

## 접촉감쇠의 수식화 및 외연적 유한요소법에의 적용

이상욱\* · 양동열\*\* · 정완진\*\*\*

(1999년 1월 28일 접수)

# Formulation of the Contact Damping and its Application to the Explicit Finite Element Method

Sang Wook Lee, Dong-Yol Yang and Wan Jin Chung

### Abstract

In the recent sheet metal forming simulations, it increases to adopt the dynamic explicit method for an effective computation and the elastoplastic formulation for stress recovery. It is inevitable in the dynamic explicit method that some noises occur, which sometimes partly spoil results of simulations. This phenomenon becomes severer when complicated contact conditions are included in simulations. In commercial dynamic codes, the concept of contact damping is introduced. However, the formulation process of it is not revealed well. In this paper, a contact damping method is formulated in order for effectively suppressing noises occurring due to complicated contact conditions. This is checked by analyzing a simple sheet metal stamping process (U-draw bending). From the computational results, it is shown that the contact damping can effectively control the noises due to contacts, especially when considering the sheet thickness, and help to develop more reliable internal stress states, which result in more realistic deformed shapes after springback.

**Key Words** : Contact Damping, Explicit Finite Element Method, Sheet Metal Forming, Springback

### 1. 서론

박판 성형 과정을 잘 모사하기 위한 유용한 도구로써 유한요소법 (FEM: Finite Element Method) 이 가장 널리 사용되고 있다. 유한요소법은 모사하고자 하는 재료의 모델링에 따라 강소성 및 탄소성 유한요소법으로 대별되고, 시간 적분법에 의해서는 내연적 (implicit) 및 외연적 (explicit) 유한요소법으로 나뉜다. 복잡한 형상의 삼차원

박판 성형 모사의 경우, 스프링백 계산의 여지를 포함할 수 있는 탄소성 수식화가, 또 효율적 계산을 위해서는 외연적 수식화가 많이 채택되고 있는 것이 최근의 경향이다.<sup>1) 2)</sup>

외연적 시간 적분법을 채택할 경우, 관성 효과를 고려하는 동적 문제로 모델링하는 것이 일반적이다. 따라서 전체 해석계가 항상 동적 상태에 놓이므로 여러 요인에 의한 잡음(noise)이 쉽게 개입된다. 이로부터 해가 불안정해질 수 있다. 특히 접촉이 많은 문제에서는 더욱 심각하게 나

\* 삼성중공업(주) 중앙연구소  
\*\* 한국과학기술원 기계공학과  
\*\*\* 서울산업대학교 금형설계학과

타난다. 이를 보완하고자 기존 상용 프로그램에서는 계 감쇠(system damping)나 접촉 감쇠(contact damping) 등을 도입하고 있다.<sup>3-4)</sup> 그러나 수식화 과정이 잘 드러나 있지 않고 또한 그 효과도 정량적으로 발표되지 않았다.

본 논문에서는 외연적 시간 적분법을 이용하여 박판 성형 모사를 수행할 때 잡음의 발생을 억제하기 위한 접촉 감쇠를 명확히 수식화 한다. 또한 내부 응력 상태를 잘 대변해 주는 스프링백 해석 결과를 통해 접촉 감쇠의 효과를 정량적으로 나타낸다. 이를 위해 박판 성형 공정 해석의 대표적인 모델링 중 하나인 U-draw bending<sup>1)</sup> 공정을 외연적 유한요소법으로 해석하여 그 결과인 내부 응력 상태 및 스프링백 형상을 비교한다. 이 때 접촉의 복잡도에 따른 변화도 고찰하기 위해 접촉 계산시 박판 두께를 고려할 경우와 고려하지 않을 경우를 함께 계산하여 비교한다.

## 2. 외연적 시간 적분법의 수식화

외력에 의해 행해진 일 ( $W^{ext}$ )과 내력 및 관성력에 의해 행해진 일 ( $W^{int}$ )은 같아야 한다는 일평형으로부터 다음식이 성립된다.

$$\int_V \delta \mathbf{x}^T \Psi dv + \int_S \delta \mathbf{x}^T \phi ds + \sum_i \delta \mathbf{x}_i^T \mathbf{F}_i = \int_V (\delta \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\sigma} + \delta \dot{\mathbf{x}}^T \rho \dot{\mathbf{x}}) dv \quad (1)$$

여기서  $\delta \mathbf{x}$  및  $\delta \boldsymbol{\varepsilon}$ 은 임의의 변위 및 임의의 변형율을 각각 나타내고,  $\Psi$ 는 체적력,  $\phi$ 는 표면력,  $\mathbf{F}_i$ 는 집중 하중력,  $\boldsymbol{\sigma}$ 는 내부 응력,  $\rho$ 는 밀도 그리고  $\dot{\mathbf{x}}$ 은 가속도 벡터를 의미한다.

형상 함수  $\mathbf{N}$ 을 도입하여 식(1)을 공간적으로 이산화시킨 후 정리하면 다음과 같은 동적 힘 평형방정식(dynamic force balance equation)을 구할 수 있다.

$$M \ddot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}^{ext} - \mathbf{f}^{int} \quad (2)$$

여기서

$$\mathbf{f}^{ext} = \int_V \mathbf{N}^T \Psi dv + \int_S \mathbf{N}^T \phi ds + \sum_i \mathbf{F}_i \quad (3)$$

$$\mathbf{f}^{int} = \int_V \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma} dv \quad (4)$$

로서 각각 외력항과 내력항을 나타내며,  $\mathbf{B}$ 는 변위-변형률 행렬(displacement-strain matrix)을 의미한다. 또한

$$\mathbf{M} = \int_V \mathbf{N}^T \rho \mathbf{N} dv \quad (5)$$

로서 일관 질량 행렬(consistent mass matrix)을 나타내는 데, 식(2)의 해를 축차(iteration) 없이 외연적으로 구할 수 있도록 다음과 같은 집중 질량 행렬(lumped mass matrix)을 도입한다.

$$\mathbf{M} = \sum_e m_e, \quad (6a)$$

$$m_e = \begin{cases} \frac{1}{n} \int_V \rho dv & : \text{대각요소} \\ 0 & : \text{비대각요소} \end{cases} \quad (6b)$$

여기서  $n$ 은 한 요소의 절점수이다.

## 3. 접촉 감쇠법의 수식화

박판 성형 해석시 금형이 모델링되어 해석에 사용되므로, 금형과 박판간의 접촉은 필연적이다. 외연적 유한요소법의 경우 축차를 하지 않기 때문에 접촉 처리법으로는 대부분 벌칙 함수법(penalty method)이 사용된다.<sup>5)</sup>

Fig.1의 (a)와 같이 박판에 속한 한 절점이 깊이  $d$ 만큼 금형으로 침투했을 경우, 침투 절점에 가해지는 접촉력은 다음과 같다.

$$\mathbf{f}^{contact} = dkn \quad (7)$$

여기서  $d > 0$ 이고,  $n$ 은 침투 절점에 가장 가까운, 금형 요소의 한 점에서의 수직 단위 벡터이다. 또한  $k$ 는 접촉 강성(contact stiffness)으로서

$$k = \alpha K \frac{A^2}{V} \quad (8)$$

으로 계산된다.<sup>6)</sup> 이 때  $\alpha$ 는 척도 계수(scale factor),  $K$ 는 체적 탄성 계수,  $A$ 는 요소 면적 그리고  $V$ 는 요소 체적을 각각 나타낸다.

그런데 식(7)에서  $d$ 의 절대값이 커지면 과도한 접촉력이 접촉 절점에 가해지게 되어 접촉 상태가 불안정해지고 이에 따른 잡음이 발생한다. 이로부터 박판 요소 내부에 불필요한 응력파(stress wave)가 발생하여 응력 완화(stress relaxation) 현상이 과도하게 일어나는 등 해석 결과의 신뢰도가 떨어지는 문제점이 발생한다. 특히 블랭크 홀더와 다이와의 양면 접촉이 일어나는 제품의 플랜지 부분에서는 이같은 현상이 더욱 심하게 나타난다. 이러한 잡음 발생을 억제하기 위해 접촉 감쇠 모델을 도입한다. 즉, Fig.1의 (b)처럼 접촉계를 일자유도 진동계로 모델링한다. 이럴 때 감쇠력은 다음과 같다.

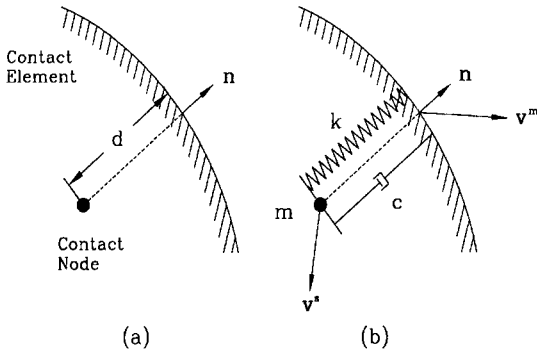


Fig. 1 Schematic illustration for modeling of the contact damping :

- (a) Penetrated situation, ;
- (b) One-degree-of-freedom vibration model

$$f^{damp} = c(v^r \cdot n)n \quad (9a)$$

$$v^r = v^s - v^m \quad (9b)$$

여기서  $v^r$ ,  $v^s$ ,  $v^m$  은 각각 상대 속도, 접촉 절점 속도, 접촉 절점에 가장 가까운 금형 요소의 속도를 나타낸다.

임계 감쇠비(fraction of critical damping)  $\zeta$  를 파라미터로 도입하면 감쇠 계수  $c$  는 일자유도 진동계에서 다음과 같이 표현된다.<sup>(7)</sup>

$$c = 2\zeta\omega_n m \quad (10a)$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (10b)$$

따라서 식(2)는 접촉력 및 접촉 감쇠력을 부가하여 다음과 같이 된다.

$$M\ddot{x} = f^{ext} - f^{int} + \{dk - 2m\omega_n(v^r \cdot n)\zeta\}n \quad (11)$$

#### 4. 접촉 처리시 박판 두께 고려

셀요소를 사용하여 박판 성형 공정을 유한 요소 해석할 때, 해석 결과가 실제 현상을 더욱 가깝게 예측하기 위해서는 성형 중 일어나는 박판의 두께 변화를 해석시 접촉 처리에 반영해야 한다. 이럴 경우 양면 접촉 현상의 묘사도 가능해진다.

박판 성형 해석에 주로 쓰이는 얇은 셀요소(thin shell

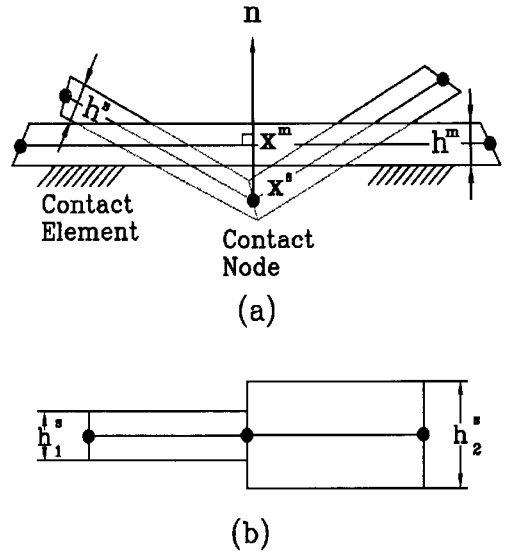


Fig. 2 Consideration of the shell thickness :

- (a) Contact interface model ;
- (b) Ambiguous definition of thickness at contact node

element)의 경우 접촉력이 셀요소의 중간면(middle plane)에 직접 작용한다고 가정하는 것이 접촉 처리 절차를 크게 단순화시키는 데 도움이 된다.<sup>(8)</sup>

Fig.2의 (a)에 보인 바와 같이 접촉 절점(contact node)이 금형 요소(contact element)를 침투했을 때 셀요소의 두께를 고려하여 침투 깊이  $d$  는

$$d = (x^m - x^s)n + d_g \quad (12)$$

로 표시된다. 여기서

$$d_g = \frac{1}{2}(h^m + h^s) \quad (13)$$

이다.

해석 중 셀요소는 두께가 변화되기 때문에 Fig.2의 (b)와 같이 접촉 절점에서의 두께 정의가 애매모호해질 경우가 있다. 이럴 경우 취할 수 있는 가장 단순한 조치는 두꺼운 쪽을 접촉 절점에서의 두께로 간주하는 것이다.<sup>(8)</sup> 왜냐하면 더 두꺼운 셀요소 쪽이 금형 요소에 먼저 접촉해 버리기 때문이다. 따라서

$$h^s = \max(h_1^s, h_2^s) \quad (14)$$

로 정의된다.

### 5. 계산 절차

중앙 차분법(central difference method)을 도입하여 식(11)을 시간적으로 이산화 시키면 외연적 방법으로 계산이 이루어진다. Fig.3에 계산 흐름도를 요약하여 나타내었다. 그림에서 (i) 와 (i+1)은 각각 i번째 및 i+1번째 계산 스텝을 의미한다.

중앙 차분법의 도입으로 해의 안정성을 보장하기 위한 임계 시간 증분(critical time increment)이 존재한다. 임계 시간 증분은

$$\Delta t_{cr} = \sqrt{\frac{\rho L_s^2}{E}} \quad (15)$$

로 표시된다.<sup>(5)</sup> 여기서  $L_s$ 는 셀요소의 특성 길이(characteristic length),  $E$ 는 영률(Young's modulus)을 각각 나타낸다. 그런데 계산 스텝간 시간 증분  $\Delta t$ 가  $\Delta t_{cr}$ 에 접근하면 해의 안정성이 급격히 떨어지므로 실제 계산에서는 다음과 같은 쿠런트 수(Courant number)를 도입하여 사용한다.

$$C_n = \frac{\Delta t}{\Delta t_{cr}} \quad (16)$$

보통  $C_n$ 은 0.95~0.98로 설정되며,<sup>(5)</sup> 접촉이 급격하고 복잡하게 일어나는 문제일 수록 더욱 낮은 값을 사용하는 것이 해석 결과의 신뢰성을 위해 바람직하다.

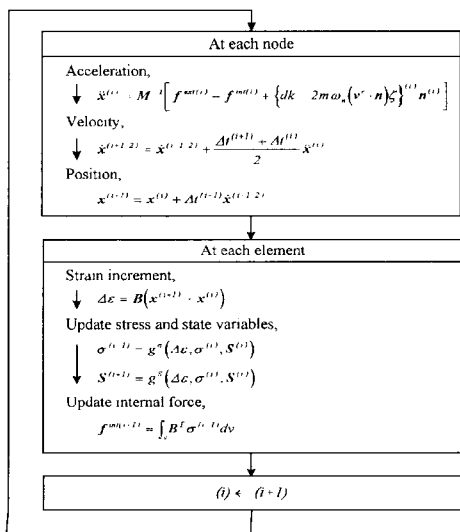


Fig. 3 Flow chart of the calculation procedure of the dynamic explicit integration method

### 6. 적용 예: U-draw bending 공정

접촉 감쇠의 적용 예로는 NUMISHEET'93<sup>(11)</sup>에서 벤치마크 문제로 사용된 U-draw bending 공정 해석으로 하였다. 금형 및 블랭크의 치수와 초기 셋업을 Fig.4에 나타내었다. 블랭크는 절점 수 325개, 셀요소 수 175개로 묘사되었다. 각 셀요소에는 두께 방향으로 5개의 적분점을 두어 굽힘을 묘사하도록 하였다. 또한 평면 변형(plane strain) 문제로 가정하였다. 해석에 사용된 블랭크 재료의 물성과 공정 파라미터 값들을 Table 1에 나타내었다. 해석 결과를 나타내기 위해 인장-굽힘-역굽힘의 성형 전과정을 차례로 겪을 수 있는, 초기 플랜지부에 위치한 셀요소 하나를 선정하였다. 이 셀요소에서 굽힘-역굽힘에 의한 내부 응력 변화를 효과적으로 보이기 위해 최외곽층의 적분점 하나를 최종 선택하여 아래의 모든 결과의 기준점으로 삼았다.

Fig.5는 성형이 진행되는 동안 적분점이 겪게 될, 공정 시간에 따른(핀치 행정에 따른) 길이 방향 응력의 예상 이력을 나타낸다. 적분점이 A에서 E로 진행하면서 A-B 구간에서는 인장(stretching)을, B-C 구간에서는 굽힘(bending)을, C-D 구간에서는 역굽힘(unbending)을 받고, D-E 구간에서는 약간의 응력 완화 현상을 겪게 된다. 이 응력 완화 현상은 굽힘-역굽힘 구간에서 발생하는 응력파가 전달되면서 생기는 것이다.<sup>(9)</sup>

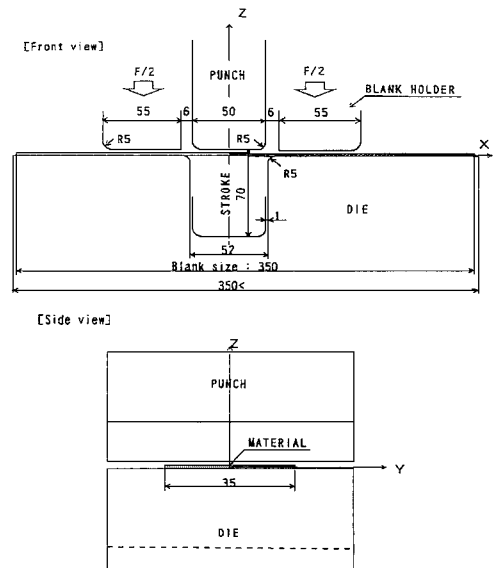
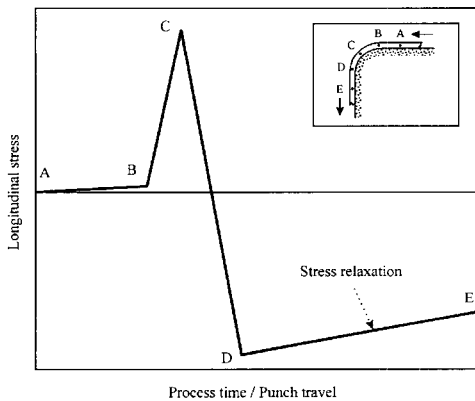


Fig. 4 Schematic illustration of the U-draw bending process<sup>(11)</sup>

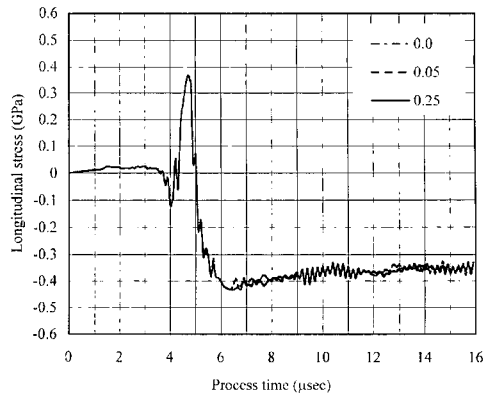
**Table 1** Process parameters used in the simulation of the U-draw bending process <sup>(1)</sup>

Process parameters	Value/Condition
Max.punch stroke	70 mm
Punch velocity(in experiment)	Max. 0.1 m/sec(constant)
(in analysis)	5.0 m/sec(constant)
Blank holding force(total)	2.45 kN
Initial blank size	35 mm × 350 mm
Initial blank thickness	0.78 mm
Friction coefficient	0.144
Material:Mild steel	
Young's modulus(E)	206 GPa
Poisson's ratio( $\nu$ )	0.3
Lankford value(R)	1.77
Yield strength( $\sigma_y$ )	173.1 MPa
Stress-strain curve	$\bar{\sigma} = 565.32(0.007117 + \bar{\epsilon}^n)^{0.2569}$ MPa

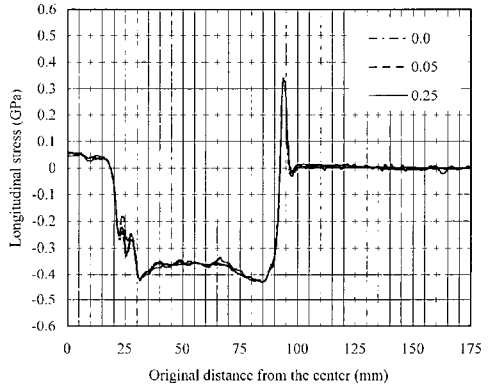


**Fig. 5** Expected time history of the longitudinal stress of an element during the U-draw bending process

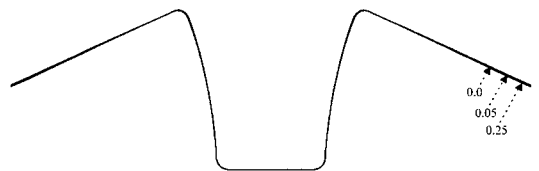
Fig.6~Fig.8은 접촉 처리시 셸요소의 두께를 무시할 때의 계산 결과이다. Fig.6은 접촉 감쇠 파라미터  $\zeta$ 의 크기에 따라 길이 방향 응력이 공정 시간에 따라 어떻게 변화하는 가를 보여준다. 또한 Fig.7은 성형이 끝난 직후 길이 방향 응력이, 초기 블랭크의 중심점으로부터 떨어진 거리에 따라 공간상으로 어떻게 분포하고 있는 가를 보여 준다. 이것은 스프링백 해석 결과와 직결된다. Fig.8은 스프



**Fig. 6** Variations of the time history of the longitudinal stress of an element with respect to  $\zeta$  when neglecting the shell thickness



**Fig. 7** Variations of the distribution of the longitudinal stress of an element with respect to  $\zeta$  when neglecting the shell thickness



**Fig. 8** Variations of the deformed shape after springback with respect to  $\zeta$  when neglecting the shell thickness

링백 후의 변형 형상을 비교하여 보여 준다. 위 그림들의 경우 접촉 처리시 셸요소 두께를 무시하였기 때문에 양면 접촉이 발생하지 않는 등 접촉 조건이 비교적 단순하다. 이러한 이유로 그림들에서 보듯 접촉 감쇠의 효과가 두드러지게 나타나지 않는다.

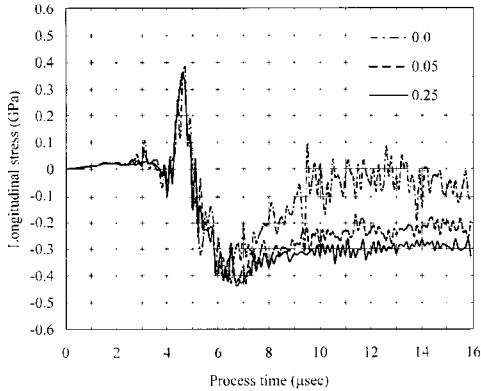


Fig. 9 Variations of the time history of the longitudinal stress of an element with respect to  $\zeta$  when considering the shell thickness

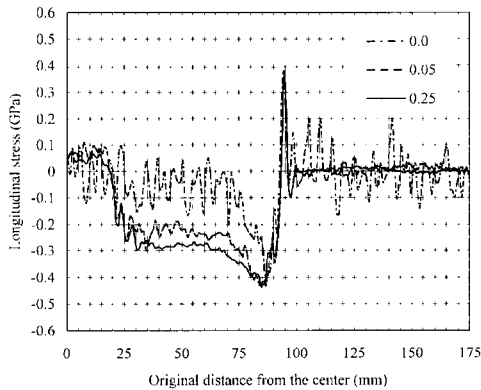


Fig. 10 Variations of the distribution of the longitudinal stress of an element with respect to  $\zeta$  when considering the shell thickness

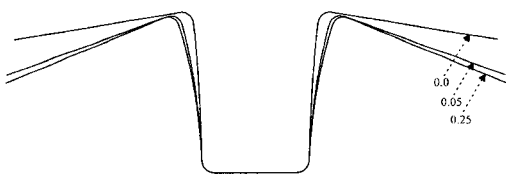


Fig. 11 Variations of the deformed shape after springback with respect to  $\zeta$  when considering the shell thickness

Fig.9~Fig.11은 접촉 처리시 셸요소의 두께를 고려할 때의 계산 결과이다. Fig.9와 Fig.10은 각각 접촉 감쇠 파라미터  $\zeta$ 의 크기에 따라 길이 방향 응력이 공정 시간 및 블랭크 초기 거리에 따라 어떻게 변화하고 분포하

Table 2 Comparison of the springback results obtained when neglecting/considering the shell thickness with the averaged results of the experiments

Items		$\theta_1$ (deg)	$\theta_2$ (deg)	$\rho$ (mm)
Neglecting Shell Thickness	$\zeta=0.00$	101.72	79.29	191.46
	$\zeta=0.05$	101.95	79.16	189.13
	$\zeta=0.25$	102.04	79.08	188.04
Considering Shell Thickness	$\zeta=0.00$	93.60	84.82	690.80
	$\zeta=0.05$	98.49	79.98	259.20
	$\zeta=0.25$	99.88	79.20	214.26
Avg. of Experiments <sup>(1)</sup>		99.33	82.00	234.65

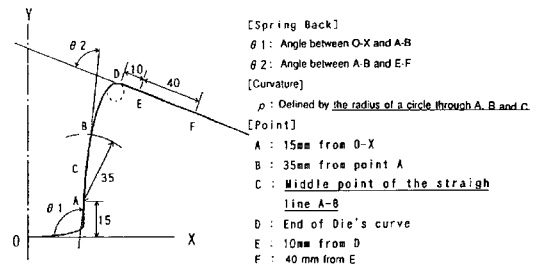


Fig. 12 Definition of the springback measures  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  and  $\rho$  in the U-draw bending process<sup>(1)</sup>

는 가를 보여준다. Fig.11은 스프링백 후의 변형 형상을 보여 준다. 위 그림들의 경우에는 접촉 처리시 셸요소 두께를 고려하였기 때문에 양면 접촉이 일어나는 등 접촉 조건이 매우 복잡해 졌다. Fig.9에서 볼 수 있듯이 접촉이 복잡하게 일어남으로서 잡음에 의한 응력 완화 현상이  $\zeta$ 가 작을 수록 두드러지게 나타난다. 특히 Fig.10에서 보듯 양면 접촉이 일어나는 대표적인 부분인 플랜지부(100~175 mm 구간)에서는 잔류 응력의 편차가 심하게 나타남을 볼 수 있다. 이때 접촉 감쇠가 큰 효과를 발휘하고 있음을 두 그림에서 확인할 수 있다. 또한 그 결과로  $\zeta$ 가 커질수록 스프링백 양도 커짐을 Fig.11에서 볼 수 있다.  $\zeta$  값이 0.25이상에서는 더 이상의 효과가 나타나지 않았다.

접촉 감쇠의 도입이 해석 결과의 신뢰성을 어느 정도로 높이는 지 파악하기 위하여 앞에서 얻어진 스프링백 해석 결과를 실험 평균값<sup>(1)</sup>과 비교하여 Table 2에 나타내었다. Table 2에서  $\theta_1$ ,  $\theta_2$ 와  $\rho$ 는 스프링백 측정자로서

Fig.12에 정의된 바와 같다. 셸 두께를 무시할 경우 해석 결과는  $\zeta$  값에 상관없이 실험 결과 평균치를 과평가하는 것으로 나타났다. 반면 셸 두께를 고려할 경우에는  $\zeta$  가 작을 때 저평가된 결과를 낳았지만  $\zeta$  가 커질수록 실험 결과 평균치에 접근함을 알 수 있다. 이로부터 셸요소를 사용한 해석시 셸요소의 두께를 고려하면서 적절한 접촉 감쇠 파라미터를 선정하면 더욱 실제에 가까운 해석 결과를 얻을 수 있음을 확인할 수 있다.

## 7. 결 론

외연적 유한요소법으로 박판 성형 공정을 해석할 때, 접촉이 급격하고 복잡하게 일어나는 경우 과도한 접촉력이 접촉 절점에 가해져 접촉 상태가 매우 불안정해 진다. 이로 부터 발생하는 불필요한 잠음은 응력 완화 현상을 심화시키는 등 해석 결과의 신뢰성을 떨어뜨리는 요인이 된다. 이 같은 현상을 완화시키기 위해 접촉 감쇠 모델을 수식화하였다. 또한 이를 외연적 유한 요소 해석 코드에 구현하여 U-draw bending 공정 해석에 적용하였다. 해석 결과로 부터, 접촉 처리시 셸요소의 두께를 고려할 경우 플랜지부와 같이 양면 접촉 등 복잡한 접촉이 있는 곳에서 접촉 감쇠가 매우 효과가 있음을 알 수 있었다. 이는 접촉 절점에서의 진동이 접촉 감쇠의 영향으로 매우 둔화되었기 때문이다. 또한 스프링백 해석 결과도 셸요소의 두께가 고려되면서 적절한 접촉 감쇠가 이루어질 경우 실제 실험 결과 평균치를 잘 예측함을 확인할 수 있었다.

## 참 고 문 헌

- (1) Committee of NUMISHEET'93, 1993, Proc. 2nd Int. Conf. NUMISHEET'93, edited by A.Makinouchi, E.Nakamachi, E.Onate and R.H.Wagoner, Isehara, Japan
- (2) Committee of NUMISHEET'96, 1996, Proc. 3rd Int. Conf. NUMISHEET'96, edited by J.K.Lee, G.L.Kinzel and R.H.Wagoner, Ohio State Univ., USA
- (3) LS-DYNA3D User's Manual, 1997
- (4) PAM-STAMP Note's Manual, 1997
- (5) R.D.Cook, D.S.Malkus and M.E.Plesha, 1989, Concepts and Applications of Finite Element Analysis, 3rd ed., John Wiley & Sons, New York
- (6) J.O.Hallquist, G.L.Goudreau and D.J.Benson, 1985, "Sliding Interfaces with Contact-Impact in Large-Scale Lagrangian Computations", Compu. Meth. Appl. Mech. Eng., Vol.51, pp.107~137
- (7) F.S.Tse, I.E.Morse and R.T.Hinkle, 1978, Mechanical Vibrations, 2nd ed., Allyn and Bacon Inc., Boston
- (8) Z.H.Zhong, 1993, Finite Element Procedures for Contact-Impact Problems, Oxford Univ. Press, New York
- (9) K.Mattiasson, P.Thilderkvist, A.Strange and A.Samuelsson, 1995, "Simulation of Springback in Sheet Metal Forming", Proc. NUMIFORM'95, edited by S.Shen and P.R.Dawson, A.A.Balkema, Rotterdam, pp.115~124