論 文
48C - 2 - 12

WKB 근사를 이용한 다중 계단형 광도파로의 해석

Analysis of Multiple Step-Index Waveguide by the WKB Approximation

徐廷勳*, 李世浩*, 李丙權**, 金昌敏***
(Jung-Hoon Seo, Se-Ho Lee, Byung-Kwon Lee, Chang-Min Kim)

Abstract - The eigenvalue equations of multiple waveguides with step-index profile are derived by using the WKB theory. Phase changes unique to step-index discontinuity are introduced when applying the WKB connection formula to turning points. The transfer matrix method is employed for the analysis of multiple structure and the derived eigenvalue equations are represented in the recursive form. The results by the WKB are compared with those by the FEM for a three-waveguide coupler.

Key Words : WKB, 계단형 광도파로, 고유방정식

1. 서 론

광통신 시스템에 사용되는 광소자들을 설계하는데 있어서 광도파로의 도파모드 해석은 매우 중요하다. 도파모드를 해석하는 기법에는 수학적인 방법인 WKB법이 있고, 수치해석 방법에는 FDM(유한차분법), FEM(유한요소법), 등 이 있다. WKB이론은 저차모드의 차단 주파수 근처영역에서 많은 오차를 가지고, 수치해석 방법에 비해 정확한 해를 주지는 못하지만, cut-off로부터 충분히 떨어진 정규화 주파수 영역이나, 수십개 이상의 모드수가 존재하는 다모드 도파구조의 경우에는 비교적 정확한 해를 제공한다. 수식적 전개가 가능하기 때문에 물리적 의미의 전달을 용이하게 할 수 있으며, 간단한 도파 구조의 경우에는 적용이 쉽고 수식적 표현이 가능하므로 도파로의 해석에서 널리 사용되어 왔다 [1]-[3].

WKB이론에 의한 Field해는 회귀점에서 발산하기 때문에, 회귀점 근처에서는 굴절율 분포를 선형화 하여 Field해는 Airy함수로 표현된다. Airy함수를 Bessel의 점근식에 적용시키면 회귀점의 양쪽 영역의 연결공식을 얻으며[3],[4], 회귀점에서 굴절율이 연속적으로 변화하는 언덕형 구조에서 이 연결공식은 손쉽게 적용되어져 왔다[5]. 불행히도 이러한 연결공식은 불연속 굴절율 분포를 갖는 계단형 도파로에는 사용할 수가 없기 때문에, 계단형 분포의 단일 구조의 경우 WKB 근사해는 그대로 사용하고 회귀점에서 경계조건은 새로 적용시키는 절충방안을 사용하여 왔다.

이상의 절충방안은 단순구조에서나 적용가능하며, 다중구조에 대해서 매 회귀점마다 경계조건을 적용시켜 고유치 방정식을 도출한다는 것은 무리인 것이다. 이러한 이유에서 계단형 분포의 다중구조에 대해서도 적합한, 그리고 일반적용이 가능한 연결공식의 필요성이 요구되는 것이다. 기존의 언덕형 구조에서 코아와 클래드 경계의 회귀점에서 위상변화는 항상 $\pi/4$였으나[6], 계단형을 포함하는 일반 구조에서 그 위상변화는 회귀점 좌, 우의 굴절율 크기 및 mode index의 크기에 따라 결정되어야만 한다.

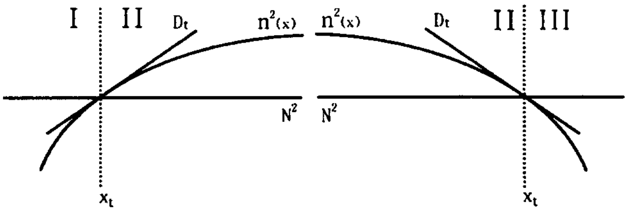
본고에서는 계단형 다중 광도파로뿐 아니라 언덕형 다중 구조에도 적용 가능한 연결공식을 제안하고, 이로부터 N 도파로 열에 대한 고유방정식의 일반형태를 도출하였다. 이 연결 공식의 타당성 검토를 위해 계단형 세쌍둥이 도파로에 관한 고유방정식을 계산하고, 정밀한 수치해석 기법의 하나인 FEM의 결과와 비교하였다.

2. 계단형 굴절율 분포 광도파로의 WKB 연결공식

임의의 굴절율 분포를 가지는 광도파로에 대한 Helmholtz 파동 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{d^2E(x)}{dx^2} + k_0^2(n^2(x) - N^2)E(x) = 0 \qquad (1)$$

* 準 會 員 : 서울市立大 工大 電子工學科 碩士課程
** 正 會 員 : 서울正修技能大學 教授
*** 正 會 員 : 서울市立大 工大 電子電氣工學部 教授
接受日字 : 1998年 8月 12日
最終完了 : 1999年 1月 29日



(a) (b)

그림 1. 회귀점근처에 선형화된 굴절율 분포
(a) $D_t > 0$ 인 경우 (b) $D_t < 0$ 인 경우

Fig. 1. Linearized index pofile at turning point3
(a) for $D_t > 0$ (b) for $D_t < 0$

그림 1에서 x_t는 각각 회귀점을 나타내며, N은 고유치를 의미한다. 물리적 관점에서 볼 때 영역 I,III에서 $E(x)$는 지수함수의 형태를 가지고, 영역 II에서 $E(x)$는 진동함수의 형태를 갖는다. 따라서 각 영역의 Field는 WKB이론에 의하여 근사적으로 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$E_{\mathrm{I}}(x) \simeq \frac{c}{\sqrt{P(x)}} \exp\left(-\int_x^{x_t} P(x)dx\right) \tag{2a}$$

$$E_{\mathrm{II}}(x) \simeq \frac{c}{\sqrt{P(x)}} \exp\left(j\int_{x_t}^{x} Q(x)dx\right) \tag{2b}$$

여기서,

$$P(x) = k_0\sqrt{N^2 - n^2(x)} \simeq \sqrt{x_t - x} \tag{3a}$$

$$Q(x) = k_0\sqrt{n^2(x) - N^2} \simeq \sqrt{x - x_t} \tag{3b}$$

회귀점 x_t에서 $P(x_t)=Q(x_t)=0$이므로 식 (2)는 발산한다. 이러한 이유로 WKB 근사해는 회귀점 근방에서 보정되는 것이 바람직하다. 연결공식의 도출은 회귀점 근처에서 $n(x)$를 선형화 시킴으로써 해결 가능하므로, 회귀점 x_t 근처에서 굴절율 분포를 다음과 같이 근사화 시킨다.

$$n^2(x) \simeq N^2 + \frac{1}{k_0^2} D_t(x - x_t) \tag{4}$$

D_t는 회귀점에서의 기울기이다.

2.1 계단형 구조의 회귀점 위상변화

계단형 단일 광도파로의 굴절율 분포는 그림 1에 나타나 있다.

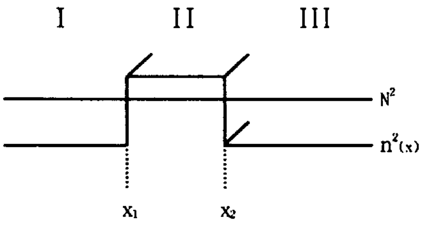


그림 2. 계단형 굴절율 분포

Fig. 2. Step index profile

각 영역에 대한 Field표현은 WKB근사에 의한 식 (2)로부터 다음과 같이 표현된다.

$$\text{영역 I}: E_{\mathrm{I}}(x) = \frac{A}{\sqrt{P(x)}} \exp\left(\int_x^{x_1} - P(x)dx\right), \quad x < x_1 \tag{5a}$$

$$\text{영역 II}: E_{\mathrm{II}}^{<}(x) = \frac{B}{\sqrt{Q(x)}} \sin\left(\int_{x_1}^{x} Q(x)dx + \delta_1\right), \quad x_1 \le x \tag{5b}$$

$$E_{\mathrm{II}}^{>}(x) = \frac{C}{\sqrt{Q(x)}} \sin\left(\int_x^{x_2} Q(x)dx + \delta_2\right), \quad x \le x_2 \tag{5c}$$

$$\text{영역 III}: E_{\mathrm{III}}(x) = \frac{D}{\sqrt{P(x)}} \exp\left(-\int_{x_2}^{x} P(x)dx\right), \quad x_2 < x \tag{5d}$$

식 (5)의 Field해는 x_1, x_2 에서 경계조건을 만족시켜야 하므로 이로부터 δ_1, δ_2 를 구할 수 있다. 경계조건은 각 영역의 경계에서 해가 연속이어야 하고, 그 점에서의 미분도 연속이어야 한다. 우선, $x = x_1$에서 경계조건을 적용하고 이를 수식으로 표현하면 다음과 같다.

(i) $E_{\mathrm{I}}(x)$와 $E_{\mathrm{II}}^{<}(x)$가 연속

$$\frac{A}{[P(x_1^-)]^{1/2}} = \frac{B}{[Q(x_1^+)]^{1/2}} \sin\delta_1 \tag{6}$$

(ii) $E_{\mathrm{I}}(x)$의 미분과 $E_{\mathrm{II}}^{<}(x)$ 의 미분이 연속

$$\begin{aligned} &\frac{A}{2}\frac{P'(x_1^-)}{[P(x_1^-)]^{5/2}} + \frac{A}{[P(x_1^-)]^{1/2}} P(x_1^-) \\ &= -\frac{B}{2}\frac{Q'(x_1^+)}{[Q(x_1^+)]^{5/2}} \sin\delta_1 + \frac{B}{[Q(x_1^+)]^{1/2}} Q(x_1^+)\cos\delta_1 \end{aligned} \tag{7}$$

여기서 $P'(x_1^-) = Q'(x_1^+) = 0$ 이고,
식 (6), (7)을 연립하면 δ_1를 구할 수 있다.

$$\delta_1 = \cot^{-1}\left[\frac{P(x_1^-)}{Q(x_1^+)}\right] \tag{8}$$

마찬가지로, $x=x_2$에서 $E'_{\mathrm{II}}(x)$와 $E_{\mathrm{III}}(x)$가 연속이며, $E'_{\mathrm{II}}(x)$의 미분과 $E_{\mathrm{III}}(x)$의 미분이 연속인 경계조건으로부터 δ_2를 구할 수 있다.

$$\delta_2 = \cot^{-1}\left[\frac{P(x_2^+)}{Q(x_2^-)}\right] \tag{9}$$

2.2 계단형 분포의 WKB 연결공식

δ_1, δ_2 는 계단형 분포의 경계에서 나타나는 위상천이였다. 잠시 이들을 그림 1의 언덕형 분포에 적용시켜 일반성을 검토해 보기로 한다. 식 (3)을 이용하면

$$\delta_t = \cot^{-1}\left[\lim_{x\to x_t^-}\sqrt{x_t - x_t^-} \Big/ \lim_{x\to x_t^+}\sqrt{x_t^+ - x_t}\right] = \frac{\pi}{4} \tag{10}$$

가 되는데 이는 언덕형 분포의 WKB 연결공식에서 나타나는 위상천이와 동일함을 알 수 있다. 이 사실에 근거하여 우리는 계단형 분포에 대한 새로운 연결공식을 다음과 같이 제안한다.

i) $n(x_t^-) < n(x_t^+)$ 인 경우, 회귀점 x_t를 중심으로

$$\frac{1}{\sqrt{P(x)}}\exp\left(-\int_x^{x_t} P(x)\,dx\right) \leftrightarrow \frac{2}{\sqrt{Q(x)}}\sin\left(\int_{x_t}^{x} Q(x)\,dx + \delta_t\right) \tag{11}$$

$$\frac{1}{\sqrt{P(x)}}\exp\left(\int_x^{x_t} P(x)\,dx\right) \leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{Q(x)}}\cos\left(\int_{x_t}^{x} Q(x)\,dx + \delta_t\right) \tag{12}$$

ii) $n(x_t^-) > n(x_t^+)$ 인 경우, 회귀점 x_t를 중심으로

$$\frac{2}{\sqrt{Q(x)}}\sin\left(\int_x^{x_t} Q(x)\,dx + \delta_t\right) \leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{P(x)}}\exp\left(-\int_{x_t}^{x} P(x)\,dx\right) \tag{13}$$

$$\frac{1}{\sqrt{Q(x)}}\cos\left(\int_x^{x_t} Q(x)\,dx + \delta_t\right) \leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{P(x)}}\exp\left(\int_{x_t}^{x} P(x)\,dx\right) \tag{14}$$

여기서,

$$\delta_t = \cot^{-1}\left[\frac{P(x_t^+)}{Q(x_t^-)}\right] \tag{15}$$

위의 연결공식은 계단형 분포뿐 아니라 임의의 굴절율 분포에 대해서 일반적으로 적용가능한 식임을 유의한다.

3. 계단형 다중 광도파로의 고유방정식

3.1 제안된 연결공식에의한 각영역의 Field

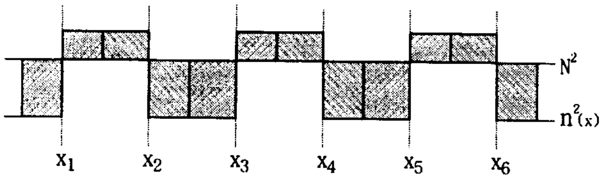


그림 3. 여섯 개의 회귀점을 갖는 동일한 구조의 다중 광도파로

Fig. 3. Multiple waveguide of the same structure with six turning point

그림 3에는 동일한 구조의 계단형 광도파로의 다중 배열이 그려져 있다. 각 영역의 Field는 연결공식 (11)~(14)를 사용하면 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{a}{P^{1/2}}\exp\left(-\int_x^{x_1} P\,dx\right), \quad x \lesssim x_1 \tag{16a}$$

$$\frac{2a}{Q^{1/2}}\sin\left(\int_{x_1}^{x} Q\,dx + \delta_1\right), \quad x_1 \lesssim x \tag{16b}$$

$$-\frac{2a}{Q^{1/2}}\cos q_1 \sin\left(\int_x^{x_2} Q\,dx + \delta_2\right) + \frac{2a}{Q^{1/2}}\sin q_1 \cos\left(\int_x^{x_2} Q\,dx + \delta_2\right), \quad x \lesssim x_2 \tag{16c}$$

$$-\frac{a}{P^{1/2}}\cos q_1 \exp\left(-\int_{x_2}^{x} P\,dx\right) + \frac{2a}{P^{1/2}}\sin q_1 \exp\left(\int_{x_2}^{x} P\,dx\right), \quad x_2 \lesssim x \tag{16d}$$

$$\frac{a_1}{P^{1/2}}\exp\left(-\int_x^{x_3} P\,dx\right) - \frac{2a_2}{P^{1/2}}\exp\left(\int_x^{x_3} P\,dx\right), \quad x \lesssim x_3 \tag{16e}$$

$$\frac{2a_1}{Q^{1/2}}\sin\left(\int_{x_3}^{x} Q\,dx + \delta_3\right) - \frac{2a_2}{Q^{1/2}}\cos\left(\int_{x_3}^{x} Q\,dx + \delta_3\right), \quad x_3 \lesssim x \tag{16f}$$

$$-\frac{2}{Q^{1/2}}[a_1\cos q_3 + a_2\sin q_3]\sin\left(\int_x^{x_4} Q\,dx + \delta_4\right) + \frac{2}{Q^{1/2}}[a_1\sin q_3 - a_2\cos q_3]\cos\left(\int_x^{x_4} Q\,dx + \delta_4\right), \quad x \lesssim x_4 \tag{16g}$$

$$-\frac{1}{P^{1/2}}[a_1\cos q_3 + a_2\sin q_3]\exp\left(-\int_{x_4}^{x} P\,dx\right) + \frac{2}{P^{1/2}}[a_1\sin q_3 - a_2\cos q_3]\exp\left(\int_{x_4}^{x} P\,dx\right), \quad x_4 \lesssim x \tag{16h}$$

여기서,

$$a_1 = 2a\sin q_1 \exp(p_2), \qquad a_2 = \frac{a}{2}\cos q_1 \exp(-p_2) \tag{17}$$

그리고

$$q_i = \int_{x_i}^{x_{i+1}} Q(x)dx + \delta_i + \delta_{i+1} \qquad (i=1,3,5) \tag{18}$$

$$p_i = \int_{x_i}^{x_{i+1}} P(x)dx \qquad (i=2,4) \tag{19}$$

동일구조의 다중 광도파로이므로 δ_i는 식 (15)와 같다.

3.2 Transfer Matrix의 유도

그림 4는 식 (16)의 영역별 Field해를 좀더 일반적인 다중 광도파로에 대해 표현하기 위해 다시 그려졌다.

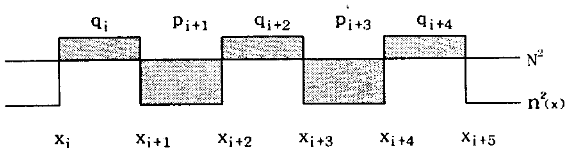


그림 4. 반복적인 다중 광도파로
q, p : 빗금친 영역의 적분값

Fig. 4. Multiple waveguides
q, p : Integrals of each shaded area

그림 4의 회귀점 x_i, x_{i+1}의 사이($n^2(x) \geq N^2$)에서 파동함수는 다음과 같으며

$$E(x) = c_i \frac{2}{Q^{1/2}} \sin\left(\int_{x_i}^{x} Q\, dx + \delta_i\right) + d_i \frac{2}{Q^{1/2}} \cos\left(\int_{x_i}^{x} Q\, dx + \delta_i\right), \quad x_i \leq x \tag{20}$$

$$E(x) = c_{i+1} \frac{2}{Q^{1/2}} \sin\left(\int_{x}^{x_{i+1}} Q\, dx + \delta_{i+1}\right) + d_{i+1} \frac{2}{Q^{1/2}} \cos\left(\int_{x}^{x_{i+1}} Q\, dx + \delta_{i+1}\right), \quad x \leq x_{i+1} \tag{21}$$

(c_i, d_i)과 (c_{i+1}, d_{i+1})의 관계는 식 (16), (20), (21)로부터 다음과 같이 matrix 형으로 표현될 수 있다.

$$\begin{pmatrix} c_i \\ d_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\cos q_i & \sin q_i \\ \sin q_i & \cos q_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{i+1} \\ d_{i+1} \end{pmatrix} \tag{22}$$

회귀점 x_{i+1}, x_{i+2}의 사이($n^2(x) \leq N^2$)에서 파동함수를 표기하면

$$E(x) = c_{i+1} \frac{1}{P^{1/2}} \exp\left(-\int_{x_{i+1}}^{x} P\, dx\right) + d_{i+1} \frac{2}{P^{1/2}} \exp\left(\int_{x_{i+1}}^{x} P\, dx\right), \quad x_{i+1} \leq x \tag{23}$$

$$E(x) = c_{i+2} \frac{1}{P^{1/2}} \exp\left(-\int_{x}^{x_{i+2}} P\, dx\right) + d_{i+2} \frac{2}{P^{1/2}} \exp\left(\int_{x}^{x_{i+2}} P\, dx\right), \quad x \leq x_{i+2} \tag{24}$$

(c_{i+1}, d_{i+1})과 (c_{i+2}, d_{i+2})의 관계는 식 (16), (23), (24)로부터 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{pmatrix} c_{i+1} \\ d_{i+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2\exp(p_{i+1}) \\ \frac{1}{2}\exp(-p_{i+1}) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{i+2} \\ d_{i+2} \end{pmatrix} \tag{25}$$

식 (22), (25)으로부터 Transfer Matrix를 다음과 같이 정의한다.

$$T_i^q = \begin{pmatrix} -\cos q_i & \sin q_i \\ \sin q_i & \cos q_i \end{pmatrix} \tag{26}$$

$$T_{i+1}^p = \begin{pmatrix} 0 & 2\exp(p_{i+1}) \\ \frac{1}{2}\exp(-p_{i+1}) & 0 \end{pmatrix} \tag{27}$$

여기서, i=1,3,5,⋯.

3.3 고유방정식 유도($N \geq 2$)

N개의 계단형 광도파로에 대해 다음의 식을 얻는다.

$$\begin{pmatrix} c_1 \\ d_1 \end{pmatrix} = (T_1^q)(T_2^p T_3^q) \cdots\cdots (T_{2(N-1)}^p T_{2N-1}^q) \begin{pmatrix} c_{2N} \\ d_{2N} \end{pmatrix} = T_N \begin{pmatrix} c_{2N} \\ d_{2N} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} T_N(1,1) & T_N(1,2) \\ T_N(2,1) & T_N(2,2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{2N} \\ d_{2N} \end{pmatrix} \quad (N=2,3,\cdots) \tag{28}$$

광도파로에서 E(±∞)=0임을 고려하면 다음 식을 만족해야 한다.

$$d_1 = d_{2N} = 0 \tag{29}$$

따라서,

$$T_N(2,1) = 0 \tag{30}$$

이 된다. 한편 T_N을 다른 방법으로 표현하면

$$T_N = T_{N-1}(T_{2(N-1)}^p T_{2N-1}^q) \tag{31}$$

가 되며 $T_N(1,1)$, $T_N(1,2)$, $T_N(2,1)$, $T_N(2,2)$는 각각 다음과 같이 된다.

$$T_N(1,1) = 2T_{N-1}(1,1)\exp(p_{2(N-1)})\sin q_{2N-1} - \frac{1}{2} T_{N-1}(1,2)\exp(-p_{2(N-1)})\cos q_{2N-1} \tag{32}$$

$$T_N(1,2) = 2T_{N-1}(1,1)\exp(p_{2(N-1)})\cos q_{2N-1} + \frac{1}{2} T_{N-1}(1,2)\exp(-p_{2(N-1)})\sin q_{2N-1} \tag{33}$$

$$T_N(2,1) = 2T_{N-1}(2,1)\exp(p_{2(N-1)})\sin q_{2N-1} - \frac{1}{2} T_{N-1}(2,2)\exp(-p_{2(N-1)})\cos q_{2N-1} \tag{34}$$

$$T_N(2,2) = 2T_{N-1}(2,1)\exp(p_{2(N-1)})\cos q_{2N-1} + \frac{1}{2} T_{N-1}(2,2)\exp(-p_{2(N-1)})\sin q_{2N-1} \tag{35}$$

식 (30)의 조건식으로부터 다음의 식을 얻는다.

$$\frac{T_{N-1}(2,1)}{T_{N-1}(2,2)}\tan q_{2N-1} = \frac{1}{4}\exp(-2p_{2(N-1)}) \quad (36)$$

한편 식 (34), (35)로부터 $T_N(2,1)/T_N(2,2)$의 식을 얻는다.

$$\frac{T_N(2,1)}{T_N(2,2)} = \tan[q_{2N-1} + \phi_{N-1}] \quad (37)$$

식 (36), (37)을 연계시키면 $N \geq 2$에 대하여 다음의 점화 형태의 고유방정식을 얻는다.

$$\tan[q_{2N-3}+\phi_{N-2}]\tan q_{2N-1} = \frac{1}{4}\exp(-2p_{2(N-1)}) \quad (38)$$

여기서,

$$\phi_{N-2} = \cot^{-1}\left[-4\frac{T_{N-2}(2,1)}{T_{N-2}(2,2)}\exp(2p_{2(N-2)})\right] \ (\text{단, } \phi_0 = 0) \quad (39)$$

4. 모의 전산

앞에서 구해진 고유방정식의 타당성을 알아보기 위해 계단형 세 쌍등이 도파로에 대해 모의전산 하여 FEM의 결과와 비교해 보고, 일반적인 N 쌍등이 도파로의 고유방정식을 정리해보자.

4.1 계단형 굴절율 분포를 가지는 세쌍둥이 도파로(N=3)

그림 5는 계단형 굴절율 분포를 가지는 세쌍둥이 도파로를 나타낸다.

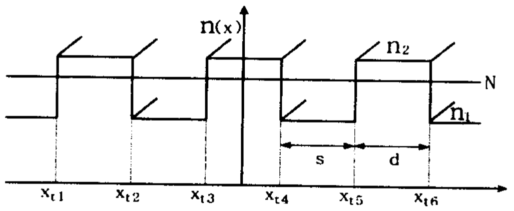


그림 5. 계단형 굴절율 분포를 가지는 세도파로
Fig. 5. Three-identical waveguides with step index profile

식 (38)의 점화식을 N=3에 대하여 정리하면 다음과 같은 세쌍둥이 도파로의 고유 방정식을 얻는다.

$$16\exp(4p)\tan^3 q - (8\exp(2p)+1)\tan q = 0 \quad (40)$$

식 (40)을 q에 대해 정리하면 다음과 같다.

$$q = (m+1)\pi \quad (41)$$

$$q = (m+1)\pi \pm \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{8\exp(2p)+1}}{4\exp(2p)}\right) \quad (42)$$

한편 그림 5의 계단형 굴절율 분포에 대한 q, p는 식 (18), (19)로부터 정규화 주파수 v와 정규화 전파상수 b로 다음과 같이 계산된다.

$$q = v\sqrt{1-b} + 2\cot^{-1}\sqrt{\frac{b}{1-b}} \quad (43)$$

$$p = \frac{d}{s}v\sqrt{b} \quad (44)$$

여기서, v, b는 식 (45)와 같다.

$$v = k_0 d\sqrt{n_2^2 - n_1^2}, \quad b = \frac{N^2 - n_1^2}{n_2^2 - n_1^2} \quad (45)$$

식 (43), (44)의 q, p를 식 (41), (42)에 대입하여 b-v 관계식을 구하고 이를 bisection 기법에 의해 해석하면 그림 6과 같은 b-v 곡선을 얻을 수 있다. FEM의 결과와 비교하여 보면, 저차모드의 차단영역 근처에서는 많은 오차를 나타내지만 차단영역에서 멀어질수록 잘 일치함을 확인할 수 있다. 이는 WKB이론이 근본적으로 가지는 오차의 성격을 고려할 때 앞에서 제안된 연결공식이 타당함을 의미한다.

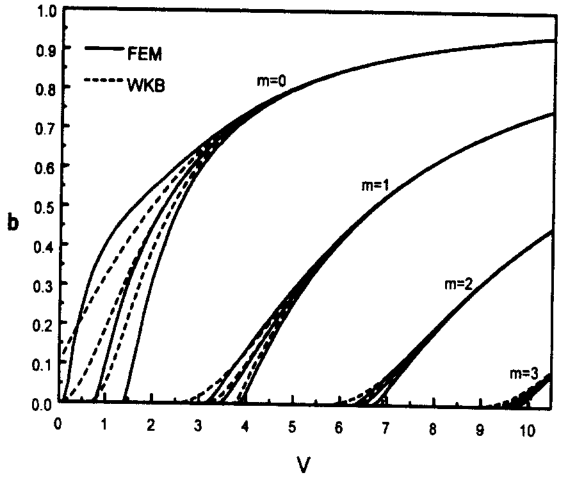


그림 6. 계단형 굴절율 분포를 가지는 세쌍둥이 도파로의 b-v 곡선 (d=s)
Fig. 6. b-v curves for three-identical waveguides with step index profile

4.2 계단형 굴절율 분포를 가지는 N 쌍둥이 도파로

N 도파로 열에 대한 고유방정식은 식 (38)로부터 쉽게 구할 수 있다. 계단형 굴절율 분포를 가지는 N 쌍둥이 도파로의 고유방정식은 다음과 같이 나타내어진다.

$$N=4: \ 256\exp(6p)\tan^4 q - (144\exp(4p)+8\exp(2p)+1)\tan^2 q + 16\exp(2p) = 0 \quad (46)$$

$$N=5: \ 4096\exp(8p)\tan^5 q - (2560\exp(6p)+144\exp(4p)+8\exp(2p)+1)\tan^3 q + (384\exp(4p)+32\exp(2p))\tan q = 0 \quad (47)$$

$$N=6: \; 66536\exp(10p)\tan^6 q-(45056\exp(8p)+2560\exp(6p)+144\exp(4p)+8\exp(2p)+1)\tan^4 q+(8448\exp(6p)+768\exp(4p)+48\exp(2p))\tan^2 q-256\exp(4p)=0 \quad (48)$$

⋮ ⋮

⋮ ⋮

위식들에 식 (43), (44)를 대입하면 각 N에 대한 b-v 곡선을 구할 수 있는데, 그림 6과 동일한 경향을 보인다.

5. 결 론

기존의 WKB 연결공식은 회귀점에서 굴절율의 변화가 연속인 언덕형 분포 광도파로 경우에만 적용할 수 있었다. 계단형 굴절율 분포 경우는 단일 도파로와 같은 간단한 구조에는 WKB 근사식은 그대로 사용하고, 회귀점에서 경계조건을 적용시켜 고유방정식을 도출할 수는 있었다. 그러나, 이러한 방법은 다수의 회귀점을 갖는 다중구조에는 적용에 무리가 있다.

본고에서는 임의 구조의 회귀점에서 위상변화를 일반식으로 표현하였으며, 이를 바탕으로 굴절율 변화가 불연속인 도파로에서의 연결공식을 제안하였다. 제안된 연결공식을 바탕으로 계단형 굴절율 분포를 가진 다중 도파로의 고유방정식을 유도하였다. 그 고유방정식은 점화식의 형태를 가지며 N 도파로 열에 따라 닫힌식으로 표기가 가능하다.

타당성 검증을 위하여 계단형 굴절율 분포를 갖는 세쌍둥이 도파로에 대해 FEM과 비교하였다. 차단 주파수 근처에서는 많은 오차를 나타내지만, 예상대로 차단 주파수에서 멀어질수록 정확한 해를 보임을 확인하였다.

감사의 글

본 연구는 1996년도 한국과학재단의 지원(핵심연구 과제번호 961-0922-115-2)에 의하여 이루어졌습니다.

참 고 문 헌

[1] J. Ctyroky, M. Hofman, J. Janta, and J. Schrofel, "3-D analysis of LiNbO3:Ti channel waveguides and directional couplers, "IEEE J. Quantum Electron., vol. QE-20. no. 4, pp. 400, Apr. 1984.

[2] T. Suhara, Y. Handa, H. Nishihara, and J. Koyama, "Analysis of optical channel waveguides and directional couplers with graded-index profile, "J. Opt. Soc. Am., vol. 69, no. 6, pp. 807-815, Jun. 1979.

[3] C.M. Kim and R.V. Ramaswamy, "WKB analysis of asymmetric directional couplers and its application to optical swithches, "J. of Lightwave Technol., vol. 6 no. 6, pp. 1109-1118, Jun 1988.

[4] R.L. Liboff, Introductory Quantum Mechanics, Addison-Wesley, 2nd Ed., Ch.7, 1992.

[5] C.M. Kim and M.S. Chung, "Eigenvalue Equations of N-Parallel Graded-Index Waveguides : WKB Analysis", IEEE J. Quantum Electron., vol. 33 no. 9, pp. 1608-1613, Sept. 1997.

[6] R. Srivastava, C.K. Kao, and R.V. Ramswamy, "WKB Analysis of Planar Surface Waveguides with Truncated-Index Profiles, " J. Lightwave Technol., vol. LT-5, pp. 1605-1609, Nov. 1987.

저 자 소 개

서 정 훈(徐 廷 勳)

1972년 5월 2일생. 1997년 2월 서울시립대학교 전자공학과 공학사. 1997년 3월 ~ 현재 동대학원 전자공학과 석사과정 재학중. 주관심분야 도파/집적광학, 진행파전극/고속광변조기, FDM, FEM, BPM, SOR등 수치해석

이 세 호(李 世 浩)

1975년 2월 3일생. 1997년 2월 서울시립대학교 전자공학과 공학사. 1997년 3월 ~ 현재 동대학원 전자공학과 석사과정 재학중. 주관심분야 도파/집적광학, 진행파전극/고속광변조기, FDM, FEM, BPM등 수치해석

이 병 권(李 丙 權)

1949년생. 1977년 2월 한양대학교 금속학과 공학사. 1993년 동 대학원 공학박사. 현재 서울정수기능대학 부교수. 주관심분야 금속재료, 표면재질, 광전재료, 수치해석.

김 창 민(金 昌 敏)

1950년 4월 10일생. 1975년 2월 서울대학교 전자공학과 공학사. 1982년 2월 동 대학원 전자공학과 공학석사. 1989년 8월 U. of Florida Dept. of EE 공학박사. 1983년 5월~현재 서울시립대학교 전자전기공학부 교수. 주관심분야는 도파/집적광학, 진행파전극, 진행파전극/고속광변조기, 저분산 광섬유, 광통신시스템,FDM,FEM,BPM,SOR등 수치해석