동적 프로그래밍에 의한 활성 윤곽선의 B-스플라인 표현

김 동 근†

요 약

활성 윤곽선은 내부 에너지와 외부 에너지에 의해 조절되는 형태 변형이 가능한 에너지 최소화 곡선이다. 내부 에너지는 곡선을 부드럽게 유지하기 위한 제약 조건이고, 외부 에너지는 곡선을 영상 특징 쪽으로 이끈다. 활성 윤곽선의 제어 점에 의한 B-스플라인 표현은 많은 장점을 갖는다. Menet[3] 등은 유한 차분 법에 의한 활성 윤곽선의 B-스플라인 표현을 제안하였다.

본 논문에서는 활성 윤곽선을 구간별 3차 B-스플라인으로 표현하고, 이 모델의 에너지를 최소로 하는 제어 점을 찾기 위한 방법으로 동적 프로그래밍을 사용한 방법을 제안한다. 제안된 방법은 유한 차분 법에 의한 B-스플라인 방법에 비해 간단하고 효과적이다.

B-Spline Representation of Active Contours by Dynamic Programming

Dong-Keun Kim†

ABSTRACT

Active contours are deformable energy minimizing curves controlled by internal energy and external energy. The internal energy is constraint to preserve a smooth curve, and the external energy guides the curve towards image features. B-spline representation of active contours can be of great benefits in the segmentation and description whose shape is characterized by its defining polygon or control points. Menet et al proposed B-spline representation of active contours based on finite difference method[3].

In this paper, we propose a piecewise cubic B-spline representation of active contours based on dynamic programming. The method is simple and efficient by comparing over finite difference method.

1. 서 론

에너지 최소화 곡선인 활성 윤곽선 모델(active contour model)은 경계선 분할, 모델 적합 및 경계선 추적 방법으로 널리 사용되고 있다. 이 방법은 Kass[1] 등에 의해 처음 "snake"라고 소개되었으며, 초기 곡선을 물체의 경계 근처에 위치시키고 에너지 최소화 방법을 사용하여 경계선 쪽으로 곡선을 움직여 가게 하는 방법을 사용한다. Cohen[2] 등은 모델 곡선에서의 법선 벡터를 이용하여 물체의 내부에서 외부로 팽창시켜 가면서 물체의 경계선 쪽으로 움직이는 방법을 사용하였다. 이때 외부에너지를 정규화 시켜 움직이는 속도를

† 정 회 원 : 서남대학교 컴퓨터·정보통신학부 교수
논문접수 : 1999년 1월 25일, 심사완료 : 1999년 5월 25일

일정하게 함으로써 "snake"에 비해 잡음과 초기 곡선에 의한 영향을 적게 받게 하여 "ballon" 모델이라 하였다.

활성 윤곽선 모델의 에너지는 내부 에너지와 외부 에너지의 합으로 표현된다. 내부 에너지는 모델이 반복적으로 움직여 갈 때 곡선의 형태를 부드럽게 유지시키기 위한 제약조건이며, 외부에너지는 경계선 분할에 사용될 때는 그래디언트에 의해 정의된다. 연속 영상에서 경계 분할은 첫 프레임에서 물체의 경계를 분할한 후에, 분할된 경계선을 다음 프레임의 초기 곡선으로 초기화하는 방법을 사용한다. 이때 인접한 프레임에서 물체의 경계선이 크게 변하지 않아야 한다.

활성 윤곽선 모델의 에너지 최소화 방법은 오일러 라그랑지 방정식을 유도하여 편 미분 방정식의 수치해를 구하는 유한차분법(finite difference)[1,3,4,5], 형상요소를 사용한 유한 요소 법(finite element)[2], 동적 프로그래밍(dynamic programming)[6,7,8,9,10], greedy 방법[11] 등이 사용되었다. 동적 프로그래밍 방법은 비교적 간단한 구조를 갖고있으며, 낮은 차원의 미분만을 포함하고 있어 안정된 수치 해를 구할 수 있는 장점이 있어 많이 사용되고 있다[6].

분할된 경계선을 보다 간결한 형태로 표현하면 물체 추적, 인식 및 분석 등의 후처리에 많은 장점을 갖는다. 부드러운 경계선을 갖는 물체의 경계선은 B-스플라인에 의해 효과적으로 표현될 수 있다. B-스플라인은 제어 점(control points)에 의해 표현된다. B-스플라인에 의한 활성 윤곽선 모델 표현은 Menet[3] 등에 의해 제안되었다. 이들은 에너지를 최소로 하는 B-스플라인 곡선을 정의하는 제어 점을 오일러 라그랑지 방정식에 의한 유한 차분 방법에 의해 제안하였다.

또한 김동근[4,5] 등은 B-스플라인이 아핀(affine) 변환에 불변인 성질을 이용하여, 활성 윤곽선 모델의 움직임을 제한하여 B-스플라인으로 표현하는 방법을 제한하였다. 에너지 최소화는 유한 차분 방법을 사용하였으며, 인접한 화소의 외부에너지를 이용하여 법선 벡터의 방향을 결정하여 수축과 팽창을 방향을 정하였으며, 반복적인 에너지 최소화의 각 단계에서 변형 전의 곡선과 변형된 곡선의 대응되는 점들(corresponding points)을 이용하여 최소 자승법에 의한 아핀 변형을 계산하였다.

본 논문에서는 활성 윤곽선 모델을 B-스플라인으로 표현하고, 이 모델의 에너지를 최소로 하는 제어 점을 찾기 위한 방법으로 동적 프로그래밍을 사용한 방법을 제안한다. 제안된 방법은 동적 프로그래밍을 제어 점에 적용하였다. B-스플라인을 에너지 식에 대입하여 제어 점에 의한 편 미분 방정식을 유도하고 이를 유한 차분에 의해 계산하는 방법에 비해, 제어 점에 동적 프로그래밍을 적용함으로 써 수치적으로 안정된 해를 찾을 수 있으며, 간결한 구조를 갖는다. 제안된 방법은 Menet[3] 등에서와 같이 활성 윤곽선 모델을 B-스플라인으로 표현하고 제어 점의 변화에 따른 에너지의 변화를 계산하여 제어 점을 이동시키는 방법은 유사하나, 에너지를 최소화하는 방법에서 제어 점에 의한 동적 프로그래밍을 사용하는 점이 다르다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 기본적인 활성 윤곽선의 에너지 식, 동적 프로그래밍에 의한 에너지 최소화 및 Menet등의 유한 차분 법에 의한 B-스플라인 표현 방법을 설명하고, 3장에서는 본 논문에서 제안된 동적 프로그래밍을 사용하는 B-스플라인 표현 방법을 설명하며, 4장에서는 실험 결과를 보이고, 끝으로 5장에서는 본 논문의 결론과 앞으로의 연구 방향을 기술한다.

2. 관련연구

2장에서는 활성 윤곽선 모델의 에너지 함수, 동적 프로그래밍에 의한 에너지 최소화 및 유한 차분에 의한 B-스플라인 표현 등에 대하여 설명한다.

2.1 활성 윤곽선 모델

활성 윤곽선 모델의 에너지 함수는 내부 에너지($E_{internal}$)와 외부 에너지($E_{external}$)의 합으로 표현된다. 내부 에너지는 곡선이 완만함(smoothness)을 유지하도록 하는 제약 조건이며, 외부 에너지는 찾고자하는 영상의 특징을 표현한 것이다.

$$E_{total} = \int_0^1 E_{internal}(V(s)) + E_{external}(V(s))\,ds$$

$$E_{internal} = \frac{1}{2}\left(\alpha(s)\left|\frac{\partial V(s)}{\partial s}\right|^2 + \beta(s)\left|\frac{\partial^2 V(s)}{\partial s^2}\right|^2\right)$$

$$E_{external} = P(V(s)) \qquad (1)$$

곡선은 $V(s)=(x(s),y(s))$로 표현되며, $\alpha(s),\beta(s)$는 s에서 각각 1차, 2차 미분의 크기에 가중치를 주는 함수(weighting function)로 곡선의 탄성(elasticity)과 강성

(rigidity)을 조절한다. $\alpha(s)=0$일 경우 곡선 V(s)는 s에서 thin plate처럼 움직이며, $\beta(s)=0$일 경우 s에서 membrane 처럼 움직인다. 또한 외부 에너지가 $E_{external}=0$일 때, 곡선 $V(s)$가 열린 곡선($V(0) \neq V(1)$)이면 에너지 최소화 과정에서 직선으로, 닫힌 곡선($V(0)=V(1)$) 이면 원으로 줄어들면서 점으로 수렴하게 된다.

외부 에너지는 찾고자 하는 영상에서의 특징을 에너지로 표현한 것으로, 영상에서 물체의 경계를 찾고자 할 때는 그래디언트의 크기를 특징으로 사용한다. 물체의 경계에서는 그래디언트의 크기가 큰 값을 가지기 때문에 에너지를 최소화하는 의미에서 음수 부호를 붙인 $P(V(s))=-|\nabla I(V(s))|^2$ 를 사용한다. 이진 영상의 경계선 분할 또는 점 데이터의 모델 적합에는 임의의 곡선 위의 점에서 가장 가까운 데이터 점까지의 직선 거리를 외부 에너지로 사용할 수 있다.

2.2 동적 프로그래밍에 의한 에너지 최소화

식 (1)의 활성 윤곽선 모델의 에너지 함수 E_{total}를 최소화하는 곡선 $V(s)$를 찾기 위하여, 다단계 결정 과정(multistage decision process)을 통해 해를 구하는 동적 프로그래밍을 사용할 수 있다[6]. 초기 해가 주어지기 때문에 비교적 간단한 구조를 갖고, 안정된 수치해를 구할 수 있는 장점을 갖는다.

$n+1$개의 데이터 점에서 차분 간격이 h이고, $V_i=V(ih)$, $\alpha_i=\alpha(ih)$, $\beta_i=\beta(ih)$이면 식 (1)의 이산식은 식 (2)와 같다.

$$E_{total}=\sum_{i=0}^{n}(E_{internal}(V_i)+E_{external}(V_i))$$

$$E_{internal}(V_i)=\frac{1}{2}(\alpha_i|V_i-V_{i-1}|^2+\beta_i|V_{i+1}-2V_i+V_{i-1}|^2) \quad (2)$$

동적 프로그래밍에서는 변분법에 의한 오일러-라그랑지 방정식을 유도하여 편 미분 방정식의 수치 해를 구하지 않고, 에너지 식을 식 (2)와 같이 이산화 하고, 다단계 결정 과정을 통하여 에너지를 최소화한다.

2.2.1 1차 미분항만을 고려하였을 경우

내부에너지를 1차 미분항만을 고려하였을 경우 식 (2)의 에너지 식은 아래와 같이 분해될 수 있다.

$$E_{total}=E(V_0,V_1,V_2,\ldots,V_n)=E_0(V_0,V_1)+E_1(V_1,V_2)+\ldots+E_{n-1}(V_{n-1},V_n) \quad (3)$$

식 (3)에서 각 노드 변수 V_i는 결정 단계 i에서 상태 변수에 대응하며, p(예를 들면, $p=9$)개의 가능한 값을 가질 수 있다. 예를 들면 4-이웃 노드를 정의하면 $p=5$가 되고, 8-이웃 노드를 정의하면 $p=9$가 된다. 동적 프로그래밍에 의한 최적 해는 하나의 변수를 갖는 최적 함수 열 s_k, $k=0,\ldots,n-1$를 생성한다. 각 함수 s_k를 얻기 위하여 단일 차원에서 최소화를 수행한다.

$$s_k(V_{k+1})=\min_{V_k}\{s_{k-1}(V_k)+E_k(V_k,V_{k+1})\}=\min_{V_k}\{s_{k-1}(V_k)+E_{external}(V_k)+|V_{k+1}-V_k|^2\} \quad (4)$$

최적 함수(optimal function), $s_k(V_{k+1})$를 구하기 위하여, 두 개의 행렬(에너지 행렬과 위치 행렬)이 필요하다. 각 단계 k에서 에너지 행렬은 식 (4)를 최소로 하는 에너지를 저장하고, 위치 행렬의 각 요소는 식 (4)를 최소로 하는 V_k의 위치를 저장한다. 전체 곡선의 최소 에너지는 단계 n에서 에너지인 $E_{\min}=\min_{V_n} S_{n-1}(V_n)$이며, 에너지를 최소로 하는 노드의 위치는 위치 행렬을 이용하여 역으로 찾아간다.

2.2.2 2차 미분항만을 고려하였을 경우

내부에너지를 2차 미분 항까지 고려하였을 경우 식 (2)의 에너지 식은 아래와 같이 분해될 수 있다.

$$E_{total}=E(V_0,V_1,\ldots,V_n)=E_0(V_0,V_1,V_2)+E_1(V_1,V_2,V_3)+\ldots+E_{n-2}(V_{n-2},V_{n-1},V_n) \quad (5)$$

where $E_{i-1}(V_{i-1},V_i,V_{i+1})=E_{external}(V_i)+E_{internal}(V_{i-1},V_i,V_{i+1})$

식 (5)에 동적 프로그래밍을 적용하기 위하여, 상태 변

수들의 두 요소를 벡터로 하여 (V_{i+1}, V_i)를 고정시키고 다음과 같은 최적 함수 s_i를 정의하였다.

$$s_i(V_{i+1}, V_i) = \min_{V_{i-1}}\{s_{i-1}(V_i, V_{i-1}) + E_{external}(V_i) + \alpha_i(|V_i - V_{k-1}|^2) + \beta_i(|V_{i+1} - 2V_i + V_{i-1}|^2)\} \quad (6)$$

동적 프로그래밍을 사용한 활성 윤곽선 모델의 에너지 최소화는 식 (4) 또는 (6)을 사용하여 에너지를 최소로 하는 노드들의 위치 V_0에서 V_n을 결정한 다음, 이전 단계의 에너지와의 차이가 임계치 보다 크면 에너지 최소화를 다시 반복 수행한다.

동적 프로그래밍에 의한 방법은 곡선 위의 인접한 두 노드 사이의 거리와 같은 제약 조건을 추가하기가 용이하며, 낮은 차원의 미분만을 포함하고 있어 수치적으로 안정되고, 각각의 반복이 제한된 윈도우 영역 내에서 최적의 해를 구하는 방법으로 효율적으로 구현할 수 있다.

2.3 유한차분에의한 활성 윤곽선의 B-스플라인 표현

Menet[3] 등은 곡선 $V(s)$를 제어 점에 의해 정의되는 B-스플라인으로 고정시켜 에너지 함수를 표현하고, 에너지를 최소로 하는 B-스플라인 곡선의 제어점을 찾기 위하여 Kass에 의해 사용되었던 변분법에 의한 오일러-라그랑지 방정식을 유도하여 편 미분 방정식의 수치 해를 구하였다. 경계선 근처에 임의의 데이터 점들을 표시하고, 최소자승 법에 의해 주어진 데이터들을 근사하는 B-스플라인을 구하여 초기해로 사용하였다.

초기해로 구하여진 $m+1$ 개의 제어점을 갖는 B-스플라인, $P(u)$는 다음과 같다.

$$P(u) = \sum_{i=0}^{i=m} B_i N_{i,k}(u) = \sum_{i=0}^{i=m} (X_i N_{i,k}(u), Y_i N_{i,k}(u)) \quad (7)$$

$B_i = (X_i, Y_i)$는 B-스플라인을 정의하는 i번째 제어점이고, $N_{i,k}(u)$는 차수(order) k(degree= $k-1$)인 B-스플라인 기저 함수이다[14].

2.3.1 유한차분에 의한 에너지 최소화

에너지 식 (1)의 곡선 $V(s)$를 B-스플라인 식 (7)의 $P(u)$로 대입하면 다음과 같은 식을 얻는다.

$$E_{total} = \sum_{j=0}^{n}\{\frac{1}{2}\alpha(u_j)[(\sum_{i=0}^{m} X_i N_{i,k}'(u_j))^2 + (\sum_{i=0}^{m} Y_i N_{i,k}'(u_j))^2] \frac{1}{2}\beta(u_j)[(\sum_{i=0}^{m} X_i N_{i,k}''(u_j))^2 + (\sum_{i=0}^{m} Y_i N_{i,k}''(u_j))^2] + E_{external}((\sum_{i=0}^{m} X_i N_{i,k}(u_j), \sum_{i=0}^{m} Y_i N_{i,k}(u_j))\} \quad (8)$$

$m+1$개의 제어 점에 의해 정의되는 B-스플라인 곡선상의 $n+1$개의 데이터 점에서의 에너지 E_{total}를 최소로 하는 제어 점 X_i와 Y_i를 구하기 위하여, $\forall l \in \{0, \ldots, m\}$에 대해 $\frac{\partial E_{total}}{\partial X_l} = 0$ 과 $\frac{\partial E}{\partial Y_l} = 0$ 을 만족하는 X_i 와 Y_i를 구하면 X, Y 각각에 대하여 $m+1$개의 연립 방정식을 얻는다. X좌표에 대한 식은 다음과 같다.

$$\sum_{j=0}^{n}\{\alpha(u_j)N_{l,k}'(u_j)\sum_{i=0}^{m} X_i N_{i,k}'(u_j) + \beta(u_j)N_{l,k}''(u_j)\sum_{i=0}^{m} X_i N_{i,k}''(u_j) + N_{l,k}(u_j)\frac{\partial}{\partial X_l} E_{external}(\sum_{i=0}^{m} X_i N_{i,k}(u_j), \sum_{i=0}^{m} Y_i N_{i,k}(u_j))\} = 0 \quad (9)$$

$l = 0, \cdots, m$이며, 식 (9)를 합 기호의 순서를 변경하여 정리하면 다음과 같다.

$$\sum_{i=0}^{m} X_i\{\sum_{j=0}^{n}\alpha(u_j)N_{l,k}'(u_j)N_{i,k}'(u_j) + \sum_{j=0}^{n}\beta(u_j)N_{l,k}''(u_j)N_{i,k}''(u_j)\} + \sum_{j=0}^{n} N_{l,k}(u_j)\frac{\partial}{\partial X_{l,k}} E_{external}(\sum_{i=0}^{m} X_i N_{i,k}(u_j), \sum_{i=0}^{m} Y_i N_{i,k}(u_j)) = 0 \quad (10)$$

식 (10)을 행렬로 표현하고 해를 반복법으로 구하기 위하여 오일러 간격을 γ로 하고, 시간 변수 t에 대해서 차분을 적용하면 Kass[1]등에 의해 처음 제안된 반복식과 유사한 식을 얻을 수 있다.

$$X_{t+1} = (A + \gamma I)^{-1}(\gamma X_t + G_x(x_t, y_t)) \quad (11)$$

Y좌표에 대해서도 유사하게 유도된다. 행렬 A는 $(m+1)\times(m+1)$ 행렬이며 띠 행렬이다. Kass등에 의해 제안된 방법과의 차이점은 식 (11)이 곡선 위의 $n+1$개의 점의 움직임에 대한 식이 아니라, 적은 수인 $m+1$개의 제어 점에 대한 식이기 때문에 역 행렬의 계산이 빠르고, 제어 점에 의한 보다 간단한 곡선의 표현을 제공할 수 있다.

3. 제안된 동적 프로그래밍을 이용한 활성 윤곽선의 B-스플라인 표현

본 장에서는 활성 윤곽선의 B-스플라인 표현 문제를 곡선을 정의하는 제어 점에 동적 프로그래밍 방법을 적용하여 해결하는 방법을 제시한다.

3.1 구간별 3차 B-스플라인(piecewise cubic B-spline)

식 (7)에서 B-스플라인 기저 함수, $N_{i,k}(u)$에서 $k=4$인 3차 B-스플라인을 사용하였으며, 하나의 제어 점의 이동에 따른 영향을 쉽게 알기 위하여, 곡선 세그먼트의 합으로 표현되는 구간별 3차 B-스플라인(piecewise cubic B-spline)을 사용하였다.

m개의 제어 점, B_i, $i=0,\ldots,m-1$에 의해 정의되는 폐곡선(closed curve) B-스플라인은 다음과 같다.

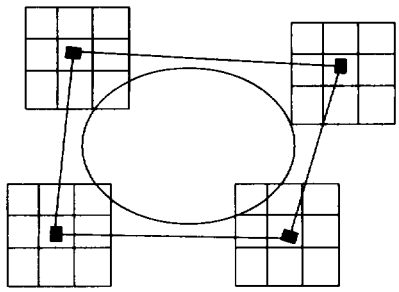
$$V(s)=\sum_{i=0}^{m-1} P_i(u) \tag{12}$$

$$\begin{aligned} P_i(u)= \; & B_{i-1}(-u^3+3u^2-3u+1)/6+ \\ & B_i(3u^3-6u^2+4)/6+ \\ & B_{i+1}(-3u^3+3u^2+3u+1)/6+ \\ & B_{i+2}(u^3)/6 \\ & where \;\; 0\le u<1 \end{aligned} \tag{13}$$

닫힌 곡선을 정의하기 위하여 3개의 제어점이, $B_m=B_0, B_{m+1}=B_1, B_{m+2}=B_2$로 정의된다. 식 (12), (13)에 의해 정의되는 구간별 3차 B-스플라인은 C^2 연속이 보장된다. 또한 B-스플라인은 국부적인 특성(local support)을 갖는다. 각 제어 점 B_i는 세그먼트 $P_{i-2}(u), P_{i-1}(u), P_i(u), P_{i+1}(u)$에만 포함되어 영향을 준다. 즉, 제어 점 B_i가 B_i^*로 변경되면 제어 점 $B_{i-3}, B_{i-2}, B_{i+1}, B_i^*, B_{i+1}, B_{i+2}, B_{i+3}$에 의해 정의되는 곡선 세그먼트가 영향을 받는다. 또한 2개의 제어 점 B_i, B_{i+1}이 B_i^*, B_{i+1}^*로 변경되면, 제어 점 $B_{i-3}, B_{i-2}, B_{i+1}, B_1^*, B_{i+1}^*, B_{i+2}, B_{i+3}, B_{i+4}$에 의해 정의되는 곡선 세그먼트 $P_{i-2}(u), P_{i-1}(u), P_i(u), P_{i+1}(u), P_{i+2(u)}$가 영향을 받는다.

3.2 동적 프로그래밍의 적용

본 논문에서는 동적 프로그래밍을 곡선상의 이산 점에 적용시키는 대신에 B-스플라인의 제어 점, B_i, $i=0,\ldots,m-1$에 적용한다.



(그림 1) 제어 점에 의한 동적 프로그래밍

B-스플라인 제어 점에 의해 정의되는 곡선 $V(s)$는 식 (12)에 의해 m개의 곡선 세그먼트에 정의된다. 그러므로 식 (2)의 활성 곡선 에너지는 식 (12)에 의해 m개의 곡선 세그먼트에서의 에너지 합으로 표현된다.

$$\begin{aligned} E_{total} &= E(B_0, B_1, B_2, \ldots, B_{m-1}) \\ &= E(P_0(u), P_1(u), P_2(u), \ldots, P_{m-1}(u)) \end{aligned} \tag{14}$$

내부 에너지 계산에 필요한 곡선에서의 1차 및 2차 미분은 구간별 3차 B-스플라인이 C^2 연속을 보장하므로 B-스플라인 곡선 세그먼트를 미분하여 구할 수 있다. 그러므로 제어 점에 의한 동적 프로그래밍의 재귀식의 구조는 식 (4)와 유사하다.

$$s_k(B_{k+1}) = \min_{B_k}\{s_{k-1}(B_k)+E_k(B_k, B_{k+1})\} \tag{15}$$

제어 점 B_k까지 의 최소 에너지 값에, B_{k+1}의 가능한 이동에 따른 최소가 되는 에너지와 위치를 구한다. 식 (15)에서 $E_k(B_k, B_{k+1})$ 제어 점 B_k와 B_{k+1}는 p개의(예를 들면, $p=9$)개의 가능한 값을 가질 수 있다. 식 (4)에서처럼 B_k와 B_{k+1}의 가능한 값에 따라 내부

에너지를 구하는 것이 아니라, 이들의 이동에 따라 변경되는 곡선 세그먼트에서 에너지를 구한다. 식 (12), (13)에서 하나의 제어점이 변경될 경우 4개의 곡선 세그먼트에 영향을 준다. 예를 들면 제어 점 B_i를 변경할 경우 곡선 세그먼트 $P_{i-2}(u)$, $P_{i-1}(u)$, $P_i(u)$, $P_{i+1}(u)$에 영향을 준다. 그러므로 제어 점 B_k와 B_{k+1}의 p개의 가능한 값에 따른 에너지 값은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$E_k(B_k, B_{k+1}) = E(P_{k-2}(u), P_{k-1}(u), P_k(u), P_{k+1}(u), P_{k+2}(u)) \quad (16)$$

3차 B-스플라인이 C^2 연속이 보장되므로 식 (13)의 미분에 의해 식 (16)의 에너지 계산에서 내부에너지를 계산하기 위하여 필요한 1차 및 2차 미분을 구할 수 있다. 각 세그먼트에서의 곡선상의 이산 점의 수는 제어 점의 거리에 따라 결정할 수 있다.

아래의 알고리즘은 본 논문에서 사용한 동적 프로그래밍에 의한 B-스플라인 표현 방법을 설명한다.

알고리즘 1. DPActiveContours()

```
{
  // B[0], B[1], ... , B[m-1] : control points
  // neighbor[0], neighbor[1], ..., neighbor[8]
  // p : number of neighbors
  // m: number of control points

  float eMtx[m][p];   int pMtx[m][p];
  int i,j,k,m,min_position,min_finalPosition,pos;
  float minEnergy, energy, minFinalEnergy;
  CPoint nextNode, currNode, neighbor[p];

  for(i=0;i<p;i++)            eMtx[0][i] = 0.0;
  for(i=1;i<m;i++){  // stage
    for(j=0;j<p;j++){  //next
      minEnergy = BIG;
      for(k=0;k<p;k++){  // current
        currNode = B[i]  + neighbor[k];
        nextNode = B[i+1] + neighbor[j];
        energy = eMtx[i-1][k] + E(i, currNode,nextNode);
        if(energy < minEnergy){
          minEnergy = energy;
          minPosition = k;
        }
      }
      eMtx[i][j] = minEnergy;
      pMtx[i][j]   = minPosition;
    }
  }
  min_finalEnergy = BIG;
  for(k=0;k<p;k++){ //  search for minimal energy
    if(eMtx[m-1][k] < minFinalEnergy){
      minFinalEnergy = eMtx[m-1][k];
      minFinalPosition = k;
    }
  }

  pos = minFinalPosition;
  for(k=m; k>0;k--){ //  search for minimal position
    B[k] = B[k].x + neighbor[pos];
    pos = pMtx[k-1][pos];
  }
}
```

알고리즘 2. float E(int i, CPoint C,CPoint N)

```
{
    CPoint V[n];
    BSpline(B[i-3], B[i-2], B[i-1], C, N, B[i+2], B[i+3], B[i+4], V, n);
    return (intEnergy(V, n) + extEnergy(V, n));
}
```

위에서 BSpline(B[i-3], B[i-2], B[i-1], C, N, B[i+2], B[i+3], B[i+4], V, n)은 5개의 곡선 세그먼트를 생성하여 n개의 이산점을 배열 V에 반환하는 함수이다. intEnergy(V, n)와 extEnergy(V, n)는 배열 V에서 차분에 의한 1차, 2차 미분과 외부에너지에 의해 식 (2)를 계산한다.

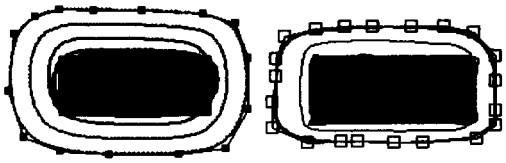
4. 실험 및 결과

3장에서 제안된 활성 윤곽선 모델의 동적 프로그래밍 방법에 의한 B-스플라인 표현을 256×256 크기의 256 밝기 단계의 MRI 영상에서 경계선을 분할하는 실험을 하였다. 외부에너지, $P(V(s)) = -|\nabla I(V(s))|^2$를 계산하기 위하여 간단한 Sobel 에지 연산자를 사용하였다. 또한 동적 프로그래밍을 구현하기 위하여 필요한 각 제어 점에서의 가능한 이동 값은 8-이웃 노드를 정의하여, $p=9$를 사용하였다. 에너지 변화가 임계치 이하 일 때까지 알고리즘 DPActiveContours를 반복적으로 적용하였다.

(그림 2)는 활성 윤곽선의 아핀(affine) 변형에 의한 B-스플라인 표현 방법[4]과 동적 프로그래밍을 사용한 제안 방법을 사용하여 인위적으로 생성한 사각형 물체에서 경계를 추출하였다. 활성 윤곽선의 아핀 변형에 의한 B-스플라인 표현 방법은 초기 곡선의 아핀 변형에 의해서만 움직일 수 있기 때문에 물체의 코너에서 표현상의 제약이 있다. 본 논문에서 제안한 동적 프로

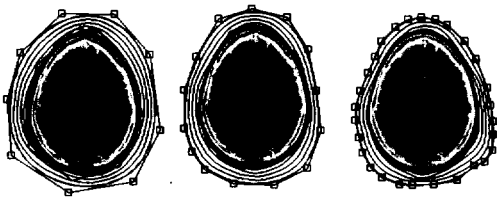
그래밍을 사용한 방법에서는 제어 점들에 의해 에너지가 최소로 되는 점으로 B-스플라인이 움직이므로 이러한 문제점이 해결되었다.

(그림 3)는 단면 영상으로 이루어진 두개골의 MRI 영상에서 서로 다른 개수의 제어 점으로 정의된 B-스플라인 곡선을 사용하여 경계선을 분할하는 과정을 보인다. (그림 4)은 연속적인 단면 영상에서 이전 단면 영상에서 분할한 곡선의 제어 점을 다음 단면 영상에서 경계를 찾기 위한 초기 곡선을 정의하는 제어 점으로 사용하는 방법을 사용하여 연속적으로 경계선을 추적하여 분할한 결과이다. (그림 4)(a)는 (그림 3)(c)에서 얻은 결과를 초기해로 사용하여 B-스플라인으로 표현한 결과이며, (그림 4)(b)-(g)는 연속적인 영상에서 차례로 얻은 결과이다. 제안된 활성 윤곽선 모델의 동적 프로그래밍 방법에 의한 B-스플라인 표현방법의 수행시간은 제어 점의 수와, 곡선 세그먼트내의 점의 수에 의존한다.



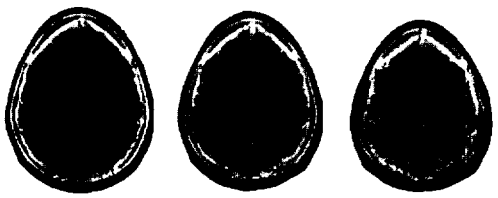
(a) (b)

(그림 2) (a) 아핀 변형 방법 (b) 제안된 방법



(a) (b) (c)

(그림 3) 활성 윤곽선의 B-스플라인 표현



(a) (b) (c)

(d) (e) (f) (g)

(그림 4) MRI 영상에서 활성 윤곽선의 B-스플라인 의한 경계선 표현

5. 결 론

본 논문에서는 활성 윤곽선 모델을 구간별 3차 B-스플라인으로 표현하고, 이 모델의 에너지를 최소로 하는 제어 점을 찾기 위한 방법으로 동적 프로그래밍을 사용한 방법을 제안하였다. 제안된 방법은 B-스플라인을 에너지 식에 대입한 후에 편 미분방정식을 유도하여 유한 차분에 의해 계산하는 방법보다 동적 프로그래밍의 장점으로 인해 수치적으로 안정된 해를 갖으며 간결한 구조를 갖는다. 활성 윤곽선을 B-스플라인의 제어 점으로 표현함으로써 물체의 윤곽선에 대한 간결한 표현을 제공하며, 코너 점 근처에서 보다 많은 제어 점을 두어 보다 효과적으로 물체의 경계를 표현할 수 있는 장점이 있다. 향후 연구로는 제어 점을 조절하는 방법과 물체의 경계 특성과 함께 물체 내부의 특성을 에너지 함수에 표현하는 방법에 대한 연구가 필요하다.

참 고 문 헌

[1] Michael Kass, A.Witkin, and D. Terzopoulos, "Snakes: Active Contour Models," International Journal of Computer Vision, pp.321-331, 1987.

[2] L.D.Cohen, "On active contour models and balloons," CVGIP: ImageUnderstanding Vol.53, No.2, pp. 211-218, Mar., 1991.

[3] Sylvie Menet, Philippe Saint-Marc, and Gerard Medioni, "B-Snakes: Implementation and application to stereo," Proceedings of Image Understanding Workshop, pp.720-726. 1990.

[4] 김동근, 황치정, "활성 모델에 의한 경계선 분할 및 모델 적합", 정보과학회 논문지(B), 제23권, 제2호, pp.210-220, 1996.

[5] 김동근, 최증원, 황치정, "전역 변형을 갖는 활성

곡면을 사용한 모델 적합", 정보처리 논문지, 제4권, 제3호, pp.792-801, 1997.

[6] A.Amini, T Weymouth, and R.Jain, "Using Dynamic Programming for Solving Variational Problems in Vision," IEEE Trans. on PAMI, Vol.12, No.9, pp.855-867, 1990.

[7] D.Geiger, A.Gupta, L.A.Costa, and J.Vlontzos, "Dynamic Programming for Detecting, Tracking, and Matching Deformable Contours," IEEE Trans. on PAMI, Vol.17, No.3, pp.294-302, 1995.

[8] B.Olstad and A.H.Torp, "Encoding of a priori Information in Active Contour Models," IEEE Trans. on PAMI, Vol.18, No.9, pp.863-872, 1996.

[9] S.Chandran and A.K.Potty, "Energy Minimization of Contours Using Boundary Conditions," IEEE Trans. on PAMI, Vol.20, No.5, pp.546-549, 1998.

[10] 조용진, 양현승, "Snakes 모델을 이용한 얼굴 윤곽선 추적 시스템," 정보과학회 논문지(B), 제24권, 제1호, pp.62-72, 1997.

[11] D.J.Williams and M.Shah, "A Fast Algorithm for Active Contours and Curvature Estimation," CVGIP: Image Understanding, Vol.55, No.1, pp. 14-26, 1992.

[12] D. Terzopoulos, D.Metaxas, "Dynamic 3D Models with Local and Global Deformations: Deformable Superquadrics," IEEE Trans. on PAMI, Vol.13, No.7, pp.703-714, 1991.

[13] D.H.Ballard and C.M.Brown, 'Computer Vision', pp.116, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, NJ, 1982.

[14] David F. Rogers and J.Alan Adams, 'Mathematical Elements for Computer Graphics', 2nd Edition, McGraw-Hill Pub., 1989.

김 동 근

e-mail : dgkim@tiger.seonam.ac.kr

1989년 충남 대학교 계산통계학과 졸업(이학사)

1991년 충남 대학교 계산통계학과 졸업(이학석사)

1996년 충남 대학교 전산학과 졸업(이학박사)

1996년~현재 서남대학교 전임강사

관심분야 : 컴퓨터 그래픽스, 컴퓨터 비젼, 영상처리, 멀티미디어 응용