

# 불평형 전자기력을 고려한 유도전동기 회전자의 불평형 응답해석

양보석\* · 손병구\*\* · 이수종\*

## Unbalance Response Analysis of Induction Motor Rotor Considering Unbalanced Electromagnetic Forces

B. S. Yang\* · B. G. Son\*\* · S. J. Lee\*

**Key words** : Induction Motor(유도전동기), Vibration(진동), Unbalance Response(불평형 응답), Electromagnetic Forces(전자기력)

### Abstract

This paper presents a general analytical method for analyzing mechanical unbalance response of unbalanced electromagnetic forces produced in induction motors with an eccentric rotor and a phase unbalance. The equations to be solved are a set of second order differential equations which give matrices with periodic coefficients that are a function of time due to the unbalanced electromagnetic force. Unbalance response is processed by Newmark  $\beta$  method. Two examples are given, including an industrial application. The results show that the method proposed is satisfactory.

### Nomenclature

$b(\theta, t)$	: 자속밀도(flux density) ( $\text{Wb}/\text{m}^2$ )	$k_w$	: 권선계자분포(winding factor)
$c$	: 감쇠계수( $\text{N} \cdot \text{m}/\text{s}$ )	$l$	: 회전자의 철심길이(m)
$F_{mmf}(\theta, t)$	: 기자력파(magnetomotive force, mmf)(N)	$m$	: 회전자의 질량(kg)
$f_0$	: 전원주파수 (line frequency)(Hz)	$p$	: 극대수(pole pairs)
$f_r$	: 회전자의 회전주파수(Hz)	$R$	: 고정자의 내측반경(m)
$I_m$	: 각 상의 전류최대치(A)	$r$	: 회전자의 외측반경(m)
$I_s$	: 각 상의 rms전류치( $=I_m/\sqrt{2}$ )(A)	$s$	: 회전자 회전속도의 슬립율 ( $=(f_0 - f_r)/f_0$ )
$k_s$	: 축강성계수(N/m)	$t$	: 시간(sec)
		$u_n$	: 축무게중심에 대한 회전자축심으로 부터의 편심(m)

\* 부경대학교 기계자동차공학부(원고접수일 : 99년 1월)

\*\* 부경대학교 대학원

- $z$  : 1극 1상당 고정자 도체수(conductor number)
- $\alpha$  : 정적편심의 초기 위상각(rad)
- $\beta$  : 동적편심의 초기 위상각(rad)
- $\delta_m$  : 평균공극(=  $R - r$ )(m)
- $\epsilon_d$  : 동적편심율(=  $\rho_d/\delta_m$ )
- $\epsilon_s$  : 정적편심율(=  $\rho_s/\delta_m$ )
- $\theta$  : 원주좌표(rad)
- $A(\theta, t)$  : 공극 퍼미언스(airgap permeance) (1/m)
- $\rho_d$  : 회전자의 동적편심(m)
- $\rho_s$  : 회전자의 정적편심(m)

### 1. 서 론

각종 회전기계의 구동기로서 3상 유도전동기가 널리 사용되고 있다. 유도전동기의 회전자(rotor)에는 일반적으로 질량불평형(mass unbalance)에 의한 회전주파수성분의 기계적인 가진력과 고정자 철심(stator core)에서 기자력의 불평형에 의한 전원주파수의 2배 주파수를 갖는 전자적인 가진력이 기본적인 진동성분으로 작용한다. 따라서 운전 속도범위내에서 이들 가진주파수가 회전자축계의 고유진동수에 근접하여 공진을 일으키지 않도록 적절한 분리여유(seperation margin)를 두게하는 공진회피설계가 이루어져야 한다.

전동기에서의 불평형 전자기력은 회전자의 편심이 증가할수록 커지고, 이 힘이 회전자를 더욱 편심지도록하는 불안정력으로 작용하여 불안정진동을 일으킬 수 있다<sup>1)</sup>. 최근 유도전동기는 인버터(inverter)를 이용하여 전원주파수를 변화시킴으로써 운전속도를 폭넓게 변경시키고 있다. 특히 2극의 경우는 4극에 비해 운전속도영역이 2배 크고, 강성(stiffness)이 시간의 주기적 계수(periodic coefficients)를 가지게 되므로 운전속도범위에서 회전자의 불안정영역(instability zone)을 평가하여 안정화설계가 되도록하는 것이 중요하다.

유도전동기의 회전자 진동 중에서 굽힘진동에 관련된 연구로는 정적편심(static eccentricity)에 의한 불평형 전자기력해석<sup>2)</sup>, 기계적 불평형에 의한 동적편심(dynamic eccentricity)<sup>3,4,5)</sup>, slot, skew

등의 영향<sup>6)</sup>을 고려한 불평형 전자기력해석 및 전 기적 상전압 불평형(phase voltage unbalance)을 고려한 불안정진동<sup>1,5)</sup>등이 보고되고 있다. 그러나 이들 연구는 기본적으로 전자기력 자체에 대한 실험 및 해석적인 평가에 초점을 맞추거나, 단순 1, 2 자유도계에 대한 불안정진동의 발생조건을 검토하고 있고, 다자유도계의 대한 불평형 전자기력을 고려한 불평형응답해석에 대해서는 보고되지 않고 있다.

본 연구에서는 3상 유도전동기 회전자의 정렬불량에 의한 정적편심과 기계적 불평형에 의한 동적 편심을 동시에 고려하고, 전기적 상전압 불평형을 가질 때 이에 기인하는 불평형 전자기력을 기존의 연구결과에 근거하여 해석적으로 유도하였다. 그리고 이 힘에 의한 회전자의 기계적 불평형에 의한 시간응답을 Newmark  $\beta$ 법을 이용하여 해석하는 방법을 제안하고, 최종적으로 실제 산업용 대형유도전동기의 회전축계에 적용하여 불평형 응답해석을 수행하였다.

### 2. 전자기력과 운동방정식의 유도<sup>5)</sup>

회전자에 작용하는 전자기적 가진력을 해석하기 위해 다음과 같이 몇가지 일반적인 가정을 하였다.

- a) 회전자의 진동만을 고려하기 위해 회전자에 비해 고정자를 강체(rigid body)로 고려한다.
- b) 회전자 철심(rotor core)과 고정자 철심의 투자율(permeability)은 무한대이다. 즉, 공기의 투자율  $\mu_0$ 에 비해 철심의 투자율  $\mu$ 가 훨씬 크므로 ( $\mu/\mu_0 \geq 5000$ ), 자속밀도 해석시 철심의 자기저항을 무시하였다.
- c) 누설자속(leakage flux)과 자기포화(magnetic saturation)을 고려하지 않는다. 이 가정은 모서리부분의 회전자와 고정자의 자속이 모두 쇄교(linkage)한다는 것과 기자력파의 고조화(harmonics) 성분을 고려하지 않는 것을 의미한다.
- d) 축방향으로 회전자 철심표면이 일정하게 매끄럽다. 즉, 회전자표면의 거칠기와 slot의 영향을 무시한다.

2.1 Maxwell 응력방정식

자극장 속의 물체표면에 작용하는 응력을 계산하는 Maxwell 응력방정식은 가정 b)에 따라서 다음과 같이 된다<sup>7)</sup>.

$$\alpha(\theta, t) = \frac{b^2(\theta, t)}{2\mu_0} \text{ (N/m}^2\text{)} \quad (1)$$

또한, 자속밀도는 다음식으로 표현된다.

$$b(\theta, t) = \mu_0 F_{mmf}(\theta, t) A(\theta, t) \text{ (Wb/m}^2\text{)} \quad (2)$$

이하에서는 공극퍼미언스  $A(\theta, t)$ 와 기자력파  $F_{mmf}(\theta, t)$ 의 유도과정에 대해 설명한다.

2.2 공극 퍼미언스

식 (2)의 공극 퍼미언스  $A(\theta, t)$ 를 평가하기 위해, Fig. 1과 같이 고정자 중심 O에 원점을 갖는 직교좌표를 설정한다. 회전자의 정렬불량(misalignment)등에 의한 고정자와 회전자의 축심불일치에 따른 정적편심과 기계적 불평형에 의한 회전자축심에서의 휘돌림운동에 의한 동적편심을 동시에 고려할 때, 공극은 다음과 같이 나타낼 수 있다<sup>7)</sup>.

$$\begin{aligned} \delta(\theta, t) &= \delta_m - \rho_s \cos(\theta - \alpha) - \rho_d \cos(\theta - \omega_r t - \beta) \\ &= \delta_m \{1 - \varepsilon_s \cos(\theta - \alpha) - \varepsilon_d \cos(\theta - \omega_r t - \beta)\} \end{aligned} \quad (3)$$

공극 퍼미언스는 공극에 반비례하므로, 따라서 다음과 같이 정의된다.

$$A(\theta, t) = \frac{1}{\delta_m \{1 - \varepsilon_s \cos(\theta - \alpha) - \varepsilon_d \cos(\theta - \omega_r t - \beta)\}} \quad (4)$$

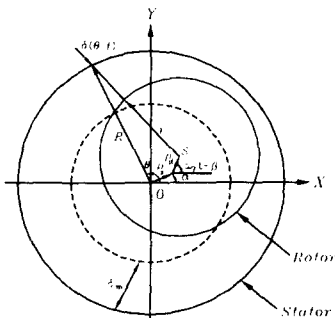


Fig. 1 Eccentricity of rotor

2.3 기자력파

평형된 3상 2극에서의 각 상 a, b, c의 순시 상전류(phase current)는 다음식과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} i_a &= I_m \cos \omega_0 t \\ i_b &= I_m \cos(\omega_0 t - 2\pi/3) \\ i_c &= I_m \cos(\omega_0 t - 4\pi/3) \end{aligned} \quad (5)$$

Fig. 2에서와 같이 기준축에서 임의의  $\theta$ 지점에서 각 상의 기본기자력파(fundamental component mmf wave)는 다음과 같이 된다<sup>7)</sup>.

$$\begin{aligned} F_a &= F_{a,max} \cos \omega_0 t \cos \theta \\ F_b &= F_{b,max} \cos(\omega_0 t - 2\pi/3) \cos(\theta - 2\pi/3) \\ F_c &= F_{c,max} \cos(\omega_0 t - 4\pi/3) \cos(\theta - 4\pi/3) \end{aligned} \quad (6)$$

여기서 상평형된 3상에서는 최대기자력파  $F_{a,max} = F_{b,max} = F_{c,max} = F_{max}$ 의 관계가 있고, Arnold<sup>11)</sup>에 의해  $F_{max} = 0.9 k_w I_s / \pi p$ 로 주어진다. 상평형된 3상에서 회전자계를 만드는 전체 기자력파는 각 상의 기자력파의 합력으로 다음과 같이 유도된다.

$$F_{mmf}(\theta, t) = \frac{3}{2} F_{max} \cos(\theta - \omega_0 t) \quad (7)$$

상전압불평형을 고려하게 되면, 기자력파의 불평형에 의한 불평형 전자기력에 영향을 받게된다. 상전압불평형이 발생할 때, 기자력파는 다음과 같은 불평형이 발생한다. 즉, 3상 중 1상, 예로 상 a에  $(1-u)\%$ 의 불평형이 발생하였다고 가정할 때, 상

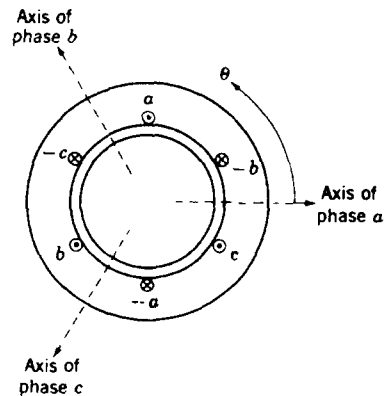


Fig. 2 Simplified two-pole three-phase stator winding

a의 전압은 공칭전압(normal value)  $V$ 의  $uV$  Volt, 즉  $u\%$ 이고, 상  $b, c$ 는 공칭전압  $V$ 를 가지게 된다. 따라서 3상 권선의 각각에 발생하는 상전류는 다음 식으로 된다<sup>(10)</sup>.

$$\begin{aligned} i_a &= uI_m \cos \omega_0 t \\ i_b &= I_m \cos (\omega_0 t - 2\pi/3) \\ i_c &= I_m \cos (\omega_0 t - 4\pi/3) \end{aligned} \quad (8)$$

따라서 상전압불평형을 고려할 때, 전체 기자력파는 각 상의 기자력파의 기여합력으로 다음과 같이 유도된다.

$$\begin{aligned} F_{mm}(\theta, t) &= (1 + \frac{u}{2})F_{max} \cos(\theta - \omega_0 t) \\ &\quad - (\frac{1}{2} - \frac{u}{2})F_{max} \cos(\theta + \omega_0 t) \end{aligned} \quad (9)$$

### 2.4 전자기력

회전자전면에 작용하는  $x, y$ 방향의 전자기력(electromagnetic force)  $F_x, F_y$ 는 식 (1)을 이용하여 나타내면 다음과 같이 된다.

$$\begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \end{Bmatrix} = \frac{lr}{2\mu_0} \int_0^{2\pi} = b^2(\theta, t) \begin{Bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{Bmatrix} d\theta \quad (10)$$

먼저 자속밀도  $b(\theta, t)$ 를 나타내는 식 (2)에 식 (4)와 식 (9)의 편심과 상불평형을 고려한 공극퍼미언스와 기자력파를 대입하여 자속밀도를 구한다. 그리고 평균공극에 비해 회전자의 편심율이 미소( $\epsilon_s, \epsilon_d \ll 1$ )하다고 가정하여 식 (10)을 정리하면, 다음과 같이 유도된다.

$$\begin{aligned} F_x &= \frac{3}{16} \frac{\pi l A_0^2}{\mu_0 \delta_m} \{ 2(1+u+u^2)\rho_s \cos \alpha \\ &\quad + (2u^2+2u-1)\rho_s \cos \alpha \cos 2\omega_0 t \\ &\quad + (2u+1)\rho_s \sin \alpha \sin 2\omega_0 t \\ &\quad + 2(1+u+u^2)\rho_d \cos(\omega_0 t + \beta) \\ &\quad + (2u^2+2u-1)\rho_d \cos 2\omega_0 t \cos(\omega_0 t + \beta) \\ &\quad + (2u+1)\rho_d \sin 2\omega_0 t \sin(\omega_0 t + \beta) \} \\ F_y &= \frac{1}{16} \frac{\pi l A_0^2}{\mu_0 \delta_m} \{ (u^2+2u+14)\rho_s \sin \alpha \\ &\quad + (6u+3)\rho_s \cos \alpha \sin 2\omega_0 t \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+ (2u^2+2u-13)\rho_s \sin \alpha \cos 2\omega_0 t \\ &+ (u^2+2u+14)\rho_d \sin(\omega_0 t + \beta) \\ &+ (6u+3)\rho_d \sin 2\omega_0 t \cos(\omega_0 t + \beta) \\ &+ (2u^2+2u-13)\rho_d \cos 2\omega_0 t \sin(\omega_0 t + \beta) \} \end{aligned} \quad (11)$$

여기서  $A_0 = \frac{\mu_0 F_{max}}{\delta_m}$ 이다.

### 2.5 운동방정식

기계적 불평형  $mu_n$ 와 식 (11)의 전자기력을 외력으로 고려한 회전자의 운동방정식을 간단한 2자유도계를 예로들어 나타내면, 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} m\ddot{x} + c\dot{x} + k_s x &= mu_n \omega_n^2 \cos(\omega_0 t + \beta) + F_x \\ m\ddot{y} + c\dot{y} + k_s y &= mu_n \omega_n^2 \sin(\omega_0 t + \beta) + F_y \end{aligned} \quad (12)$$

Fig. 1과 같이 회전자의 정적 편심( $x_s, y_s$ )과 동적 편심( $x_d, y_d$ ) 및 축중심  $S(x, y)$ 의  $X, Y$  축방향의 변위는 다음과 같은 관계가 있다.

$$\begin{aligned} x &= x_s + x_d, y = y_s + y_d, \\ x_s &= \rho_s \cos \alpha, y_s = \rho_s \sin \alpha \\ x_d &= \rho_d \cos(\omega_0 t + \beta), y_d = \rho_d \sin(\omega_0 t + \beta) \end{aligned} \quad (13)$$

운동방정식 (12)는 식 (11)과 (13)을 이용하여 행렬식으로 나타내면, 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} &\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_d \\ \ddot{y}_d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c & 0 \\ 0 & c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_d \\ \dot{y}_d \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} k_{m1} - \frac{3}{16}(2u^2+2u-1)A_1 \cos 2\omega_0 t \\ -\frac{3}{16}(2u+1)A_1 \sin 2\omega_0 t \\ -\frac{3}{16}(2u+1)A_1 \sin 2\omega_0 t \\ k_{m2} + \frac{1}{16}(13-2u-2u^2)A_1 \cos 2\omega_0 t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_d \\ y_d \end{bmatrix} \\ &= A_1 \begin{bmatrix} \frac{6}{16}(u^2+u+1) + \frac{3}{16}(2u^2+2u-1) \cos 2\omega_0 t \\ \frac{3}{16}(2u+1) \sin 2\omega_0 t \\ \frac{3}{16}(2u+1) \sin 2\omega_0 t \\ \frac{1}{16}(2u^2+2u+14) - \frac{1}{16}(13-2u-2u^2) \cos 2\omega_0 t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_s \\ y_s \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$+ \begin{bmatrix} mu_n \omega_r^2 \cos(\omega_r t + \beta) \\ mu_n \omega_r^2 \sin(\omega_r t + \beta) \end{bmatrix} \quad (14)$$

여기서  $A_1 = \frac{\pi l A_0^2}{\mu_0 \delta_m}$ ,

$$k_{m1} = k_s - \frac{6}{16} (u^2 + u + 1) A_1,$$

$$k_{m2} = k_s - \frac{1}{16} (2u^2 + 2u + 14) A_1 \text{ 이다.}$$

식 (14)를 보면 전자기력을 고려하므로써 계의 강성이 감소되고,  $2\omega_0 t$ 의 주기로 계수여진되는 것을 알 수 있다. 또한 상전압불평형의 증가에 따라 계수여진항의 비대칭성이 커지게 된다.

### 3. 불평형응답해석

#### 3.1 전동기축계의 불평형응답해석

식 (14)와 같은 형태의 전동기 회전자축계에 대해 기계적 불평형과 정적 편심에 의한 외력 그리고 동적 편심에 의해 계수여진되는 계의 운동방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$M\ddot{q} + C\dot{q} + K(t)q = F(t) \quad (15)$$

식 (15)의 시간이력 응답은 안정성해석<sup>5)</sup>에서와 같이 다음의 Newmark  $\beta$ 법을 이용하여 구할 수 있다. 즉 시간증분  $h$ 후의 시간  $t_{i+1}$ 에서의 평형방정식은 다음과 같다.

$$M\ddot{q}_{i+1} + C\dot{q}_{i+1} + K_{i+1}q_{i+1} = F_{i+1} \quad (16)$$

여기서

$$\ddot{q}_{i+1} = -\ddot{q}_i + \frac{2}{h} (\dot{q}_{i+1} - \dot{q}_i) \quad (17)$$

$$\ddot{q}_{i+1} = -\ddot{q}_i + \frac{4}{h^2} (q_{i+1} - q_i - h\dot{q}_i) \quad (18)$$

식 (17)과 (18)을 식 (16)에 대입하여 정리하면, 다음 식이 유도된다.

$$Dq_{i+1} = M \left[ \ddot{q}_i + \frac{4}{h} \dot{q}_i + \frac{4}{h^2} q_i \right] + C \left[ \dot{q}_i + \frac{2}{h} q_i \right] + F_{i+1} \quad (19)$$

여기서  $D = 4M/h^2 + 2C/h + K_{i+1}$ 이다. 또한, 초기조건은 초기변위와 초기속도벡터를 각각  $q_0$ 와  $\dot{q}_0$ 라 하면, 다음과 같이 된다.

$$t=0 ; q(0)=q_0, \dot{q}(0)=\dot{q}_0, \ddot{q}(0)=M^{-1} [F(0) - C\dot{q}(0) - Kq(0)] \quad (20)$$

초기조건식 (20)을 식 (19)에 대입하여 구한 한 step후의 변위응답을 식 (17)과 식 (18)에 차례대로 대입하므로써 계의 속도 및 가속도 시간응답을 구할 수 있다.

#### 3.2 불평형응답 계산예

문헌 (5)에서 인용한 Table 1의 자료를 수치계산 예로 2자유도계의 Jeffcott rotor모델을 대해 불평형응답을 계산하였다. 운전속도는 2910 rpm(48.5 Hz)이고, 2.692 g · mm의 불평형( $mu_n$ )을 Jeffcott rotor모델의 원판부에 부가하였다. Fig. 3의 (a)와 (b)는 각각 Table 1의 Case 1과 4의 조건에 대해 불평형응답을 계산한 결과이다. Fig. 3에서 그림 (a)의 Case 1은 시간에 따라 진폭이 증가하여 발산하는 불안정진동을 나타내고, 그림 (b)의 Case 4는 시간에 따라 진폭이 일정하게 울림(beat)을 반복하며, 안정성해석의 결과<sup>5)</sup>와 잘 일치하는 것을 알 수 있다. 그림 (b)는 파라메터가진 50 Hz 전원주파수( $f_0$ )와 불평형가진 48.5Hz의 회전주파수( $f_r$ ) 사이에 1.5Hz의 슬립주파수( $sf_0 = f_0 - f_r$ )의 차가 있고, 파라메터가진 2 $\omega_0$ 로 가진이 되므로, 울림주파수가 거의 슬립주파수의 2배(2sf)로 나타나고 있다.

Fig. 4에서는 Fig. 3과 같은 조건에 정적편심

Table 1. Numerical data for vibration analysis

	Case 1	Case 2	Case 3	Case 4
$p$	1			
$m$	0.960 kg			
$k_s$	0.195 MN/m			
$c$	9.9 N · s/m			86.53 N · s/m
$\omega_0$	314.16 rad/s (50Hz)			
$\zeta$	0.0116			0.10
$I$	1.25 A	1.2 A	1.137 A	1.2 A
$v$	0.7062			
$K$	0.2015	0.1857	0.1626	0.1857
Results	Unstable	Unstable	Stable	Stable

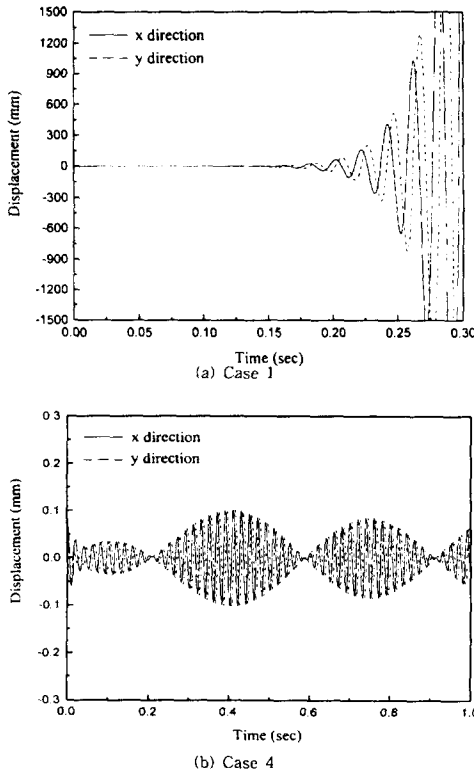


Fig. 3 Time history response due to unbalance of simple rotor without static eccentricity

( $x_s=50\mu\text{m}$ ,  $y_s=50\mu\text{m}$ )에 의한 불평형 전자기력에 고려하여 계산된 결과이다. Fig. 3에서와 같이 그림 (a)의 Case 1이 시간에 따라 진폭이 증가하여 발산하는 불안정함을, 그림 (b)의 Case 4는 시간에 따라 진폭이 일정하게 울림(beat)을 일으키는 것을 알 수 있다. 또한 정적편심의 불평형 전자기력에 의한 정적성분과  $2\omega_0(=100\text{Hz})$ 의 외력이 가진 되고 있는 것을 알 수 있다. 정적편심을 고려할 때, 불안정영역에서는 진폭성장속도가 더 크며, 안정영역에서 양진폭크기는 크게 변화하지 않는다. 그러나 감쇠의 증가에 따라  $x, y$ 변위가 상호연성관계로 위상지연과 응답진폭의 상이함이 증가함을 알 수 있다.

Fig. 5는 Fig. 4(b)의 Case 4에 대한 시간응답파형의 주파수 스펙트럼을 나타낸 것으로, 정적편심을 고려하지 않은 경우에는 회전주파수( $f_r$ )와 전원주파수( $f_0$ )에 슬립주파수를 더한 주파수 성분( $f_0 +$

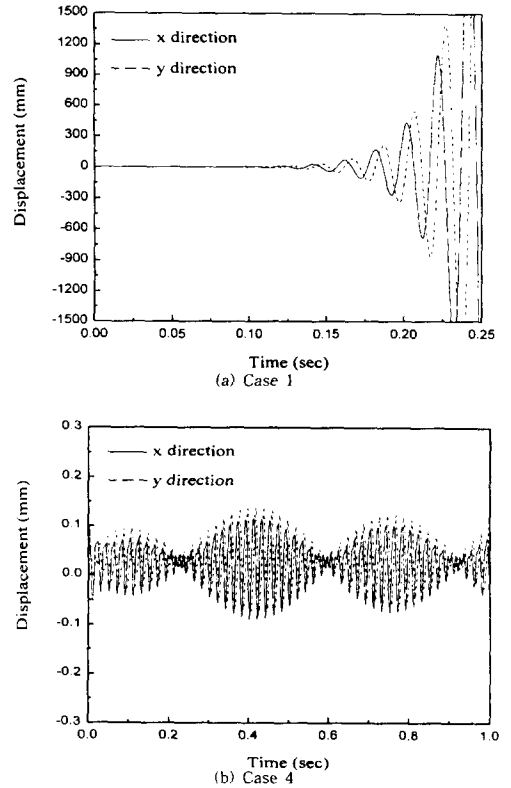


Fig. 4 Effect of static eccentricity

$sf_0$ )이 발생하고 있고, 이들 주파수의 차가 슬립주파수의 2배가 된다. 정적편심을 고려한 경우, 외력에 부가되는 정적편심에 의한 불평형 전자기력에 의해  $2\omega_0(=100\text{Hz})$ 로 가진되는 것을 알 수 있다.

#### 4. 실제 전동기에의 적용예

##### 4.1 유도전동기의 모델링

실제 생산되는 전동기에 적용하여 불평형응답 해석을 수행하였다. 전동기의 사양과 개략도를 Table 2와 Fig. 6에 나타내었다. 여기서 정적편심의 영향은 고려하지 않았다. 전동기 회전축계의 행렬  $M, C, K$ 의 구성은 전단변형을 고려한 축요소의 유한요소모델(FEM)<sup>6)</sup>을 이용하여 구성하였다. 축요소는 24개로 분할하였다. 전동기 축계에 작용하는 전체 불평형 전자기력  $F_x, F_y$ 는 Fig. 6에서와 같이 두 절점에 집중하여 작용하는 것으로 하였다.

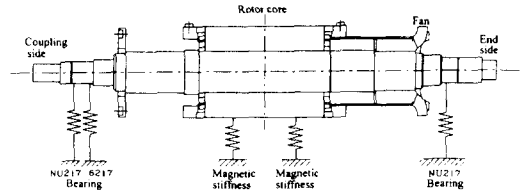
**Table 2. Data for induction motor**

Specification		Shaft	
2 Pole, 60 Hz, 280kW Weight : 2864N $\delta_m = 1.7\text{mm}$ $I_s = 5\text{A (no load)}$ $\sim 27.5\text{ A (full load)}$ $z = 128$ $k_w = 0.7946$		Length : 1.82m Weight : 1549N $E = 2.06 \times 10^{11}\text{N/m}^2$ $G = 8.306 \times 10^{10}\text{N/m}^2$ $\gamma = 7.7 \times 10^{-3}\text{N/m}^3$	
Bearing coefficients			
	Stiffness(N/m)	Damping(N · s/m)	
NU217 (Driven side)	$k_{yy} = k_{zz} = 8.54 \times 10^7$ $k_{yz} = k_{zy} = 0$	$c_{yy} = c_{zz} = 8.54 \times 10^5/\Omega$ $c_{yz} = c_{zy} = 0$	
6217 (Driven side)	$k_{yy} = k_{zz} = 3.86 \times 10^7$ $k_{yz} = k_{zy} = 0$	$c_{yy} = c_{zz} = 3.86 \times 10^5/\Omega$ $c_{yz} = c_{zy} = 0$	
NU217 (End side)	$k_{yy} = k_{zz} = 1.01 \times 10^8$ $k_{yz} = k_{zy} = 0$	$c_{yy} = c_{zz} = 1.01 \times 10^5/\Omega$ $c_{yz} = c_{zy} = 0$	

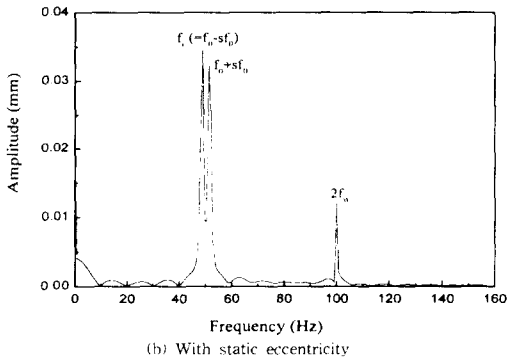
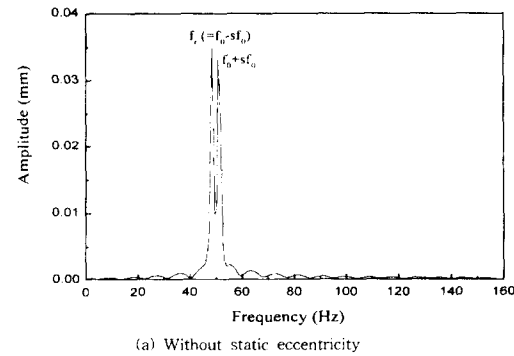
좌측베어링은 롤러베어링(NU217)과 볼베어링(6217)으로, 우측베어링은 롤러베어링(NU217)으로 지지되어 있다. 회전자 코어의 질량은 결합되는 축요소의 5절점에 집중질량으로 부가하여 계산을 수행하였다. 또한 운전속도는 3576 rpm(59.6 Hz) 이고, 불평형량은 ISO규격의 G 6.3<sup>①</sup>에 의해 구한 7929g · mm를 코어(core)의 양끝단에 2등분하여 부가하였다.

4.2 불평형응답해석

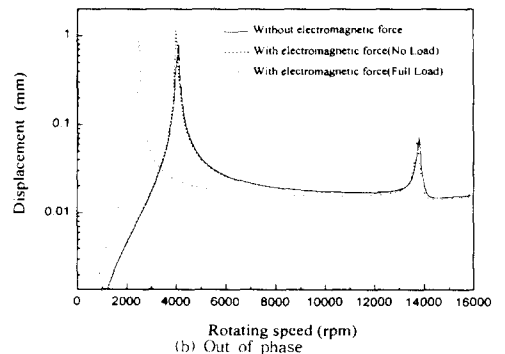
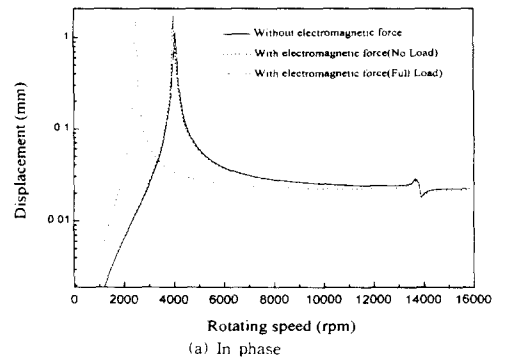
Fig. 7은 대상계의 불평형 전자기력을 고려하지



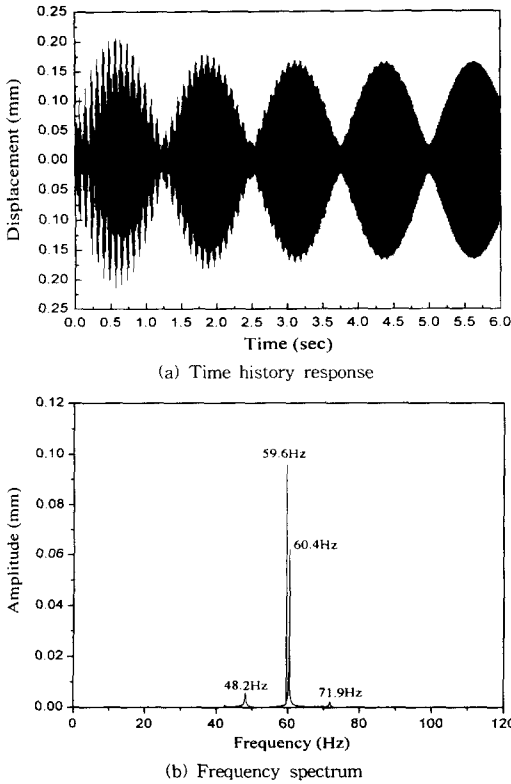
**Fig. 6 Schematic diagram of motor rotor**



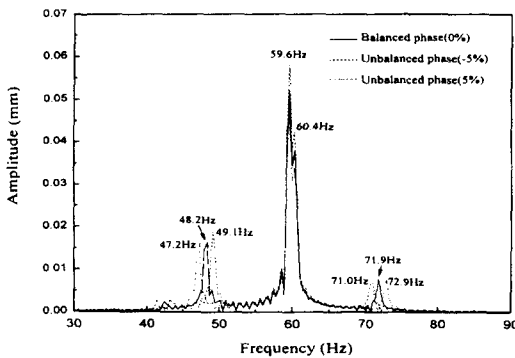
**Fig. 5 Frequency spectrum with and without static eccentricity**



**Fig. 7 Unbalance response curve**



**Fig. 8 Unbalance time history response and frequency spectrum of motor rotor with balanced phase**



**Fig. 9 Effect of phase unbalance**

않을 때와 전부하(full load), 무부하(no load) 일때의 파라미터가진 성분을 제외한 전자기력의 정상 성분만을 고려하였을 때, 코어중양부(절점 12)의 정상응답을 나타낸 것이다. 식 (14)에서 알 수 있듯이 불평형전자기력이 증가할수록 고유진동수가

감소한다. 따라서 Fig. 7의 부하의 증가에 따라 불평형 응답에서 공진점도 낮아짐을 알 수 있다. 무부하 일때의 공진진폭이 큰 것은 감쇠가 운전속도에 역수의 비로 고려했기 때문이다. 또한 Fig. 7의 (a)와 (b)는 코어양끝단의 불평형질량을 각각 동위상과 역위상으로 부가할 때의 정상응답이다. 그림 (a)에 비해 그림 (b)에서 2차모드의 진폭이 큰 것은 역위상이 2차모드를 가진하기 때문이다.

Fig. 8은 파라미터 가진성분을 고려하여 전부하의 운전속도에서 Newmark  $\beta$ 법을 이용하여 12번째 절점의  $x$ 축방향의 변위에 대한 시간응답과 주파수스펙트럼을 구한 것이다. 시간응답이 울림(beat)이 되는 것은 파라미터가진 전원주파수( $f_0$ )와 불평형가진 회전주파수( $f_r$ ) 사이에 슬립주파수( $f_s=f_0-f_r$ )의 차가 있기 때문에 슬립주파수의 2배로 나타난다. 또한 초기에는 파라미터 가진에 의한 자유진동성분의 진폭변조에 의해 운전주파수에 대해 측대파(sideband)가 48.2 Hz와 71.9 Hz에서 나타나고, 시간의 증가에 따라 점차 감쇠되어 간다. Fig. 9는 상전압의 불평형을 고려할 때, 즉 3상중 1상에서 -5%, +5%의 상전압 불평형이 발생하였을 때와 상평형(0%)일 때의 시간응답을 주파수스펙트럼 분석한 것이다. 이 때 상불평형이 커질수록 응답진폭이 작아지는 것은 문헌 (5)에서도 언급되었듯이 운전속도에서는 불안정영역에서 멀어져서 계가 더욱 안정영역에 들어가기 때문이다.

### 5. 결 론

3상 2극 유도전동기에서 정적편심과 동적편심 그리고 전기적인 상전압불평형을 동시에 고려하였을 때, 이에 의해 발생하는 편심회전자의 불평형전자기력을 해석적으로 유도하였다. 그리고 이 힘들을 고려한 회전자축계의 불평형 응답해석을 Newmark  $\beta$ 법을 이용하여 수행하였다. 단순 2자유도 Jeffcott rotor 모델을 이용한 계산예를 통하여 슬립주파수의 차에 의한 울림의 발생과 불안정영역에서는 시간의 증가에 따라 변위 진폭이 크게 성장함을 알 수 있었다. 또한 정적편심을 고려시 전원주파수 2배의 진동수가 가진됨을 확인하였다. 그리고 실제 다자유도계의 전동기 회전자축계에 적



용하여 불평형 응답을 해석하여 슬립주파수에 의한 울림과 측대파가 발생함을 확인하였다.

### 참고문헌

- (1) 神崎 외 4명, "誘導電動機の電氣的不安定振動", 日本機械學會論文集 C編 60卷 578, pp. 3238~3244, 1994.
- (2) Bradford, M., "Unbalanced Magnetic Pull in a 6-pole Induction Motor", IEE Proceedings Vol. 115, No. 11, pp. 1619~1627, 1968.
- (3) Belmans, R., et al., "Influence of Unbalanced Magnetic Pull on the Radial Stability of Flexible-Shaft Induction Motor", IEE Proceedings Vol. 134, Pt. B. No. 2, pp. 101~109, 1987.
- (4) 岩田 외 2명, "誘導電動機ロータの振動, 日本機械學會 機械力學・計測制御講演論文集 (No 97-10)", pp. 25~27, 1997.
- (5) 양보석, 손병구, "불평형 전자기력에 의한 유도전동기 회전자의 안정성 해석", 한국소음진동공학회지, Vol. 8, No. 6, pp. 1086~1092, 1998.
- (6) Dorell, D. G., "Calculation of Unbalanced Magnetic Pull in Small Cage Induction Motors with Skewed Rotors and Dyanmic Rotor Eccentricity", IEEE Trans. on Energy Conversion, Vol. 11, No. 3, pp. 483~488, 1996.
- (7) Fitzgerald, A. E., et al., Electric Machinery, 5th, McGraw-Hill, 1992.
- (8) Nelson, H. D., "A Finite Rotating Shaft Element Using Timoshenko Beam Theory", Trans. ASME, J. of Mechanical Design, Vol. 102, pp. 793~803, 1980.
- (9) Hatto Schneider저, 양보석 역, 평형잡이기술, 세종출판사, 1994.

### 저 자 소 개



**양보석 (梁保錫)**

1954년 2월생. 1978년 부산수산대학 기관학과졸업. 1980년 동 대학원 졸업(석사), 1985년 일본 고베대학 대학원 자연과학연구과졸업(박사), 1989년~1990년 미국 버지니아 대학 기계 및 항공우주공학과 방문교수, 1985년~현재 부산수산대학교, 부경대학교 기계자동차공학부 교수, 당학회 회원, 편집이사



**손병구 (孫秉求)**

1974년 1월생. 1997년 부경대학교 기계공학과 졸업, 1999년 동 대학원졸업(석사), 1999년 현재, 나다 S&V(주) 기술연구소 연구원, 당학회 회원.



**이수중 (李守鍾)**

1944년 1월 29일생, 1971년 동아대학교 기계공학과 졸업, 1981년 부산수산대학교 대학원 기관학과 졸업(석사), 1996년 한국해양대학교 대학원 기계공학과 박사과정수로(박사), 현재 부경대학교 기계자동차공학부 교수, 당학회 회원.