

세라믹 애자 건조공정의 유한요소 시뮬레이션

정준호, 김영탁*, 오근호*

한양대학교 대학원, 서울, 133-791

*한양대학교 세라믹공정연구센터, 서울, 133-791

(1999년 4월 23일 접수)

Finite element simulation of drying process for ceramic electric insulators

J.H. Jeong, Y.T. Keum* and K.H. Auh*

Hanyang Graduate School, Seoul 133-791, Korea

*Hanyang University, CPRC, Seoul 133-791, Korea

(Received April 23, 1999)

요 약 세라믹 애자 건조공정의 유한요소 시뮬레이션으로 건조공정중 애자의 온도분포, 습도분포, 습열응력분포, 그리고 변형 형상을 예측하였다. 유한요소 수식화에서 온도구배, 습도구배, 전도, 대류 및 증발을 고려하여 불소성 세라믹의 온도분포와 습도분포를 구하였고, 온도 및 습도변화로 인한 체적 변화로부터 습열응력을 구하였다. 유한요소 수식화를 기초로 컴퓨터 프로그램을 개발하고, 개발된 프로그램을 사용하여 세라믹 애자의 건조공정을 시뮬레이션 하였다.

Abstract The finite element formulation and simulation of drying process for ceramic electric insulators are investigated. The heat and moisture movements in green ceramics caused by the interaction of temperature gradient, moisture gradient, conduction, convection and evaporation are considered. The variations of temperature and moisture not only change the volume but also induce the hygro-thermal stress. The finite element formulation for solving the temperature and moisture distributions as well as the associated hygro-thermal stresses is derived. Using the computer code developed, the drying process of a ceramic electric insulator is simulated. Temperature distribution, moisture distribution, hygro-thermal stress and deformed shape during the drying process are predicted.

1. 서 론

세라믹 제품의 품질은 외양뿐만 아니라 건조공정시의 변형, 응력, 습도함유량 등의 기계적 특성에 크게 영향을 받기 때문에 이러한 요구조건을 만족시키기 위하여 이들을 정량적으로 평가하는 것이 필요하다. 그러나 세라믹 생산공정은 다수의 공정변수를 갖는 복합공정이기 때문에 이들의 영향을 정량적으로 평가하는 것은 어려워 지금까지는 현장 기술자의 노하우에 의존해 왔다. 그러나 선진 외국에서는 컴퓨터 해석을 통해 공정변수를 최적화 시키는 컴퓨터 기술이 일반화되어 있다. 국내에서도 컴퓨터 기술에 의한 제품 및 기술개발에 대해 관심이 점차 증대되고 있으며, 고정밀도의 제품을 신속히 생산할 수 있는 기술 개발체제가 요구되고 있다. 세라믹 건조공정시 열 및 습도 전달로 인한 온도 및 습도의 변화는 물질 체적을 변화시켜 습열응력을 유발시킨다. 열 및 습도전달과 이로 인한 습열응력은

본 연구에서 다루는 열-습도-응력 연계 문제의 기본이 된다. 이러한 세라믹의 온도, 습도, 변형, 응력을 정량적으로 평가하기 위해서는 수치적 모사시행법이 개발되어야 한다.

열전달과 습도전달의 상호관계는 Luikov에 의해 확립된 것으로 널리 알려져 있으며, 다공성 물질에서의 열 및 습도전달 현상 이론은 Luikov[1-3]와 Whitaker[4]에 의해 발전되었다. Luikov[2, 3]는 후에 엔탈피와 온도, 습도 함유량과 습도 포텐셜 관계의 유사성을 조사하여, 온도와 습도 포텐셜에 관한 지배방정식을 제안하였다. De Vris 등[5, 6]은 증류, 압력구배, 모세관 작용에 의한 열 및 습도전달의 효과를 조사하여 열 및 습도전달의 복합 확산 방정식을 제안하였으며, Whitaker[4]는 다공성 물질에서의 열, 물질 및 운동량 전달을 해석하였다. Comini 등[7]은 열 및 물질전달을 포함한 2차원 문제의 수치해석을 수행하였으며, Thomas 등[8]은 목재건조에 유한요소법을 적용하여 열 및 물질 전달 문제를 비선형으로 해석하고 그 결과를

실험치와 비교하였다. Dhatt 등[9]은 콘크리트의 건조공정을 모델링 하였으며, Gong 등[10]은 콘크리트 건조공정을 유한요소법을 이용하여, 열전달 속도 및 습도 제거 속도를 조사하였다. Lewis 등[11]은 벽돌의 냉각, 세라믹 애자와 목재의 건조공정에 유한요소법을 이용하여 열 및 습도 전달에 의한 응력 분포를 해석하였고, Sih 등[12]은 복합재에서의 열 및 습도 전달에 의한 수축응력을 해석하였다.

본 연구에서는 세라믹 애자 건조공정에서 열 및 습도 전달이 수치적으로 연구되었다. 온도 및 습도분포와 이로 인한 수축응력분포를 해석하기 위한 유한요소 수식화가 유도되었다. 온도-습도장의 지배방정식은 복합 확산 방정식(coupled diffusion equation)을 이용하였고, 요소 내에서의 상변화 현상을 효과적으로 처리하기 위하여 불연속 요소를 적용하였다. 개발된 유한요소 프로그램을 사용하여 세라믹 애자의 건조공정을 시뮬레이션 하였다.

2. 유한요소 수식화

2.1. 온도-습도장

열 및 습도전달을 나타내는 온도-습도장의 지배 방정식은 Luikov[1-3]가 제안한 복합 확산 방정식을 이용하였으며, 다음과 같다.

$$C \frac{\partial T}{\partial t} = -\nabla \cdot \mathbf{j}_q + \dot{I}_q$$

$$= \nabla \cdot (\mathbf{K}^M \cdot \nabla W + \mathbf{K}^T \cdot \nabla T) + \dot{I}_q \tag{1}$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} = -\nabla \cdot \mathbf{j}_m$$

$$= \nabla \cdot (\mathbf{A}^M \cdot \nabla W + \mathbf{A}^T \cdot \nabla T + \mathbf{A}^s \cdot \mathbf{W}g) \tag{2}$$

여기서, T는 온도, W는 습도, C는 단위 체적 열용량, \mathbf{j}_q 는 열 플럭스 벡터, \mathbf{j}_m 은 습도 플럭스 벡터, \dot{I}_q 는 열원, \mathbf{K}^T 는 열전도 계수 텐서, \mathbf{K}^M 은 습도-열전도 계수 텐서, \mathbf{A}^M 은 습도 확산 텐서, \mathbf{A}^T 는 열-습도 확산 계수 텐서, \mathbf{A}^s 는 강제 플럭스 계수 텐서를 나타낸다.

또한, 경계조건은 다음과 같다(Fig. 1 참조).

$$T = T_1 \quad \text{on } S_1 \tag{3}$$

$$\mathbf{j}_q \cdot \mathbf{n} = \mathbf{j}_{q2} \quad \text{on } S_2 \tag{4}$$

$$W = W_3 \quad \text{on } S_3 \tag{5}$$

$$\mathbf{j}_m \cdot \mathbf{n} = \mathbf{j}_{m4} \quad \text{on } S_4 \tag{6}$$

$$S_1 \cup S_2 = \partial R, \quad S_1 \cap S_2 = 0 \tag{7}$$

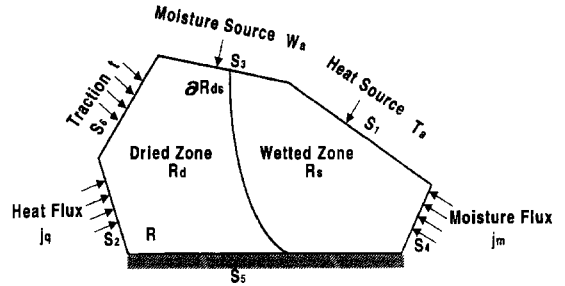


Fig. 1. Mathematical modeling of heat and moisture transfer.

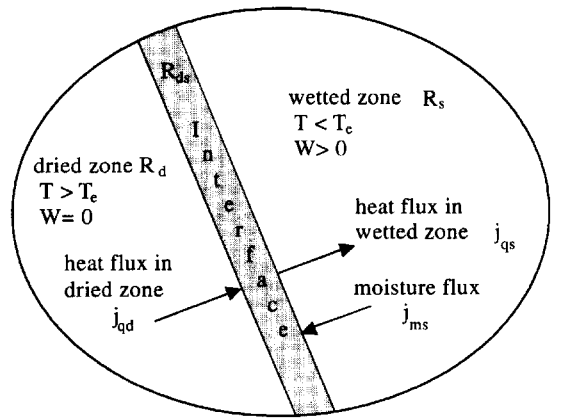


Fig. 2. Schematic diagram of heat and moisture moving boundary problem.

$$S_3 \cup S_4 = \partial R, \quad S_3 \cap S_4 = 0 \tag{8}$$

여기서, T_1 은 경계 S_1 에서 설정된 온도, \mathbf{j}_{q2} 는 경계 S_2 를 통한 열 플럭스, W_3 는 경계 S_3 에서의 습도, \mathbf{j}_{m4} 는 경계 S_4 에서의 습도 플럭스, ∂R 는 영역 R의 경계, \mathbf{n} 은 경계면에서의 외향 법선 벡터를 나타낸다. 식(3)과 식(5)는 표면이 일정온도 또는 일정습도로 유지되는 Dirichlet 조건을 의미하고, 식(4)와 식(6)은 표면에서 일정 열유속 또는 일정 습도유속이 존재하는 Neumann 조건을 의미한다.

열 및 습도 전달 중에 온도가 상변화 온도에 도달하면 재료내의 습도가 액화 또는 기화하는 상변화 현상이 생기면서 동시에 2개의 상이 존재하게 된다. 이 때, 상변화 과정 중에 방출 또는 흡수되는 잠열을 효율적으로 고려하여 열 및 습도전달을 해석하기 위해서는 다음과 같이 잠열의 효과를 고려한 에너지 보존식을 도입하여야 한다(Fig. 2 참조).

$$L(W_0 \dot{\mathbf{X}} + \mathbf{j}_m) \cdot \mathbf{n}_{ds} = (\mathbf{j}_{qd} - \mathbf{j}_{qs}) \cdot \mathbf{n}_{ds} \tag{9}$$

여기서, \mathbf{j}_m 은 습도 플럭스 벡터, \mathbf{j}_{qd} 는 기상에서의 열 플럭스

스 벡터, \mathbf{j}_q 는 액상에서의 열 플럭스 벡터, L 은 잠열, W_0 는 잔류 습도, \mathbf{X} 는 계면의 위치, \mathbf{n}_{ds} 는 상변화가 일어나는 이동경계 ∂R_{ds} 에서의 단위 법선 벡터를 나타낸다.

식(1)과 식(2)에 가중함수 u 와 v 를 각각 곱하고 영역 R 에 대해서 적분한 후 식(3)~식(8)의 경계 조건과 식(9)를 이용하면 다음과 같은 적분형을 얻을 수 있다.

$$\int_R C T u dR + \int_R (\mathbf{K}^T \cdot \nabla T + \mathbf{K}^M \cdot \nabla W) \cdot \nabla u dR = - \int_{S_2} \mathbf{j}_q u dS + \int_R \dot{I}_q dR - \int_{R_{ds}} L (W_0 \mathbf{X}_m + \mathbf{j}_m) \cdot \mathbf{n}_{ds} u dS \quad (10)$$

$$\int_R \dot{W} v dR + \int_R (\mathbf{A}^M \cdot \nabla W + \mathbf{A}^T \cdot \nabla T + \mathbf{A}^g \cdot W \cdot \mathbf{g}) \cdot \nabla v dR = - \int_{S_4} \mathbf{j}_m v dS \quad (11)$$

식(10)과 식(11)은 발산정리(divergence theorem)를 이용하여 구한 식들이다. 식(10)은 잠열성분에 의해 비선형 방정식이 되지만, 잠열항을 Fig. 3과 같은 등가 비열법을 이용하여 기화열 T_e 주위의 상변화 온도 영역 ΔT_f 의 열용량 C 에 더하면 식(11)과 같은 선형방정식 형태로 변환할 수 있다. 이 때, 잔류 액체(resident liquid)의 잠열성분만 식(10)의 첫째 항에 더한다.

$$\int_R \bar{C} T u dR + \int_R (\mathbf{K}^T \cdot \nabla T + \mathbf{K}^M \cdot \nabla W) \cdot \nabla u dR = - \int_{S_2} \mathbf{j}_q u dS + \int_R \dot{I}_q dR - \int_{R_{ds}} L \mathbf{j}_m \cdot \mathbf{n}_{ds} u dS \quad (12)$$

여기서, \bar{C} 는 변경된 열용량이다.

식(10)과 마찬가지로 식(11)도 중력성분에 의해 비선형 방정식이 되기 때문에 이를 분리하면 다음과 같은 식(13)의 선형방정식 형태로 정리할 수 있다.

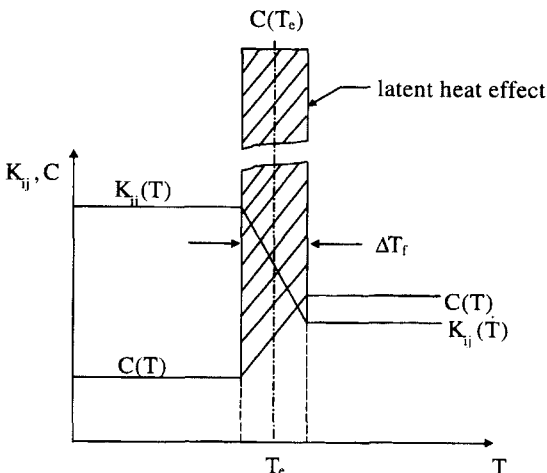


Fig. 3. Heat capacity (C) at phase transition temperature (T_e).

$$\int_R \dot{W} v dR + \int_R (\mathbf{A}^M \cdot \nabla W + \mathbf{A}^T \cdot \nabla T) \cdot \nabla v dR = - \int_{S_4} \mathbf{j}_m v dS - \int_R \mathbf{A}^g \cdot W \mathbf{g} \cdot \nabla v dR \quad (13)$$

그러나, 이러한 방법을 사용하면 강성행렬이 비대칭으로 구성되기 때문에 이를 방지하기 위하여 본 연구에서는 K^M 과 A^T 가 항상 비례한다고 가정하였다($K^M = r_{ka} A^T$).

식(12)와 식(13)을 유한요소 행렬식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\sum_{e=1}^E \left(\begin{bmatrix} C^T & 0 \\ 0 & C^M \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{T} \\ \dot{W} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K^{TT} & K^{TM} \\ K^{MT} & K^{MM} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} T \\ W \end{Bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} F^T \\ F^M \end{Bmatrix} = 0 \quad (14)$$

여기서, $\langle N \rangle$ 을 형상함수 벡터, $\{N\}$ 을 형상함수 벡터의 전치, $[B]$ 를 형상함수의 미분행렬, 그리고 *는 행렬의 전치라하면 식(14)의 변수들은 각각 다음과 같다.

$$[C^T]_e = \int_{R_e} \langle N \rangle \bar{C} \{N\} dR \quad (15)$$

$$[C^M]_e = \int_{R_e} r_{ka} \langle N \rangle \{N\} dR \quad (16)$$

$$[K^{TT}]_e = \int_{R_e} [B]^* K^T [B] dR \quad (17)$$

$$[K^{TM}]_e = \int_{R_e} [B]^* K^M [B] dR \quad (18)$$

$$[K^{MT}]_e = [K^{TM}]_e^* \quad (19)$$

$$[K^{MM}]_e = \int_{R_e} r_{ka} [B]^* A^M [B] dR \quad (20)$$

$$\{F^T\}_e = \int_{R_e} \dot{I}_q d\Omega - \int_{R_e \cap S_2} \mathbf{j}_{q2} \{N\} dS - \int_{\partial R_{ds} \cap R_e} L \mathbf{j}_m \cdot \mathbf{n}_{ds} \{N\} dS \quad (21)$$

$$\{F^M\}_e = - \int_{R_e} r_{ka} [B]^* A^g \cdot \mathbf{g} \{N\} dR + \int_{R_e \cap S_4} \mathbf{j}_{m4} \{N\} dS \quad (22)$$

요소 내에서 2개의 상이 존재하는 경우에 급격한 물성치 변화, 특히 열용량 변화로 인해 수치적 발산 현상을 일으킨다. 이러한 현상을 방지하기 위하여, 본 연구에서는 Steven[13]이 제안한 불연속 요소를 도입하였다.

2.2. 응력장

응력장에서 모델을 구성하는 단계에서 가장 기본적인 가정은 다음과 같이 스트레인 텐서가 탄성, 열 그리고 습도에 의한 스트레인의 합으로 표현된다는 것이다.

$$e = \frac{1}{E} \cdot (\sigma - \sigma_0) + \alpha \Delta T + \beta \Delta W \quad (23)$$

여기서, e 는 총변형률, E 는 탄성계수, α 는 열팽창계수, β 는 습도팽창계수, σ_0 는 초기응력을 각각 나타낸다. 이들은 온도와 습도에 의존하는 것으로 가정한다.

열과 습도에 의한 효과를 초기 응력값으로 처리하면 구성방정식 식(23)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\sigma = E \cdot e + \sigma'_0 \quad (24)$$

또한, 경계조건은 다음과 같다.

$$u = u_s \quad \text{on } S_5 \quad (25)$$

$$\sigma \cdot n = t_6 \quad \text{on } S_6 \quad (26)$$

여기서, u_s 는 경계 S_5 에서 설정된 변위, t_6 은 경계 S_6 에서 설정된 표면력을 나타낸다.

또한, 요소에서의 변위 u 와 변형률 e 는 형상함수 벡터 $[N_u]$ 와 형상함수 미분행렬 $[B_u]$ 로 다음과 같이 표현된다.

$$u = [N_u]\{u\} \quad (27)$$

$$e = [B_u]\{u\} \quad (28)$$

힘평형 방정식은 식(24)~식(28)을 이용하면 다음과 같은 유한요소 행렬식을 얻을 수 있다.

$$\sum_{e=1}^E ([K]\{u\} - \{F\})_e = 0 \quad (29)$$

여기서, $[K]_e$ 와 $\{F\}_e$ 는 각각 다음과 같다.

$$[K]_e = \int_{R_e} [B_u]^* E [B_u] dR \quad (30)$$

$$\{F\}_e = \int_{S_6} [N_u] t dR + \int_{R_e} [N_u] f dR - \int_{R_e} [B_u]^* \sigma'_0 dR \quad (31)$$

여기서, f 는 체적력을 나타낸다.

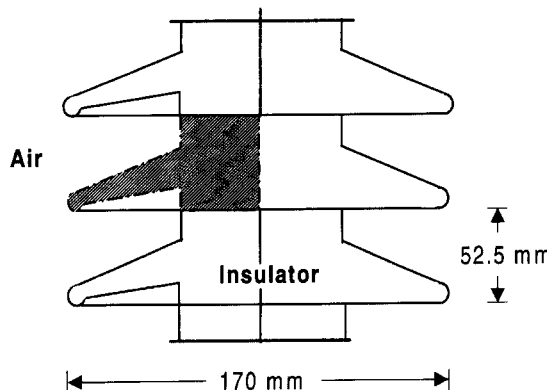


Fig. 4. Schematic view of ceramic electric insulator.

3. 시뮬레이션

개발된 프로그램을 사용하여[14] 세라믹 애자의 건조공정

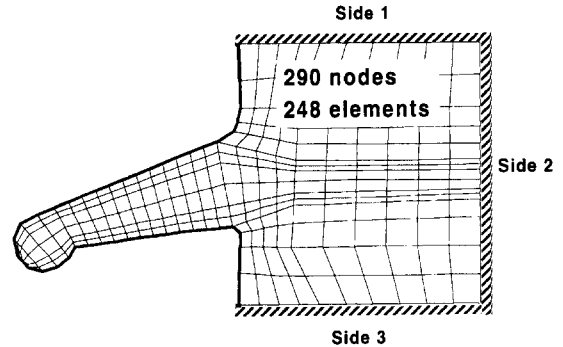


Fig. 5. Finite element mesh of ceramic electric insulator.

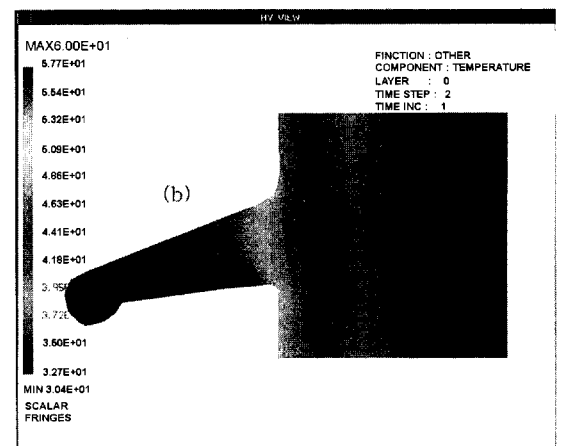
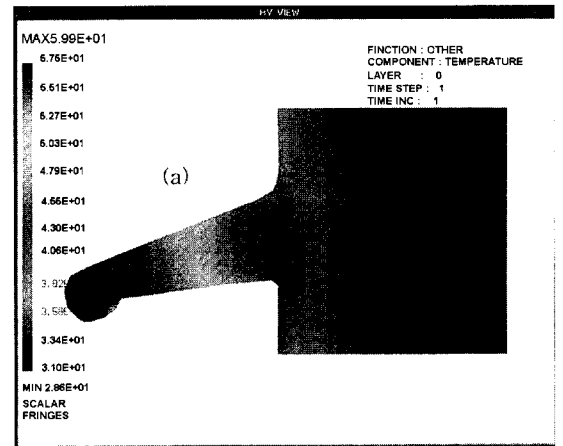


Fig. 6. Temperature distributions in the drying process of ceramic electric insulator (a) after 1 hour, (b) after 5 hours

Table 1
Material properties of ceramic electric insulator

Material property	Value
Mass density (ρ)	2000 kg/m ³
Heat capacity (C)	1.214E+06 J/m ³ °C
Heat conduction (K^T)	0.4408 J/m °C sec
Heat-moisture diffusion (A^T)	0.37E-07 kg/°C sec
Moisture diffusion (A^M)	0.667E-07 m ² /sec
Moisture-heat conduction (K^M)	0.18 Jm ² /kg sec
Elastic modulus (E)	0.69E+11 Pa
Hygro expansion (β)	0.4E-04 m ³ /kg
Thermal expansion (α)	0.3E-06 °C ⁻¹

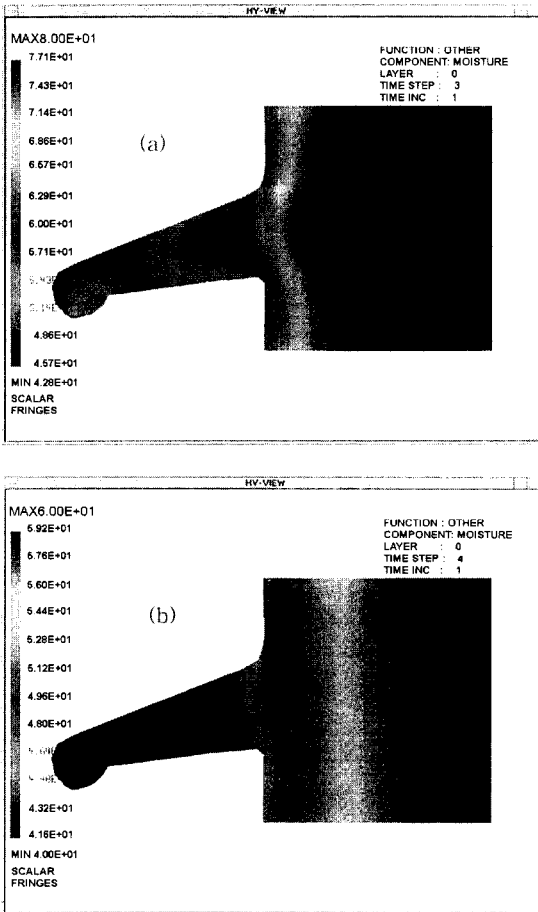


Fig. 7. Moisture distributions in the drying process of ceramic electric insulator (a) after 1 hour, (b) after 5 hours.

을 해석하고 온도분포, 습도분포, 습열응력분포 그리고 수축 변형을 시뮬레이션 하였다. Fig. 4는 세라믹 애자의 개략 도이며, Fig. 5는 해석에 사용된 유한요소 모델이다. 축대

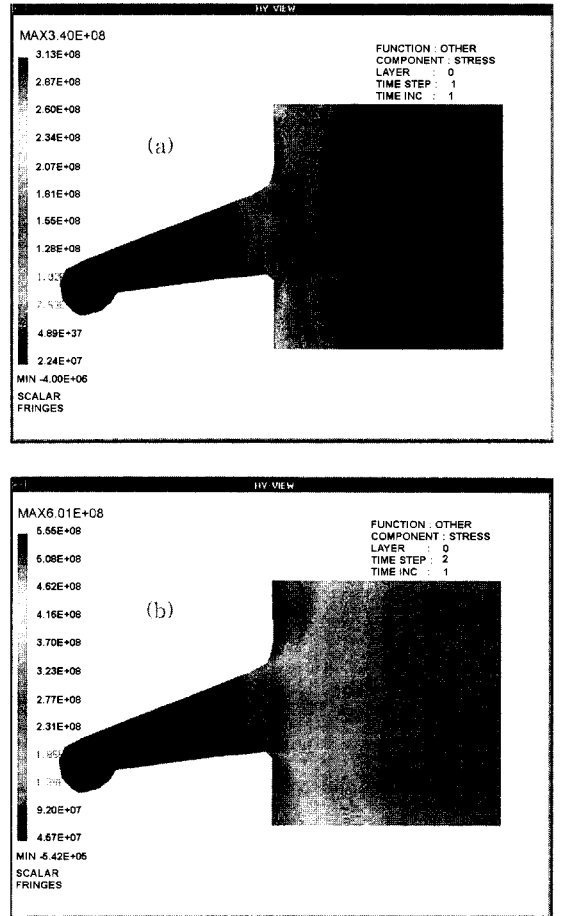


Fig. 8. Principal stress distributions in the drying process of ceramic electric insulator (a) after 1 hour, (b) after 5 hours.

칭 모델이기 때문에 반단면만을 모델링 하였으며 290개의 절점과 248개의 선형 사각형 요소로 구성하였다. 초기에 재료는 내부 온도가 25°C, 습도가 80 kg/m³로 균일한 상태이며, 향온·향습로의 온도와 습도가 각각 60°C와 40 kg/m³로 유지된다. Side 1, Side 2, Side 3은 단열되어 있고 대칭 경계조건을 갖는다. 세라믹 애자의 물성치는 Table 1과 같다[7]. 시간이 지남에 따라 외부에 노출된 경계로부터 재료 내부로 열 및 습도전달이 발생한다. Fig. 6과 Fig. 7은 각각 1시간과 5시간이 지난 후 애자의 온도분포 및 습도분포를 나타낸 것이다. 그리고, 시간이 지남에 따라 온도 및 습도변화로 인해 습열응력이 발생한다. Fig. 8은 각각 1시간과 5시간이 지난 후 애자의 주응력 분포를 나타낸 것이다. 애자의 코너부에서 최대 인장응력이 발생함을 볼 수 있다. Fig. 9는 각각 1시간과 5시간이 지난 후 애자의 수축변형 형상을 나타낸 것이다. 옅은 회색

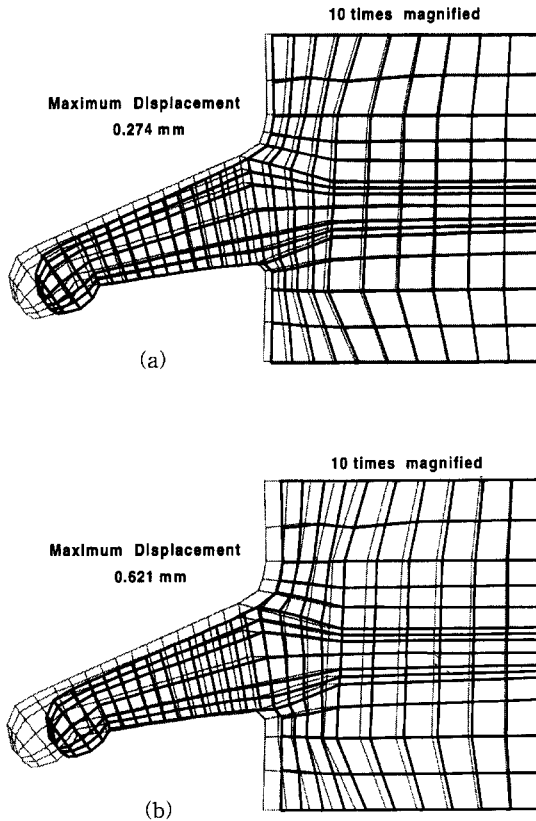


Fig. 9. Deformed shapes in the drying process of ceramic electric insulator (a) after 1 hour, (b) after 5 hours.

으로 표시된 부분이 초기 애자 형상이고 검은색으로 표시된 부분이 수축 변형된 애자 형상이다. 최대 변위는 1시간이 지났을 때 0.274 mm이고 5시간이 지났을 때 0.621 mm이다.

4. 결 론

본 연구에서는 세라믹 제품의 건조공정에서 열 및 습도 전달과 이로 인한 습열응력을 해석할 수 있는 유한요소 프로그램을 개발하고 다음과 같은 결론을 얻었다.

1) 온도장과 습도장을 연계한 지배방정식의 유한요소 수식화를 수행하고, 습열응력장의 유한요소 수식화를 수행하였다.

2) 세라믹 애자의 건조공정을 해석하여 개발된 프로그램의 적용성을 확인하였다.

3) 상변화 과정에서 발생하는 잠열을 효과적으로 고려하기 위하여 등가비열법을 도입하였다.

4) 두 개의 상이 존재하는 경우, 급격한 물성치 변화로 인한 수치적 발산을 방지하기 위해 불연속요소를 도입하였다.

감사의 글

본 연구는 한양대학교 세라믹공정연구센터를 통한 한국과학재단 우수연구센터 지원금에 의한 것입니다.

참 고 문 헌

- [1] A.V. Luikov, Int. J. Heat Mass Transfer Vol. 18 (1975) 1.
- [2] A.V. Luikov, Heat and Mass Transfer in Capillary Porous Bodies (Pergamon, Oxford, 1975).
- [3] A.V. Luikov, Heat and Mass Transfer (Mir Publishers, Moscow, 1980).
- [4] S. Whitaker, Advances in Heat Transf. Vol. 13 (1977) 119.
- [5] D.A. De Vris, Trans. Am. Geophys. Un. Vol. 39 No. 5 (1958) 909.
- [6] J.R. Philip and D.A. De Vris, Trans. Am. Geophys. Un. Vol. 38 No. 2 (1957) 222.
- [7] G. Comini and R.W. Lewis, Int. J. Heat Mass Transfer Vol. 19 (1976) 1387.
- [8] H.R. Thomas, R.W. Lewis and K. Morgan, Woodm Fibre Vol. 11 (1980) 237.
- [9] G. Dhatt, M. Jacquemier and C. Kadje, Drying'86 No. 1 (1986) 94.
- [10] Z.X. Gong and A.S. Mujumdar, J. Am. Ceram. Soc. Vol. 79 No. 6 (1969) 1649.
- [11] R.W. Lewis, M. Strada and G. Comini, Int. J. Num. Meth. Engng. Vol. 11 (1977) 1175.
- [12] G.C. Sih, A. Ogawa and S.C. Chou, J. Thermal Stresses Vol. 4 (1981) 193.
- [13] G.P. Steven, Int. J. Num. Meth. Engng. Vol. 18 (1982) 569.
- [14] 이호립, 금영탁, 송창섭, 오근호, 한국정밀공학회지 제 16권 제7호 (1999) 158.