

## 가우스 진폭변조판의 제작 및 회절 선폭 측정

송영란

삼성전자주식회사 중앙연구소 정보미디어 Lab

이민희

인하대학교 이과대학 물리학과

이상수

한국과학기술원 물리학과

(1999년 8월 9일 받음, 1999년 11월 16일 수정본 받음)

가우스 함수 형태인 진폭임펄스 초기 함수  $e^{-\sigma^2 x^2}$ 를 역푸리에 변환하여 변조된 가우스 동함수  $e^{-\frac{\omega^2}{4\sigma^2}}$ 를 구하였다. 굴절률이 같은 흡수유리와 투명유리를 조합한 가우스 진폭변조판에 적용되는 설계이론을 유도하고 설계에 따라 가우스 진폭변조판을 제작하였다. 가우스 진폭변조판은 포물선 방정식형태로 제작하여 투과율을 측정하고 뒤 설계 이론에 따라 구한 값과 비교하였다. 파장이  $0.365 \mu\text{m}$ 이고, 수치구경수(NA)가 0.07인 광학계에서 가우스 진폭변조판이 있을 때와 없을 때에 폭이  $60 \mu\text{m}$ 인 단일 슬릿과  $25 \mu\text{m}$ 인 단일 슬릿의 각각의 경우에 대해 회절 선폭을 비교하여 가우스 진폭변조판에 의해서 선폭이 2/3로 감소함을 확인하였다.

### I. 서 론

광결상계에서 point spread function은 중심의 회절상에 고차의 회절무늬가 붙는데 이를 제거하여 에너지를 중심에 집중하게 하고, 중심회절상의 선폭을 줄이고자 하는 방법으로 동(pupil)을 apodization을 하게 된다.<sup>[1]</sup> Osterberg와 Wilkins는 광학계의 출사동(exit pupil)에 코팅을 하여 동에서 투과율이나 위상을 변화시키므로써 회절상의 중심이 일정한 진폭과 위상의 Rayleigh 동과 비교해서 77% 감소함을 이론적으로 보였다.<sup>[2]</sup> 최근에는 Andreic이 광속을 apodization하는 방법으로 흡수유리와 투명한 유리를 볼록렌즈와 오목렌즈로 짝을 이루어 평행 평면판으로 만들어 초분해능(superresolution) 연구를 할 수 있다는 이론을 발표하였다.<sup>[3,4]</sup>

본 연구팀은 일찍이 동을 한 개 또는 세 개의 가우스 함수를 중첩하여 진폭을 apodizing하므로써<sup>[5,6]</sup> 분해능이 향상됨을 이론적으로 연구하였다.

본 논문에서는 이러한 연구를 계속하여 광속을 가우스 함수로 진폭 변조시킬 수 있는 진폭변조판을 설계·제작하고, 변조판을 사용한 광학계의 분해능이 향상될 수 있음을 조사하였다.

그림 1과 같이 굴절률이 같은 흡수 유리 G1과 투명 유리 G2를 각각 오목과 볼록으로 만들어 접착하여 평행 평면판으로 만든 후, 평면파가 입사하여 이를 통과한 광속의 진폭이 가우스 함수가 되도록 하는 가우스 진폭변조판을 Beer의 법칙을 이용하여 설계하였다. 진폭변조판을 제작하여 투과율을 측정하였으며 가우스 진폭변조판에 의한 광결상계(Gaussian 동)에서 단일슬릿의 회절 선폭을 변조판이 없는 경우(Rayleigh 동)와 비교하였다.

### II. 가우스 진폭변조판의 제작

#### 2.1. 가우스 동함수로 변조된 광결상계의 분해능<sup>[5]</sup>

역변환 문제(inverse problem)로 취급하여 최초 진폭 임펄스 함수(amplitude impulse response)  $A_0(x)$ 를 가우스 함수로 하면, 광학계의 진폭 동함수(pupil function)  $A(\omega)$ 는

$$A(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\sigma^2 x^2 + i\omega x} dx = C e^{-\frac{\omega^2}{4\sigma^2}} \quad (1)$$

이다. 여기서  $\omega = \left( \frac{2\pi}{\lambda} \frac{\alpha}{l} \right)$ 는 공간각주파수로  $\alpha$ 와  $l$ 는 동의 반경과 결상렌즈의 초점거리이며,  $C$ 는 상수이다(그림 2). (1)식에서 구한 가우스 동함수의 진폭을 유한한 구경에서 적분하면 상면 위에서의 강도 회절상  $|S(x)|^2$ 는

$$|S(x)|^2 = \left| \int_{-\omega_0}^{+\omega_0} e^{-\frac{\omega^2}{4\sigma^2} - i\omega x} d\omega \right|^2 = C e^{-2\sigma^2 x^2} \quad (2)$$

이고,  $C'$ 는 상수이다. 그림 2에서와 같이 강도 회절상의 반치폭(HWHM)  $\Delta x$ 는

$$\Delta x = \sqrt{\frac{\ln 2}{2}} \frac{1}{\sigma} \quad (3)$$

으로 회절상의 반치폭은 가우스 함수 형태를 나타내는 상수  $\sigma$ 에 반비례함을 볼 수 있다. 즉, 가우스 진폭변조판의 곡면을 결정하는데 중요한 변수인  $\sigma$ 는 분해하고자 하는 회절상의 반치폭으로 부터 정하게 된다.

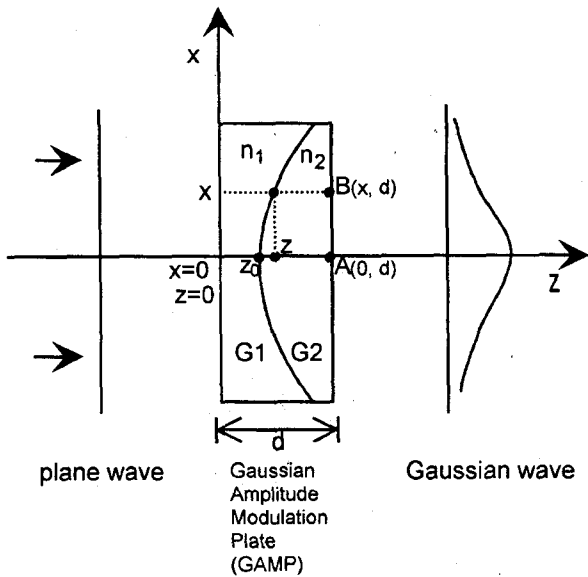


그림 1. 가우스 진폭변조판(G1 : 흡수 유리, G2 : 투명 유리).

### 2.2. 가우스 진폭변조판의 위상

굴절률  $n_1$  인 흡수 유리 G1과 굴절률  $n_2$  인 투명 유리 G2를 사용하여 두께가  $d$ 인 가우스 변조판을 그림 1과 같이 평행한 평면판으로 제작하여, 중심  $z=0$ 에서 유리 G1의 중심두께  $z_0$ 를 지나 G2 유리를 통과한 광파의 A 점에서의 위상은

$$e^{-i\frac{2\pi}{\lambda}n_1z_0 - i\frac{2\pi}{\lambda}n_2(d-d_0)} \quad (4)$$

이다. 변조판의 중심으로부터  $x$ 만큼 떨어진 B 점을 통과한 광파의 위상은 다음과 같다.

$$e^{-i\frac{2\pi}{\lambda}n_1z - i\frac{2\pi}{\lambda}n_2(d-z)} \quad (5)$$

가우스 진폭변조판을 통과한 전·후의 광파는 위상변화가 없어야 하므로, 식 (4)와 (5)로부터

$$e^{-i\frac{2\pi}{\lambda}(n_1-n_2)z_0} = e^{-i\frac{2\pi}{\lambda}(n_1-n_2)z}$$

이어야 하며, 진폭변조판의 임의의 위치  $z(\neq z_0)$ 에서 위 식이 성립하기 위해서 유리 G1과 G2의 굴절률은 다음과 같은 관계식을 만족하여야 한다.

$$n_1 = n_2 \quad (6)$$

### 2.3. 가우스 진폭변조판의 설계 이론 및 제작

가우스 진폭변조판은 동(pupil)에서 위상의 변화는 없고 진폭만을 가우스 함수로 변조하는 변조판으로, 코팅을 하거나 필름에 노광된 정도로 투과율을 변화하여 진폭변조판을 만들 수 있다. 본 연구에서는 제작이 용이하여 재현성이 가능한 방법으로 앞 절에서 보았듯이 굴절률이 같은 흡수 유리 G1과 투명 유리 G2를 각각 오목과 볼록으로 가공한 후, 접착하여 평행평면판으로 만들고자 한다. 그림 1과 같이  $z$  축으로 진행하

는 평면파가 두께  $d$ 인 가우스 진폭변조판을 통과한 후에는 광의 진폭이 식 (1)과 같은 가우스 함수가 되도록 해야 한다.

그림 1에서와 같이 가우스 진폭변조판을 통과하기 직전인  $x=0$ 에서의 진폭이  $a$ 라면, 강도는  $I(0, 0) = a^2$ 이 된다. 흡수 유리 G1과 투명 유리 G2의 흡수계수를 각각  $\kappa_1$ 과  $\kappa_2$ 라 하면,  $x'=x$ 에서 흡수 유리와 투명 유리를 통과한 후의  $B(x, d)$ 에서의 평면파의 강도는 Beer의 법칙으로 부터

$$I(x, d) = a^2 e^{-\kappa_1 z - \kappa_2 (d-z)} \quad (7)$$

이다. 또한 광축을 따라 유리 G1과 G2를 통과한  $A(0, d)$  점에서의 광파는

$$I(0, d) = a^2 e^{-\kappa_1 z_0 - \kappa_2 (d-z_0)} \quad (8)$$

의 강도를 갖는다. 따라서 두께가  $d$ 인 진폭변조판을 통과한 광의 강도 분포는 B 점에서의 강도를 A 점의 강도로 규격화하였을 때 (1) 식의 강도분포가 되어야 한다. 즉,

$$\frac{a^2 e^{-z(\kappa_1 - \kappa_2) - \kappa_2 d}}{a^2 e^{-z_0(\kappa_1 - \kappa_2) - \kappa_2 d}} = e^{-\frac{\omega^2}{2\sigma^2}}$$

이 식에서 공간각주파수  $\omega = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{x'}{f}$ 를 이용하여 정리하면 다음과 같은 포물선 방정식을 얻는다.

$$z = z_0 + \frac{2\pi^2 x'^2}{(\kappa_1 - \kappa_2) \lambda^2 \sigma^2 f^2} \quad (9)$$

여기서  $z_0$ 는 흡수 유리 G1의 중심두께,  $\kappa_1 - \kappa_2$ 는 흡수유리와 투명유리의 흡수계수 차,  $\lambda$ 는 광원의 파장,  $f$ 는 결상렌즈의 초점거리이며  $x'$ 는 변조판의 반경이다. 또한  $\sigma$ 는 식 (3)의 회절상의 반치폭으로부터 구한다. 식 (9)에서 가우스 진폭변조판을 만들기 위해서는 포물선 형태로 가공해야 함을 알 수 있다.

가우스 진폭변조판을 제작하기 위하여 국내에서(한국유리(주)) 생산하고 있는 굴절률이 같으며 흡수계수가 서로 다른, 두께가 11 mm인 흡수유리와 투명유리를 구하였다. 이들 유리의

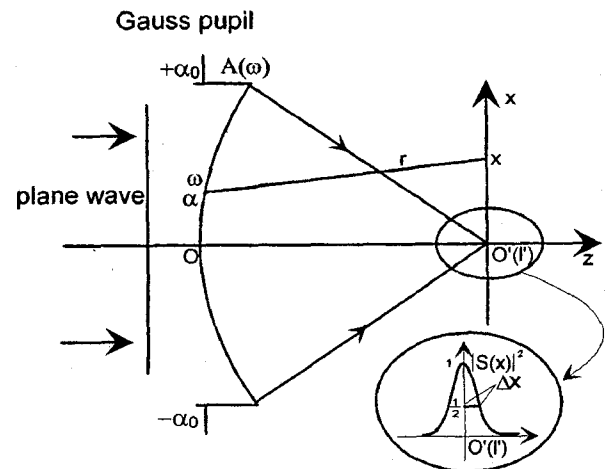


그림 2. 역문제로 취급한 가우스 광결상계.

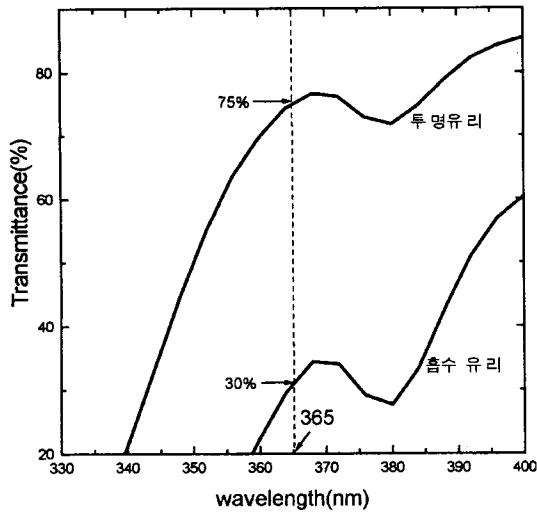


그림 3. 흡수 유리와 투명 유리의 투과율 비교.

파장에 대한 투과율을 분광광도계(U-4001, HITACHI)로 각각 측정 한 결과는 그림 3과 같다. 본 연구에서 사용하는 광원의 파장은  $0.365 \mu\text{m}$ 로 그림 3에서 보듯이 이 파장에서의 유리의 투과율은 2배 이상 차이가 있다. 식 (9)의 가우스 변조판의 설계계원은 정하여 그림 1과 같이 흡수 유리를 오목하게 가공해야 하는 포물선 방정식을 구해야 한다. 흡수 유리의 중심 두께  $z_0$ 를  $3 \text{ mm}$ 로 하였고 광학계의 결상렌즈의 초점거리가  $250 \text{ mm}$ 이고, 분해하고자 하는 선폭  $\Delta x$ 를  $0.4 \mu\text{m}$ 로 정하여 가우스 함수의 곡선정도를 나타내는 변수  $\sigma$ 를 식 (3)으로부터 구하였다( $\sigma = 1.2 \times 10^3 \text{ mm}^{-1}$ ). 파장  $0.365 \mu\text{m}$ 에서 흡수 유리와 투명 유리의 흡수 계수  $\kappa_1$ 과  $\kappa_2$ 를 그림 3과 Beer의 법칙으로부터 구하면  $\kappa_1 = 0.11$ 과  $\kappa_2 = 0.03 [\text{mm}^{-1}]$ 이다. 이 상에서 구한 변수 값을 식 (9)에 대입하여 구한 포물선 방정식은 다음과 같다.

$$z = 0.3 + 0.2 x'^2 [\text{cm}] \quad (10)$$

### III. 실험 및 결과

광원은  $0.365 \mu\text{m}$ 의 램프(Spectroline Super-Black Light UV Lamp, USA)를 사용하였으며, 줄맞춤렌즈  $L_c$ 와 결상렌즈  $L$ 은  $f/\#$ 가 5인 이중 렌즈(CVI UVAP-250-50)로 광학계를 그림 4와 같이 구성하였다. 이때 광학계의 조리개수(NA)는 0.07이다. II절 식 (10)에서 구한 포물선 방정식으로 부터 흡수유리와 투명유리를 오목과 볼록으로 가공하여 그림 1과 같이 접착하여 평면평면판으로 만들었다. 평면파가 가우스 진폭변조판에 입사하여 투과한 후의 빔의 진폭분포가 식 (1)과 같게 해야하므로 이를 확인하기 위하여 가우스 진폭변조판을  $x'$ 축으로  $\pm 1 \text{ mm}$ 씩 주사하여 투과율을 측정 한 결과가 그림 5이다.

결상광학계에 가우스 진폭변조판이 있을 때의 가우스 동에 의한 회절선폭이 변조판이 없는 경우인 Rayleigh 동과 비교하여 감소하는지를 확인하기 위하여,  $60 \mu\text{m}$  단일슬릿을 사용하였다. 광학계는 그림 4와 같으며 CCD로 측정 한 결과가 그림

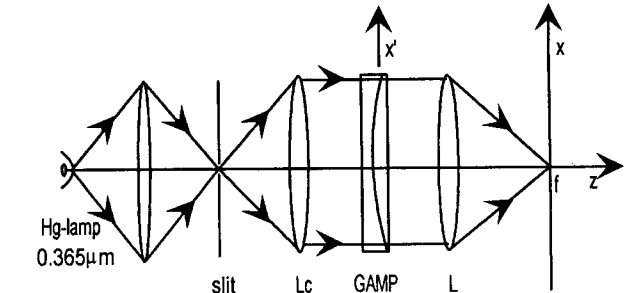


그림 4. 가우스 진폭변조판에 의한 광결상계.

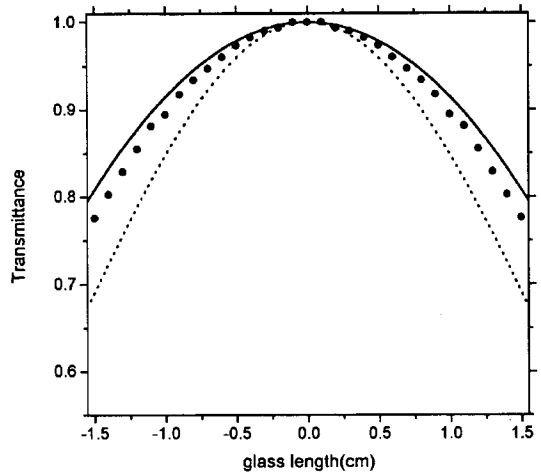


그림 5. 가우스 진폭변조판의 투과율 비교(... :  $0.365 \mu\text{m}$ 의 이론적 투과율, — :  $0.633 \mu\text{m}$ 의 이론적 투과율, ... :  $0.633 \mu\text{m}$ 의 실험적 투과율).

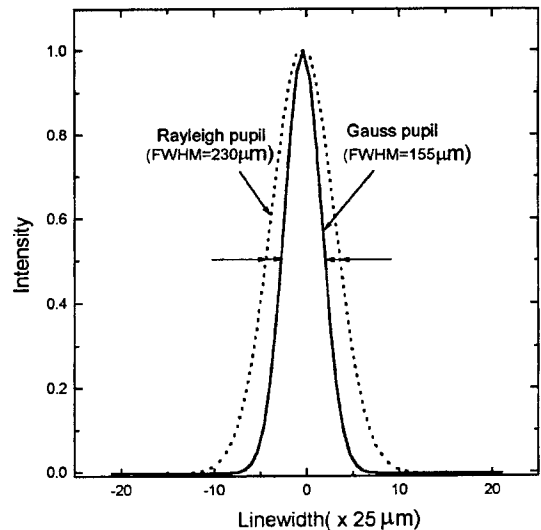


그림 6.  $60 \mu\text{m}$  단일 슬릿에 대한 가우스 동과 Rayleigh 동의 회절선폭 비교.

6이다. CCD는 한 개의 pixel 당  $25 \mu\text{m}$ 로 회절 선폭(FWHM)이 가우스 동과 Rayleigh 동에서 각각  $155 \mu\text{m}$ 와  $230 \mu\text{m}$ 이었다. 이로 부터 가우스 진폭변조판에 의하여 회절선폭이 약 2/3로 감소함을 알 수 있었다. 앞선 실험에서 가우스 진폭변조판에 의한 회절선폭이 감소하는 것을 확인한 후, 다시  $25 \mu\text{m}$ 의

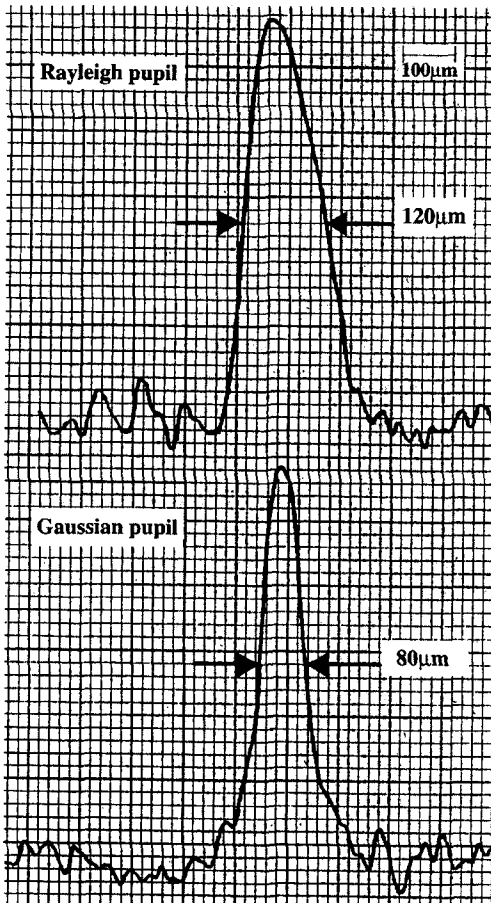


그림 7. 25 μm 단일 슬릿에 대한 가우스 동과 Rayleigh 동의 회절선폭 비교.

단일 슬릿을 물체로 하여 동에 대한 각각의 회절선폭을 사진 건판에 감광하였다. 사진건판을 현상한 후, 선폭을 스캔(scan) 슬릿의 폭을 7 μm로 하여 농도계(densitometer, Shimadzu 802)로 측정한 결과가 그림 7로써 Rayleigh 동에서 선폭이 120 μm, 가우스 동에서 80 μm를 얻었다. 이때 그림에서 5 눈금이 100 μm이다. 역시 가우스 진폭변조판에 의하여 회절선폭이 2/3로 감소하였다.

#### IV. 결 론

광결상계에서 동 위의 진폭을 가우스 함수  $e^{-\frac{\omega^2}{4\sigma^2}}$ 로 변조하여 분해능이 향상됨을 실험적으로 확인하였다. 가우스 진폭변조판을 굴절률이 같은 흡수유리와 투명유리를 사용하여 설계 이론을 결상렌즈의 초점거리, 흡수유리와 투명유리의 흡수계수, 광원의 파장, 가우스 함수의 형태를 결정하는 상수 등의 설계변수들로 부터 이차 방정식의 포물선 형태임을 유도하였다. 진폭변조판의 투과율을 측정하여 이론 값과 비교한 결과 동의 끝부분으로 갈수록 설계 값과 차이가 있었다.

동의 끝 부분의 투과율을 이론으로 예측한 값과 일치하도록 가공하는 것도 앞으로의 과제가 될 것이며, 이렇게 개선되면 선폭의 분해능이 더욱 향상될 것으로 예상된다. 가우스 진폭변조판에 의한 광결상계에서 60 μm와 25 μm의 단일슬릿을 물체로 하여 회절 선폭이 가우스 진폭변조판이 없는 경우인 Rayleigh 동과 비교하여 약 2/3로 감소함을 측정하였다. 앞으로 진폭변조판의 가공과 결상광학계가 개선되면 가우스 동에 의한 회절 선폭이 더욱 감소되리라 예측된다.

#### 감사의 글

본 연구는 1997년도 인하대학교 연구비 지원과 98년도 교육부 학술연구 조성비(BSRI-98-2429)의 지원을 받아 수행되었음. (유리를 제공하여 주신 한국유리의 류근상과장님과 가공을 도와 주신 삼성항공의 김응호선임 연구원님께 깊이 감사드립니다.)

#### 참고문헌

- [1] J. W. Goodman, *Introduction to Fourier Optics*, McGRAW-Hill inter. edit., 1996.
- [2] H. Osterberg and J. E. Wilkins, *J. Opt. Soc. Am.* **39**, 553 (1949).
- [3] Zeljko Andreic, *Appl. Opt.* **33**(22), 4978 (1994).
- [4] Zeljko Andreic, *Appl. Opt.* **36**(9), 4354 (1997).
- [5] 송영란, 이민희, 이상수, *한국광학회지* **7**(2), 89 (1996).
- [6] 송영란, 이민희, 이상수, *한국광학회지* **8**(1), 1(1997).

## Fabrication of a gaussian amplitude modulation plate and measurement of diffraction linewidth

Young Ran Song

*Information Media Lab. Corporate R&D Center, Samsung Electronics, Suwon City 442-742, Korea*

Min Hee Lee

*Department of Physics, Inha University, Incheon 402-751, Korea*

Sang Soo Lee

*Department of Physics, Korea Advanced Institute of Science and Technology, Taejon 305-701, Korea*

(Received August 9, 1999, Revised manuscript received November 16, 1999)

The Gaussian impulse function initially assumed in the inverse problem is  $e^{-\sigma^2 x^2}$ . The modified Gaussian amplitude pupil function  $e^{-\frac{\omega^2}{4\sigma^2}}$  is obtained by the inverse Fourier transform of  $e^{-\sigma^2 x^2}$ . A Gaussian amplitude modulation plate (GAMP) is designed and fabricated by using absorption and transparence glass which are the same refractive index. It is compared the experimental transmittance with theoretical that of GAMP. It is found that the linewidth of Gaussian optical imaging system obtained by wavelength is 0.365  $\mu\text{m}$  and NA is 0.07 is decrease 2/3 than that of Rayleigh.