

최적 변조제어기를 이용한 컨테이너 크레인의 안정화에 관한 연구

정형환* · 허동렬* · 오경근* · 안병철** · 이동철***

A Study On Stabilization of Container Cranes Using an Optimal Modulation Controller

H. H. Chung · D. R. Hur · K. G. Oh · B. C. An · D. C. Lee

Key words : Container crane system(컨테이너 크레인 시스템), Optimal modulation controller(최적 변조 제어기), Recursive algorithm(순환알고리즘)

Abstract

In this paper, an optimal modulation controller for position control and anti-sway of container crane systems is designed by a recursive algorithm that determines the state weighting matrix Q of a linear quadratic performance. The optimal modulation controller is based on optimal control. The basic feature of the recursive algorithm is the reduction of the number of iterations as well as minimization of the calculations involved. So, in order to obtain a mathematical model which represents the equation of motion of the trolley and load, Lagrange equation is used. The optimal modulation controller has been verified and simulated to show that it is robust, when a load disturbance is applied and a reference is changed.

1. 서 론

최근, 항만 물동량의 증가와 더불어 컨테이너 터미널의 자동화와 고속화가 절실히 요구되고 있으며, 여러 가지 제어기법을 이용하여 작업자의 안전을 도모하면서 고효율화가 이루어지고 있다. 크레인에 대한 연구사례를 살펴보면, 흔들림 각도를 측

정하지 않고 미리 입력한 속도궤적을 따라 트롤리가 운행되면서 동시에 로프의 진동을 최소화 하는 개루프 제어에 관한 연구¹⁾, 로터리 크레인과 컨테이너 크레인의 흔들림을 제어하기 위하여 최적제어기를 설계한 연구²⁾, 관측기 및 최적레플레이터 이론을 이용한 컨테이너 크레인의 흔들림 방지 제어에 관한 연구³⁾, 로프 길이가 변하는 경우의 최단

* 동아대학교 전기공학과(원고접수일 : 99년 3월)

** 부산울산지방중소기업청

*** 부경대학교 전기공학과

시간제어⁴⁾, 진동 각 및 트롤리의 속도와 가속도를 실시간으로 제한시켜 제어한 피드백 제어가 있다⁵⁾. 국내에서는 이동크레인의 제어에 관한 연구⁶⁾, 컨테이너 크레인의 무인 자동화 실현을 위한 기초적 연구⁷⁾, 화물의 흔들림을 제어하면서 가능한 단 시간에 지정된 목표위치로 이동하는 연구⁸⁾가 발표되었다.

본 연구에서는 컨테이너 크레인의 위치제어 및 진동 방지제어를 위하여 최적변조제어기를 적용하였다. 최적 변조제어기는 최적제어 이론을 바탕으로 하였으며, 상태가중치를 선정함에 있어서는 복잡한 수식을 간소화 할 수 있고, 반복횟수를 최소화 할 수 있는 순환 알고리즘을 이용하여 상태가중치를 체계적으로 선정하였다. 이에 트롤리와 화물과의 운동특성을 나타내는 수학적 모델링을 Lagrange 운동방정식을 이용하여 구하였으며, 컨테이너 크레인의 효과적인 제어를 위하여 최적 변조제어기를 적용하여, 외란이나 목표치 변동시에도 강인한 제어가 이루어짐을 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 검증한다.

2. 컨테이너 크레인 시스템

2.1 컨테이너 크레인 시스템 모델

컨테이너 크레인 시스템의 제어계는 그림 1과 같이 트롤리의 수평방향을 r, 수직방향을 h로 한다.

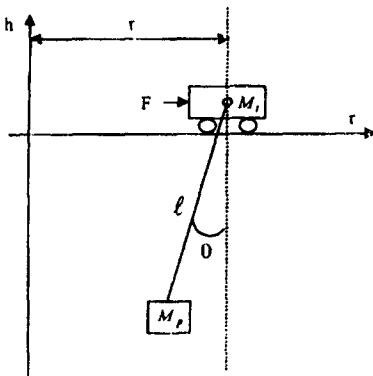


Fig. 1 A container crane system

- M_t : 트롤리의 등가질량 [kg]
- M_p : 화물의 질량 [kg]
- B_r : 등가 점성 마찰계수 [N · sec/m]
- l : 트롤리와 화물사이의 거리 [m]
- θ : 수직방향에 대한 로프의 흔들림 각도 [rad]
- F : 트롤리에 작용하는 힘 [N · m],
- r : 트롤리의 이동거리 [m]

2.2 시스템 운동방정식

화물과 트롤리 사이의 연결로프는 변동이 없으며, 연결 관절부의 마찰은 미소하므로 무시하고 Lagrange 운동방정식을 이용하여 크레인의 운동방정식을 구하면 식(1)과 같다.

$$\frac{d}{dt} \left\{ \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right\} - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_i} + \frac{\partial U}{\partial q_i} = Q_i \quad (1)$$

여기서, q_i = 일반좌표 ($i=1, 2, 3, \dots$),

T = 운동에너지

U = 위치에너지

D = 마찰에너지

2.2.1 트롤리에 대한 운동방정식

$$(M_t + M_p) \frac{d^2 r}{dt^2} + M_p l \frac{d^2 \theta}{dt^2} \cos \theta - M_p l \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 \sin \theta + B_r \frac{dr}{dt} = F \quad (2)$$

2.1.2 화물에 대한 운동방정식

$$M_p l^2 \frac{d^2 \theta}{dt^2} + M_p l \frac{d^2 r}{dt^2} \cos \theta + M_p g l \sin \theta = 0 \quad (3)$$

3. 최적 변조제어기 설계

3.1 선형화 및 상태방정식

본 논문에서의 선형화는 θ 의 변동이 미소하다고 가정하여 $\theta \approx 0$ 에서 근사화 하였으며, 이때 $\sin \theta \approx \theta$, $\cos \theta \approx 1$, $\sin^2 \theta \approx 0$, $\cos^2 \theta \approx 1$, $\dot{\theta}^2 \approx 0$ 으로 표시될 수 있어 선형화된 상태방정식은 다음 식(4)와 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \\ z &= Dy \end{aligned} \quad (4)$$

여기서, $x = [r, \dot{r}, \theta, \dot{\theta}]^T$ 이고, y 는 관측 출력벡터, z 는 출력이며 계수행렬은 다음과 같다.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{B_r}{M_t} & \frac{M_p g}{M_t} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{B_r}{M_t l} & -g\left(\frac{M_t + M_p}{M_t l}\right) & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \frac{M_t}{M_t} \\ 0 \\ \frac{1}{M_t l} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, D = [1 \ 0]$$

3.2 순환 알고리즘

본 장에서는 외란이 가해지는 시스템에서 주어진 목표치에 정상편차 없이 추종하도록 하는 서보 제어기를 설계한다. 상태공간 모델링에 따른 서보계의 설계를 위해 식(4)의 시스템에 대해 오차 e 를 적분한 변수 η 를 새로이 도입한다.

$$\dot{\eta} = e = DCx - z_r \quad (5)$$

식(4)와 식(5)를 이용해 확장시스템으로 쓰면 식(6)과 같다.

$$\dot{\mathbf{x}} = \bar{A} \mathbf{x} + \bar{B} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} z_r \quad (6)$$

여기서, $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \eta \end{bmatrix}, \bar{A} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ DC & 0 \end{bmatrix}, \bar{B} = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}$

식(6)에서 행렬(\bar{A}, \bar{B})는 식(4)의 시스템이 가제어이고 동시에 식(7)의 관계가 성립되어 역시 가제어이다.

$$\text{rank} \begin{bmatrix} \bar{B} & \bar{A} \\ 0 & DC \end{bmatrix} = 5 \quad (7)$$

스텝상으로 변화하는 목표치 z_r 에 대해 상태 \mathbf{x} , η 는 일정한 값에 수렴한다. 즉, η 는 시간 t 가 무한대로 갈수록 일정한 값을 가지며 이것은 무한대에서의 오차 e 가 영이 됨을 의미한다. 이때의 상태 피드백 제어는 식(8)과 같다.

$$\mathbf{u} = -G\mathbf{x} = -G_1\mathbf{x} - g_2 \int_0^t e \, dt \quad (8)$$

여기서 $G = [G_1, g_2]$ 는 궤환제어 이득이다.

식(6)으로부터 2차 형식의 평가함수를 식(9)로 정의하고, 식(9)를 최소로 하는 최적제어 입력은 식(10)과 같이 얻어지며 이는 선형 상태공간에서 만 취급한다.

$$J = \frac{1}{2} \int_0^\infty \mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u} \, dt \quad (9)$$

단, \mathbf{Q} : 상태 가중치 행렬, \mathbf{R} : 제어 가중치 행렬

$$\mathbf{u} = -\mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{K} \mathbf{x} \quad (10)$$

여기서 \mathbf{K} 는 식(11)과 같은 Riccati 방정식의 해행렬이다.

$$\mathbf{K} \bar{A} + \bar{A}^T \mathbf{K} - \mathbf{K} \bar{B} \mathbf{R}^{-1} \bar{B}^T \mathbf{K} + \mathbf{Q} = \mathbf{0} \quad (11)$$

상태 가중치 \mathbf{Q} 를 결정하는 순환 알고리즘은 최적 제어이론을 바탕으로 하고 있다. 우선, 상태 행렬의 초기값과 상태 가중치 행렬의 초기값은 식(12)와 같이 선택한다.

$$A_0 = A, Q_0 = Q \quad (12)$$

순환 알고리즘을 적용하기 위하여 Hamilton 행렬 형태로 표현하면 식(13)과 같다.

$$[M_{i-1}] = \begin{bmatrix} \bar{A} & -\bar{B} \mathbf{R}^{-1} \bar{B}^T \\ -\bar{Q}_i & \bar{A}^T \end{bmatrix} \quad (13)$$

여기서, M_{i-1} 은 n 차 시스템의 $2n \times 2n$ 행렬이고, 복소평면 위에 이 행렬의 고유치는 대칭적이어서 실수축과 허수축으로 나눌 수 있다.

M_{i-1} 의 고유벡터 방정식은 식(14)와 같이 쓸 수 있다.

$$[M_{i-1}] |X\rangle = |X\rangle [\Lambda] \quad (14)$$

여기서, $[\Lambda]$ 는 $2n$ 요소를 갖는 대각 고유치 행렬, $|X\rangle$ 는 $2n \times 2n$ 요소를 갖는 고유 벡터 행렬이다.

M_{i-1} 에 해당하는 $2n$ 개 고유치들을 대각행렬로 쓰면 식(15)와 같고, 고유벡터 행렬을 $n \times n$ 행렬로 분할하면 식(16)과 같다.

$$[\Lambda] = \begin{bmatrix} \Lambda & 0 \\ 0 & \Lambda^+ \end{bmatrix}, [\Lambda^-] = -[\Lambda^+] \quad (15)$$

$$[X] = \begin{bmatrix} X_I & X_{II} \\ X_{III} & X_{IV} \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$u = K_r \Delta r + K_\theta \Delta \theta \quad (21)$$

식(16)으로부터 식(11)의 Riccati 행렬 K 의 해는 식(17)과 같다.

$$K = X_{II} X_I^{-1} \quad (17)$$

본 논문에서는 상태 가중치를 결정하기 위하여 복잡한 수식을 간소화 할 수 있고, 계산시간을 단축할 수 있도록 안정화 계수 p_s 를 도입하면 식(18)과 같이 표현할 수 있다.

$$Q_i = Q_{i-1} - 2p_s K \quad (18)$$

여기서, $0 < p_s < 1$ 이다.

결정된 상태 가중치 Q_i 를 이용하여 식(19)의 대수 Riccati 방정식의 안정화 해 K_S 를 결정하고, 식(20)의 최적제어 시스템 방정식을 계산한다.

$$AK_S + K_S \bar{A}^T - K_S \bar{B} R^{-1} B^T K_S + Q_i = 0 \quad (19)$$

$$A_F = A - \bar{B} R^{-1} B^T K_S \quad (20)$$

최적 변조제어기 입력신호를 선택하기 전에 식(20)의 고유치를 구하여, 고유치가 개선되었는지 확인하여 그렇지 않을 경우에는 식(13)에서부터 다시 반복 수행한다.

3.3 최적 변조제어

최적 변조제어기는 최적제어 이론을 바탕으로 하였으며, 상태가중치를 선정함에 있어서는 복잡한 수식을 간소화 할 수 있고, 반복횟수를 최소화 할 수 있는 순환 알고리즘을 이용하여 상태가중치를 체계적으로 선정하였다. 따라서 순환 알고리즘에 의해서 상태가중치를 결정한 후 귀환 행렬을 구하여 입력신호를 선택하였다. 최적 변조제어 입력신호는 다음 식(21)과 같다.

4. 시뮬레이션

컨테이너 크레인 시스템에 대해서 최적 변조제어기의 적용에 대한 타당성을 입증하기 위해, 화물의 목표점 이동시 외란이 발생하였을 경우(Case 1)와 목표치를 변경하여 화물을 이동시킬 경우(Case 2)에 대하여 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 화물의 위치와 흔들림 각도를 측정하여 동특성을 비교·고찰하였다. 상태방정식 및 대수 고차방정식 풀이에 대한 프로그램으로는 IMSL의 IVPRK와 ZPLRC등을 이용하였다. 본 연구에서 사용한 컨테이너 크레인 상태방정식의 파라미터는 표 1과 같다.

최적 변조제어기와 최적 제어기에 사용한 초기 상태가중치와 제어가중치는 식(22)와 같다.

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, R = 1.0 \quad (22)$$

최적 변조제어에 의한 시스템의 고유치(Case 1)와 임의의 상태가중치 선정에 의한 최적제어 시스템의 고유치(Case 2), 무제어 시스템의 고유치(Case 3)를 표 2에 나타내었다.

그림 2는 목표점으로 이동시 외란이 발생하였을

Table 1. Simulation data of the crane system

Parameters	Values
중력가속도(g)	9.8[m/sec ²]
트롤리 질량(M_t)	2.0[kg]
화물의 질량(M_p)	3.5[kg]
로프의 길이 (l)	0.5[m]
동가 점성 마찰계수(B_r)	2.0[N · sec/m]

Table 2 Eigenvalues of the system

Case 1	Case 2	Case 3
$\lambda_1 = -8.1370E-01 + j7.2987E+00$	$\lambda_1 = -6.1654E-01 + j7.2964E+00$	$\lambda_1 = -3.6521E-01 + j0.0000E+00$
$\lambda_2 = -8.1370E-01 - j7.2987E+00$	$\lambda_2 = -6.1654E-01 - j7.2964E+00$	$\lambda_2 = -3.1740E-01 - j7.3190E+00$
$\lambda_3 = -7.6832E-01 + j5.1408E-01$	$\lambda_3 = -5.9100E-01 + j9.3835E-07$	$\lambda_3 = -3.1740E-01 + j7.3190E+00$
$\lambda_4 = -7.6832E-01 - j5.1408E-01$	$\lambda_4 = -3.2943E-01 + j4.4804E-01$	$\lambda_4 = 0.0000E+00 + j0.0000E+00$
$\lambda_5 = -5.1509E-01 - j3.5412E-06$	$\lambda_5 = -3.2943E-01 - j4.4804E-01$	$\lambda_5 = 0.0000E+00 + j0.0000E+00$

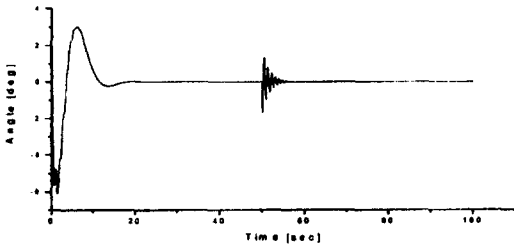
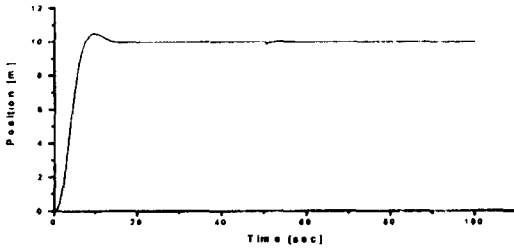


Fig. 2 Case 1 using the optimal control method

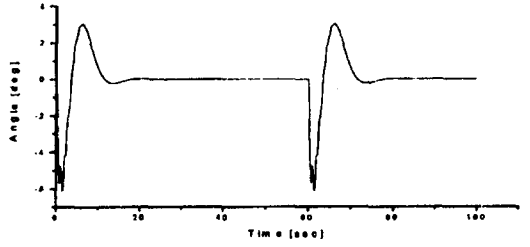
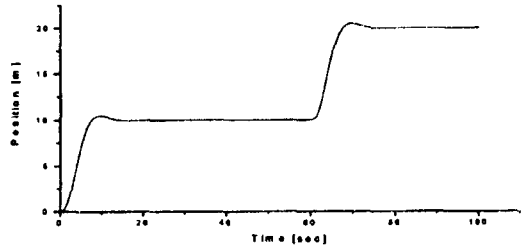


Fig. 4 Case 2 using the optimal control method

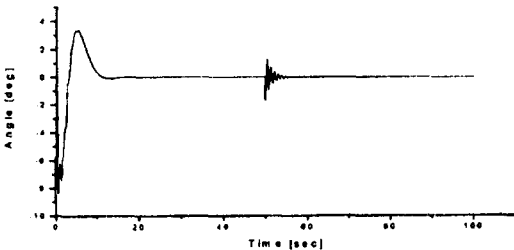
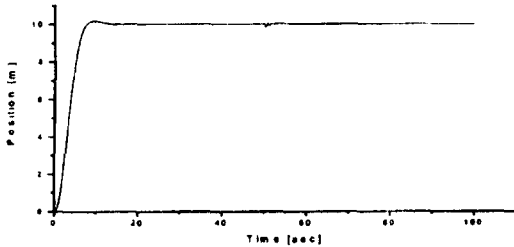


Fig. 3 Case 1 using the optimal modulation control method

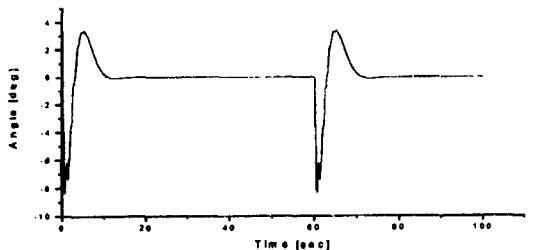
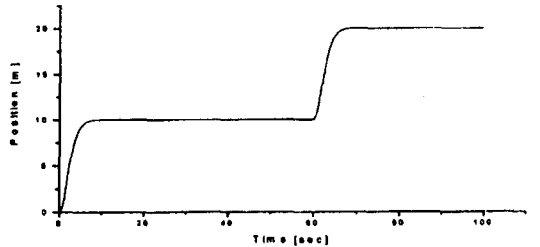
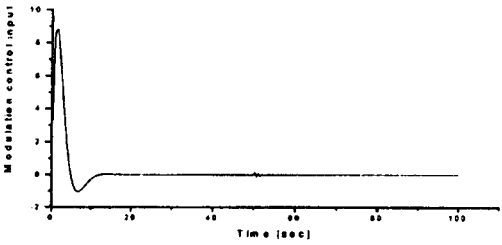
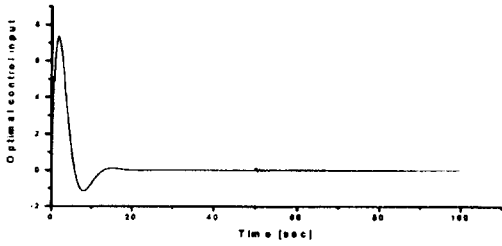


Fig. 5 Case 2 using the optimal modulation control method

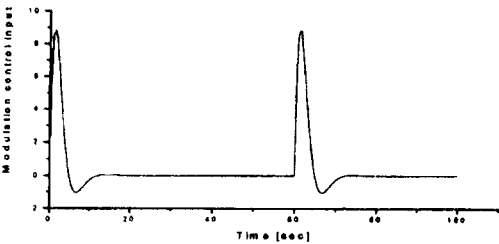
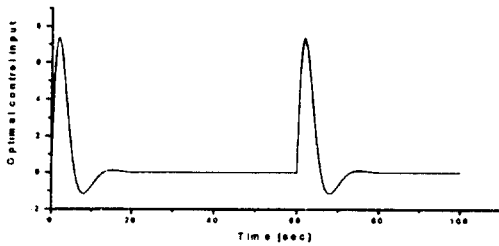
경우(Case 1)에 대한 화물의 위치와 흔들림 각도를 최적제어 기법을 이용하여 시뮬레이션을 행한 경우이고, 그림 3은 Case 1에 대한 최적 변조제어 기법을 이용하여 시뮬레이션 행한 경우이다. 그림에서와 같이 최적 변조제어 기법을 이용한 방법이 화물의 초기 목표점 도달시간이나, 오실레이션 현상, 외란에 대한 수렴속도, 흔들림 각도 등 모두가

우수한 속응성을 나타내고 있다.

그림 4는 목표치를 변경하여 화물을 이동시킬 경우(Case 2)에 대한 화물의 위치와 흔들림 각도를 최적제어 기법을 이용하여 시뮬레이션을 행한 경우이고, 그림 5는 Case 2에 대한 최적 변조제어 기법을 이용하여 시뮬레이션을 행한 경우이다. 마찬가지로 최적 변조제어 기법을 이용한 방법이 화물



(a) When a disturbance is applied



(b) When the reference is changed

Fig. 6 Control inputs

의 초기 목표점 도달시간이나, 변경된 목표점 도달 시간, 오실레이션 현상, 흔들림 각도 등 모두가 우수한 속응성을 나타내고 있다.

그림 6은 Case 1과 Case 2의 경우에 대한 각각의 제어 입력을 비교하여 나타내었다. 그림에서와 같이 초기 진동폭은 최적 변조제어기를 이용한 방법이 다소 크게 나타나지만, 입력값의 수렴속도는 Case 1과 Case 2의 경우 모두 매우 빨리 수렴함을

알 수 있다.

5. 결 론

본 연구에서는 크레인 시스템에서 트롤리의 빠른 위치 이동과 화물의 흔들림을 동시에 효과적으로 제어하고자 최적 변조제어기를 이용하였다. 최적 변조제어기 입력신호는 상태가중치를 체계적으로 선정할 뿐만 아니라 복잡한 수식을 간소화하고 반복횟수를 최소화하는 순환알고리즘을 이용하여 구하였으며 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 순환 알고리즘은 복잡한 수식을 간소화 할 수 있었고, 계산 과정에 있어서 반복 횟수를 최소화할 수 있었다.

(2) 시스템의 외란이나 목표치 변경에도 최적 변조제어기를 이용한 트롤리의 위치제어와 화물의 흔들림 제어가 우수한 속응성을 나타내었다.

향후, 최적 변조제어기를 이용하여 로프 길이를 변화시켜 흔들림을 효과적으로 제어하는 연구가 계속해서 이루어져야 할 것으로 사료된다.

참고문헌

- [1] T. Mita and T. Kanai, "Optimal Control of the Crane System Using the Maximum Speed of the Trolley", 計測自動制御學會論文集, Vol. 15, No. 6, pp. 833-838, 1979
- [2] Y. Sakawa and Y. Sindo, "Optimal Control of Container Cranes", Automatica, Vol. 18, No. 3, pp. 257-266, 1982
- [3] Y. Sindo, Y. Sun and Y. Sakawa, "Stabilization of Container Cranes", 計測自動制御學會論文集, Vol. 19, No. 5, pp. 430-432, 1983
- [4] J. W. Auernig and H. Troger, "Time Optimal Control of Overhead Crane with Hoisting of the Load", Automatica, Vol. 23, No. 4, pp. 437-447, 1987
- [5] A. J. Ridout, "New Feedback Control System for Overhead Cranes", Electric Energy Conference, Adelaide, pp. 135-140, 1987
- [6] 김상봉, 신민생, 김환성, 정용길, "이동 크레인의 제어에 관한 연구", 한국정밀공학회지, 제 8권, 제 2호.

pp. 47-56, 1991

- [7] 신민생, 이동철, 김상봉, "컨테이너 크레인의 자동화에 관한 기초연구", 韓國船舶機關學會誌, 第18卷, 第2號, pp. 83-90, 1994
- [8] 김길태, 최형식, 진강규, "유전알고리즘을 이용한 크레인 시스템의 최적제어", 韓國船舶機關學會誌, 第22卷, 第4號, pp. 80-86, 1998
- [9] 鄭亨煥, 王龍泌, 許東烈, 金海在, "교류-직류 계통의 안정화를 위한 최적 변조제어기의 적용", 大韓電氣學會論文誌, 第47卷, 第12號, pp. 2057--2063, 1998
- [10] C. E. Grund, R. V. Pohl and J. Reeve, "Control Design of and Active and Reactive Power HVDC Modulation System with Kalman Filtering", IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-101, No. 10, pp. 4100-4111, 1982

저 자 소 개



정형환(鄭亨煥)

1941년 1월 19일생. 1964년 연세대학교 전기공학과 졸업. 1984년 동 대학원 전기공학과 졸업(공박). 현재 동아대학교 전기공학과 교수. 당학회 정회원.



허동렬(許東烈)

1969년 11월 10일생. 1995년 동아대학교 전기공학과 졸업. 1997년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 현재 동 대학원 전기공학과 박사과정. 당학회 정회원.



오경근(吳京根)

1967년 12월 28일생. 1993년 동아대학교 전기공학과 졸업. 1993년~1998년 LG산전(주) 근무. 현재 동대학원 전기공학과 석사과정. 당학회 정회원.



안병철(安秉喆)

1963년 6월 2일생. 1988년 동아대 공대 전기공학과 졸업. 1990년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1997년 동 대학원 전기공학과 졸업(공박). 현재 부산·울산지방 중소기업청 시험검사과 공업연구사. 당학회 정회원.



이동철(李東喆)

1941년 3월 9일생. 1963년 연세대 전기공학과 졸업. 1983년 한국해양대 대학원 졸업(석사). 1992년 동대학원 졸업(공박). 1984년~1985년 일본 동북대학 객원 연구원. 1989년 일본 동북대학 방문교수. 현재 부경대 공대 전기공학과 교수. 당학회 정회원.