

# 카오스 특성에 의한 뇌의 활동도 분석

## Brain Activity Analysis by using Chaotic Characteristics

金 宅 洙\* · 金 賢 述\*\* · 崔 允 浩\*\*\* · 朴 相 暻<sup>§</sup>

(Taek-Soo Kim · Hyun-Sool Kim · Yoon-Ho Choi · Sang-Hui Park)

**Abstract** - The purpose of this paper was the determination of the relationship between the chaotic characteristics and various levels of brain activities. Assuming that EEG(electroencephalogram), which is generated by a nonlinear electrical behavior of billions of neurons in the brain, has chaotic characteristics, it was confirmed by frequency spectrum analysis, log frequency spectrum analysis, correlation dimension analysis and Lyapunov exponents analysis. Chaotic characteristics are related to the degree of brain activity. The slope of log frequency spectrum increased and the correlation dimension decreased with respect to the brain activities, while the largest Lyapunov exponent has some rough correlation.

**Key Words** : Chaos, Correlation Dimension, Lyapunov Exponents, EEG, Brain Activity

### 1. 서 론

생체 시스템은 신경 세포를 연결하는 뉴런에서부터 뇌에 이르기까지 비선형 동역학 시스템적 특징을 포함하고 있다. 특히 뇌파의 경우는 수 많은 뉴런들의 비선형적 동작이 통계적 형태로 외부에서 관측된 신호이므로 생체에서 일어나는 현상 중에서 가장 복잡한 비선형 시스템에서 발생한 신호라고 할 수 있다. 이러한 생체 현상의 대표적인 특징은 불규칙성과 예측 불가능성을 들 수 있다. 비교적 규칙적인 활동을 하고 있는 심장의 박동도 자세히 관찰하면 완전한 규칙성을 찾을 수 없으며 끊임 없이 변화하는 내부 환경이나 외부 환경에 반응하여 생체 환경에 대한 항상성을 유지하기 위한 작용을 한다.

한편, 비선형 동역학 시스템에 대한 최근의 연구에 의하여 여러 변수를 갖는 복잡한 시스템을 분석할 수 있는 새로운 방법들이 제시되고 있다. 특히, 시스템의 외부에서 관찰된 현상으로부터는 일정한 규칙을 발견할 수 없는 불규칙한 현상으로 보이지만 그 내부에는 결정론적인 규칙이 내재하고 있는 시스템으로부터 발생하는 현상인 '카오스(chaos)'의 개념은 순수과학, 응용과학 및 공학 등의 분야에서 많은 주목을 받고 있다. 카오스 현상 및 그 분석 방법에 대한 연구의 발전과 더불어 최근에는 생체 시스템에 대한 카오스 현상의 발견 및 카오스 이론에 근거한 분석 연구가 활발히 진행되어 생체 시스템의 규명에 새로운 관점으로 제시되고

있다. 생체 자율 시스템 중에서 가장 중요한 부분을 차지하는 심장과 뇌에서 일어나는 카오스 현상들의 발견은 기존의 진단 방법으로는 발견할 수 없었던 여러 가지 현상에 대한 새로운 해석의 가능성을 제시할 수 있다는 의미에서 큰 의미를 갖는다고 할 수 있다. 주기적인 심장의 활동으로 발생하는 심장 박동(heart beat)의 경우  $1/f$  스펙트럼, 저차원의 상관 차원 등과 같은 실험으로 정상적인 심장 박동에서 카오스 현상이 발견되었고[1], 이들이 자율 신경계의 교감 신경과 부교감 신경의 비선형적 상호 작용에 의하여 발생한다는 사실이 밝혀졌다[2]. 또한 수 많은 뉴런들을 구성 요소로 하며 인체내의 신경계를 지배하고 있는 뇌의 경우 뉴런 자체의 비선형 및 비평형인 다이내믹스로 인하여 카오스 현상이 발생한다는 사실이 밝혀졌다[3]. 최근에는 이들 뉴런의 복합적인 활동으로 발생하는 뇌파에서도 랜덤한 잡음적 특성이외에도 내부적으로 결정론적인 규칙을 갖는 카오스 특성을 가지고 있다는 사실이 밝혀지고 있고, 휴식 상태, 수면 상태, 간질과 같은 발작 증세를 보이는 질환 상태와 카오스 현상과의 관계에 대한 해석이 활발히 진행되고 있다[4].

본 논문에서는 뇌파를 생체 비선형 동역학 시스템으로부터 발생하는 카오스 시계열로 보고 뇌의 활동 정도에 따른 카오스 지수들을 분석하여 뇌의 기능과 이들 지수들과의 관계를 규명하고자 한다.

### 2. 뇌파 신호의 카오스 특성 분석 방법

#### 2.1 임베딩

동역학 시스템의 동태는 위상 공간, 즉 상태 공간으로 사 상하여 관찰할 수 있다. 위상 공간의 개념을 도입하여 시스템의 동태를 관찰하면, 시스템의 초기 조건이 주어질 때 천

\* 正 會 員 : LG 綜合技術院, 工博

\*\* 準 會 員 : 延世大 工大 電氣工學科, 博士課程

\*\*\* 正 會 員 : 京畿大 工大 電氣工學科 助教授, 工博

§ 正 會 員 : 延世大 工大 電氣工學科 教授, 工博

接受日字 : 1998年 3月 14日

最終完了 : 1998年 12月 15日

이 상태와 안정 상태가 유한할 때, 시스템 상태가 매 순간에 위상 공간의 점으로 표현되어 일정한 형태를 갖게 된다. 안정된 시스템은 고정 점을 향해 궤적을 그리다가 이 점으로 수렴하게 된다. 주기적인 신호는 완전한 폐곡선을 그리고 여러 개의 주기를 갖는 시스템은 고리 모양의 궤적을 그리며, 카오스 시스템인 경우에는 매우 특이한 모양의 궤적이 형성된다. 궤적의 모양은 시스템의 어트랙터에 의해 결정된다. 어트랙터는 시스템의 동태를 최종적인 상태로 이끌려는 경향 때문에 붙여진 이름으로 평형 점(equilibrium point), 폐곡선(limit cycle), 고리 모양(torus, tori) 등의 어트랙터는 예측 가능한 시스템이 되며, 한정된 공간 내에서 특수한 모양을 갖는 카오스 시스템의 어트랙터는 잡음에 의하여 형성된 어트랙터와는 구분이 된다[5].

한편, 1차원의 시계열의 경우에도 위상 공간상에서 이러한 어트랙터를 그려 그 동태를 살펴봄으로써 특징을 살펴볼 수 있다. 일반적으로 연속 신호  $x(t)$ 에 대하여 표본화 간격을  $T_s$ 로 하여 식 (2.1)과 같이 관측된 이산 신호  $x(k)$ 를 얻었다고 하자.

$$[x(k) | k = 1, 2, \dots, M] \quad (2.1)$$

$x(k)$ 는 동역학 시스템을 완전히 표현할 수 있는  $n$ 개의 상태 변수 중의 하나이고 그 궤적은 시스템의 위상 공간상의  $d$ 차원( $d \leq n$ )의 어트랙터  $X$ 상에 존재한다고 가정한다. 시스템의 시간적 진행이 카오스적이면  $X$ 는 비정수의 차원을 갖는 기이한 형태의 어트랙터가 된다. Packard와 Takens 등은 식 (2.1)의 시계열로부터 궤적  $X$ 를 식 (2.2)와 같이  $M$ 차원의 공간으로 재구성할 수 있음을 보였고 이를 '임베딩(embedding)'이라 하였다[6].

$$\begin{aligned} y(M, 1) &= (x(1), x(1+L), \dots, x(1+(M-1)L)), \\ y(M, 2) &= (x(1+J), x(1+J+L), \dots, x(1+J+(M-1)L)), \\ &\vdots \\ y(M, p) &= (x(1+(p-1)J), x(1+(p-1)J+L), \dots, x(1+(p-1)J+(M-1)L)), \\ &\vdots \\ Y &= [y(M, k) | k=1, 2, \dots, N_M], \quad N_M = N-(M-1)L \end{aligned} \quad (2.2)$$

여기서  $Y$ 는 궤적  $X$ 를  $M$ 차원의 공간으로 재구성한 것이고,  $L$ 은 각 임베딩 벡터의 요소간의 표본 간격이며,  $J$ 는 임베딩 벡터들의 첫 번째 요소간의 표본 간격이다.

한편, 실제 데이터를 해석 대상으로 하였을 때, 식 (2.2)에서의 표본 간격 즉, 시간 지연의 선택은 중요한 의미를 갖는다. 표본 간격이 너무 적으면 임베딩에 의하여 재구성된 공간 내의 데이터는 극단적으로 상관성이 크게 된다. 예를 들어, 2차원으로 임베딩된 공간에서 메워진 경우 구성된 어트랙터는 경사가 45°인 직선 근방에 분포하게 된다. 따라서 표본 간격의 최적 결정은 임베딩에 있어 중요한 의미를 갖는다. 일반적으로 많이 사용하는 최적 결정법은 관측된 시계열 데이터  $x(k)$ 의 주요 주기(principal frequency)의 수분의 일,  $x(k)$ 의 자기상관 함수(auto correlation function)가 최초로  $1/e$ 이 되는 시점,  $x(k)$ 의 상호 정보량(mutual

information)이 최초로 극소치를 가지는 시점 등을 기준으로 한다[7].

## 2.2 상관 차원

카오스 시스템이 갖는 자기 유사성(self-similarity)을 정량화한 대표적인 척도로 상관 차원(correlation dimension)을 들 수 있다. 차원이란 주어진 정확도내에서 어트랙터 상의 한 점의 위치를 밝히는데 필요한 정보량으로서 어트랙터를 특성 짓는 1차적인 정보이다. 특히 상관 차원은 어트랙터의 기하학적인 측면의 정보를 나타내는데 시계열 데이터로부터 어트랙터를 구성하여 상관 차원을 구하게 되면 1차원의 시계열이 갖는 기하학적인 정보를 얻을 수 있어 실험을 통해 얻은 시계열을 분석하는데 매우 유용하게 사용된다.

식 (2.2)와 같이  $M$  차원의 위상 공간에 임베딩되어 재구성된 어트랙터에 대하여 Grassberger와 Procaccias는 식 (2.3)의 상관 적분(correlation integral)  $C(M, r)$ 에 의하여 상관 차원을 구하는 방법을 제안하였다.[8].  $M$  차원의 위상 공간의 어트랙터 상의 한 점을  $y(M, i) \in R^M$  이라고 하면 상관 적분  $C(M, r)$ 은 다음과 같이 정의된다.

$$C(M, r) = (1/N_p) \sum_{i, j=1}^{N_p} \Theta(r - |y(M, i) - y(M, j)|) \quad (2.3)$$

여기서  $\Theta(\cdot)$ 는 heaviside 단위 계단 함수이며,  $N_p$ 는 사용된 벡터 쌍의 개수이다. 그리고  $r$ 은  $M$  차원 공간상의 구의 반경이다.

한편, 시간적으로 아주 가까운 곳에서의 관측된 벡터들에 의하여 발생하는 상관 관계를 제거하기 위하여, 덧셈은 임베딩 벡터가 시간적으로 너무 가깝지 않은 것들에 대하여 해야 한다. 일반적으로 자기 상관을 이용한 상관 시간  $\tau_0$ 를 구하여 이보다 시간적으로 멀리 떨어져 있는 벡터들에 대해서 계산한 결과를 구한다.

한편, Grassberger와 Procaccia는 상관 차원  $D_2$ 를 식 (2.4)와 같이 구할 수 있음을 보였다[9].

$$D_2 = \lim_{M \rightarrow \infty} \lim_{r \rightarrow 0} D_2(M; r) \quad (2.4)$$

여기서  $D_2(M; r)$ 은 상관적분  $C_M(r)$ 을 반경  $r$ 에 대하여 log-log 그래프로 나타낼 때의 기울기 즉,

$$D_2(M; r) = d[\log_e C(M, r)] / d[\log_e(r)] \quad (2.5)$$

이다. 식 (2.5)에서  $r$ 이 아주 작은 경우에는 잡음의 영향을 받기 쉬우므로 기울기를 구하기 힘들고 또한  $M$  값은 계산상의 문제로 무한히 크게 할 수 없기 때문에  $D_2(M; r)$ 은 주어진 임베딩 차원  $M$ 에 대해서,  $D_2(M, r) - \ln(r)$  그래프에서 평평한 부분 즉,  $D_2(M; r)$ 이  $r$ 값에 따라 변하지 않는 척도 영역(scaling region)에서의 값을 취하며, 상관 차원은  $M$  값을 증가시켜  $D_2(M; r)$ 이 포화할 때의 값으로 정한다. 이러한 척도 영역이 불분명할 때는 어트랙터의 차원을 정확히 추정

하는 것은 불가능하다.

### 2.3 Lyapunov 지수

Lyapunov 지수는 상관 차원과 함께 카오스 시스템의 특성을 정량화할 수 있는 척도이다. 카오스 시스템은 그 특성상 초기 조건에 민감하게 종속된다. 즉 초기 조건에 미세한 변화가 존재하게 되면 시간이 경과함에 따라 시스템 동태는 전혀 예측 할 수 없게 된다. 이러한 초기 조건에 대한 민감성은 상태 공간 상에서 인접한 궤적이 시간이 경과함에 따라 멀리 떨어져 발산하게 되는 경우에 해당한다.

Lyapunov 지수는 위상 공간에 있어서 바로 이웃하는 궤도들의 발산 혹은 수렴하는 평균 지수율로서 카오스 시스템의 특성을 대수적 방법으로 분석할 수 있는 척도이다[10]. 즉, 초기 조건에 따른 시스템 동태의 차이가 지수적으로 발산하는 것을 정량화 한 것이라 할 수 있다. 이러한 Lyapunov 지수의 크기는 시스템이 얼마나 카오스적인가를 나타낸다. 즉 그 값이 크면 클수록 카오스 특성이 강하여 예측하기가 힘들다. 특히 Lyapunov 지수가 양의 값을 갖는 경우는 시스템 동태가 지수적으로 발산하게 되어 초기 조건에 대하여 민감하게 종속된다[11].

최대 Lyapunov 지수를 구하는 첫 번째 단계는 2.1절에서 언급한 임베딩으로 부터 시작한다. 1차원의 시계열 데이터로부터  $M$  차원의 위상 공간으로 사상을 하여  $M$  차원 벡터  $y(M, k)$ 와 궤적  $Y$ 를 얻는다. 이때, 위상 공간상의 궤적  $Y$ 는 식 (2.6)과 같은 위상 공간 벡터로 표현 될 수 있다.

$$Y = (Y_1, Y_2, \dots, Y_M)^T \quad (2.6)$$

여기서  $Y_k$ 는 식 (2.2)의  $y(M, k)$ 에 해당한다. 1차원 시계열로부터  $M$  차원 공간으로 임베딩한 후 궤적상의 각 점들에 대하여 가장 근접한 이웃 점들을 찾는 데 이때, 가장 근접한 이웃 점  $Y_j$ 는 특정 기준 점  $Y_i$ 로부터의 거리를 최소화하는 점으로 정한다. 이는 식 (2.7)과 같이 표현 할 수 있는데,

$$d_j(0) = \min \|Y_i - Y_j\| \quad (2.7)$$

여기서  $d_j(0)$ 는  $j$ 번째 점으로부터 가장 근접한 점까지의 초기 거리이며  $\|\cdot\|$ 는 유클리드 놈(Euclidean norm)에 해당한다. 여기에 부가되는 조건으로서 가장 근접한 점들은 시간적 거리가 시계열의 평균 주기 보다 커야 한다. 즉,

$$|j - i| > \text{mean period} \quad (2.8)$$

이때, 최대 Lyapunov 지수는 가장 근접한 이웃 점들 간의 간격의 평균율로 추정될 수 있다. 한편, Sato 등[12]은 최대 Lyapunov 지수  $\lambda_1$ 의 추정을 위하여 식 (2.9)와 같은 방법을 제안하였다.

$$\lambda_1 = \frac{1}{i \Delta t} \frac{1}{(M-1)} \sum_{j=1}^{M-i} \ln \frac{d_j(i)}{d_j(0)} \quad (2.9)$$

식 (2.9)에서  $\Delta t$ 는 시계열의 샘플링 주기이고  $d_j(i)$ 는  $i$  번째만큼의 이산 시간 즉,  $i \Delta t$ 초가 경과한 후에  $j$ 번째의 가장 근접한 이웃 쌍 간의 거리이다. 이들은 수렴성을 높이기 위하여 식 (2.10)을 사용하였다.

$$\lambda_1(i, k) = \frac{1}{k \Delta t} \frac{1}{(M-k)} \sum_{j=1}^{M-i} \ln \frac{d_j(i+k)}{d_j(i)} \quad (2.10)$$

기서  $k$ 는 상수이고,  $\lambda_1$ 는  $i$ 에 대한  $\lambda_1(i, k)$ 의 곡선에서 평활한 영역에서 추정하게 된다. 하지만  $\lambda_1(i, k)$ 의 곡선에서 평활한 영역을 찾아  $\lambda_1$ 을 추정하는 데는 오차가 발생하기 쉬워 추정된 값을 신뢰하기 힘든 경우가 발생한다. 이러한 문제점을 해결하기 위하여 본 논문에서는 Sato 등의 방법을 수정하여 Rosenstein[13]등이 제안한 방법을 사용하여  $\lambda_1$ 을 추정한다.

이 방법에서는 식 (2.11)과 같이  $j$ 번째의 가장 근접한 이웃 쌍들은 최대 Lyapunov 지수에 의하여 주어지는 비율에 근사하게 발산한다고 가정한다.

$$d_j(i) \approx C_j e^{\lambda_1(i \Delta t)} \quad (2.11)$$

여기서  $C_j$ 는 초기의 간격이고  $d_j(i)$ 는  $j$ 번째 점으로부터  $i$ 번째 점까지의 거리이다.

한편, 식 (2.11)의 양변에 로그를 취하면 식 (2.12)와 같이 된다.

$$\ln d_j(i) \approx \ln C_j + \lambda_1(i \Delta t) \quad (2.12)$$

식 (2.12)는  $j=1, 2, \dots, M$ 에 대하여  $\lambda_1$ 에 근사하게 비례하는 기울기를 갖는 평행선들로 나타나게 된다. 이때, 최대 Lyapunov 지수는 최소 자승법에 의하여 식 (2.13)으로 정의되는 평균선에 의하여 용이하고 정확하게 계산될 수 있다.

$$\lambda_1 = \frac{1}{i \Delta t} \langle \ln d_j(i) \rangle \quad (2.13)$$

여기서  $\langle \rangle$ 는 모든  $j$  값에 대한 평균치를 의미한다. 즉 식 (2.12)에서  $\ln d_j(i)$ 와  $i \Delta t$ 의 관계 그래프에서 선형 부분의 기울기들을 구하여 이들을 평균한 값이 Lyapunov 지수  $\lambda_1$ 이 되는 것이다.

## 3. 실험 및 결과 고찰

### 3.1 뇌파 데이터의 수집

본 연구에서 사용한 뇌파 신호는 연세 대학교 부속 세브란스 병원의 뇌파실에서 그림 1과 같은 실험 장치를 이용하여 수집하였다.

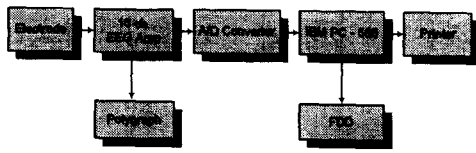


그림 1 뇌파 수집을 위한 실험 장치의 구성도  
Fig. 1 System configuration for EEG acquisition

뇌파기로부터 얻은 아날로그 신호를 디지털 신호로 변환하기 위해 Nihon Koden사의 뇌파 기록기와 DT-2821보드를 사용하여 샘플링 주파수 200Hz, 12bit의 디지털 신호로 변환하여 보조 기억 장치인 하드 디스크에 저장하였다. 뇌파기의 각 채널에서 동일한 입력에 대해 동일한 출력이 발생하도록 조정하기 위하여 뇌파기 자체에서 발생하는 교정 신호인 50 $\mu$ V, 10Hz의 정현파를 각 증폭기에 입력하여 동일한 출력이 발생하도록 하였다. 뇌파 신호로는 뇌의 기능별 특성을 분석하기 위하여 폐안 안정 상태, 음악 청취 상태, 연상 기능 상태, 연산 기능 상태의 뇌파 데이터를 4~5분 간에 걸쳐 수집하였다. 그림 2는 수집된 뇌파의 일부를 보인 것이다.

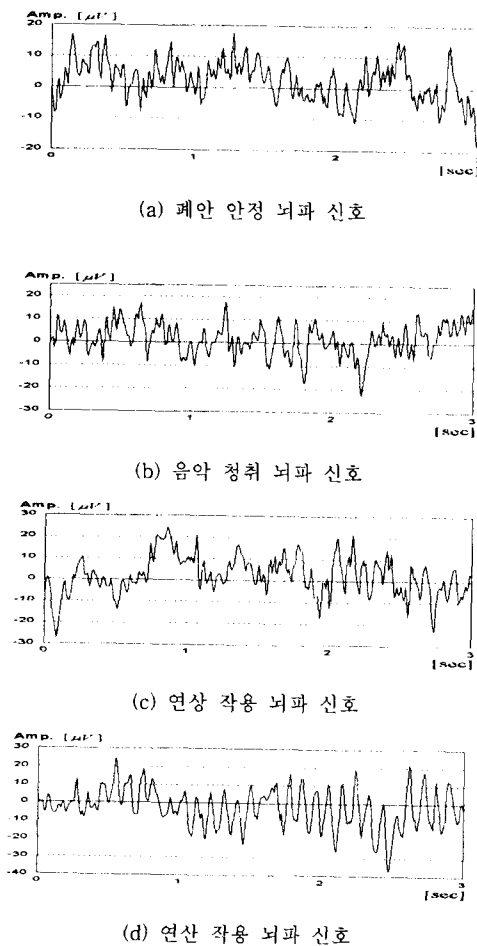


그림 2  $P_2$ 의 위치에서 수집된 뇌파 데이터  
Fig. 2 EEG data obtained at the position of  $P_2$

뇌파는 각각, 공인된 전극 배치법인 10-20시스템[13]에 따라  $P_2$ 와  $F_2$ 의 위치에서 수집한 데이터를 사용하였는데,  $P_2$ 는 전두부 중앙  $F_2$ 는 후두부 중앙에 위치한다. 한편, 안구 운동으로부터 발생하는 EOG나 근육 움직임에 의하여 발생하는 EMG에 의한 아티팩트(artifact)가 심한 부분은 가능한 통계적 안정성을 확보하기 위하여 분석 대상에서 제외하고 약 20,000개의 데이터 즉, 100초간의 데이터를 선별하였다.

### 3.2 뇌파 신호의 카오스특성 분석

뇌의 기능 정도에 따른 카오스 특성을 비교하기 위하여 뇌의 활동도는 폐안 안정 상태가 가장 낮고 음악 청취, 연상 작용 그리고 연산 작용의 순으로 높다고 가정하고 카오스 특성 분석을 수행하였다. 뇌파 신호의 분석은 주파수 스펙트럼 분석, 어트랙터 특성 분석, 상관 차원 분석, 최대 Lyapunov 지수의 분석을 통하여 정성적, 정량적 카오스 특성을 얻는 방법을 사용하여 수행된다.

#### 3.2.1 뇌파신호의 어트랙터의 특성 분석

그림 3은 각 뇌파 신호의 1차원 시계열로부터 2차원 및 3차원의 위상 공간으로 사상한 후 어트랙터를 구성한 결과이다. 뇌파의 어트랙터는, 미분 방정식 혹은 차분 방정식으로부터 발생된 Lorenz 어트랙터, Hénon 어트랙터 및 Ikeda 어트랙터 등과 같은 뚜렷한 형태를 갖지는 않지만 각 뇌파는 나름대로의 형태를 형성하고 있음을 볼 수 있고, 특히 연상 작용시의 뇌파는 어트랙터가 비교적 단순하게 형성됨을 볼 수 있다. 이와 같은 사실은 다른 뇌파의 어트랙터와는 구분되는 카오스 특징을 갖는다는 것을 암시한다.

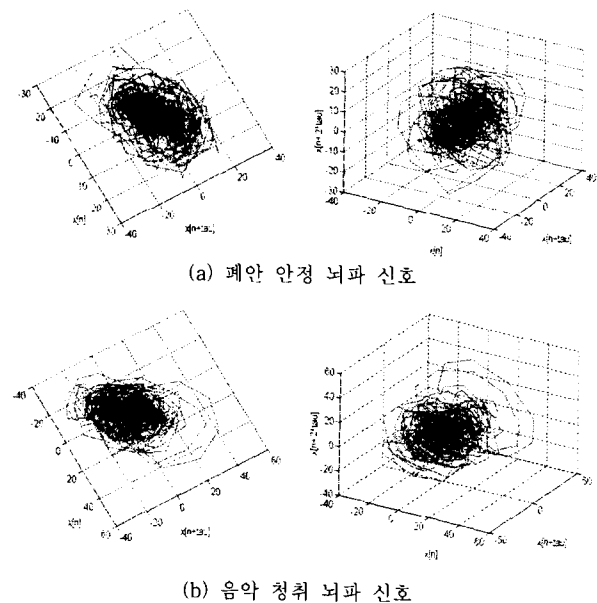
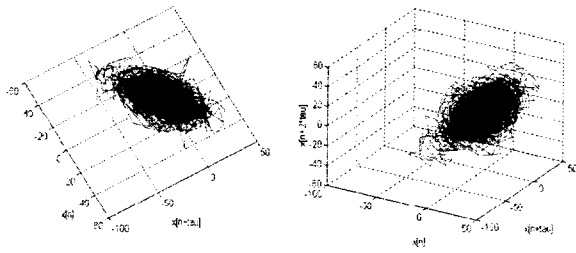
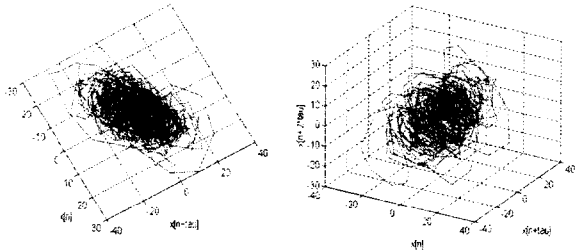


그림 3 뇌파 신호의 2차원 및 3차원 어트랙터 (계속)  
Fig. 3 2-dimensional(left) and 3-dimensional(right) attractors of EEG (continued)



(c) 연상 작용 뇌파 신호



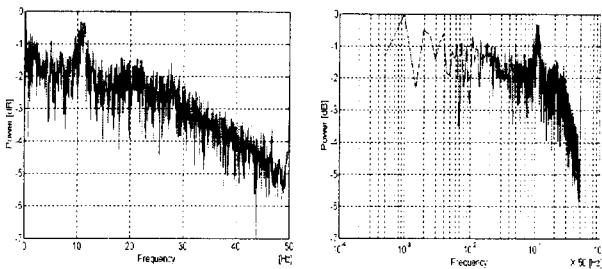
(d) 연상 작용 뇌파 신호

그림 3 뇌파 신호의 2차원 및 3차원 어트랙터

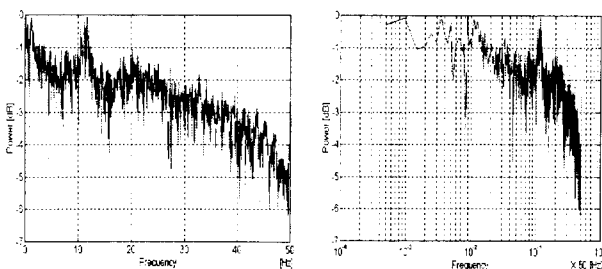
Fig. 3 2-dimensional(left) and 3-dimensional(right) attractors of EEG

3.2.2 뇌파신호의 주파수 특성 분석

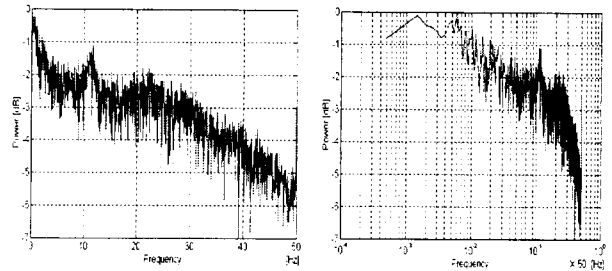
뇌파 신호의 각 리듬별 성분을 분석하기 위하여 FFT를 이용한 주파수 스펙트럼을 구하였고, 또한 혼돈 특성의 하나인 로그 스펙트럼의 기울기 특성을 구하기 위하여 로그 스펙트럼을 구하였다.



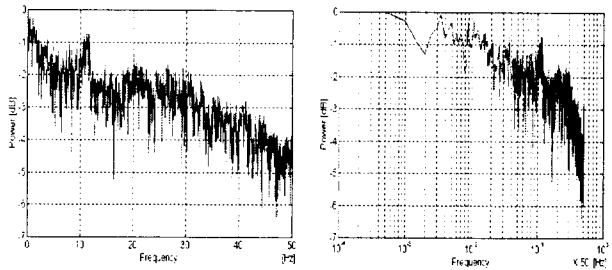
(a) 폐안 안정 뇌파 신호



(b) 음악 청취 뇌파 신호



(c) 연상 작용 뇌파 신호



(d) 연상 작용 뇌파 신호

그림 4 뇌파 신호의 주파수 파워 스펙트럼 및 로그 스펙트럼  
Fig. 4 EEG Power spectrum(left) and log spectrum(right) of each EEG signal

그림 4는 폐안 안정 상태와 연상 작용시 뇌파 신호의 주파수 스펙트럼 및 로그 스펙트럼을 보인 것이다.

표 1 뇌파 신호의 리듬별 주파수 성분 분석  
Table 1 Frequency component analysis of EEG

	$\delta$ -rhythm	$\theta$ -rhythm	$\alpha$ -rhythm	$\beta$ -rhythm
SEC ( $P_2$ )	35.67	12.13	34.63	10.25
SEC ( $F_2$ )	28.78	8.30	48.09	6.78
MUS ( $P_2$ )	60.78	8.51	18.34	6.35
MUS ( $F_2$ )	47.82	6.41	30.88	7.07
IMG ( $P_2$ )	82.69	5.33	6.64	2.85
IMG ( $F_2$ )	74.48	6.04	11.04	4.33
CAL ( $P_2$ )	42.06	10.57	36.59	5.38
CAL ( $F_2$ )	40.20	7.47	40.79	5.96

(%)

표 1은 각 뇌파 신호의 리듬별 성분을 보인 것인데 각 뇌파는 약 30 Hz이내의 주파수 성분을 가지며 뇌의 위치 및 뇌의 기능 상태에 따라 서로 다른 주파수 성분을 가지고 있음을 볼 수 있다. 저주파 성분인 4 Hz 미만의  $\delta$ 파와 8~13 Hz의  $\alpha$ 파 성분은 실험 대상으로 삼은 모든 뇌파 신호에서 주파수 성분 비율이 크게 나왔으며, 특히 연상 작용시의 뇌파는  $\delta$ 파 성분이, 연상 작용시의 뇌파의 경우에는  $\alpha$ 파 성분이 상대적으로 많음을 볼 수 있다.

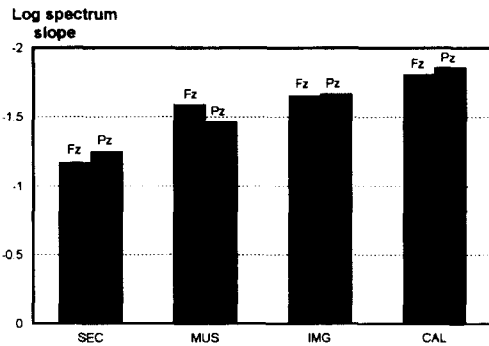


그림 5 뇌파 신호의 로그 스펙트럼 기울기  
Fig. 5 Log spectrum slope of EEG

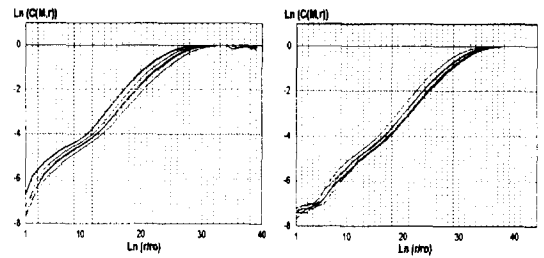
한편, 뇌파 신호의 혼돈 특성중 하나인 로그 스펙트럼의 기울기의 1차 선형 근사값은 그림 5의 히스토그램과 같다. 그림의 히스토그램을 보면 뇌의 기능 정도에 따라 로그 스펙트럼의 기울기가 증가함을 볼 수 있다. 즉, 폐안 안정 상태에서의 뇌파보다는 활발한 연산 작용을 할 때의 기울기가 훨씬 크게 나타남을 알 수 있다. 이와 같이 로그 스펙트럼의 기울기가 크다는 사실은 그만큼 저주파 성분이 크다는 것을 의미하며 생체 시스템에서의 저주파 성분의 증가는 안정성의 감소를 의미한다. 따라서 뇌의 활동도가 높아지면 높아질 수록 불안정한 시스템으로 변하는 특성을 나타낸다는 것을 알 수 있다.

3.2.3 뇌파 신호의 상관차원 분석

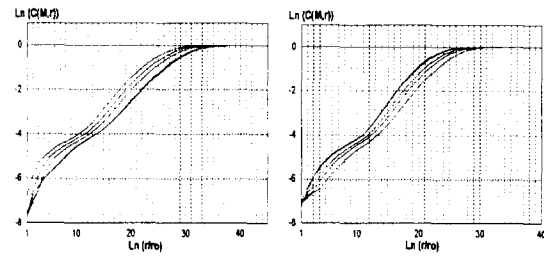
어트랙터가 그려내는 모양은 카오스 시스템의 특성을 가시적으로 나타내는 역할을 하기는 하지만 카오스 정도를 정량적으로 나타낼 수 없다는 단점이 있다. 이러한 정량적 특성을 얻기 위한 한 가지 방법으로 상관차원을 사용하는데, 뇌파 신호의 상관 차원은 2.2절에서 서술한 바와 같이 Grassberger-Procaccia 알고리즘을 적용하여 상관차원 적분 곡선을 구한 후, 상관차원 적분 곡선의 선형 부분을 찾아 최소자승법을 이용하여 기울기를 구한다. 본 논문에서는 상관차원을 얻기 위하여 20,000개 즉 200초에 해당하는 뇌파 데이터를 이용하였다. 그림 6은 각 뇌파 신호의 상관차원 적분 곡선이다. 이와 같은 상관차원 적분 곡선을 얻기 위해서는 시계열의 임베딩 및 특이치 분해에 의한 재임베딩 과정을 필요로 하는데 본 연구에서는 임베딩 과정에서의 시간 지연 값은 자기상관 함수를 구하여 최초로 '0'이 되는 시간을 기준으로 하였고 재임베딩 과정에서의 임베딩 차원은 1~6차원까지 실험하여 결과를 얻었다.

한편, 상관 차원 적분 곡선에서 선형 부분을 찾아 최소자승법을 이용하여 기울기로 구한 각 뇌파의 상관 차원 값은 표 2와 같으며 이를 히스토그램으로 그린 결과는 그림 7과 같다

그림 7에서 보는 바와 같이 카오스 특성의 정도를 나타내는 뇌파 신호의 상관 차원은 뇌의 활동도에 따라 서로 연관성을 갖음을 알 수 있다. 뇌의 활동도가 가장 높다고 예상되는 연산 활동의 수행시 상관 차원이 가장 낮았으며, 폐안



(a) 폐안 안정 뇌파 신호 (b) 음악 청취 뇌파 신호



(c) 연상 작용 뇌파 신호 (d) 연산 작용 뇌파 신호

그림 6 뇌파 신호의 상관 차원 적분 곡선  
Fig. 6 Correlation dimension integral curves for EEG

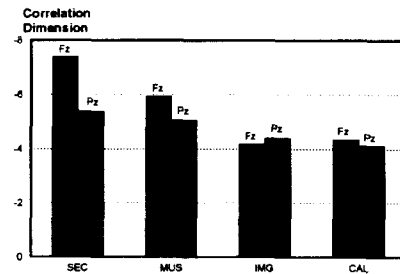


그림 7 뇌파 신호의 상관 차원 비교  
Fig. 7 Comparison of correlation dimension of EEG

표 2 각 뇌파의 상관 차원  
Table 2 Correlation Dimension of each EEG

	time delay (step)	re-emb. dim	corr. dim.
SEC (P <sub>z</sub> )	3	1-6	7.40 ± 0.24
SEC (F <sub>z</sub> )	2	1-6	5.39 ± 0.17
MUS (P <sub>z</sub> )	3	1-6	5.94 ± 0.24
MUS (F <sub>z</sub> )	2	2-6	5.05 ± 0.13
IMG (P <sub>z</sub> )	3	1-6	4.18 ± 0.20
IMG (F <sub>z</sub> )	1	1-6	4.40 ± 0.31
CAL (P <sub>z</sub> )	2	2-6	4.35 ± 0.21
CAL (F <sub>z</sub> )	2	2-6	4.13 ± 0.35

안정 상태에서의 상관 차원이 높게 나타났다. 따라서 안정 상태의 뇌파에서의 카오스 정도가 뇌 기능이 활발히 진행될 때의 카오스 정도 보다 크다는 결론을 얻을 수 있다.

### 3.2.4 뇌파신호의 Lyapunov지수 분석

초기치에 대한 민감성에 대한 지표가 되는 Lyapunov 지수를 추출하기 위해서 2.3절에서 제안한 방법을 사용하였다. Lyapunov 지수를 구하기 위하여 사용한 데이터 갯수는 상관 차원을 구할 때와 마찬가지로 20,000개의 데이터를 사용하였으며 시간 지연 값은 자기 상관 값이 최초로 '0'가 되는 값을 기준으로 하여 1 단계씩 가감하여 실험하여 보았으나 시간 지연이 2일 때가 가장 양호한 결과를 얻을 수 있음을 확인 할 수 있었다. 그림 7은 각 뇌파 신호에 대해 최대 Lyapunov 지수를 구하기 위하여 식 (2.12)를 이용하여 구한 결과이다.

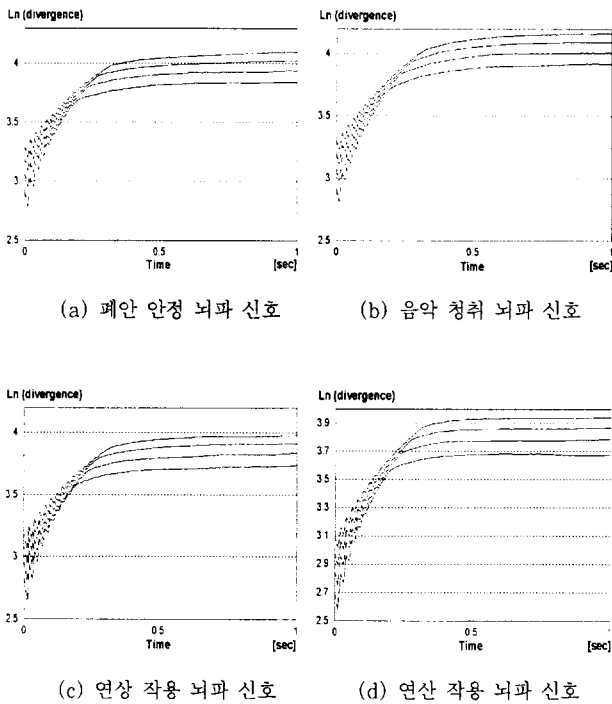


그림 8 뇌파 신호의  $\langle \ln d_j \rangle - \lambda_1(i\Delta t)$  곡선

Fig. 8  $\langle \ln d_j \rangle - \lambda_1(i\Delta t)$  curve for EEG

최대 Lyapunov 지수는 이들 그래프에서 선형인 부분을 찾아 최소 자승법을 이용하여 구한 결과는 표 3과 같으며 이를 히스토그램으로 그린 결과는 그림 9와 같다. 표 3과 그림 9에서 보는 바와 같이 실험 대상으로 삼은 뇌파의 최대 Lyapunov 지수는 모두 양의 값이 나온 것으로 보아 뇌파의 카오스적 특성을 확인할 수 있다. 그리고 Lyapunov 지수는 뇌의 기능적 활동도와의 연관성을 유추할 수 있을 정도의 특징을 보이는 것을 볼 수 있다. 즉, 뇌의 활동 정도가 커질수록 그 절대 값의 크기가 커진다는 것을 확인할 수 있었다.

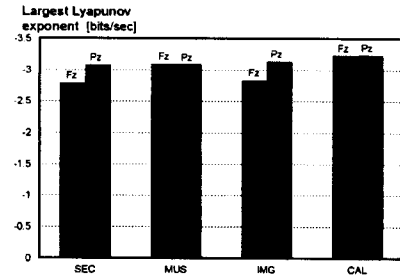


그림 9 각 뇌파 신호의 최대 Lyapunov 지수 비교

Fig. 9 Comparison of largest Lyapunov exponents of each EEG

표 3 각 뇌파의 최대 Lyapunov 지수

Table 3 Largest Lyapunov exponent of each EEG

	time delay (step)	re-emb. dim.	Lyapunov exp(bit/sec).
SEC (P <sub>z</sub> )	2	10-16	2.79 ± 0.37
SEC (F <sub>z</sub> )	2	10-16	3.08 ± 0.37
MUS (P <sub>z</sub> )	2	10-16	3.09 ± 0.37
MUS (F <sub>z</sub> )	2	10-16	3.20 ± 0.37
IMG (P <sub>z</sub> )	2	10-16	3.14 ± 0.36
IMG (F <sub>z</sub> )	2	10-16	2.83 ± 0.23
CAL (P <sub>z</sub> )	2	26-30	3.23 ± 0.34
CAL (F <sub>z</sub> )	2	18-24	3.24 ± 0.38

## 4. 결론

본 논문에서는 생체 비선형 시스템인 뇌로부터 발생하는 뇌파를 카오스 이론을 이용하여 뇌의 활동 정도에 따른 카오스 특성을 분석하였다.

뇌파의 카오스 특성 확인을 위하여 일반적인 주파수 스펙트럼 분석 방법과 로그 스펙트럼의 기울기 분석, 정상적인 카오스 특성인 상관 차원과 Lyapunov 지수의 분석을 이용하였다. 대상 뇌파로는 폐안 안정 상태의 뇌파, 심적인 안정 상태에서 음악 청취 중의 뇌파, 일정한 대상을 두지 않고 자유롭게 연상하고 있는 상태의 뇌파, 뇌가 활발하게 활동하고 있다고 가정할 수 있는 복잡한 숫자 연산 중의 뇌파를 수집하여 뇌의 활동도에 따른 카오스 특성을 비교 분석하였다.

본 논문에서 얻어진 결과는 다음과 같다.

(1) 정상적 카오스 특성인 상관 차원과 Lyapunov 지수의 분석에서 상관 적분 곡선의 수렴성과 최대 Lyapunov 지수가 모두 양의 값이므로 실험 대상인 뇌파 신호가 카오스 특성을 가짐을 확인할 수 있었다.

(2) 대상 뇌파의 주파수 스펙트럼 분석 결과, 카오스 특성 중 하나인 로그 스펙트럼의 기울기는 뇌의 활동도에 따라 증가함을 확인할 수 있었다. 이는 뇌의 활동정도가 커질수록 뇌파는 저주파 성분이 증가 함을 의미한다.

(3) 상관 차원은 활동도가 낮을수록 큰 값을 가짐을 확인할 수 있었다. 따라서 안정상태의 뇌파가 활동 상태의 뇌파보다 카오스 정도가 크다는 것을 의미한다.

(4) Lyapunov 지수의 경우에도 뇌의 활동도와 연관성을 유추할 수 있는 특징을 보이는 것을 확인할 수 있었다. 즉, 뇌의 활동 정도가 커질수록 그 절대 값의 크기가 커진다는 것을 확인할 수 있었다.

본 논문에서는 4가지 뇌 활동에 대한 뇌의 활동도와 카오스 지수들간의 관계를 비교하였다. 향후 다양한 뇌 활동에 대한 분석과 이들 뇌 활동에 대한 정량화를 통하여 보다 객관적인 지표를 가지고 뇌의 활동 정도와 카오스 특성과의 관계를 규명함으로써 감성 공학적 적용의 가능성을 제시 할 수 있을 것으로 사려된다.

**참 고 문 헌**

[1] M. Kobayashi and T. Musha, "1/f Fluctuation of Heart Beat Period," IEEE Trans. on BME, Vol. 29, pp.456~457

[2] F. Lombardi et. al, "Heart Rate Variability as an Index of Sympatho-vagal Interaction after Acute Myocardial Infarction," American Journal of Cardiology, No. 60, pp.1239~ 1245, 1987

[3] H. Degn, A. V. Holden and L. F. Olsendes., Chaos in Biological Systems, Poenum Press, N. Y. ,1987

[4] W. J. Freeman, "Simulation of Chaotic EEG Patterns with a Dynamic Model of the Olfactory System," Biol. Cybern 56, pp.139~150, 1987

[5] T. S. Parker and L. O. Chua, "Chaos : A Tutorial for Engineers," Proc. IEEE, Vol. 75, No. 8, pp.982~1008, 1987

[6] N. H. Packard et al., "Geometry from a Time Series," Phys. Rev. Lett., Vol. 45, pp.712~719

[7] A. M. Fraser and H. L. Swinney, "Independent Coordinates for Strange Attractors from Mutual Information," Phys. Rev. A, Vol. 33, pp.1134~1140, 1986

[8] J. Theiler "Spurious Dimension from Correlation Algorithms Applied to Limited Time-Series Data, Phys. Rev. A, Vol. 34, pp.2427~, 1986

[9] P. Grassberger and I. Procaccia, "Measuring the Strangeness of Strange Attractor," Physica D, pp.189~208, 1993

[10] J. P. Eckmann and D. Ruelle, "Ergodic Theory of Chaos and Strange Attractors," Rev. Mod. Phys., Vol. 57, pp.617~ ,1985

[11] M. Sano and Y. Sawada, "Measurement of the Lyapunov Spectrum from a Chaotic Time Series," Phys. Rev. Lett., Vol. 55, pp.1082~, 1985

[12] S. Sato, M. Sano and Y. Sawada, "Practical Method of Measuring the Generalized Dimension and the Largest Lyapunov Exponent in High Dimensional Chaotic Systems," Prog. Theor. Phy., Vol. 77, 1987

[13] M. T. Rosenstein, James J. Collins and Carlo J. De Luca, "A Practical Method for Calculating Largest Lyapunov Exponents from Small Data sets," Physica D., Vol. 65,

pp.117~134, 1993

[14] C. D. Ferris, Introduction to Bioelectrodes, Plenum Press, 1974

**저 자 소 개**



**김택수 (金宅洙)**

1966년 4월 5일 생. 1990년 연세대학교 공과대학 전기공학과 졸업. 1992년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1996년 동 대학원 전기공학과 졸업(공학박사). 1996년~ 현재 LG종합기술원 선임연구원

Tel : (02) 526-7303

E-mail : tskim@lgcit.com



**김헌술 (金賢述)**

1971년 9월 20일생. 1994년 연세대 공대 전기공학과 졸업. 1996년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 현재 동 대학원 전기공학과 박사과정.

Tel : (02) 361-2768

E-mail : khs@cyber.yonsei.ac.kr



**최운호 (崔允浩)**

1957년 1월 14일 생. 1980년 연세대 공대 전기공학과 졸업. 1982년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1991년 동 대학원 전기공학과 졸업(공학박사). 1993년~1999년 경기대 공대 전자공학과 전임강사 및 조교수. 현재 경기대학교 전자·기계공학부 전자공학전공 부교수 재직.

Tel : (0331) 249-9801

E-mail : yhchoi@kuic.kyonggi.ac.kr



**박상희 (朴相禧)**

1939년 8월 25일생. 1962년 연세대학교 공대 전기공학과 졸업. 1964년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1971년 동 대학원 전기공학과 졸업(공학박사) 및 동 전기공학과 조교수. 1982년 미국 워싱턴 대 교환 교수. 현재 연세대 공대 기계전자공학부, 대학원전기컴퓨터학과 교수 및 당 학회 회장.

Tel : (02) 361-2768

E-mail : psh@cyber.yonsei.ac.kr