

<논 문>

# 다양한 경계조건을 갖는 링보강 복합재료 원통셀의 진동특성

## Vibration Characteristics of Ring-Stiffened Composite Cylindrical Shells with Various Edge Boundary Conditions

김 영 완\* · 이 영 신\*\*

Young-Wann Kim and Young-Shin Lee

(1998년 11월 23일 접수 : 1999년 2월 5일 심사완료)

**Key Words** : Ring Stiffened Composite Cylindrical Shell(링보강 복합재료 원통셀), Discrete Stiffener Theory(이산보강이론), Ring Stiffening Effect(링보강효과), Frequency Equation(진동수 방정식), Impact Exciting Method(충격가진방법)

### ABSTRACT

The effects of boundary conditions on vibration characteristics for the ring stiffened composite cylindrical shells are investigated by theoretical and experimental method. In the theoretical procedure, the Love's thin shell theory combined with the discrete stiffener theory to consider the ring stiffening effect are adopted to derive the frequency equation. In experiment, the impact exciting method is used to obtain the vibration results. Five different boundary conditions: clamped-clamped, simply supported-simply supported, free-free, clamped-free, clamped-simply supported are considered in this study.

#### 기 호 설 명

- $A_{ij}, D_{ij}$  : 복합재료의 신장 및 굽힘강성계수
- $b, d$  : 링보강재의 폭 및 높이
- $[K], [M]$  : 강성 및 질량행렬
- $L, R, h$  : 셀의 길이, 반경 및 두께
- $N_r$  : 링보강재의 수
- $u, v, w$  : 셀의 각방향 변위
- $u_r, v_r, w_r$  : 링보강재의 각방향 변위
- $T_s, T_r, T_t$  : 각 요소의 운동에너지
- $U_s, U_r, U_t$  : 각 요소의 변형에너지
- $\epsilon_i, x_i$  : 셀의 변형률 및 곡률

- $\epsilon_{\theta\theta}$  : 링보강재의 원주방향 변형률
- $\Psi$  : 범함수
- $\omega_{mn}$  : 각진동수

### 1. 서 론

링보강 원통셀은 항공기, 우주선, 잠수함, 미사일 및 원자로 등에 널리 이용되고 있는 구조 요소로서 이들 구조물은 다양한 형태의 동적 하중을 받을 수 있으며, 구조물들이 동적 하중을 받으면 진동, 파괴 또는 좌굴 등이 발생될 수 있다. 따라서 이런 구조물의 진동특성을 분석함으로써 동적 하중으로 인해 발생될 수 있는 공진 등과 같은 구조물의 동적 거동을 예측할 수 있고, 예측된 동적 거동을 이용하여 보다 좋은 구조설계에 이용될 수 있다. 한편 섬유강

\* 정회원, 여수대학교 기계공학과

\*\* 정회원, 충남대학교 기계설계학과

화 복합재료는 금속재료에 비해 큰 강성 대 중량비, 큰 강도 대 중량비 등의 뛰어난 기계적 성질 때문에 최근 경량화가 요구되는 항공기 및 우주비행 구조물에 많이 이용되고 있는 실정이다. 복합재료의 이러한 기계적 특성을 이용하여 구조물의 두께를 보다 얇게 할 수 있다는 커다란 이점이 있으나, 이러한 얇은 구조물이 동적 하중을 받으면서 나타날 수 있는 여러 가지 문제점을 예측할 수 있어야 한다. 등방성 재료로 만들어진 링보강 원통셀에 대한 연구는 비교적 많이 수행되었다<sup>(1-4)</sup>. 그러나 보강 복합재료 구조물에 대한 연구는 이론적 해법보다는 유한요소법 등을 이용한 연구가 많은 실정이다<sup>(5)</sup>. 복합재료 원통셀에 대한 이론적 연구로 Bert 와 Kim<sup>(6)</sup>은 단순지지 경계조건을 갖는 링보강 복합재료원통셀에 대해 진동해석을 수행하였으나 해석에서 보강재의 비틀림 강성은 무시하였다. 본 저자<sup>(7)</sup>는 링과 스트링거로 직교 보강된 단순지지 경계조건을 갖는 복합재료원통셀에 대해 직교보강이 셀의 고유진동수 및 좌굴하중에 미치는 영향을 연구하였으며, 또한 본 저자<sup>(8)</sup>는 회전하는 직교보강 복합재료 원통셀에 대해 회전속도가 셀의 진동특성에 미치는 영향을 이론적으로 제시하였다.

앞에서 제시된 것처럼 본 연구에서 고려하고자 하는 링보강 복합재료 원통셀에 대한 연구는 매우 미미한 실정이며, 단지 단순지지 경계조건을 갖는 원통셀에 대해서만 일부 수행이 되었다. 따라서 본 연구에서는 여러 가지 경계조건을 갖는 링 보강 복합재료 원통셀에 대해 Love의 셀이론과 보강재의 비틀림 강성을 고려한 이산보강이론을 적용하여 지배방정식을 유도하고 Rayleigh-Ritz법을 이용하여 진동수방정식을 이론적으로 유도하였으며, 실험에서는 고려된 여러 가지 경계조건을 만족하도록 하였으며,

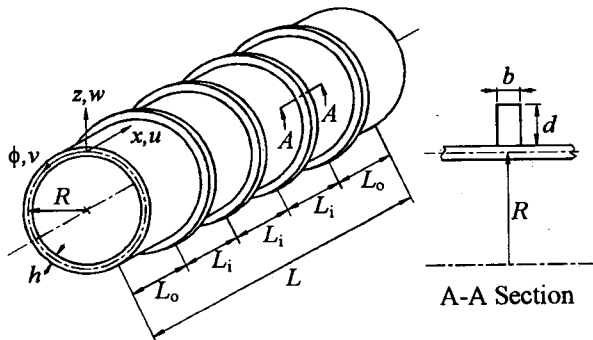


Fig. 1 Coordinate system of ring stiffened cylindrical shell

층적가진방법을 이용하여 셀의 고유진동수 및 진동형상을 구하였다.

## 2. 수 식 화

본 연구에서 고려된 링 보강 원통셀에 대한 형상을 Fig. 1에 제시하였다. 여기서  $R, L$ 과  $h$ 는 각각 셀의 반경, 길이 및 두께이며,  $b$ 와  $d$ 는 보강재의 폭과 높이를 나타낸다. 각 방향에 대한 변위성분을  $u, v, w$ 로 표현하였으며,  $u$ 는 축방향,  $v$ 는 원주방향,  $w$ 는 수직방향에 대한 변위성분이다.

고려된 복합재료 원통셀에 대한 변형에너지는 복합재료에 대한 신장 및 굽힘강성계수  $A, D$ 를 이용하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$U_s = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \int_0^L [A_{11}\epsilon_x^2 + 2A_{12}\epsilon_x\epsilon_\phi + A_{22}\epsilon_\phi^2 + A_{66}\epsilon_{x\phi}^2 + D_{11}x_x^2 + 2D_{12}x_x x_\phi + D_{22}x_\phi^2 + D_{66}x_{x\phi}^2] R dx d\phi \quad (1)$$

Love의 셀 이론으로부터 각 방향에 대한 변형률  $\epsilon_i$  및 곡률  $x_i$ 은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= u_{,x}, & \epsilon_\phi &= \frac{1}{R}(v_{,\phi} + w) \\ \epsilon_{x\phi} &= \frac{u_{,\phi}}{R} + v_{,x}, & x_x &= -w_{,xx} \\ x_\phi &= -\frac{1}{R^2}(w_{,\phi\phi} - v_{,\phi}), & x_{x\phi} &= -\frac{1}{R}(2w_{,x\phi} - v_{,x}) \end{aligned} \quad (2)$$

여기서  $(,)$  공간좌표에 대한 미분을 나타낸다.

셀의 중앙면에서  $z$ 만큼 떨어진 보강재에 대한 변위는 다음과 같이 표현된다.

$$u_r = u - zw_{,x}, \quad v_r = v - \frac{z}{R} w_{,\phi}, \quad w_r = w \quad (3)$$

한편  $N_r$ 개의 링으로 보강될 경우 링에 대한 변형에너지는 이산 보강이론에 의거 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$U_r = \sum_{i=1}^{N_r} \left\{ \frac{E_r}{2} \int_0^{2\pi} \int_{A_r} \epsilon_{r\phi}^2 R dA_r d\phi + \frac{GJ}{2} \int_0^{2\pi} \frac{(w_{r,x\phi})^2}{R} d\phi \right\} \quad (4a)$$

$$\epsilon_{r\phi} = \frac{1}{R}(v_{r,\phi} + w_r) \quad (4b)$$

여기서  $\epsilon_{r\phi}$ 는 링의 원주방향 변형률이며,  $GJ$ 는 비틀림강성이다.

보강되지 않은 복합재료 원통셀에 대한 운동에너지는 다음과 같다.

$$T_s = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \rho_k h_k \int_0^{2\pi} \int_0^L [\dot{u}^2 + \dot{v}^2 + \dot{w}^2] R dx d\phi \quad (5)$$

여기서  $(\cdot)$  는 시간에 대한 미분을 나타내며,  $N$ 은 적층수,  $\rho_k$ 와  $h_k$ 는 각각  $(k)$ 번째 층에 대한 밀도 및 두께이다.

링에 대한 운동에너지는 다음과 같이 정의된다.

$$T_r = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \rho_i \int_0^{2\pi} \int_{A_r} [v_r^2 + w_r^2] R dA_r d\phi \quad (6)$$

고려된 셀의 양단의 경계조건을 만족하는 축방향 모드에 대해 빔모드함수가 이용되었으며, 고정-고정, 고정-단순지지 및 고정-자유 경계조건에 대해서는 식 (7a)가, 자유-자유 경계조건에 대해서는 식 (7b)가 이용되며, 양단 단순지지조건에 대해서는  $\sin(m\pi x/L)$ 이 이용된다.

$$\Psi(x) = \cosh \frac{\lambda_m}{L} x - \cos \frac{\lambda_m}{L} x - \sigma_m \left( \sinh \frac{\lambda_m}{L} x - \sin \frac{\lambda_m}{L} x \right) \quad (7a)$$

$$\Psi(x) = \cosh \frac{\lambda_m}{L} x + \cos \frac{\lambda_m}{L} x - \sigma_m \left( \sinh \frac{\lambda_m}{L} x + \sin \frac{\lambda_m}{L} x \right) \quad (7b)$$

여기서 계수  $\sigma_m$ 는 경계조건으로부터 결정될 계수이며,  $\lambda_m$ 는 축방향 진동모드에 관계된 계수로 정수일 필요는 없다. 복합재료 원통셀에 대해 여러 가지 경계조건을 포함시킬 수 있는 변위식은 다음과 같이 일반적인 형태로 표현할 수 있다.

$$u(x, \phi, t) = \sum_{m=1}^{\infty} U_{mn} (L/\lambda_m) \Psi'(x) \cos n\phi \cos \omega_{mnt}$$

$$v(x, \phi, t) = \sum_{m=1}^{\infty} V_{mn} \Psi(x) \sin n\phi \cos \omega_{mnt}$$

$$w(x, \phi, t) = \sum_{m=1}^{\infty} W_{mn} \Psi(x) \cos n\phi \cos \omega_{mnt}$$

(8)

여기서  $U_{mn}$ ,  $V_{mn}$ 과  $W_{mn}$ 은 각 방향으로의 진폭을 나타내며,  $n$ 는 원주방향 반파수, 그리고  $\omega_{mn}$ 은 각 진동모드  $(m, n)$ 에서의 각진동수를 표시한다.

본 연구에서 고려된 경계조건은 고정-고정, 고정-단순지지와 고정-자유, 단순지지-단순지지 및 자유-자유의 다섯 가지 경계조건을 갖는다. 고정 경계조

Table 1 Characteristic equations and  $\sigma_m$  for boundary conditions

B.C.	Characteristic equation	Formula for $\sigma_m$
C-C F-F	$\cos \lambda_m \cosh \lambda_m - 1 = 0$	$\sigma_m = \frac{\cosh \lambda_m - \cos \lambda_m}{\sinh \lambda_m - \sin \lambda_m}$
C-S	$\tan \lambda_m - \tanh \lambda_m = 0$	$\sigma_m = \frac{\cosh \lambda_m + \cos \lambda_m}{\sinh \lambda_m + \sin \lambda_m}$
C-F	$\cos \lambda_m \cosh \lambda_m + 1 = 0$	$\sigma_m = \frac{\cosh \lambda_m + \cos \lambda_m}{\sinh \lambda_m + \sin \lambda_m}$

건은 횡방향 변위 및 회전은, 단순지지 경계조건은 횡방향 변위와 굽힘모멘트를, 자유 경계조건은 굽힘모멘트와 횡전단력을 허용하지 않는다. 따라서 축방향 모드함수로 고려된 경계조건을 표현하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\text{고정경계조건(C)} \quad \Psi = \Psi' = 0 \quad (9a)$$

$$\text{단순지지 경계조건(S)} \quad \Psi = \Psi'' = 0 \quad (9b)$$

$$\text{자유경계조건(F)} \quad \Psi'' = \Psi''' = 0 \quad (9c)$$

본 연구에서 고려된 각각의 경계조건을 만족하는 축방향 모드함수와 축방향 진동모드를 나타내는 특성방정식은 Table 1과 같다.

가정된 변위식을 각각의 에너지식에 대입하고, 주어진 영역에 대해 적분을 취하여 얻어진 결과를 Rayleigh-Ritz법인 식 (10)에 적용하면 링보강 복합재료 원통셀에 대한 진동수방정식을 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial X_i} (T_i - U_i) = 0, \quad X_i = U_{mn}, V_{mn}, W_{mn} \quad (10)$$

$$T_i = T_s + T_r, \quad U_i = U_s + U_r$$

결과적으로 링보강 복합재료 원통셀에 대한 진동수 방정식은 다음과 같이 행렬형태로 이루어진다.

$$[K]\{X_i\} - \omega_{mn}^2 [M]\{X_i\} = 0 \quad (11)$$

여기서 행렬  $[K]$ ,  $[M]$ 은 강성 및 질량행렬로써  $3 \times 3$ 의 부분행렬로 이루어지며, 부분행렬은  $p \times p$ 의 크기를 갖는다.

식 (11)이 유용해를 얻기 위해서는 행렬식이 0이 되어야 하기 때문에 다음과 같은 고유치 문제가 된다.

$$|[K] - \omega_{mn}^2 [M]| = 0 \quad (12)$$

### 3. 실험

본 연구에서 고려된 경계조건들을 만족시키기 위해 개개의 장치를 이용하여 경계조건을 구현하였다. 먼저 고정 경계조건을 구현하기 위해서는 셸 고정용 지그를 제작하여 에폭시로 셸을 지그에 부착하고 이를 베드에 볼트를 이용하여 고정하였으며, 단순지지 경계조건에 대해서는 원주방향에 대해 24개의 볼트로 지지하도록 제작된 지그를 이용하여 구현하였다. 먼저 셸이 들어 갈 수 있는 크기의 링에 반경방향으로 24개의 암나사자리를 주고 셸을 링에 끼운 다음 M10볼트를 반경방향으로 죄이므로 셸의 외면에 볼트가 지지되도록 하였다. 자유-자유 경계조건의 경우 실을 이용하여 경계조건을 구현하였다. Fig. 2는 양단 단순지지 경계조건을 구현하기 위해 제작된 실험장치를 보여 주고 있다.

진동실험은 충격해머와 가속도계를 사용한 충격가진방법을 이용하였으며, 고유진동수를 구하기 위해 두개의 채널을 갖는 주파수분석기(Ono-Sokki CF 920)를 사용하였다. Fig. 3은 고정-고정 경계조건을

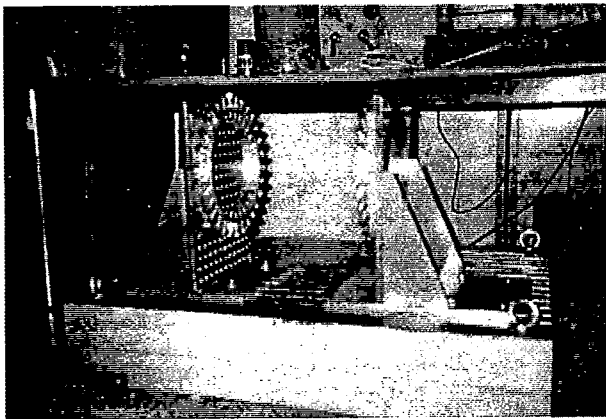


Fig. 2 Experimental setup for modal test (S-S B.C. shell)

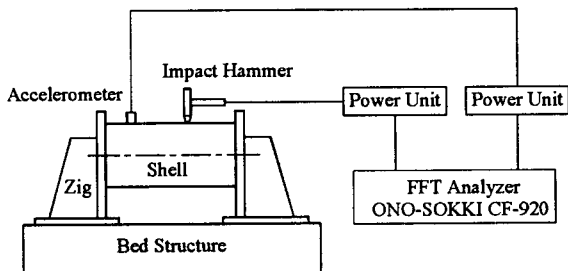


Fig. 3 Schematic diagram for modal test

갖는 링보강 원통셸의 진동실험을 위한 실험 개략도를 나타내고 있다. 주파수 분석을 위한 입력신호는 충격해머(PCB 086B03 SN 1983)로 가진하였고, 응답신호는 가속도계(PCB A352B18 SN 3984)를 사용하여 얻었다. 입력과 응답신호는 power unit를 사용하여 증폭하였다. 진동실험에서 신호의 오차를 줄이기 위해 같은 점을 8회 가진하여 이들을 평균하여 얻었으며, 진동 모드의 형상을 결정하기 위해 원주방향으로 16점, 길이방향으로 9점을 등간격으로 나누어 총 144점을 충격해머로 가진하였다.

### 4. 결과 및 고찰

본 연구에서 고려된 원통셸의 길이는 315 mm, 반경은 80 mm, 두께는 3 mm이며, 보강재의 크기는  $b \times d = 5 \times 5$  mm이다. 보강재의 위치는 Fig. 1에 제시된 것처럼 셸의 끝단과 보강재의 중심까지의 거리  $L_o = 60$  mm 이고, 보강재와 보강재간의 거리  $L_i = 65$  mm이다. 한편 사용된 복합재료는 평직 유리섬유 복합재료(plain woven glass fiber composite)로 Table 2의 재료물성을 갖으며, 보강재는 유리섬유를 이용하여 한 방향으로 적층하였다.

Table 3에서는 고정-고정 경계조건을 갖는 원통셸에 대한 이론해석결과와 실험결과를 1차에서 5차까지의 진동형상 및 고유진동수를 제시하였다. 표에서 나타난 것처럼 이론해석 결과와 실험결과간의 차이는 전반적으로 10%미만으로, 이 들간의 차이는  $[(f_{Ray} - f_{Exp}) / f_{Exp}] \times 100(\%)$ 로 계산된 값으로  $f_{Ray}$ 는 본 이론에 의한 진동수이고,  $f_{Exp}$ 는 실험을 통해 얻은 결과이다. 실험과 이론해와 차이가 나는 것은 시험편의 결함 및 경계조건 구현 등에 따른 실험적 오차에 기인한다. 고려된 셸에 대한 결과의 수렴은 식 (8)에서 축방향 진동모드  $m = 15$ 에서 이루어지고 있어 앞으로의 이론 결과는 이를 기준으로 해석된다. 진동모드를 나타내는  $(m, n)$ 에서  $m$ 은 축방향 모드에서의 반파수,  $n$ 은 원주방향으로의 반파수를 나타낸다.

Table 2 Woven fabrics composite material properties

$E_1$ (GPa)	$E_2$ (GPa)	$G_{12}$ (GPa)	$\nu_{12}$	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )
24.0	24.0	4.2	0.15	1750

**Table 3** Comparison of predicted and experimental results of ring stiffened composite cylindrical shell with C-C boundary condition

Mode ( <i>m, n</i> )	Predicted frequency (Hz)					Exp. Freq.(Hz)	Discrepancy
	<i>m</i> = 6	<i>m</i> = 10	<i>m</i> = 12	<i>m</i> = 14	<i>m</i> = 15		
(1,2)	1116.6	1092.7	1088.4	1086.7	1085.4	1025.0	5.9%
(1,3)	1355.5	1274.7	1264.0	1263.5	1213.1	1275.0	-4.9%
(1,1)	1670.6	1645.1	1638.7	1634.2	1630.8	1625.0	0.4%
(2,3)	1899.0	1836.8	1824.2	1822.3	1822.3	1862.5	-2.2%
(1,4)	2213.2	1986.7	1959.7	1959.6	1959.4	1975.0	-0.8%

**Table 4** Comparison of predicted and experimental results of ring stiffened composite cylindrical shell with various boundary conditions

Boundary conditions	Indices	Natural frequencies (Hz)				
		(1,3)	(1,2)	(1,4)	(2,3)	(2,4)
F-F	Mode( <i>m, n</i> )	(1,3)	(1,2)	(1,4)	(2,3)	(2,4)
	$f_{Ray}$ (Hz)	1318.8	1667.7	1700.1	2188.7	2264.8
	$f_{Exp}$ (Hz)	1400.0	1675.0	1850.0	2162.0	2387.0
	Discrepancy	-5.8%	-0.4%	-8.1%	1.2%	-5.1%
S-S	Mode( <i>m, n</i> )	(1,2)	(1,3)	(1,1)	(2,3)	(2,2)
	$f_{Ray}$ (Hz)	855.5	1148.4	1458.3	1750.4	1921.3
	$f_{Exp}$ (Hz)	912.5	1187.5	1362.5	1837.5	1962.5
	Discrepancy	-6.2%	-3.3%	7.0%	-4.7%	-2.1%
C-F	Mode( <i>m, n</i> )	(1,2)	(1,1)	(1,3)	(2,2)	(2,3)
	$f_{Ray}$ (Hz)	503.6	684.1	936.9	1245.9	1271.1
	$f_{Exp}$ (Hz)	465.0	715.0	915.0	1270.0	1340.0
	Discrepancy	8.3%	-4.3%	2.4%	-2.0%	-5.1%
C-S	Mode( <i>m, n</i> )	(1,2)	(1,3)	(1,1)	(2,3)	(1,4)
	$f_{Ray}$ (Hz)	999.6	1209.6	1575.7	1727.6	1936.1
	$f_{Exp}$ (Hz)	962.5	1225.0	1475.0	1812.5	1962.5
	Discrepancy	3.9%	-1.3%	6.8%	-4.7%	-1.3%

고려된 다른 여러 가지 경계조건을 갖는 셸에 대한 이론 및 실험 결과가 Table 4에 제시되었다. 여기서 F-F 셸에 대해서는 강제 진동형상(rigid body vibration mode)은 제외시켰다. 이들의 이론값은 Table 3에서 제시된 축방향 급수항  $m=15$ 에서의 결과들이다. Table 3에서와 같이 이론과 실험 결과간의 차이는 10%미만으로 서로 잘 일치하고 있다. 먼저 셸 양단의 경계조건이 같은 고정-고정(C-C), 자유-자유(F-F) 및 단순지지-단순지지(S-S) 경계조건을 갖는 셸에 대해 표에 나타난 것처럼 자유경계조건을 갖는 셸이 가장 큰 기본진동수를 가지며, 다음으로는 고정-고정, 단순지지-단순지지 순으로 나타나고 있으며, 각 진동차수에서의 진동형상은 서

로 다르게 나타나고 있으나, C-C와 S-S는 1차에서 4차까지는 같은 진동형상을 갖는다. F-F의 경우 C-C 나 S-S의 1, 2차 진동형상이 서로 바뀌는 것을 볼 수 있다. 한편 일단이 고정되고 타단이 다른 조건(고정, 자유, 단순지지)을 갖는 경우 타단의 구속 정도가 클수록 고유진동수의 값도 커지며, 구속 정도가 거의 유사한 고정-고정 및 고정-단순지지에 대한 진동형상은 동일하며, 진동수에서도 차이가 크지 않다.

Fig. 4에서는 비보강셸 및 보강셸에 대해 원주방향 반파수에 따른 진동수의 변화를 나타내고 있다. 비보강셸인 경우 큰 원주방향 반파수에 대해서 경계조건에 관계없이 진동수가 거의 같게 나타나고 있어

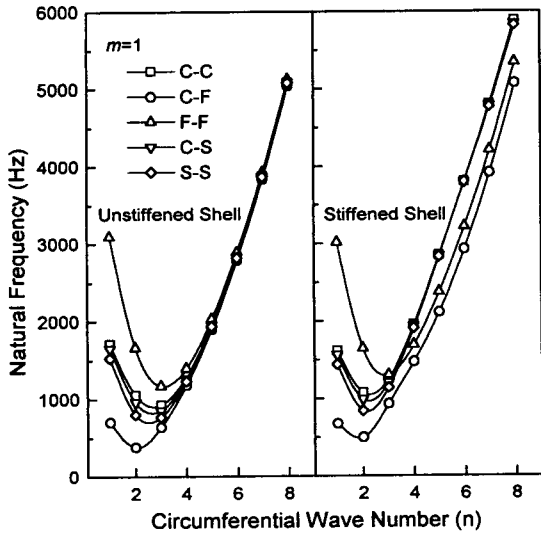


Fig. 4 Effect of circumferential wave number on frequency of unstiffened/stiffened composite cylindrical shells

고차로 갈수록 경계조건에 관계없이 같은 진동형상에 대해 같은 진동수를 갖는다는 것을 알 수 있다. 그러나 보강셀의 경우에는 구속정도가 거의 같은 C-C, C-S와 S-S의 경우에 대해서만 큰 원주방향 반파수에 대해 거의 같은 진동수를 보이고 있을 뿐 F-F나 C-F인 경우에는 다른 진동수를 갖는다. 한편 보강을 함으로써 기본진동수는 증가를 하며 경우에 따라 기본진동수가 나타나는 진동모드의 변화가 있는 것을 볼 수 있다. 예로써 C-C인 경우 비보강셀인 경우 기본진동수가 (1,3)모드에서 생겼으나, 보강셀인 경우에는 (1,2)로 진동모드가 변하는 것을 알 수 있다. 보강을 함으로써 고유진동수에 미치는 영향이 C-F인 경우를 제외하고 작은 반파수보다 큰 반파수에 대한 진동수에 큰 영향을 미친다.

여러 가지 경계조건을 갖는 원통셀에 대해 셀의 길이 대 반경 비( $L/R$ )의 변화에 따른 기본진동수의 변화를 Table 5에 제시하였다. 여기서 원통셀은 등간격으로 4개의 링에 의해 보강되고  $h/R=0.0125$ 이며, 제시된 결과는 이론해석에서 얻은 결과들이다.

Table 5 Comparison of fundamental frequencies of stiffened shell with different  $L/R$  ratio for various boundary conditions ( $R=80\text{mm}$ ,  $h/R=0.0125$ )

$L/R$	Fundamental Frequency (Hz)				
	C-C	F-F	S-S	C-F	C-S
1	2573.0(3)	4250.6(5)	2476.3(3)	1517.8(2)	2490.4(3)
2	1571.7(3)	2145.7(4)	1570.1(2)	832.4(2)	1509.3(3)
5	770.4(2)	861.3(3)	589.9(2)	379.0(2)	697.8(2)
10	418.4(2)	405.3(2)	384.7(1)	164.0(1)	382.1(2)
20	221.1(1)	200.1(2)	125.9(1)	60.2(1)	174.1(1)
50	55.4(1)	51.4(1)	40.4(1)	27.5(1)	46.1(1)

( ) : Circumferential wave number

Table 6 Comparison of fundamental frequencies of stiffened shell with number of stiffeners for various boundary conditions ( $R=80\text{ mm}$ ,  $L/R=5$ ,  $h/R=0.0125$ )

No. of stiffener	Fundamental frequency (Hz)				
	C-C	F-F	S-S	C-F	C-S
0	504.8(4)	556.6(4)	346.4(3)	218.2(2)	436.2(3)
1	708.9(3)	767.7(3)	553.3(2)	256.9(2)	650.8(3)
2	765.6(2)	775.8(3)	567.8(2)	303.7(2)	686.8(2)
4	770.4(2)	861.3(3)	589.9(2)	379.0(2)	697.8(2)
8	814.3(2)	1081.7(2)	661.6(2)	428.5(1)	751.9(2)
12	803.8(2)	1058.0(2)	666.3(2)	401.3(1)	746.8(2)
16	789.0(2)	1025.3(2)	663.5(2)	378.9(1)	736.7(2)

모든 경계조건에 대해  $L/R$ 비가 커질수록 기본진동수는 감소하는 결과를 보이고 있으며, 기본진동수가 나타나는 원주방향 반파수가 작은 쪽으로 접근하는 것을 볼 수 있다. 이와 같은 현상은 길이가 길어짐으로써 원통셀 구조물은 셀의 거동이 아닌 빔의 거동을 한다는 것을 의미한다. 셀의 양단이 동일한 경계조건을 갖는 경우(C-C, S-S, F-F)  $L/R$ 비가 비교적 작은 곳에서는 F-F 경계조건을 갖는 셀이 가장 큰 진동수를 갖지만 큰  $L/R$ 비에서는 C-C 경계조건을 갖는 셀이 가장 큰 진동수를 갖는다. 그리고 한단 고정이고 다른 단이 다른 경계조건을 갖는 경우 C-C 경계조건과 C-S 경계조건을 갖는 셀은 거의 유사한 진동수를 갖는다.

한편 링 보강재의 수에 따른 기본진동수의 거동을 Table 6에 제시하였다. 본 결과는 이론에서 나온 값으로 표에 나타난 것처럼 보강을 함으로써 모든 경계조건에 대해 진동수가 크게 증가하는 것을 볼 수 있다. 하나의 링으로 보강하는 경우 보강하지 않는 셀에 비해 약 20~60% 정도 진동수가 증가한 것을 알 수 있다. S-S 경계조건의 경우 약 60% 정도 증가량이 가장 컸으며, C-F 경계조건의 경우 약 20% 정도를 나타내고 있다. 그리고 보강재의 수가 8이상이 되면 진동수가 서서히 감소하는 경향을 볼 수 있다. 이와 같은 현상은 보강을 함으로써 셀의 강성도 증가를 하지만 질량의 증가도 동시에 일어나기 때문에 어느 이상이 되면 질량증가가 강성증가보다 그 영향이 크게 나타나고 있기 때문으로 판단된다. 여

기서 또 하나의 현상은 보강을 함으로써 기본진동수가 나타나는 원주방향 반파수가 변화되는 것을 볼 수 있다. 이와 같은 현상은 보강재가 원주방향으로 보강되는 링이기 때문에 셀이 보강됨으로써 원주방향에 대해 보다 강해졌기 때문이다.

Fig. 5와 Fig. 6 및 Fig. 7은 이론에서 얻은 각각의 경계조건을 갖는 셀에 대해 보강재의 높이변화에 따른 축방향 진동형상( $m=1, 2, 3$ )을 도시한 것이

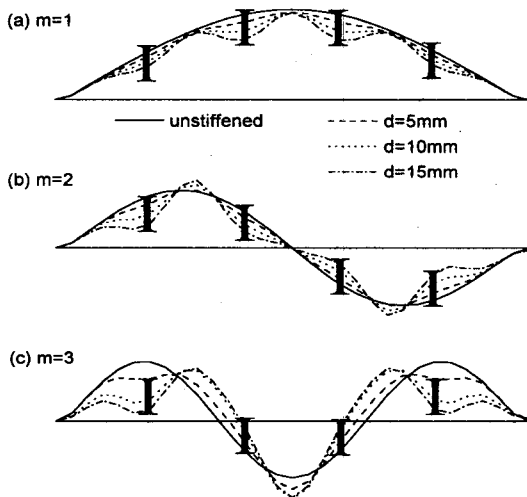


Fig. 5 Axial mode shapes of ring stiffened composite cylindrical shell with clamped-clamped boundary condition

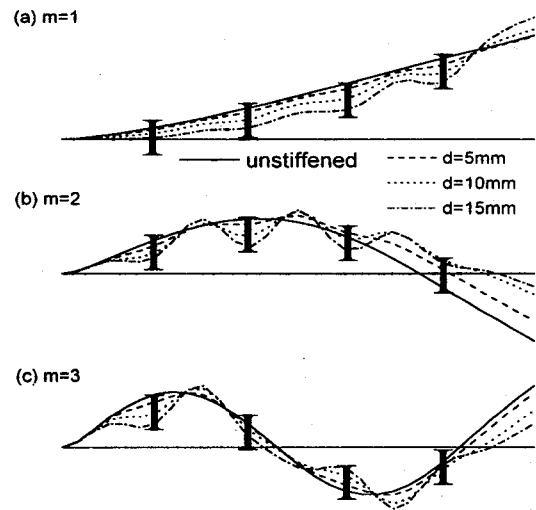


Fig. 6 Axial mode shapes of ring stiffened composite cylindrical shell with clamped-free boundary condition

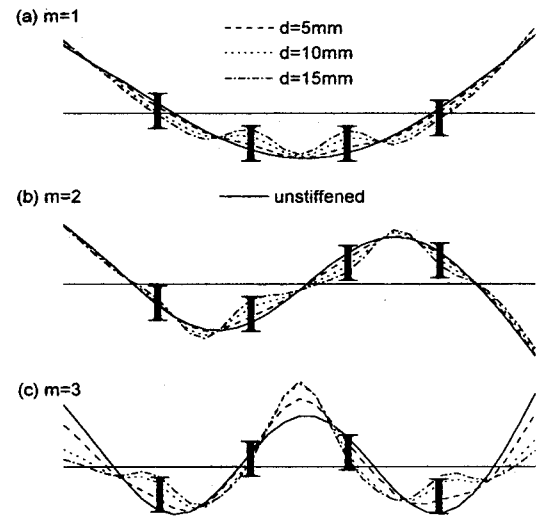


Fig. 7 Axial mode shapes of ring stiffened composite cylindrical shell with free-free boundary condition

다. 먼저 고정-고정, 고정-단순지지, 단순지지-단순지지 경계조건을 갖는 셸은 거의 같은 진동형상을 갖기 때문에 대표적으로 고정-고정 경계조건을 갖는 셸에 대한 진동형상을 Fig. 5에, 고정-자유 경계조건을 갖는 셸에 대한 진동형상을 Fig. 6에, 그리고 자유-자유 경계조건을 갖는 셸에 대해서는 Fig. 7에 제시하였으며, 그림 중에 (I)는 보강재의 위치를 나타낸 것이다. 그림에 나타난 것처럼 보강이 되지 않은 셸에 대한 진동형상은 완벽한 정현파를 이루지만 보강을 함으로써 보강재 사이사이에 국부적으로 정현파를 형성한다. 또한 보강재의 높이가 커질수록 이 정현파는 더욱 뚜렷하게 나타나며, 보강재가 있는 곳에서의 상대 변위는 작아진다. 한편 축방향 반파수가 커질수록 보강재의 높이 영향이 더욱 크게 작용하여 보강재가 있는 곳에서의 상대변위가 더욱 작아지는 것을 볼 수 있다.

#### 4. 결 론

여러 가지 경계조건을 갖는 링 보강 복합재료 원통셸에 대해 이론해석과 실험이 이루어 졌다. 이론해석에서는 Love의 셸이론과 이산보강이론을 적용하여 지배방정식을 유도하였고, Rayleigh-Ritz법을 적용하여 진동수방정식을 이론적으로 유도하였으며, 진동실험에서는 충격가진방법을 이용하여 실험을 수행하였다. 고려된 모든 경계조건을 갖는 셸에 대해 이론해석과 실험결과간에 좋은 일치를 보였다. 셸의 길이가 커질수록 진동수는 감소하며 동시에 기본진동수가 형성되는 원주방향 반파수의 변화가 일어나는 것을 알았다. 많은 링으로 보강할 경우 셸의 강성이 증가하지만 질량 증가도 동시에 일어나기 때문에 어느 이상의 링보강이 되면 질량증가가 강성증가보다 보강 셸의 진동수에 크게 영향을 미쳐 진동수가 오히려 감소하는 경향이 있음을 보았다. 또한 보강재의 높이가 커질수록 진동형상에서 국부적인 진동형상이 뚜렷하게 나타나는 것을 알 수 있었다.

#### 참 고 문 헌

- (1) A. M. Al-Najafi and G. B. Warburton, 1970, "Free Vibration of Ring-Stiffened Cylindrical Shells," J. of Sound and Vibration, Vol. 13, pp. 9~25.
- (2) B. A. J. Mustafa and R. Ali, 1989, "An Energy Method for Free Vibration Analysis of Stiffened Circular Cylindrical Shells," Computers & Structures, Vol. 32, pp. 355~363.
- (3) B. Yang and Zhou J., 1995, "Analysis of Ring-Stiffened Cylindrical Shells," J. of Applied Mechanics, Vol. 62, pp. 1005~1014.
- (4) M. Wang, S. Swaddiwudhipong and J. Tian, 1997, "Ritz Method for Vibration Analysis of Cylindrical Shells with Ring Stiffeners," J. of Engineering Mechanics, Vol. 123, pp. 134~142.
- (5) S. Goswami and M. Mukhopadhyay, 1995, "Finite Element Free Vibration Analysis of Laminated Composite Stiffened Shell," J. of Composite Materials, Vol.29, pp.2388-2422.
- (6) C. W. Bert, C. D. Kim and V. Birman, 1993, "Vibration of Composite-Material Cylindrical Shells with Ring and/or Stringer Stiffeners," Composite Structures, Vol. 25, pp. 477~484.
- (7) 김영신, 김영완, 1996, "복합재료원통셸의 고유진동수 및 좌굴하중에 대한 직교보강 특성 연구", 한국소음진동공학회지, 제 8 권, 제 3 호, pp. 467~476.
- (8) Y. S. Lee and Y. W. Kim, 1998, "Vibration Analysis of Rotating Composite Cylindrical Shells with Orthogonal Stiffeners", Computers and Structures, Vol. 69(2), pp. 271~281.