

부정류 해석을 위한 Hermite-Collocation 기법의 적용

Application of Hermite-Collocation Method for Unsteady Flow Analysis

한 건 연* / 이 을 래** / 박 재 홍***

Han, Kun Yeun / Lee, Eul Rae / Park, Jae Hong

Abstract

A finite element model is studied to simulate unsteady free surface flow based on dynamic wave equation and collocation method. The collocation method is used in conjunction with Hermite polynomials, and resulting matrix equations are solved by skyline method. The model is verified by applying to hydraulic jump, nonlinear disturbance propagation and dam-break flow in a horizontal frictionless channel. The computed results are compared with those by Bubnov-Galerkin and Petrov-Galerkin methods. It is also applied to the North Han River to simulate the floodwave propagation. The computed results have good agreements with those of DWOPER model in terms of discharge hydrographs. The suggested model has proven to be one of the promising scheme for simulating the gradually and rapidly varied unsteady flow in open channels.

Keywords: unsteady flow, collocation method, finite element analysis, Hermite polynomial

요 지

자유수면 흐름의 모의를 위한 유한요소모형이 동수역학적 흐름방정식과 collocation 유한요소법에 의해 모의하였다. collocation 기법은 Hermite 다항식을 가진 집합점에서 적용이 되며, 매트릭스 방정식은 skyline 기법에 의해 해석하였다. 본 연구 모형은 마찰이 없는 수평수로에서의 정상도수, 비선형 표면전파 그리고 댐 파괴해석에 적용하였다. 계산결과는 Bubnov-Galerkin과 Petrov-Galerkin 기법과 비교하였다. 실제하천에 대한 적용성을 검토하기 위해서 북한강 유역에 적용하여 해석하였는데, 계산결과는 유량수문곡선에 있어서 기존의 DWOPER 모형의 결과와 일치하였다. Collocation 기법은 개수로 흐름에서의 점변 및 급변 부정류흐름을 모의하기 위해서 적절한 기법임을 확인할 수 있었다.

핵심용어 : 부정류, collocation 기법, 유한요소해석, Hermite 다항식

* 경북대학교 공과대학 토목공학과 교수

Prof., Dept. of Civil Engrg., Kyungpook National Univ., Taegu 702-701, Korea

** 경북대학교 대학원 토목공학과 박사과정

Doctoral Student, Dept. of Civil Engrg., Kyungpook National Univ., Taegu 702-701, Korea

*** 세명대학교 토목공학과 조교수

Assistant Professor, Dept. of Civil Engrg., Semyung Univ., Jaechun 390-711, Korea

1. 서 론

홍수피해를 줄이기 위한 위험지구의 설정, 수공 구조물의 건설, 홍수 예경보시스템의 개발과 같은 홍수 방어대책은 많은 인명을 구하고 재산피해를 줄이는데 크게 기여하였으나, 홍수가 가진 잠재적인 파괴력을 비추어 볼 때 이로 인한 피해는 더욱 증대되고 있다.

개수로 부정류에 대한 유한요소법의 적용에 있어 수면형의 불연속성이 없는 점면 부정류의 경우에도 기존의 Galerkin 방법은 이 기법이 갖는 수치적 비감쇠 특성으로 인하여 하도내의 부정류를 계산하는 방법으로 성공적이지 못하였고 최소한의 방법 제시에 그쳤다. 본 연구의 목적은 동역학적 흐름방정식을 collocation 유한요소법에 의해 수치방정식을 유도하여 자연하도에서의 홍수류 해석을 위한 수치모형을 구성하고자 함에 있다.

최근에 들어 Saint-Venant 식을 유한요소법에 의해 해석하고자 하는 연구가 다양한 기법을 이용하여 연구되고 있다. Taylor 등(1974)은 유역의 유출모의를 위해서 2차원 Saint-Venant 식을 유한요소법에 의해 해석하였고 Cooley와 Moin(1976), Keuning(1976)은 개수로의 흐름모의를 위해 Saint-Venant 식에 대한 Galerkin 기법을 적용하였다. Kawahara 등(1982)은 시간항을 Taylor 급수의 전개를 통하여 양해적으로 해를 구하는 Taylor-Galerkin 방법을 도입하여 해석하였다. Katopodes(1984)는 Petrov-Galerkin 기법을 개수로내의 홍수단파에 적용하였으며, Samuels(1985)는 홍수터에서의 부정류 해석을 위해서 유한요소기법을 이용하였고, Aeff와 Wang(1985)은 하도망 해석을 위해서 감쇠형 유한요소기법을 이용하여 해석하였으며, DeLong(1985)은 사행하도의 흐름 특성 해석을 위하여 collocation 기법을 적용하여 해석하였다. Katopodes(1987)는 가상제내지 상에서 제방 파괴에 대한 영향을 검토하였고, Froehlich(1990)는 댐 파괴로 인한 홍수파 해석을 위하여 Hermite-Galerkin 모형을 이용하여 해석하였으며, Hicks와 Steffler(1992, 1994)는 특성선과 감쇠형 유한요소법에 의해서 상류-사류의 천이영역에서의 부정류 해석을 실시하였다.

Anastasiadous-Partheniou와 Terzidis(1988)는 surge와 shock의 모의를 위해 Petrov-Galerkin 기법을 이용하였다. Szymkiewicz(1991, 1993)은 Saint-Venant 식을 Galerkin 기법을 적용하였으며,

Alam과 Bhuiyan(1995)은 Quintic-Hermite를 이용한 유한요소법에 의해서 댐 파괴류 해석을 실시하였다.

Collocation 기법은 유한요소법이 가지는 여러 가지 장점을 제공할 수 있다. 즉 유한요소방정식의 수식화에서 적분과정을 필요로 하지 않으며, 그 결과로 나타나는 매트릭스 방정식의 결과는 유한요소를 가진 연결점에서 적용되는 유한요소법의 기본적인 장점을 유지하면서도 이론적으로는 단순하고 수치적으로 안정된 계산을 제시할 수 있다. 또한, 상류와 사류에 대하여 분리된 계산 알고리즘이 필요하지 않게 되며, 2차원 수심평균치를 취한 흐름방정식으로의 알고리즘 확장이 용이하게 된다.

본 collocation 유한요소모형을 다양한 흐름조건에 대하여 적용하여 그 결과를 비교 검토함으로써 유한요소기법의 부정류에 대한 해석기법을 체계화하여 발전시키고자 한다. 본 모형에 의한 해석 결과는 기존의 다양한 Galerkin 유한요소모형과 그 수치적 특성을 비교 검토하였다. 정상도수, 비선형 표면동요의 전파, 댐 파괴파 등의 급변 부정류의 경우와 실제하천에서의 점면부정류의 경우에 대해서 적용하고 그 결과를 해석적인 해와 기존모형과 비교하여 본 모형의 적용성을 입증하였다.

2. Collocation 유한요소법에 의한 부정류 해석

2.1 기본방정식

부정류 해석을 위한 지배방정식은 식 (1a), (1b)와 같은 연속방정식과 운동량방정식으로 표시된다.

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (1a)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A} \right) + gA \left(\frac{\partial h}{\partial x} + S_f \right) = 0 \quad (1b)$$

여기서 A는 흐름의 단면적, Q는 유량, h는 수위, x는 거리, t는 시간, g는 중력가속도, S_f는 마찰경사이다.

이제 직교 Hermite 요소가 공간영역에서 식 (2)와 같이 연속적으로 정의된 요소에 있어서 수심과 유량에 대해서 적용되었다.

$$h \approx \hat{h} = \sum_{j=1}^4 h_j(t) N_j(x), \quad Q \approx \hat{Q} = \sum_{j=1}^4 Q_j(t) N_j(x) \quad (2)$$

여기서 j 는 공간영역에서의 각각의 요소에 대한 미지수의 수이고, \hat{Q} , \hat{h} 는 각각 유량과 수위의 근사해이다.

하나의 요소에서 두 개의 절점에 대한 1차원에서 네 개의 직교 Hermite 함수 N_j 는 식 (3)과 같이 기술될 수 있다.

$$N(0, -1) = \frac{1}{4}(2 - 3\xi + 3\xi^3) = \frac{1}{4}(\xi - 1)^2(\xi + 2) \quad (3a)$$

$$N(0, +1) = \frac{1}{4}(2 + 3\xi - 3\xi^3) = -\frac{1}{4}(\xi + 1)^2(\xi - 2) \quad (3b)$$

$$\begin{aligned} N(1, -1) &= \frac{1}{8} L^{(e)}(-1 - \xi - \xi^2 + \xi^3) \\ &= \frac{1}{8} L^{(e)}(\xi + 1)^2(\xi - 2) \end{aligned} \quad (3c)$$

$$\begin{aligned} N(1, +1) &= \frac{1}{8} L^{(e)}(-1 - \xi + \xi^2 + \xi^3) \\ &= \frac{1}{8} L^{(e)}(\xi - 1)^2(\xi + 2) \end{aligned} \quad (3d)$$

여기서 $N_j(x)$ 는 1차원 직교 Hermite 기저함수, ξ 는 국지 좌표계, 그리고 Δx 는 이산화요소의 길이를 나타낸다.

식 (1a), (1b)에 대한 가중잔차 방법을 적용하면, 식 (4a), (4b)와 같다.

$$\int_L \left[\frac{\partial \{B\hat{h}\}}{\partial t} + \frac{\partial \hat{Q}}{\partial x} \right] w_i dx = 0; \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (4a)$$

$$\begin{aligned} \int_L \left[\frac{\partial \hat{Q}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\hat{Q}^2}{B\hat{h}} \right) \right. \\ \left. + gB\hat{h} \left(\frac{\partial \hat{h}}{\partial x} + \frac{\hat{Q}\hat{Q}}{K^2} \right) \right] w_i dx = 0; \quad i = 1, 2, 3, 4 \end{aligned} \quad (4b)$$

여기서 B 는 수로폭, K 는 흐름통수능으로서 \hat{h} 의 함수이며, $w_i(x)$ 는 dirac-delta 함수이다.

2.2 Collocation 유한요소해석

일반적으로 식 (1a)와 (1b)는 해석 해를 구할 수 없으므로 본 논문에서 지배방정식을 풀기 위해서 collocation 유한요소법을 적용하였다. 하천은 종방향에 대해서 단면격자가 형성되며 각 단면에 대해서 종속변수들의 값과 각각의 요소의 절점에서 종속변수의 공간적 미분항에 의해 Hermite 다항식에 의해 각각의 요소내에서 근사화된다. 미지수인 종속변수와 종속변수의 미분항을 처리하기 위해서, 종속변수항은 일반적으로 기수(奇數)의 절점과 프로그램의 기수의 배열에 위치하게 되며, 변수의 미분항은 우수(偶數)의 절점과 프로그램배열의 우수의 위치를 차지하게 된다. 예를 들어 20개의 하도단면을 가진 하나의 수로에 대해서는 40개의 절점이 필요하게 된다. 단면 1과 2에서의 유량은 절점 1, 3에 상응하며, 유량의 미분치는 절점 2, 4에 해당된다.

국지좌표계 ξ 는 하나의 요소에 대해서 ξ 이 -1에서 1까지 변화도록 정의되었다. ξ 에 있어서, 단면적 A 와 같은 전형적인 변수에 대한 근사해는 식 (5)와 같이 기술된다.

$$A(\xi, t) \approx \hat{A}(\xi, t) = \sum_{j=-1,1} \left\{ N_{0j}(\xi) A_j(t) + N_{1j}(\xi) \frac{\partial A_j(t)}{\partial \xi} \right\} \quad (5)$$

여기서 첨자 j 는 국지좌표계에서의 위치에 관한 값이다.

Hermite 다항식의 형상함수는 그림 1과 같이 나타낼 수 있다.

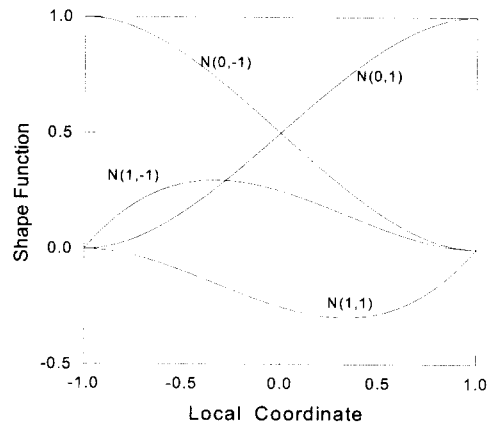


그림 1. Hermitian 형상함수

전체 좌표계 x 에 대해서, 식 (5)는 식 (6)과 같이 근사화된다.

$$\hat{A}(x, t) = \sum_{j=-1,1} \left\{ N_{0,j}(\xi) A_j(t) + N_{1,j}(\xi) \frac{dx_j}{d\xi} \frac{\partial A_j(t)}{\partial x} \right\} \quad (6)$$

종속변수의 공간적 미분치는 식 (7)과 같이 근사화될 수 있다.

$$\frac{\partial \hat{A}(x, t)}{\partial x} = \frac{d\xi(\xi)}{dx} \sum_{j=-1,1} \left\{ \frac{\partial N_{0,j}(\xi)}{\partial \xi} A_j(t) + \frac{\partial N_{1,j}(\xi)}{\partial \xi} \frac{dx_j}{d\xi} \frac{\partial A_j(t)}{\partial x} \right\} \quad (7)$$

Collocation 기법은 가중잔차법의 특수한 경우로서 식 (8), (9)와 같이 기술된다.

$$\int R_1 w(x) dx = 0 \quad (8)$$

$$\int R_2 w(x) dx = 0 \quad (9)$$

여기서 잔차인 R_1 과 R_2 는 식 (10), (11)과 같이 기술된다.

$$R_1 = \frac{\partial \hat{A}}{\partial t} + \frac{\partial \hat{Q}}{\partial x} = 0 \quad (10)$$

$$R_2 = \frac{\partial(\hat{Q})}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(-\frac{\hat{Q}^2}{\hat{A}} \right) + g \hat{A} \left(\left(\frac{\partial h}{\partial x} \right) - \hat{S}_j \right) = 0 \quad (11)$$

Collocation 기법에서 collocation point는 일반적으로 수치적분에 관련된 적분 지점에 위치한다. Hermite 다항식의 사용은 각각의 종속변수에 대해서 각 절점에서 두 개의 미지수로 나타나게되어, 각각의 요소안에서 두 개의 collocation point를 필요로 하는데 collocation point는 Gaussian 적분점(± 0.577350269)을 적용하였다.

식 (10), (11)의 시간에 대한 이산화는 식 (12), (13)과 같이 제시되는 시간가중치를 위한 유한차분기법을 통해서 수행될 수 있다.

$$\theta(Q_{i+1}^{j+1} - Q_i^{j+1}) + (1-\theta)(Q_{i+1}^j - Q_i^j) + \frac{\Delta x_i}{2\Delta t_j} [(A_i^{j+1} + A_{i+1}^{j+1}) - (A_i^j + A_{i+1}^j)] = 0 \quad (12)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\Delta x_i}{2\Delta t_j} [(Q_i^{j+1} + Q_{i+1}^{j+1}) - (Q_i^j + Q_{i+1}^j)] \\ & + \theta \left\{ \left(\frac{Q^2}{A} \right)_{i+1}^{j+1} - \left(\frac{Q^2}{A} \right)_i^{j+1} + g \bar{A}_i^{j+1} [h_{i+1}^{j+1} - h_i^{j+1}] \right. \\ & \left. + (\bar{S}_j)_{i+1}^{j+1} \Delta x_i \right\} + (1-\theta) \left\{ \left(\frac{Q^2}{A} \right)_{i+1}^j - \left(\frac{Q^2}{A} \right)_i^j \right. \\ & \left. + g \bar{A}_i^j [h_{i+1}^j - h_i^j + (\bar{S}_j)_i^j \Delta x_i] \right\} = 0 \end{aligned} \quad (13)$$

여기서

$$\bar{A}_i = \frac{A_i + A_{i+1}}{2} \quad (14)$$

$$\bar{Q}_i = \frac{Q_i + Q_{i+1}}{2} \quad (15)$$

$$(\bar{S}_j)_i = \frac{\bar{n}_i^2 |\bar{Q}_i| \bar{Q}_i}{\bar{A}_i^2 \bar{R}_i^{4/3}} \quad (16)$$

메트릭스 해석은 이산 메트릭스에 대해서 대칭의 대각 메트릭스를 만든후 각각의 요소들에 대해서 최적의 용량을 위한 계수 메트릭스를 찾아낸 후, 그 해는 skyline 해법을 사용하였다.

3. 적용 예

3.1 정상도수 해석

마찰이 없는 수평수로에서 사류에서 상류로의 천이 영역을 포함한 정상도수에 대해 수행이 되었는데 5m 간격을 가진 30개의 요소의 수로조건이 적용되었다. 유량은 초기에 모든 절점에서 5m³/sec가 주어졌고, 영역의 1/2 인 상류역에서 사류수심은 1.0m, 하류역에서 상류수심은 1.812m가 주어졌다. 유한요소법에 있어서 BG(Bubnov-Galerkin), PG(Petrov-Galerkin)기법에서의 수치실험은 $\Delta t = 0.0072$ 초에서 $\theta = 0.5$ 인 반음해 조건하에서 수행되었으며, 반복 계산과정에서 허용한계는 10⁻⁵m의 조건이 사용되었다.

그림 2는 20 번째 시간대와 50 번째 시간대의 수형

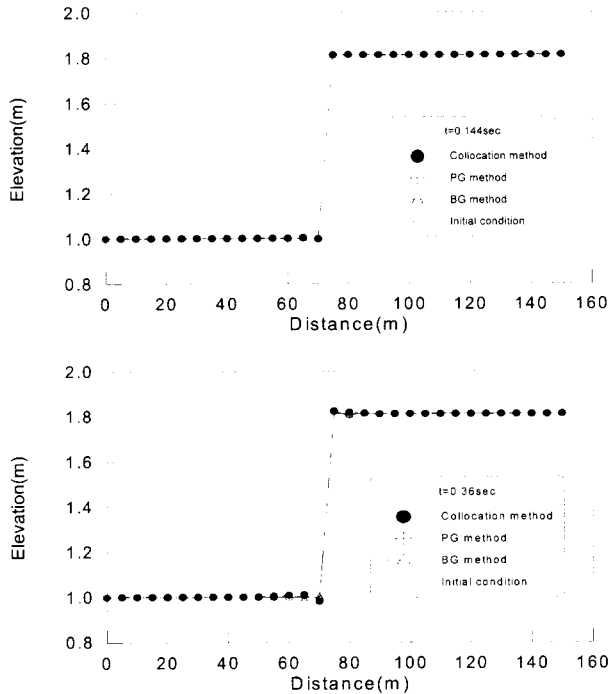


그림 2. 정상도수에 의한 해석결과

후에서의 collocation 기법, BG 기법, PG 기법에 대한 수위해석 결과이다. 그림에서 볼 수 있는 바와 같이 collocation 기법의 해석결과는 해석해 및 PG 기법과 비교하여 수위와 유량에 있어서 잘 일치하고 있었다.

각 기법들에 대한 도수 직 상하류부에 있어서의 해에 대한 오차는 collocation, PG, BG 기법들이 각각 0.03~0.760%, 0.07~0.54%, 0.14~0.85% 로서 거의 유사하게 나타났으나, 시간이 경과할수록 collocation 기법과 PG 기법은 안정하게 계산이 수행되었으나 BG 기법의 해는 발산하였는데 이는 기존의 연구결과와 일치하고 있었다(한건연 등, 1997). 본 collocation 모형은 기존의 PG 기법과 비교하여 대등한 결과를 얻을 수 있었고, 비교적 안정되고 합리적으로 도수를 보존할 수 있는 결과를 도출할 수 있었다.

3.2 비선형 표면동요의 해석

본 수치실험에서는 마찰 없는 수평수로상에서 비선형의 표면동요가 정확하게 전파되는지를 검토하는데 있었다(Hicks와 Steffler, 1994). 대상구간은 500m를 50개 요소로 구분하였고, 각 요소는 10m의 길이를 가

지도록 구성하였다. 계산시간간격은 0.289 초를 가지고 60 회의 수행을 거치면서 17.34 초의 결과가 나타나있다. 비선형 문제에 대한 정확한 해의 계산을 위해서 초기조건은 두 개의 동일한 동요인 하나의 진행파 그리고 하나의 역행파로 지정되어 있다. 초기의 유량은 '0'인 상태로 하여 정지해 있는 조건이 주어졌다. 이는 Froude 수가 0.0에 해당하는 조건이다. 초기의 수심변동 및 유량조건은 그림 3에 주어졌다. 초기수심은 침두부에서 4.7m 였고 나머지 구간은 3.5m로 주어졌으며 초기유량은 침두부에서 $\pm 8.7\text{m}^3/\text{sec}$ 였고 나머지 구간은 $0\text{m}^3/\text{sec}$ 로 부여되었다. collocation 기법에 의한 해석결과를 BG 및 PG 기법과 비교, 검토하였다. 그림 4에 나타난 바와 같이 60회 수행후의 결과는 BG 기법에서는 상당한 동요를 발생시키고 있으며 해가 심하게 진동을 일으키고 있다. PG 기법에서도 BG 기법과 같이 선단부에서 약간의 동요가 발생하였고 침두수심의 저하가 관측되었다. 그러나 collocation 모형은 수면동요가 거의 발생하지 않았으며 최고수위에 있어서도 만족할만한 결과를 얻을 수 있었다.

그림 5는 각각 정면과 후면에서의 시간의 경과에 따른 비선형 표면동요에 대한 수면의 전파형상을 나타내

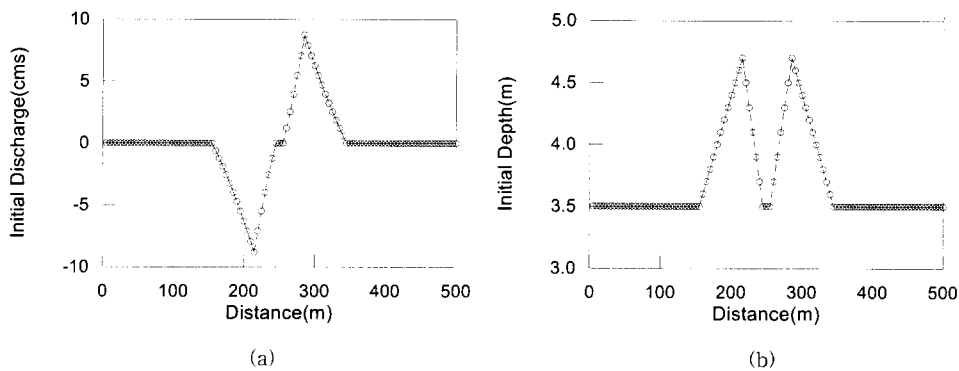


그림 3. 비선형 표면동요 해석을 위한 초기조건

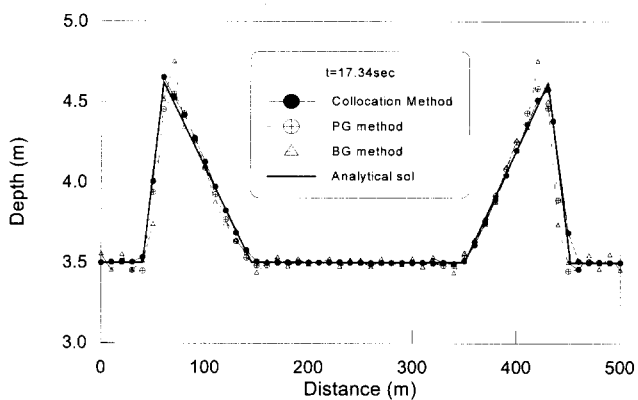


그림 4. 비선형 표면동요 전파해석(t=17.34초)

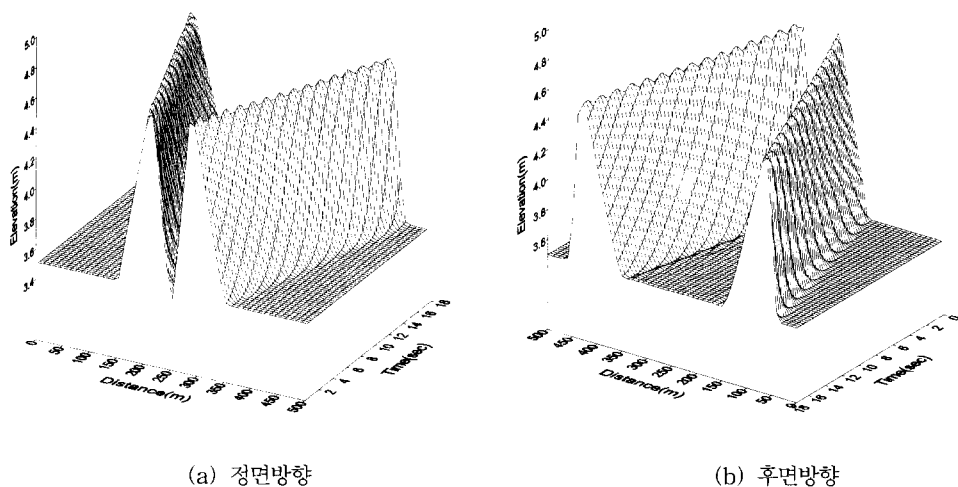


그림 5. 비선형 표면 동요의 수면전파형상

고 있다. 제시된 초기조건으로부터 감쇠효과나 침투값의 변동없이 일정한 값을 유지하면서 진행파와 역행파가 균일하게 시간에 따라서 전파되고 있음을 확인할 수 있었다.

3.3 댐 파괴류 해석

본 수치실험은 마찰없는 수평수로에서 댐의 순간적인 파괴를 모의수행 하였다(Fennema와 Chaudhry, 1987). 수로 형상은 직사각형 단면으로 구성되어 있고 대상구간은 2000m를 80개 요소로 구분하여 각 요소는 25 m의 길이로 구성하였다.

초기유량은 모든 절점에서 $0\text{m}^3/\text{sec}$ 로 설정하였고 초기수위는 영역의 상류단의 1/2을 통해서 초기수심 H_0 는 10m로 하고 하류단의 1/2 영역에 대해서 H_1 은 5m의 수심조건하에서 모의수행 되었고, 경계조건은 지정된 양 끝단에서 유량이 $0\text{m}^3/\text{sec}$ 로 주어졌다.

그림 6은 댐 파괴류 해석을 위한 초기수심과 계산 시간간격은 1.25초로 하여 각각의 시간간격에 대한 수면의 종단현상을 나타내고 있다. 그림에서 보는 바와 같이 상향가중인자의 영향을 무시한 BG기법에서는 해의 불안정을 유발하고 있으며, PG기법에 의한 결과는 시간가중치 0.5에 대해서 진행파의 선단부와 역행파의

후단부에서 약간의 동요가 발생되고 있었다. t=30 초에서와 t=60 초에서는 collocation 기법이 가장 양호하였고, 역행파에 대해서 위상정확도의 유지와 침투값의 보존이 더욱 양호한 것으로 나타났다. 그림에서 보는 바와 같이 시간이 경과하면서 수심의 변화가 전형적인 댐 파괴의 형상을 나타내고 있으며 비록, 직 상 하류부근에서 약간의 표면동요가 발생하고 있지만 댐 파괴에 의한 수면형상의 모의가 만족할만한 결과로 나타나고 있다. 이러한 댐 파괴 모형화는 완벽한 수위변동 상태에서 진행과 역행 교란 증가를 조합함으로써 다양한 방법들의 매우 엄격한 수치해석 결과를 제공할 수 있었다.

3.4 실제 하천에 대한 적용

본 모형의 실제하천에 대한 적용성을 입증하기 위해서 북한강 유역의 홍수류에 대해서 적용하였다(건설교통부 한강홍수통제소, 1997). 대상지역은 북한강유역의 팔당호 유입지점을 기준으로 23.6km 상류단 까지의 구간으로서 95년 8월 22일~28일 까지의 총 168hr였다. 본 구간의 하도 경사는 0.054%이고 Manning의 조도계수는 수리학적 모형에 의거한 과거홍수사상을 가장 잘 재현하는 하도 구간의 유량규모별 조도계

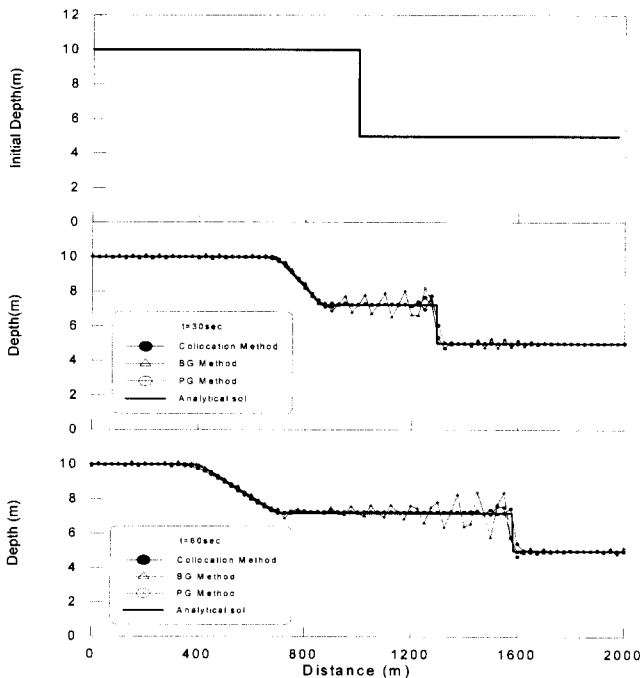


그림 6. 댐파괴류에 대한 수면형상

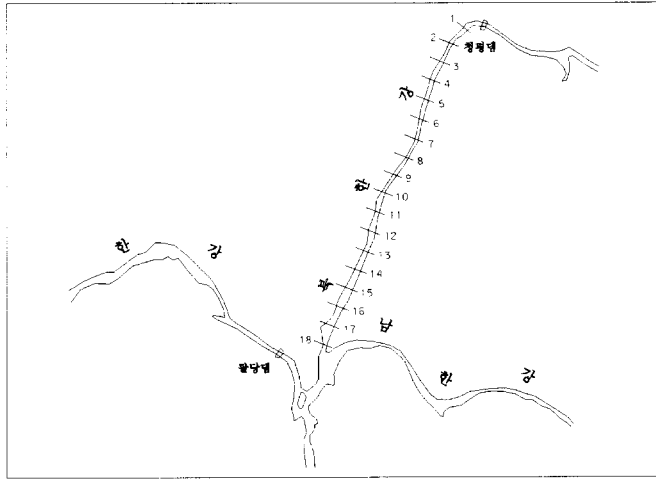


그림 7. 적용대상 유역도

수를 기준으로 부정류 모형에 대한 검증작업을 수행하여 0.060~0.035의 범위가 선택이 되었다. 모의를 위해 적용된 하도 단면은 불규칙한 거리간격을 가지며 평균계산거리는 1.3km인 18개를 지정하였으며 시간간격은 1시간으로 하였다. 상류단의 경계조건은 저류함수법의 예측지점인 청평댐에서의 저류함수법에 의한 유량수문곡선이며, 하류단의 경계조건으로는 팔당댐지점의 저류함수법의 예측결과에 의한 수위수문곡선이 그림 8과 같이 적용되었다. 상류단의 침투유량은 $12,308\text{m}^3/\text{sec}$ 의 조건이었고, 하류단의 수위조건은 팔당호로 유입됨으로 인하여 수위의 변동폭은 25.05~25.90m로 그다지 크지 않았다. 하도단면 자료는

x, y 좌표형태로 입력되도록 구성하여 자연하천단면을 효과적으로 반영할 수 있도록 하였다. DWOPER 모형에 의한 결과의 검증은 기존 보고서(건설교통부 한강홍수통제소, 1997)에 수록되어 있으므로 본 연구에서는 DWOPER 모형과 collocation 모형에 대한 비교 검토를 수행하였다.

Collocation 모형의 경우 그림 9에 나타난 바와 같이 주요지점인 Station No. 5, 11, 15(팔당호 합류지점에서 상류부로 각각 19km, 9.6km, 3.2km)에서의 유량수문곡선에 있어서 DWOPER 모형과 그 계산오차에 있어 침투부의 유량계산에 있어서 최대 1.4%이 내의 범위에서 잘 일치되고 있었다. 본 collocation 모

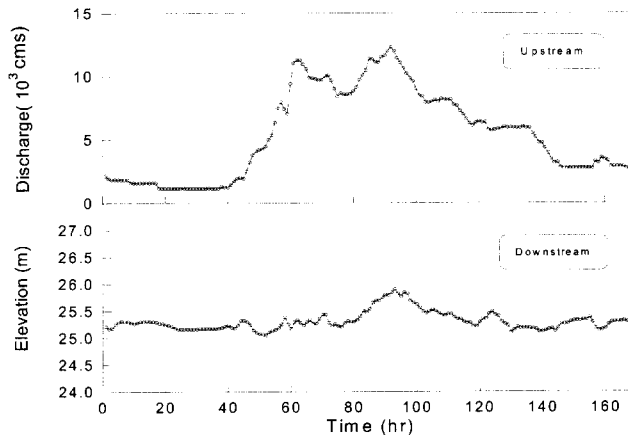


그림 8. 상류단 및 하류단의 경계조건

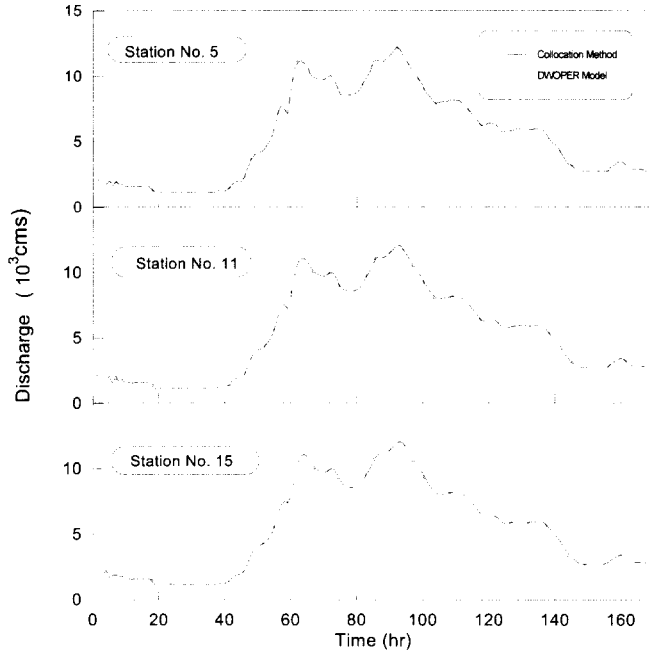


그림 9. 주요 지점별 유량 수문곡선의 비교

형은 초기부분에서 약간의 동요를 나타내고 있으나 빠른시간내에 안정성을 유지하면서 해가 수렴되었고 범용의 유한차분모형인 DWOPER 모형과도 대등한 계산결과를 도출할 수 있어서 효과적인 수행이 실시되었다. 본 연구에서의 collocation 유한요소모형은 임의의 하도 및 실제 하천에서의 적용성에 있어서 합리적인 결과를 나타내고 있었다.

4. 결 론

본 연구는 개수로에서의 동역학적 흐름방정식에 대해서 collocation 유한요소기법에 의해 해석하고 이를 급변 및 점변 부정류에 대해 적용한 것이다. 이를 위해서 Hermite 다항식을 도입하여 collocation 유한요소식을 구성하였고, 시간항에 대해서는 유한차분법을 적용하였으며, 그 결과식은 skyline 기법에 의해서 해석하였다. collocation 기법에 의한 유한요소모형을 정상도수, 비선형 표면동요의 전과 및 댐 파괴 등에 적용한 결과는 기존의 Bubnov-Galerkin 기법과 Petrov-Galerkin 기법들과 비교할 때 향상된 결과를 이끌어 낸다는 것을 입증할 수 있었다. 본 연구모형은 실제하천에 대한 적용성을 검토하기 위해서 북한강에서의 홍수해석에 대해서 적용하였다. 지형 입력으로는

각 단면에 대한 측점거리와 하상고의 입력이 x, y 좌표형태로 주어지기 때문에 기존의 실제하천에서의 HEC-2에 의한 지형자료를 특별한 보간작업이 없이 적용할 수 있는 장점이 있었다. 또한 collocation 유한요소법에 의한 계산결과는 기존의 DWOPER 모형에 의한 계산치와 비교할 때 주요지점에서의 유량수문곡선에 있어서 대등한 결과를 나타내어 본 연구모형의 활용성을 입증할 수 있었다.

참 고 문 헌

- 건설교통부 한강홍수통제소 (1997). 수리학적 모형을 이용한 한강상류부하도의 홍수예측모형 개발.
- 한건연, 박재홍, 이을래 (1997). “개수로내의 점변 및 급변 부정류에 대한 유한요소해석 : II. 적용예” 한국수자원학회지, 한국수자원학회 제30권, 제1호, pp. 35-44.
- Adeff, S. E., and Wang, S. S. Y. (1985). “Hydrodynamic model for river flow in a microcomputer.” *Hydraulics and hydrology in small computer age*, ASCE, pp. 1017-1023.
- Alam, M. M., and Bhuiyan, M. A. (1995).

- “Collocation finite element simulation of dam-break flows.” *J. of Hyd. Eng.*, ASCE, Vol. 121, No. 2, pp. 118-128.
- Anastasiadou-Partheniou, L. and Terzidis, G. (1988). “A dissipative finite element model for free surface flow.” *J. of Hydrology*, Vol. 104, pp. 289-299.
- Cooley, R. L., and Moin, S. A. (1976). “Finite element solution of Saint-Venant equations.” *J. of Hyd. Div.*, ASCE, Vol. 102, No. HY6, pp. 759-775.
- DeLong, L. L. (1985). “Extension of the unsteady one-dimensional open channel flow equations for flow simulation in meandering channel with floodplains.” in *Selected Papers in the Hydrologic Sciences, USGS, Water-Supply Paper 2220*, pp. 101-105.
- Fennema, R. J., and Chaudhry, M. H. (1987). “Simulation of one-dimensional dam-break flows.” *J. of Hyd. Res.*, Vol. 25, No. 1, pp. 41-51.
- Fread, D. L. (1985). *National Weather Service Operation Dynamic Wave Model*. Hydrologic Research Laboratory, NWS.
- Frøehlich, D. C. (1990). “Hermite-Galerkin model for dam-break floods.” *Proc. of 1990 Nat. Conf. on Hyd. Eng.*, ASCE, pp. 557-562.
- Hicks, F. E., and Steffler, P. M. (1992). “Characteristic dissipative Galerkin scheme for open channel flow.” *J. of Hyd. Eng.*, ASCE, Vol. 118, No. 2, pp. 337-352.
- Hicks, F. E., and Steffler, P. M. (1994). “Comparison of finite element method for the Saint Venant equations.” *Int. J. for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 20, pp. 99-133.
- Katopodes, N. D. (1984). “A dissipative Galerkin scheme for open-channel flow.” *J. of Hyd. Eng.*, ASCE, Vol. 110, No. 4, pp. 450-466.
- Katopodes, N. D. (1987). “Analysis of transient flow through broken levees.” *Turbulence measurements and flow modeling*, Chen, C.J., Chen, L.D., and Holly, F.M., Jr. (eds.), Hemisphere Publishing Corp., pp. 301-310.
- Kawahara, M., Hirano, H., Tsubota, K., and Iwagaki, K. (1982). “Selective lumping finite element method for shallow water flow.” *Int. J. for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 2, pp. 89-112.
- Keuning, D. H. (1976). “Application of finite element method to open channel flow.” *J. of Hyd. Div.*, ASCE, Vol. 102, No. HY4, pp. 459-468.
- Samuels, P. G. (1985). “Modeling of river and floodplain flow using the finite element method.” *Research Report No. SR 61*, Hydraulics Research Ltd. Wallingford, UK, pp. 1-198.
- Szymkiewicz, R. (1991). “Finite element method for the solution of the Saint Venant equations in an open channel network.” *J. of Hydrology*, Vol. 122, pp. 275-287.
- Szymkiewicz, R. (1993). “New approach to solution of the Saint Venant equations using the Galerkin procedure.” *J. of Hydrology*, Vol. 147, pp. 105-120.
- Taylor, C., Al-Mashidani, G., and Davis, J. M. (1974). “A finite element approach to watershed runoff.” *J. of Hydrology*, Vol. 21, pp. 231-246.

(논문번호:98-068/접수:1998.10.30/심사완료:1999.03.25)