((L_1L_9 + L_2L_{10} + L_3L_{11}) / (L_9^2 + L_{10}^2 + L_{11}^2)) (L_5L_{11} - L_7L_9) + ((L_6L_9 + L_6L_{10} + L_7L_{11}) / (L_9^2 + L_{10}^2 + L_{11}^2)) (L_3L_9 - L_1L_{11})) X_C + (L_2L_7 - L_3L_7 + ((L_1L_9 + L_2L_{10} + L_3L_{11}) / (L_9^2 + L_{10}^2 + L_{11}^2)) (L_6L_{11} - L_7L_{10}) + ((L_6L_9 + L_6L_{10} + L_7L_{11}) / (L_9^2 + L_{10}^2 + L_{11}^2)) (L_3L_{10} - L_2L_{11})) Y_C = ((L_1L_9 + L_2L_{10} + L_3L_{11}) / (L_9^2 + L_{10}^2 + L_{11}^2)) (L_7 - L_8L_{11}) - ((L_6L_9 + L_6L_{10} + L_7L_{11}) / (L_9^2 + L_{10}^2 + L_{11}^2)) (L_3 - L_4L_{11}) - L_4L_7 + L_3L_8 \quad (4.15)$$

식(4.10)을 간단히 표현하면

$$AX_C + BY_C = \quad (4.16)$$

여기에서

$$\begin{aligned} A &= L_3L_{11} - L_7L_9 \\ B &= L_6L_{11} - L_7L_{10} \\ C &= L_7 - L_8L_{11} \end{aligned}$$

식(4.15)를 간단히 표현하면

$$DX_C + EY_C = F \quad (4.17)$$

여기에서

$$\begin{aligned} D &= \frac{(L_1L_7 - L_3L_5 + ((L_1L_9 + L_2L_{10} + L_3L_{11})) / (L_9^2 + L_{10}^2 + L_{11}^2))(L_6L_{11} - L_7L_9) + ((L_6L_9 + L_6L_{10} + L_7L_{11}) / (L_9^2 + L_{10}^2 + L_{11}^2))(L_3L_9 - L_1L_{11})}{(L_9^2 + L_{10}^2 + L_{11}^2)} \\ E &= \frac{(L_2L_7 - L_3L_7 + ((L_1L_9 + L_2L_{10} + L_3L_{11})) / (L_9^2 + L_{10}^2 + L_{11}^2))(L_6L_{11} - L_7L_{10}) + ((L_6L_9 + L_6L_{10} + L_7L_{11}) / (L_9^2 + L_{10}^2 + L_{11}^2))(L_3L_{10} - L_2L_{11})}{(L_9^2 + L_{10}^2 + L_{11}^2)} \\ F &= \frac{((L_1L_9 + L_2L_{10} + L_3L_{11}) / (L_9^2 + L_{10}^2 + L_{11}^2)) (L_7 - L_8L_{11}) - ((L_6L_9 + L_6L_{10} + L_7L_{11}) / (L_9^2 + L_{10}^2 + L_{11}^2))(L_3 - L_4L_{11}) - L_4L_7 + L_3L_8}{(L_9^2 + L_{10}^2 + L_{11}^2)} \end{aligned}$$

식(4.16)과 식(4.17)을 이용하여  $X_C$ 와  $Y_C$ 를 연립방정식으로 풀면

$$X_C = (C \times E - B \times F) / (A \times E - B \times D) \quad (4.18)$$

$$Y_C = (A \times F - C \times D) / (A \times E - B \times D) \quad (4.19)$$

식(4.9)식에 식(4.13), 식(4.18), 식(4.19)의  $y_0, X_C, Y_C$ 를 대입하면

$$\begin{aligned} Z_C &= (L_8 - (L_5L_9 + L_6L_{10} + L_7L_{11}) / (L_9^2 + L_{10}^2 + L_{11}^2)) \\ &- ((L_5L_9 + L_6L_{10} + L_7L_{11}) / (L_9^2 + L_{10}^2 + L_{11}^2)) L_9 (C \times E - B \times F) / (A \times E - B \times D) \\ &+ L_6(C \times E - B \times F) / (A \times E - B \times D) - ((L_6L_9 + L_6L_{10} + L_7L_{11}) / (L_9^2 + L_{10}^2 + L_{11}^2)) L_{10} (A \times F - C \times D) / (A \times E - B \times D) \\ &+ L_6(A \times F - C \times D) / (A \times E - B \times D) / ((L_8 - (L_5L_9 + L_6L_{10} + L_7L_{11}) / (L_9^2 + L_{10}^2 + L_{11}^2)) L_{11} - L_7) \end{aligned} \quad (4.20)$$

식(4.18),(4.19),(4.20)은 DLT매개변수의 함수이므로 다음과 같이 간략히 표현할 수 있다.

$$X_C = f_1(L_1, L_2, L_3, \dots, L_{11})$$

$$Y_C = f_2(L_1, L_2, L_3, \dots, L_{11})$$

$$Z_C = f_3(L_1, L_2, L_3, \dots, L_{11})$$

이 식들은 미지 DLT매개변수의 함수로서 GPS로 얻어진 노출점좌표를 나타낸다.

GPS로 얻어진 노출점좌표에 대한 관측방정식은

$$3[V]_1 + 3[B]_{11} + 3[C]_1 = 0 \quad (4.21)$$

여기에서

[V]는 잔차벡터

[B]는 GPS로 얻어진 노출점좌표의 편미분 계수 행렬

[δ]는 미지 DLT매개변수 벡터

[C]는 상수벡터

따라서 식(4.3)과 식(4.21)이 조합된 DLT/GPS의 조합관측방정식은

$$2n_3[V]_1 + 2n_3[D]_{11} + 2n_3[C]_1 = 0 \quad (4.22)$$

이 된다.

수정된 수학적 모델인 식(4.22)는 4점의 기준점만 있으면 해가 풀리므로 기존의 DLT법에서 요구하는 최소 6점의 기준점과 비교하면 본 연구에서 개발한 수정 DLT법이 기준점측량에서의 경제성을 도모할 수 있다.

또한 비측량용 사진기를 위해 개발된 DLT법은 비디오사진측량에서 많이 활용되어 왔다. 오늘날에는 GIS를 위해 GPS를 부착한 비디오사진측량이 많이 활용되고 있으므로 본 연구에서 수정한 모델을 이용하면 향후 GPS를 부착한 비디오 사진측량에서의 관측 값처리에서 많은 활용이 있을 것으로 기대된다.

### 5. 단사진의 직접해법 개발

대상물공간에 직각사각형의 기준틀을 설치하여 기준점측량을 대신하고 사진기의 외부표정요소를 간단히 결정하는 방법을 유도하고자 한다.

사진기의 렌즈중심(O), 대상물 점(A) 및 상점(a)는 공선조건식에 의해 다음을 만족하여야 한다.

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ -f \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} X - X_0 \\ Y - Y_0 \\ Z - Z_0 \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

또는

$$\begin{bmatrix} X - X_0 \\ Y - Y_0 \\ Z - Z_0 \end{bmatrix} = R^T \begin{bmatrix} x \\ y \\ -f \end{bmatrix}$$

A,B,C,D점으로 구성된 사각형의 변AD와 변BC가 X축에 평행하다면, 변AD와 변BC 각각에서의 Y좌표와 Z좌표는 같다. 따라서 공선조건식은 다음과 같이 간략화 된다.

$$\begin{bmatrix} Y_A - Y_0 \\ Z_A - Z_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{12} & r_{22} & r_{32} \\ r_{13} & r_{23} & r_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_a \\ y_a \\ -f \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} Y_D - Y_0 \\ Z_D - Z_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{12} & r_{22} & r_{32} \\ r_{13} & r_{23} & r_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_d \\ y_d \\ -f \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

여기에서  $(x_a, y_a)$ 와  $(x_d, y_d)$ 는 A와 D점의 상점이다.

위 식을 풀어쓰면 다음과 같으며

$$\begin{aligned} & (r_{12} r_{23} - r_{22} r_{13})(x_a y_d - x_d y_a) \\ & + f(r_{12} r_{33} - r_{32} r_{13})(x_a - y_d) \\ & - f(r_{22} r_{33} - r_{32} r_{23})(x_a - y_d) = 0 \end{aligned} \quad (5.3)$$

R은 직교행렬이므로 다음을 만족한다.

$$\begin{aligned} r_{11} &= r_{12} r_{23} - r_{22} r_{13} \\ r_{21} &= r_{12} r_{33} - r_{32} r_{13} \\ r_{31} &= r_{22} r_{33} - r_{32} r_{23} \end{aligned}$$

이를 대입하면 다음과 같은 선형식이 얻어진다.

$$\begin{aligned} r_{31}(x_a y_d - x_d y_a) + f r_{21}(x_a - y_d) \\ - f r_{11}(x_a - y_d) = 0 \end{aligned} \quad (5.4)$$

같은 방법으로 B와 C점에 대해서도 다음과 같은 식이 얻어진다.

$$\begin{aligned} r_{31}(x_b y_c - x_c y_b) + f r_{21}(x_b - y_c) \\ - f r_{11}(x_b - y_c) = 0 \end{aligned} \quad (5.5)$$

위의 두 식과  $r_{11}^2 + r_{21}^2 + r_{31}^2 = 1$ 의 관계로부터 다음 식이 얻어진다.

$$\begin{aligned} r_{11} &= F r_{31} \\ r_{21} &= E r_{31} \\ r_{31} &= \pm \sqrt{1 + E^2 + F^2} \end{aligned} \quad (5.6)$$

여기에서

$$\begin{aligned} E &= ((y_b - y_c)(x_a y_d - x_d y_a) - (y_a - y_d)(x_b y_c - x_c y_b)) / \\ & ((y_a - y_d)(x_b - x_c) f - (y_b - y_c)(x_a - x_d) f) \\ F &= E(x_a - x_d) f + (x_a y_d - x_d y_a) / ((y_a - y_d) f) \end{aligned}$$

$r_{31} = \sin \phi$  이고  $\phi$ 는 시계방향의 각이므로  $r_{31}$ 의 부호는 양(+)이다.

같은 방법으로 Z축에 평행한 변AB와 변CD를 사용하여 다음 식을 얻을 수 있다.



$$\begin{aligned} r_{32}(x_a y_b - x_b y_a) + f r_{22}(x_a - y_b) \\ - f r_{12}(y_a - y_b) = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} r_{32}(x_c y_d - x_d y_c) + f r_{22}(x_c - y_d) \\ - f r_{12}(y_c - y_d) = 0 \end{aligned}$$

$$r_{12}^2 + r_{22}^2 + r_{32}^2 = 1$$

$$\begin{aligned} \omega &= \arctan(-r_{32} / r_{33}) \\ \phi &= \arcsin(r_{31}) \\ \alpha &= \arctan(-r_{21} / r_{11}) \end{aligned} \quad (5.10)$$

변AD와 변CD의 길이를 각각 M과 N이라고 하면, M의 길이는 다음 식으로 표현되어진다.

$$M = X_C - X_B = (X_C - X_O) - (X_B - X_O) \quad (5.11)$$

위 식을  $(Z_C - Z_O) = (Z_B - Z_O)$ 로 나누고 공선조건식을 이용하면 다음 식이 얻어진다.

$$\begin{aligned} \frac{M}{Z_C - Z_O} &= \frac{X_C - X_O}{Z_C - Z_O} - \frac{X_B - X_O}{Z_B - Z_O} \\ &= \frac{r_{11} x_c + r_{21} y_c - r_{31} f}{r_{13} x_c + r_{23} y_c - r_{33} f} \\ &\quad - \frac{r_{11} x_b + r_{21} y_b - r_{31} f}{r_{13} x_b + r_{23} y_b - r_{33} f} \\ &= C^X_C - C^X_B \end{aligned} \quad (5.12)$$

위의 3식으로부터  $r_{21}$ ,  $r_{22}$ ,  $r_{23}$ 은 다음과 같이 얻어진다.

$$\begin{aligned} r_{12} &= H r_{32} \\ r_{22} &= G r_{32} \\ r_{32} &= \pm \sqrt{1 + G^2 + H^2} \end{aligned} \quad (5.8)$$

여기에서

$$\begin{aligned} G &= ((y_c - y_d)(x_d y_b - x_b y_a) - (y_a - y_b)(x_c y_d - x_d y_c)) / \\ &\quad ((y_a - y_b)(x_c - x_d) f - (y_c - y_d)(x_a - x_b) f) \\ H &= G((x_a - x_b) f + (x_d y_b - x_b y_a)) / ((y_a - y_b) f) \end{aligned}$$

$r_{32} = -\sin \omega \cos \phi$ 이고  $\cos \phi$ 는 시계방향의 각이므로  $r_{31}$ 은 양(+)이다.

직교행렬의 관계로부터 다음의 요소들은 결정될 수 있다.

$$\begin{aligned} r_{13} &= r_{21} r_{32} - r_{31} r_{22} \\ r_{23} &= r_{12} r_{31} - r_{11} r_{32} \\ r_{33} &= r_{11} r_{22} - r_{21} r_{12} \end{aligned} \quad (5.9)$$

따라서 회전각은 다음의 식을 이용하여 얻을 수 있다.

여기에서  $r_{ij}$ ,  $(x_c, y_c)$ ,  $(x_b, y_b)$ ,  $f$ 가 기지 값이므로  $C^X_C$ 와  $C^X_B$ 는 기지값이다.

위 식으로부터 다음과 같이 노출점의 X좌표와 Z좌표를 계산할 수 있다.

$$Z_O = Z_B - \frac{M}{C^X_C - C^X_B} \quad (5.13)$$

또는 
$$Z_O = Z_C - \frac{M}{C^X_C - C^X_B}$$

$$X_O = X_C - C^X_C (Z_C - Z_O) \quad (5.14)$$

또는 
$$X_O = X_B - C^X_B (Z_B - Z_O)$$

공선조건식으로부터 다음 식이 얻어지며,

$$\frac{Y_B - Y_O}{Z_B - Z_O} = \frac{r_{12} x_b + r_{22} y_b - r_{32} f}{r_{13} x_b + r_{23} y_b - r_{33} f} = C^y_B$$

$$\frac{Y_C - Y_O}{Z_C - Z_O} = \frac{r_{12} x_c + r_{22} y_c - r_{32} f}{r_{13} x_c + r_{23} y_c - r_{33} f} = C^y_C \quad (5.15)$$

위의 두 식으로부터 다음과 같이 노출점의 Y좌표를 계산할 수 있다.

$$Y_O = Y_C - C^y_C (Z_C - Z_O) \quad (5.16)$$

$$\text{또는 } Y_O = Y_B - C^y_B (Z_B - Z_O)$$

또한 변N의 길이로 부터도 노출점에 대한 3차원좌표를 결정할 수 있다.

만약 4각형이 센서와 평행하다면 4개의 변 각각에 대해서 노출점의 좌표가 계산되어질 수 있으므로 이들을 평균함으로써 정확도를 높일 수 있을 것이다.

## 6. 결론

지형공간정보체계의 자료획득원 중 하나인 근거리 수차사진측량의 비용절감 방법론을 찾고자 한 본 연구에서는 변화가 급변하고 있는 하드웨어적인 방법보다는 알고리즘 측면에서 그 방법론을 찾고자 하였다. 본 연구에서 얻은 결과를 요약하면 다음과 같다.

첫째, robust기법과 GPS를 도입한 수정 DLT법의 수학적 모델을 개발하였다. 수정된 수학적 모델은 6점의 기준점이 요구되었던 기존의 DLT법과는 달리 4점의 기준점만 있으면 해가 풀리므로 기준점측량에서의 경제성을 도모할 수 있다.

둘째, 외부표정요소를 초기값이 필요하지 않으며 또한 반복계산하지 않고 직접 얻을 수 있는 간편한 공식을 개발하였다. 개발한 방법의 제약조건은 단지 수평으로 설치되어 있는 직각사각형이 요구된다는 것이다. 그러나 시설물 부재나 부착물 등에서 직각사각형은 찾기가 쉬워서 활용하는 데는 문제가 없으리라고 판단된다.

비측량용 사진기를 위해 개발된 DLT법을 본 연구에서 수정하고, 단사진을 위한 새로운 공식을 개발함으로써, 향후 GPS를 부착한 비디오 사진측량에서의 관측값처리나 로봇비전 등 산업분야에서 보다 경제적이고 신속한 방법으로 많이 활용될 것으로 기대된다.

## 감사의 글

본 연구는 학술진흥재단의 신진연구비 지원으로 이루어진 것으로서, 관계자 여러분께 감사를 드립니다.

## 참고문헌

1. El-Hakim, S.F., "Application and Performance Evaluation of a Vision-Based Automated Measurement System", Videometrics, SPIE 1820, 1992, pp.181-195.
2. Shortis, M.R., Clarke, T.A. and Short, T., "A Comparison of Some Techniques for the Sub-Pixel Location of Discrete Target Images", Proceedings, Videometrics III, SPIE 2350, 1994, pp.239-250.
3. Li, R., Chapman, M.A., Chapman, L., Xin, Y. and Tao, C., "Mobile Mapping for 3D GIS Data Acquisition", International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing, XX, 1996, pp.232-237.
4. 유복모, 최송욱, 김기홍, "CCD사진기와 GPS를 이용한 이동용 위치결정체계 개발", 한국측지학회지, Vol.16, No.1, 1998, pp.41-50.
5. 유복모 외, 매핑기술개발 최종보고서, 과학기술부, 1999. 11.
6. American Society of Photogrammetry, Manual of Photogrammetry, 4th Ed. (Edited by C.C. Slama). 1980.
7. Rampal, K.K., "A closed solution for space resection", Photogrammetric Engineering and Remote Sensing, Vol.45, No.9, 1979, pp.1255-1261.

8. Hadem, I., "Bundle adjustment in industrial photogrammetry", International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing, Vol.23, No.5, 1980, pp.262-275.
9. Abdel-Aziz, Y.I., and Karara, H.M., "Direct Linear Transformation from Comparator Coordinates into Object-Space Coordinates", Proceedings of the American Society of Photogrammetry Symposium on Close-Range Photogrammetry, University of Illinois at Urbana-Champaign, 1971, pp.1-18.
10. Abdel-Aziz, Y.I., Photogrammetric Potential of Non-Metric Cameras, Ph.D. Diss., University of Illinois at Urbana-Champaign, 1974, 119p.
11. Hadem, I., "Estimating approximate values before bundle adjustment in close range photogrammetry - A review", SPIE Vol. 1395 Close-Range Photogrammetry Meets Machine Vision, 1990, pp.1016-1027.
12. Okamoto, A., "Orientation and construction of models, Part I: The orientation problem in close-range photogrammetry", Photogrammetric Engineering and Remote Sensing, Vol.47, No.10, 1981, pp.1437-1454.
13. Chen, L.-C., A Selection Scheme for Non-metric Close Range Photogrammetric Systems, Ph.D. Diss., University of Illinois at Urbana-Champaign, 1985, 215p.
14. Shih, T.Y. & W. Faig, "Physical Interpretation of the extended DLT-model", Proceedings of ASPRS Fall Convension, 1987, pp.385-394.
15. Marzan, G.T., Rational Design for Close Range Photogrammetry, Ph.D. Diss., University of Illinois at Urbana-Champaign, 1976, 220p.
16. Andrew, D.F., Bickkel, P.J., Hampel, F.R., Huber, P.J., Rogers, W.H., and Rukey, J.W., Robust Estimates of Location: Survey and Advances, Princeton University press, 1972, 152p.