

Robust Pole Assignment of Linear Systems with Time-Varying Uncertainty

金 鎮 勳
(Jin-Hoon Kim)

Abstract - In this paper, we consider the robust pole assignment and the upper bound of quadratic cost function for the linear systems with time-varying uncertainty. The considered uncertainties are both the norm bounded unstructured case and the structured case that has the matrix polytope type uncertain structure. We derive conditions that guarantee the robust pole assignment inside a disk in the L.H.P. and the robust stability. Also, we derive the upper bound of quadratic cost for this pole assigned systems. Finally, we show the usefulness of our results by an example.

Key Words : Pole Assignment, Structured Uncertainty, Unstructured Uncertainty, Quadratic Cost Function, Upper Bound

1. 서 론

선형 시스템의 동적 특성은 시스템의 극점에 크게 좌우되므로 선형 시스템의 페루프 극점들을 원하는 위치에 있도록 하는 극점 배치 문제는 제어 이론 분야에서 중요한 분야 중의 하나이다. 이러한 극점 배치 문제는 크게 원하는 극점 위치에 배치하는 엄밀 극점 배치(Exact pole assignment)와 원하는 영역에 극점을 배치하는 영역 극점 배치(Regional pole assignment)로 대별할 수 있다. 먼저 불확정성이 없는 시불변 선형 시스템의 경우 엄밀 극점 배치는 항상 가능함이 잘 알려져 있고[9], 영역 극점 배치에 관한 결과도 제시되어 있다[1]. 그러나 불확정성을 포함하는 시스템의 엄밀 극점 배치는 불확정성 때문에 불가능하다. 따라서 이러한 경우에는 일정한 영역을 정해 놓고, 불확정성이 주어진 영역 또는 한계를 가지는 경우, 페루프 시스템의 극점들이 정해진 영역에 항상 있도록 하는 연구가 진행되고 있다[2-7]. 또한 불확정성이 시불변(Time-invariant)인 경우 정해진 영역이 좌반면(Left half plane) 내의 어느 특정한 영역이면 항상 안정성이 보장되지만, 시변(Time-varying)인 경우에는 시스템의 극점만으로 안정성을 판단하지 못하므로 별도의 안정성을 보장하는 조건을 필요로 한다.

다음으로 기술되는 시변 불확정성을 가지는 선형 시스템을 생각하자.

$$\dot{x}(t) = [A + E(t)]x(t) \quad (1)$$

여기서 $x(t) \in R^n$ 은 상태, $A \in R^{n \times n}$ 은 상수(Constant) 페루

프시스템 행렬, 그리고 $E(t) \in R^{n \times n}$ 은 시변 불확정성으로 다음 중 하나로 기술된다.

$$\|E(t)\| \leq \eta, \quad \forall t \geq 0 \quad (2.1)$$

$$E(t) = \sum_{i=1}^m q_i(t) E_i \quad (2.2)$$

여기서 $E_i \in R^{n \times n}, i=1, 2, \dots, m$ 는 알려진 상수 행렬이다. 특히, (2.1)로 기술되는 불확정성을 비구조적이라 하고, (2.2)로 기술되는 불확정성을 구조적이라고 한다.

이 논문에서는 불확정성 (2.1) 또는 (2.2) 를 가지는 시스템 (1)의 모든 극점들이 <그림 1>의 복소수 평면상의 좌반면(Left half plane) 내의 중심이 $-\alpha < 0$ 이고 반지름이 $r (r \leq \alpha)$ 인 원형 영역 $D(\alpha, r)$

$$D(\alpha, r) := \{\lambda \in C : |\lambda + \alpha| \leq r\} \quad (3)$$

에 위치하도록 하면서 시스템 (1)의 안정성을 보장하는 조건을 먼저 제시한다. 그리고, 이러한 극점 배치 조건하에서 다음에 정의된 2차 성능함수의 상한을 제시한다.

$$J := \int_0^{\infty} [x^T(t) W x(t)] dt \quad (4)$$

여기서 $W = W^T$ 는 양확정(Positive definite)행렬이다. 여기서 제시되는 결과는 기존의 결과와 비교할 때, 강인 안정성의 바운드는 기존의 결과[4][5]보다 크며, 강인 성능의 바운드는 불확정성이 없는 경우의 스칼라 배로 주어지기에 시스템의 설계나 해석 시 매우 유용하다.

*正 會 員 : 中 北 大 工 大 制 御 計 測 工 學 科

接 受 日 字 : 1998年 7月 30日

最 終 完 了 : 1998年 12月 3日

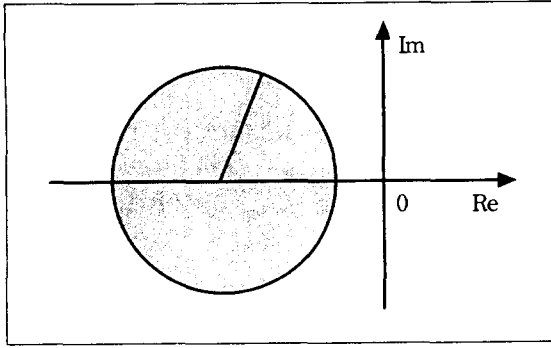


그림 1 중심 $-\alpha$, 반지름 r 인 디스크 $D(\alpha, r)$
 Fig. 1 Disk $D(\alpha, r)$ with the center $-\alpha$ and the radius r

이 논문에서는, $\|\cdot\|$ 은 Euclidean 벡터노름 또는 이의 유추 (Induced) 행렬 노름을 말한다. 또한, 대칭 행렬 X 에 대하여, $\lambda(X)$, $\lambda_{\max/\min}(X)$ 는 모든 고유치, 최대/최소 고유치를 각각 의미하고, 대칭 행렬 X, Y 에 대하여 $X > Y$ 는 행렬 $X - Y$ 가 양확정(Positive definite)임을 나타낸다. 끝으로, I_n 은 $n \times n$ 항등행렬(Identity matrix)을 말한다.

2. 예비 결과

다음의 보조 정리들은 다음의 주요 결과에 사용된다.

보조정리 1 [8] : 행렬 $X, Y \in R^{n \times n}$ 를 상수 대칭 행렬이라 하자. 그러면 다음이 성립한다.

$$\lambda_{\max}(X + Y) \leq \lambda_{\max}(X) + \lambda_{\max}(Y),$$

$$\lambda_{\min}(X + Y) \geq \lambda_{\min}(X) + \lambda_{\min}(Y).$$

보조정리 2 [6, 11]: 임의의 행렬 $X, Y \in R^{n \times n}$ 과 임의의 대칭 행렬 $Z = Z^T \in R^{n \times n}$, 그리고 스칼라 $\epsilon > 0$ 에서 다음이 성립한다.

$$X^T Y + Y^T X \leq \epsilon X^T X + \frac{1}{\epsilon} Y^T Y,$$

$$\lambda_{\min}(Z) X^T X \leq X^T Z X \leq \lambda_{\max}(Z) X^T X.$$

보조정리 3 [4, 10]: 상수 행렬 $A \in R^{n \times n}$ 에서 $\lambda(A) \in D(\alpha, r)$ 일 필요충분 조건은 임의의 행렬 $Q > 0$ 에 대하여 다음을 만족하는 $P > 0$ 가 존재하는 것이다.

$$\left(\frac{A + aI_n}{r}\right)^T P \left(\frac{A + aI_n}{r}\right) - P + Q = 0 \tag{5}$$

보조정리 4 [10] : 시변 행렬 $A(t) \in R^{n \times n}$ 에서, 만약 다음을 만족하는 행렬 $P > 0$ 이 존재하면 $\lambda(A(t)) \in D(0, 1)$ 이다.

$$A^T(t) P A(t) - P < 0.$$

3. 강인 극점 배치 및 안정성

여기에서는 불확정성 (2)를 가지는 시스템 (1)의 모든 극점이 $D(\alpha, r)$ 에 속하도록 하면서 시스템 (1)의 안정성을 보장하는 결과를 제시한다. 먼저, 비구조적 불확정성 (2.1)을 가지는 경우에 대한 결과를 먼저 제시한다.

정리 1 : 불확정성 (2.1)을 가지는 시스템 (1)을 생각하자. 만약 다음을 만족하는 스칼라 $\epsilon > \frac{\lambda_{\max}(P)}{\lambda_{\min}(Q)} - 1 > 0$ 과 행렬 $Q > 0$ 이 존재하면

$$\eta < \frac{r}{\lambda_{\max}^{1/2}(P)} \lambda_{\min}^{1/2} \left(\frac{1}{\epsilon} Q - \frac{1}{\epsilon(\epsilon+1)} P \right) \tag{6}$$

불확정성 (2.1)을 가지는 시스템 (1)의 모든 극점은 $D(\alpha, r)$ 에 속하며, 또한 이 시스템은 안정하다. 여기서 행렬 $P > 0$ 은 (5)의 해이다.

증명 : 위의 조건 (6)으로부터 양변을 제곱하면 다음을

$$\eta^2 \lambda_{\max}(P) < r^2 \lambda_{\min} \left(\frac{1}{\epsilon} Q - \frac{1}{\epsilon(\epsilon+1)} P \right)$$

얻는다. 여기에 보조정리 2의 다음의 관계식을 적용하면

$$E^T(t) P E(t) \leq \lambda_{\max}(P) \|E(t)\|^2 I_n \leq \eta^2 \lambda_{\max}(P) I_n$$

다음을 얻는다.

$$E^T(t) P E(t) < \frac{r^2}{\epsilon} Q - \frac{r^2}{\epsilon(\epsilon+1)} P$$

또한, 여기에 (5)의 관계식을 적용하면 다음을 얻고,

$$\left(1 + \frac{1}{\epsilon}\right) (A + aI_n)^T P (A + aI_n) + (1 + \epsilon) E^T(t) P E(t) - r^2 P < 0$$

여기에 다음의 보조정리 2의 관계식을 적용하면

$$(A + aI_n)^T P E(t) + E^T(t) P (A + aI_n) \leq \epsilon E^T(t) P E(t) + \frac{1}{\epsilon} (A + aI_n)^T P (A + aI_n)$$

다음을 얻는다.

$$(A + aI_n)^T P (A + aI_n) + E^T(t) P (A + aI_n) + (A + aI_n)^T P E(t) + E^T(t) P E(t) - r^2 P < 0$$

끝으로, 이를 다시 정리하면 다음을 얻는다.

$$(A + E(t) + aI_n)^T P (A + E(t) + aI_n) - r^2 P < 0 \tag{7}$$

따라서, 보조정리 4에 의하여 $\lambda(A + E(t)) \in D(\alpha, r)$ 이다. 다음으로는 시스템의 안정성을 보인다. 이를 위해 먼저 조건

(7)에서 다음을 얻는다.

$$(A + E(t))^T P + P(A + E(t)) < -\frac{1}{\alpha} (A + E(t))^T P(A + E(t)) - \alpha P - \frac{r^2}{\alpha} P \quad (8)$$

먼저, $V(x) = x^T P x$ 를 시스템 (1)의 Lyapunov 함수 후보라 하고 이의 시스템 (1)의 궤적에 따른 시간 미분을 구하면 다음이 된다.

$$\dot{V}(x) = x^T(t) [(A + E(t))^T P + P(A + E(t))] x(t)$$

여기에 조건 (8)을 적용시키면 다음을 얻는다.

$$\dot{V}(x) < -x^T(t) \left(\frac{1}{\alpha} (A + E(t))^T P(A + E(t)) + \alpha P + \frac{r^2}{\alpha} P \right) x(t) < 0, \quad \forall x \neq 0 \quad (9)$$

따라서 Lyapunov 안정성 정리에 의해 시스템 (1)은 안정하다.

▽▽▽

다음의 결과는 불확정성 (2.2)를 가지는 시스템 (1)의 강인 극점 배치 및 안정성에 대한 결과이다.

정리 2 : 불확정성 (2.2)를 가지는 시스템 (1)을 생각하자. 만약 다음을 만족하는 스칼라 $\epsilon > \frac{\lambda_{\max}(P)}{\lambda_{\min}(Q)} - 1 > 0$ 과 행렬 $Q > 0$ 이 존재하면

$$\max_i |q_i(t)| < \frac{r}{\lambda_{\max}(E_0)} \cdot \lambda_{\min}^{1/2} \left(\frac{1}{\epsilon} Q - \frac{1}{\epsilon(\epsilon+1)} P \right) \quad (10)$$

불확정성 (2.2)를 가지는 시스템 (1)의 모든 극점은 $D(\alpha, r)$ 에 속하며, 또한 시스템은 안정하다. 여기서 행렬 $P > 0$ 은 (5)의 해이고, $E_0 = \sum_{i=1}^m E_i^T P E_i$ 이다.

증명 : (2)에 주어진 불확정성

$$E(t) = \sum_{i=1}^m q_i(t) E_i$$

에서 다음이 성립한다.

$$\begin{aligned} E^T(t) P E(t) &= [P^{1/2} E_1 + \dots + P^{1/2} E_m]^T \begin{bmatrix} q_1^2(t) I_n & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & q_m^2(t) I_n \end{bmatrix} \\ &= [P^{1/2} E_1 + \dots + P^{1/2} E_m] \\ &\leq \max_i q_i^2(t) \cdot \sum_{i=1}^m E_i^T P E_i \\ &\leq \max_i q_i^2(t) \cdot \lambda_{\max}(E_0) I_n \end{aligned}$$

위의 사실을 정리 1의 증명에 사용된 다음의 관계식

$$E^T(t) P E(t) \leq \lambda_{\max}(P) \|E(t)\|^2 I_n \leq \eta^2 \lambda_{\max}(P) I_n$$

대신에 사용하여 정리 1의 증명과 같은 방법으로 전개하면 쉽게 증명이 되므로 자세한 것은 생략한다. ▽▽▽

위의 정리 1 또는 정리 2의 결과는 불확정성을 가지는 시스템의 모든 극점이 $D(\alpha, r)$ 에 속하면서 시스템의 안정성이 보장되는 결과이다. 그러나, 위의 (6) 또는 (10)에서 보듯이 불확정성의 범위는 행렬 $Q > 0$ 와 스칼라 $\epsilon > 0$ 의 선택에 크게 좌우됨을 알 수 있다. 따라서 (6) 또는 (10)의 우측 항을 최대화 하는 행렬 $Q > 0$ 와 스칼라 $\epsilon > 0$ 의 선택이 필수적이다. 이는 MATLAB 등의 패키지를 이용하면 쉽게 구할 수 있다. 예를 들어 MATLAB의 최적화 툴 중의 constr.m 을 이용 하면 (6) 또는 (10)의 우측 항을 최대화 하는 행렬 $Q > 0$ 와 스칼라 $\epsilon > 0$ 을 쉽게 찾을 수 있다. 자세한 것은 수치 예제에 있다.

4. 2차 가격함수의 상한

불확정성을 가지는 시스템의 극점 배치 및 안정성도 중요하지만 시스템의 가격함수의 상한도 시스템의 성능을 판별하는 데 매우 중요한 요소가 된다. 먼저 시스템 (1)에 불확정성이 포함되지 않은 경우의 (4)에 정의된 2차 가격함수의 상한은 다음으로 잘 알려져있다[9].

$$\begin{aligned} J &= \int_0^{\infty} [x^T(t) W x(t)] dt \\ &= x^T(0) \bar{P} x(0) \end{aligned}$$

여기서 $\bar{P} > 0$ 은 다음의 Lyapunov 방정식의 해이다.

$$A^T \bar{P} + \bar{P} A + W = 0.$$

여기에서는 불확정성 (2.1) 또는 (2.2)를 가지는 시스템 (1)이 위의 정리 1 또는 정리 2를 만족하여 시스템의 모든 극점이 $D(\alpha, r)$ 에 속하고 안정한 경우에 (4)에 정의된 2차 가격 함수의 상한을 제시한다.

정리 3 : 불확정성 (2.1) 또는 (2.2)를 가지는 시스템 (1)이 조건 (6) 또는 (10)을 각각 만족하여 시스템 (1)의 모든 극점이 $D(\alpha, r)$ 에 속하며 안정하다고 하자. 그러면 (4)에 정의된 2차 가격함수의 상한은 다음으로 주어진다.

$$\begin{aligned} J &= \int_0^{\infty} [x^T(t) W x(t)] dt \\ &\leq \frac{\alpha^2}{\alpha^2 - r^2} \lambda_{\max}^{1/2}(W P^{-1}) \cdot x^T(0) P x(0) \end{aligned}$$

여기서 행렬 $P > 0$ 은 (5)에 정의된 행렬이다.

증명 : 다음의 관계식에

$$\begin{aligned} 2x^T(t) W x(t) &= 2x^T(t) P^{1/2} P^{-1/2} W x(t) \\ &\leq \frac{1}{\epsilon} x^T(t) P x(t) + \epsilon x^T(t) W P^{-1} W x(t) \\ &\leq \frac{1}{\epsilon} x^T(t) P x(t) + \epsilon \lambda_{\max}(W^{1/2} P^{-1} W^{1/2}) x^T(t) W x(t) \\ &\leq \frac{1}{\epsilon} x^T(t) P x(t) + \epsilon \lambda_{\max}(W P^{-1}) x^T(t) W x(t) \end{aligned}$$

수식 (8)로부터 얻은 다음의 관계식

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= x^T[(A+E(t))^T P + P(A+E(t))]x \\ &\leq -\frac{(\alpha^2 - \gamma^2)}{\alpha^2} x^T(t) P x(t) \end{aligned}$$

을 적용하면 다음을 얻는다.

$$\begin{aligned} 2x^T(t) W \dot{x}(t) &\leq \frac{1}{\epsilon} (1 + \epsilon^2 \lambda_{\max}(WP^{-1})) x^T(t) P x(t) \\ &\leq -\frac{1}{\epsilon} (1 + \epsilon^2 \lambda_{\max}(WP^{-1})) \frac{\alpha^2}{\alpha^2 - \gamma^2} \frac{dV}{dt} \end{aligned}$$

다음으로 시스템 (1)이 안정하므로 $\lim_{t \rightarrow \infty} V(x(t)) = 0$ 이다. 이를 이용하면 다음을 얻는다.

$$\begin{aligned} J &= \int_0^\infty [x^T(t) W \dot{x}(t)] dt \\ &\leq -\frac{1}{2\epsilon} (1 + \epsilon^2 \lambda_{\max}(WP^{-1})) \cdot \frac{\alpha^2}{\alpha^2 - \gamma^2} \cdot \int_0^\infty \frac{dV}{dt} dt \\ &\leq \frac{1}{2\epsilon} (1 + \epsilon^2 \lambda_{\max}(WP^{-1})) \cdot \frac{\alpha^2}{\alpha^2 - \gamma^2} \cdot (V(x(0)) - V(x(\infty))) \\ &\leq \frac{1}{2\epsilon} (1 + \epsilon^2 \lambda_{\max}(WP^{-1})) \cdot \frac{\alpha^2}{\alpha^2 - \gamma^2} \cdot x^T(0) P x(0) \end{aligned}$$

다음으로 $f(\epsilon) = \frac{1}{2\epsilon} (1 + \epsilon^2 \lambda_{\max}(WP^{-1}))$ 이라 하면 $\epsilon = \epsilon^* = 1/\lambda_{\max}^{1/2}(WP^{-1})$ 일 때

$$f(\epsilon^*) = \lambda_{\max}^{1/2}(WP^{-1})$$

의 최소값을 가진다. 따라서 다음을 얻는다.

$$\begin{aligned} J &= \int_0^\infty [x^T(t) W \dot{x}(t)] dt \\ &\leq \frac{\alpha^2}{\alpha^2 - \gamma^2} \lambda_{\max}^{1/2}(WP^{-1}) \cdot x^T(0) P x(0) \end{aligned}$$

이것으로 증명을 마친다. $\nabla \nabla \nabla$

위의 결과를 보면 시스템의 2차 가격함수의 상한은 주어진 행렬 $W > 0$ 와 초기치 $x(0)$ 에서 (12)식의 오른쪽 항을 최소로 하면서 정리 1 또는 정리 2를 만족하는 Q 를 선택함으로써 좀 더 엄밀한 상한을 얻을 수 있다. 이는 해석적으로는 거의 불가능하고 MATLAB의 최적화 툴을 이용하면 해결할 수 있다.

5. 수치 예제

위에 제시된 정리 1 또는 정리 2의 유용성을 보이기 위하여 다음의 시변 불확정성을 갖는 선형 시스템을 생각하자.

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -3 & -2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} x(t) + E(t)x(t)$$

여기서 $\lambda \begin{bmatrix} -3 & -2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \{-2, -1\}$ 이다. 먼저 위의 시스템이 다음의 비구조적 불확정성

$$\|E(t)\| \leq \eta, \quad \forall t \geq 0$$

를 가지는 경우 주어진 불확정성 $E(t)$ 에도 불구하고 시스템 (12)의 모든 극점이 $D(\alpha, \gamma)$ 에 있으면서 시스템의 안정성이 보장되는 불확정성의 바운드 η 를 정리 1을 이용하여 구한다. 정리 1의 조건 (6)에서 보듯이 비구조적 불확정성의 바운드는 행렬 $Q > 0$ 와 스칼라 $\epsilon > 0$ 에 의존하므로 조건 (6)의 우측 항을 최대로 하는 행렬 $Q > 0$ 와 스칼라 $\epsilon > 0$ 를 구하는 것이 쉽지 않은 않다. 이를 해결하기 위하여 MATLAB의 최적화 툴 중의 `constr.m`을 이용하여 구한 것이 다음의 <표 1>에 있다. 여기서 최대 값을 구하기 위한 초기 값은 $Q_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 의 항등행렬을 이용하

표 1 비구조적 불확정성의 강인 안정성 바운드

Table 1 Robust stability bounds for unstructured uncertainty

$D(\alpha, \gamma)$	η	Q	ϵ
$D(1.5, 1)$	0.1403	$\begin{bmatrix} 1.1477 & 1.1491 \\ 1.1491 & 1.9137 \end{bmatrix}$	1.3942
$D(1.5, 1.4)$	0.2919	$\begin{bmatrix} 1.7927 & 1.5227 \\ 1.5227 & 2.8076 \end{bmatrix}$	2.2919
$D(3.0, 2.5)$	0.1996	$\begin{bmatrix} 1.7307 & 1.4102 \\ 1.4102 & 3.6385 \end{bmatrix}$	5.6018

였고, 스칼라 $\epsilon_0 = 20$ 을 이용하였다.

다음으로는 다음으로 주어지는 구조적 불확정성을 가지는 경우를 생각하자.

$$E(t) = q_1(t) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + q_2(t) \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

위의 구조적 불확정성을 가지는 시스템의 모든 극점이 $D(\alpha, \gamma)$ 에 있으면서 시스템의 안정성이 보장되는 불확정성의 바운드 $\max_i |q_i(t)|$ 를 정리 2를 이용하여 구한 결과가 <표 2>에 있다. 여기서도 MATLAB을 이용하였고, 초기 값은 $Q_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 의 항등행렬을, 스칼라 $\epsilon_0 = 20$ 을 이용하였다.

표 2 구조적 불확정성의 강인 안정성 바운드

Table 2 Robust stability bounds for structured uncertainty

$D(\alpha, \gamma)$	$\max_i q_i(t) $	Q	ϵ
$D(1.5, 1)$	0.2276	$\begin{bmatrix} 1.2837 & 1.3037 \\ 1.3037 & 2.1529 \end{bmatrix}$	1.3263
$D(1.5, 1.4)$	0.4302	$\begin{bmatrix} 0.7407 & 0.6253 \\ 0.6253 & 1.3121 \end{bmatrix}$	1.5594
$D(3.0, 2.5)$	0.3536	$\begin{bmatrix} 0.8788 & 0.9126 \\ 0.9126 & 1.5549 \end{bmatrix}$	4.0025

6. 결 론

이 논문에서는 시변 불확정성을 가지는 선형 시스템의 모든 극점들이 좌반면 상의정해진 원형 영역에 위치하도록 하면서 시스템의 안정성이 보장되는 조건 및 시스템의 2차성능함수의 상한을 제시하였다. 먼저 모든 극점이 $D(\alpha, r)$ 내에 있으면서 시스템의 안정성을 보장하는 비구조적 불확정성 또는 구조적 불확정성의 바운드를 제시하였다. 그리고, 이러한 조건을 만족하는 경우 시스템의 2차 성능함수의 상한을 제시하였다. 제시된 조건을 만족하는 불확정성의 최대치는 행렬 Q 와 스칼라 $\epsilon > 0$ 의 함수로써 이는 MATLAB의 최적화 툴을 이용하여 구할 수 있다. 끝으로, 수치 예제를 통하여 제시된 결과의 유용성을 보였다.

참 고 문 헌

[1] K. Furuta and S.B.Kim, "Pole assignment in a specified disk", *IEEE Trans. Auto. Contr.*, Vol. 32, pp. 767-769, 1987.
 [2] S.S.L. Chang and T.K.C. Peng, "Adaptive guaranteed cost control of systems with uncertain parameters", *IEEE Trans. Auto. Contr.*, Vol. 17, pp. 474-483, 1972.
 [3] I.R. Petersen and D.C. Mcfarlane, "Optimal guaranteed cost control and filtering for uncertain linear systems", *IEEE Trans. Auto. Contr.*, Vol. 39, pp. 1971-1977, 1994.
 [4] S.O.R. Moheimani and I.R. Petersen, "Quadratic guaranteed cost control with robust pole placement in a disk", *IEE Proc.-Control and Appl.*, Vol. 143, pp. 37-43, 1996.
 [5] S.O.R. Moheimani and I.R. Petersen, "Optimal quadratic guaranteed cost control of a class of uncertain time-delay systems", *IEE Proc.-Control and Appl.*, Vol. 144, pp. 183-188, 1997.

[6] Y.T. Juang, Z.C. Hong, Y.T. wang, "Pole-Assignment for uncertain systems with structured Perturbations", *IEEE Trans. on circuit and sys.*, Vol. 37, pp. 107-110, 1990.
 [7] W.M Haddad, D.S. Berstein, "Cotroller Design with Regional pole Constraints", *IEEE Trans. on Autom. contr.*, Vol. 37, pp. 54-69, 1992.
 [8] A.R. Amir-Moez, "Extreme properties of eigenvalues of a Hermitian transformation and singular values of the sum and product of linear transformations", *Duke Math. J.*, Vol. 23, pp. 463-467, 1956.
 [9] B.D.O. Anderson and T.B.Moore, *Optimal Control*, Prentice-Hall, 1989.
 [10] C.L. Phillips and H.T. Nagle, *Digital control system analysis and design*, Prentice-Hall, 1995.
 [11] J.N. Franklin, *Matrix theory*, Prentice-Hall, 1968.

저 자 소 개



김진훈(金鎮勳)

1961년 10월 18일생. 1985년 서울대 공대 전기공학과 졸업. 1985년~1987년 신영전기(주) 연구원. 1989년 한국과학기술원 전기 및 전자공학과(석사). 1993년 동 전기 및 전자공학과 졸업(공학). 1993년~1994년 경상대 공대 제어계측공학과 전임강사. 현재 충북대학교 전기전자공학과 조교수