〈논문〉 SAE NO. 99370172

시각 서보에 의한 모델 자동차의 자율 조향제어

Study on the Automatic Steering Control of a Model Car using Visual Servoing

정 상 호*, 이 종 원**, 최 용 제***
Sangho Chung, Chongwon Lee, YongJe Choi

ABSTRACT

The most important part in automated transport systems is steering control for lane keeping. Most of systems developed so far have used the visual information for steering control. In this study, the steering control algorithm based on visual servoing has been developed and tested by applying it on Radio Controlled(R/C) model car equipped with one CCD camera. We also demonstrated the feasibility of using it as a pre-test car before the real car experiment in developing automated vehicles. In order to solve the problem of the limited space and load of a model car, remote-brained approach has been taken. For steering control of a model car, the PD controller which uses the look ahead offset to generate control input has been implemented and the characteristics of the controller has been explained in view of kinematics. Some experimental results have been also illustrated so as to show the control performance and stability.

주요기술용어 : remote brain (원격지능), visual servo(시각 서보), automatic steering control(자율 조향제어), automated-transport system(자율운송 시스템)

Nomenclature

ε_d : lateral error
ε_θ : orientation error
L : wheel base of vehicle
d : look ahead distance
η_θ : orientation error by change of path
η_d : lateral error by change of path
f : focal length of camera
β : tilt angel of camera
T_c : transformation matrix
T_P : perspective projection matrix
K : the ratio of steering angle to offset in steady stae

* 대우자동차 기술연구소
** 정회원, 한국과학기술연구원
*** 정회원, 연세대학교 기계설계학과

1. 서 론

차량 운행의 자동화에 있어서 핵심은 주행 중 차선을 유지해 주는 조향제어에 있으며, 이 분야에 관한 연구는 70년대 말 AGV 차량에 대한 조향제어 연구에서 시작되었다[1]. AGV 차량의 조향제어 연구에서는 유도선에 자성을 주고 이를 마그네틱 센서로 측정하여 제어하는 방식을 채택하여 일반 도로에서의 자동차 주행 제어에 응용하기가 쉽지 않았다. 따라서, 본격적으로 도로 주행을 위한 조향제어 연구는 비전(Vision) 시스템이 도입되면서 시작되었는 데, 초기에는 실험실 수준에서 조명이나 가이드 라인을 조절할 수 있는 인위적 환경에서의 조향제어 연구가 주로 이루워졌다. 1980년대부터 자연환경에서의 조향제어 연구가 DARPA의 ALV 프로젝트[2] 이후 주로 미국, 유럽, 일본 등 선진국을 중심으로 활발하게 진행되었다. 특히 Carnegie Mellon대학이 중심이 되어 진행되고 있는 AHS(Automated HighwaySystem)프로젝트의 RALPH는 도로곡률 계산에 매칭을 적용함으로써 여러 도로 형태에도 잘 적응할 수 있는 강건한 알고리즘을 제시한 바 있다.[3]

국내에서는 Korea Autonomous Road Vehicle[4]이 처음으로 도로주행에 성공한 이후 몇몇 연구자들에 의해 기본적인 연구가 진행중이다.

지금까지 진행되어온 이러한 차량의 자율조향 연구에 있어서 어려움 중 하나는 알고리즘 검증을 위한 실차 테스트에 있다. 모의실험만으로는 완전하게 안정성을 검증할 수 없기 때문에 실차 테스트는 상당한 사고 위험을 수반하고 있으며, 실험 장소를 구하는 것도 쉽지 않다. 따라서 본 연구에서는 시각 서보를 이용한 조향제어 알고리즘을 개발한 후, 이를 R/C 모델차에 적용함으로써 실차 테스트시 발생하는 이러한 어려움 없이 개발된 알고리즘을 검증하였다. 또한 이 과정을 통해 무인 자동차 개발에 있어서 실차 테스트 전에 적용할 수 있는 Pre-test Car로서의 이용 가능성도 살펴보았다. R/C 모형차의 중량 및 공간의 제약으로 인한 문제들은 원격 지능을 이용한 제어 개념을 도입하여 해결하였으며, 개발된 차량은 직선 및 곡선 구간의 주행 테스트를 통해 그 추종 성능을 검증하였다.

2. 시스템의 구성

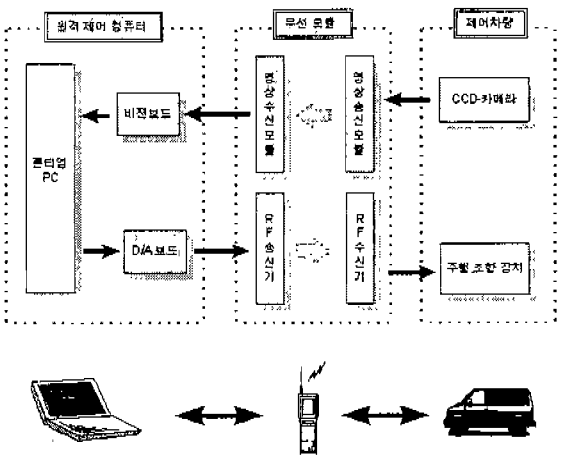


Fig. 1 Diagram of system hardware

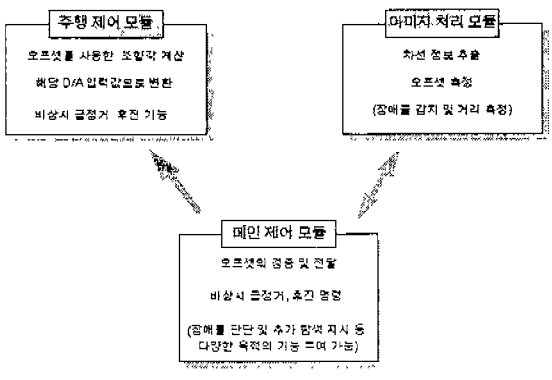


Fig. 2 Diagram of control software

Fig. 1에서 제어차량인 R/C 모델 자동차의 주요 제원은 축거(wheel base)가 242mm, 윤거(tread)가 128mm이다. 제어 프로그램은 Fig. 2와 같이 세 개의 모듈로 구성되어 있으며 화살표는 정보와 제어신호의 방향성을 나타낸다. Fig. 3, Fig. 4는 각각 완성된 차량과 원격 제어기를 나타낸다.

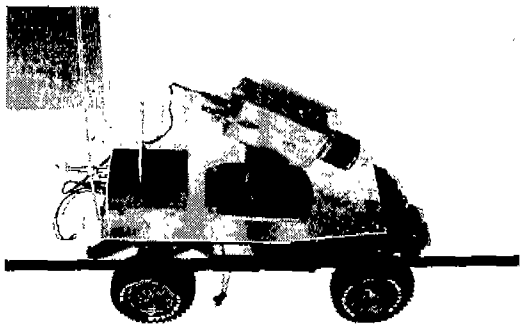


Fig. 3 Side view of model car

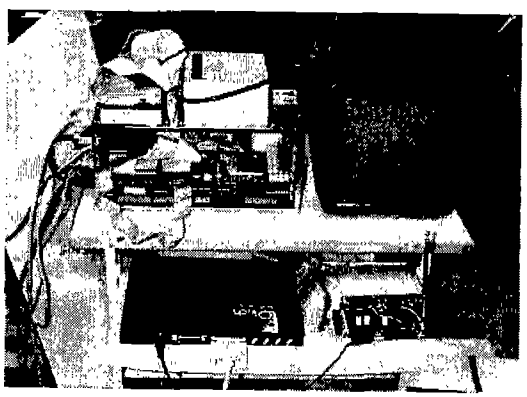


Fig. 4 Remote Controller

3. 기구학적 해석 및 모의 실험

3.1 조향제어 방식 및 매개변수 설정

도로 영상은 전방의 도로에 대한 정보뿐만 아니라 차량의 상대적 위치(오차) 정보까지 포함하고 있기 때문에 제어 알고리즘에 따라 다양한 형태의 정보가 영상으로부터 구해진다. 본 연구에서는 도로 영상으로부터 전방 오프셋을 측정하여 조향 제어에 이용하였다. Fig. 5는 오프셋을 이용하여 조향각을 제어할 경우에 기준차선, 차량, 매개변수, 오차와의 관계를 나타낸다. 차량은 2바퀴 모델로 가정하였다. 이때 조향 제어식은 아래와 같다.

$$\delta = K_p * offset + K_d * \dot{offset} \qquad (1)$$

여기서 δ는 조향각, offset은 전방 오프셋, K_p는 비례이득, K_d는 미분이득이다.

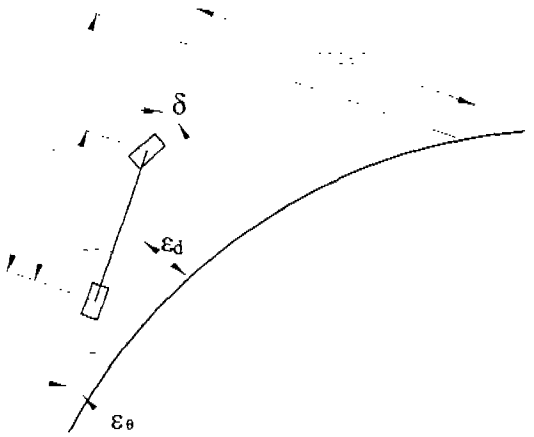


Fig. 5 Parameters for steering control

look ahead point : 기준점에서 d만큼 전방에 있는 차량 중심선 위의 점 P

look ahead offset : look ahead point에서 차선까지 거리.

ε_θ : 자세오차(orientation error), Q점에서의 접선을 기준으로 반시계 방향으로 측정

ε_d : 측방향 오차(lateral error). 기준점에서 차선까지의 최소거리, Q점에서의 접선을 기준으로 차량기준점이 왼쪽에 있을 때 양의 방향

차량의 자세오차 변화는 조향에 의한 차량 자체의 자세변화와 차선의 곡률로 인한 기준 접선의 기울기 변화에 의한 것의 합으로 표현된다[5]. 따라서 자세오차 변화율은 식 (2)와 같다.

$$\therefore \dot{\varepsilon}_\theta = \frac{V_M}{L}\delta + \dot{\eta}_\theta \quad (\delta \ll 1) \tag{2}$$

$\dot{\eta}_\theta$는 차선의 곡률반경 변화에 의한 항으로 차선의 반경이 일정하면 $\dot{\eta}_\theta = V_M/R_r$ (R_r :차선 곡률반경, V_M : 차량속도)이다. 조향각과 $\dot{\eta}_\theta$의 부호가 반대일 경우 $\dot{\varepsilon}_\theta$는 차선에 의해 요구되어지는 회전속도(desired yaw rate)와 실제 차량의 회전속도(real yaw rate)의 차이와 같다.

측방향 오차(lateral error) 변화율은 자세오차에 의한 것과 경로의 변화에 의한 것으로 표현된다[5].

$$\dot{\varepsilon}_d = V_M \varepsilon_\theta + \dot{\eta}_d \tag{3}$$

만약 곡률이 일정하면 $\dot{\eta}_d = 0$ 이다.

두 오차 미분 방정식을 상태 방정식으로 나타내면 아래와 같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{\varepsilon}_d \\ \dot{\varepsilon}_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & V_M \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_d \\ \varepsilon_\theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ V_M/L \end{bmatrix} \delta + \begin{bmatrix} \dot{\eta}_d \\ \dot{\eta}_\theta \end{bmatrix} \tag{4}$$

Fig. 5와 식 (4)를 이용하여 오프셋을 오차로 표현하면 식(5)와 같다.

$$\begin{aligned} offset &= \dot{\varepsilon}_d + d\dot{\varepsilon}_\theta \\ &= V_M \varepsilon_\theta + d\dot{\varepsilon}_\theta + \dot{\eta}_d \end{aligned} \tag{5}$$

3.2 정상 상태의 오프셋과 조향각 비

Ünyelioglu[6]는 정상상태의 오프셋과 조향각의 비는 차선의 반지름과 무관한 상수 값을 가진다는 것을 동역학을 고려한 모델을 통해 증명하였고, 이 상수값을 비례이득으로 사용할 것을 제안하였다. 만약 속도가 비교적 저속이라면 동역학적 효과를 무시할 수 있으므로 순수한 기구학적 관계식만으로 이러한 상수를 구할 수 있다. 본 연구에서는 차선의 반경이 일정하고 저속운행이라는 제한된 조건에서의 기구학적 분석을 통해 정상상태의 오프셋과 조향각의 비를 구하였다.

Fig.6에서 $offset = R_r - \sqrt{R_r^2 - d^2}$ 이고, 만약 $R_r \gg d$ 이면 Taylor's expansion에 의해 $\sqrt{R_r^2 - d^2} = R_r - d^2/2R_r$이므로 오프셋은 $offset = d^2/2R_r$이다.

또, 조향 관계식 $\tan\delta = L/R_r$은 $R_r \gg L$이면 $\delta \ll 1$이므로 $\delta = L/R_r$로 근사화시킬 수 있다. 최종적으로 오프셋과 조향각(δ)의 비를 구하면 식 (6)과 같이 차선의 곡률반경과는 무관한 상수가 된다.

$$\frac{\delta}{offset} = \frac{2L}{d^2} = K \tag{6}$$

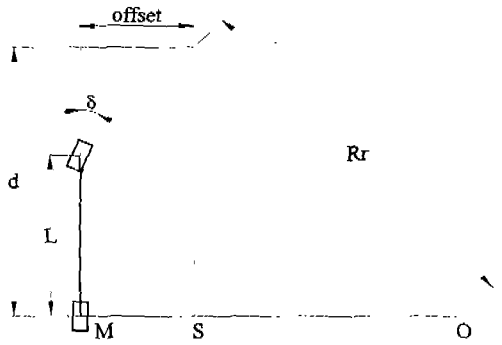


Fig. 6 Steady state offset

3.3 오프셋을 이용한 제어기의 해석

Fig. 7은 제어기를 포함한 전체 시스템의 블록선도를 나타낸다. 만약 차선의 반경이 일정하다면 $\dot{\eta}_\theta = V_M K/L$, $\dot{\eta}_d = 0$ 이다. 비례제어기만 사용하고 차선의 반경이 일정하다면 시스템의 블록선도는 Fig. 8의 형태로 변형할 수 있는 데 외란입력이 최종적으로는 일종의 기준입력

(reference input)으로 작용함을 알 수 있다. 따라서 최종 오프셋은 $\frac{K}{K_p} offset_r$으로 수렴하게 되므로 $K_p > K$ 이면 차선에 의한 기준값인 $offset_r$보다 작게 되어 기준차선의 안쪽으로 주행하게 된다.

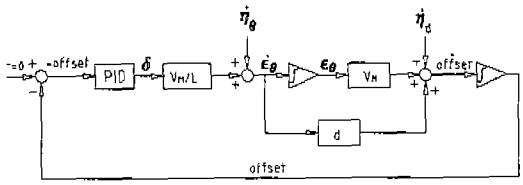


Fig. 7 Block diagram of system

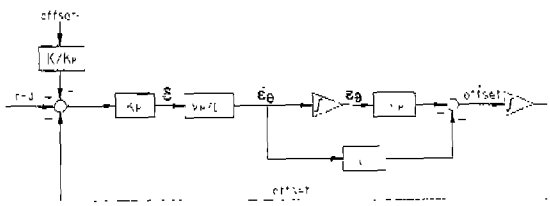


Fig. 8 Modified block diagram

앞에서 얻은 결과를 수식적으로 증명하기 위해서 시스템의 개루프 전달함수를 구하면 아래와 같다.

$$offset(s) = \frac{V_M d}{L}\frac{(s + V_M/d)}{s^2}\delta(s) + d\frac{(s + V_M/d)}{s}\eta_\theta(s) + \eta_d(s) \quad (7)$$

외란 입력을 스텝 입력으로 보고 폐루프 시스템의 오프셋 출력을 구하면 식 (8)과 같다.

$$offset(s) = \frac{K(s + \frac{V_M}{d})}{\frac{L}{V_M d}s^2 + K_p s + K_p\frac{V_M}{d}}\frac{1}{s} offset_r \quad (8)$$

정상상태에서의 오프셋을 구하기 위해 최종값 정리 이론을 사용하면, 식 (9)와 같이 앞에서 구한 것과 같은 결과를 얻을 수 있다.

$$\lim_{t\to\infty} offset(t) = \lim_{s\to 0} s\, offset(s) = \frac{K}{K_p} offset_r \quad (9)$$

식 (9)로부터 주어진 차선의 반경으로 주행하기 위해서는 $K_p = K$이여야 하므로 오프셋을 이용한 조향제어기는 일반 제어 문제와는 달리 비례이득치가 시스템 매개변수에 의해 고정된다는 특징을 있음을 알 수 있다. 이것은 차선의 반경이 시스템의 기준입력으로 직접적으로 사용되는 게 아니라 오프셋에 포함된 외란 형태의 입력으로 사용되기 때문에 나타난다. 또한, 비례 제어기에서의 외란 입력에 의한 정상상태 출력이 이득이 커질수록 작아지는 것처럼 오프셋 역시 이득이 커질수록 더 작은 값으로 수렴하는 데, 정상상태 출력이 외란 입력과 같게 되는 특이 이득치가 곧 K이다. 이 특이값은 동력학적 효과를 고려하지 않을 경우 조향각과 오프셋의 기하학적 관계에 의해 구해지며 경로 반경과는 무관한 상수값(2L/d2)을 가진다. 따라서 오프셋을 이용한 제어기에서는 전방주시거리(look ahead distance) d를 변화시켜 시스템의 비례이득을 조절할 수 있다.

3.4 근궤적법을 이용한 시스템 해석

오프셋을 이용한 제어기에서는 비례이득치가 $K_P = 2L/d^2$ 로 고정되므로 특성방정식에 나타나는 시스템 매개변수들을 이용하여 무차원 수를 정의하고, 이를 이용하여 근궤적법에 의한 시스템 해석을 수행하였다. 시간지연 T_d를 고려한 폐루프 특성 방정식은 식 (10)으로 표현된다. 시간지연 함수 $e^{-T_d s}$는 Padé approximant[7]를 사용하여 근사화하였다.

$$\frac{T_d^4}{12}s^4 + \left(\frac{T_d}{12} + \frac{1}{6}\frac{V_M}{d}T_d^2\right)s^3 + \left(1 - \frac{V_M}{d}T_d + \frac{1}{6}\left(\frac{V_M}{d}\right)^2 T_d^2\right)s^2 + \left(2\frac{V_M}{d} - \left(\frac{V_M}{d}\right)^2 T_d\right)s + 2\left(\frac{V_M}{d}\right)^2 = 0 \quad (10)$$

이 식에 나타난 시스템 매개변수들을 이용하여 무차원수 N을 정의하면 아래와 같다.

$$N = \frac{V_M T_d}{d} \quad (11)$$

차량 속도 V_M에 샘플링 주기 T_d 를 곱하면 한 샘플링 주기동안 차량이 진행한 거리를 나타내므로, 무차원수 N은 한 샘플링 주기동안 차량이 진행하는 거리와 전방주시거리(look ahead distance)와의 비를 의미한다. 특성 방정식 (10)을 무차원수 N을 이용하여 정리하면 식 (12)와 같다.

$$\frac{T_d^4}{12}s^4 + \left(\frac{T_d}{12} + \frac{1}{6}NT_d\right)s^3 + \left(1 - N + \frac{1}{6}N^2\right)s^2 + \left(2\frac{N}{T_d} - \frac{N^2}{T_d}\right)s + 2\left(\frac{N}{T_d}\right)^2 = 0 \quad (12)$$

식 (12)를 이용하여 N에 대한 근궤적을 그린 것이 Fig.9이다.

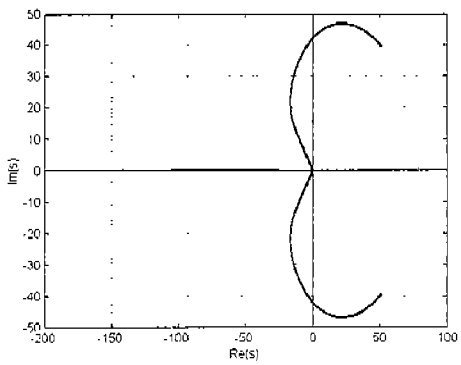


Fig. 9 Root locus as N

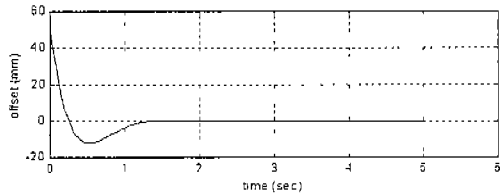
Fig. 9를 통해서 N이 커짐에 따라-속도와 샘플링 주기가 일정할 경우 전방주시거리(look ahead distance)가 작아짐에 따라-일정 기간 시스템 반응이 개선되다가 결국에는 시스템이 불안정하게 됨을 알 수 있다.

시스템이 불안정하게 되는 N값은 약 0.825인데-Td가 바뀌어도 일정한 값을 가진다- 이것은 한 샘플링 주기동안 차량이 진행하는 거리의 1.2(1/0.825)배 이상으로 전방주시거리(look ahead distance)를 정해야 한다는 것을 의미하며, 이 때의 전방주시거리를 최소 전방주시거리로 정의한다.

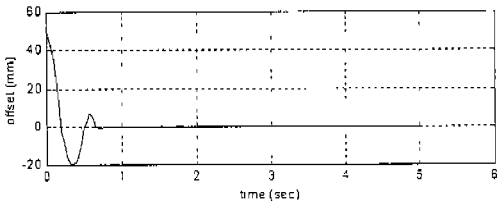
$$d_{\min} = 1.2\, V_M T_d \quad (13)$$

근궤적법을 통한 해석을 검증하기 위해 속도와 샘플링 주기는 일정하게 유지하고 전방주시거리(look ahead distance)만 바꿔가며 MATLAB을 이용하여 모의실험을 수행하였다.

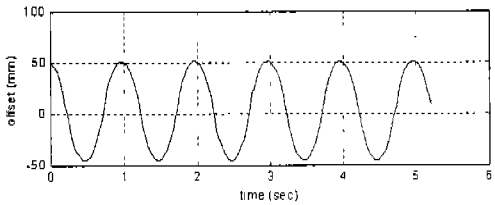
모의실험에 사용된 차량은 동역학을 고려하지 않은 기구학적 모델이며, 시간지연 0.05초(샘플링 주파수 20Hz), input saturation ±30° , 차량속력 0.8m/sec, 모의주행로는 4m의 직선 구간으로 하였고 모의실험 결과는 Fig. 10과 같다. 이 결과는 일반적인 PD제어기에서 비례이득을 증가시킬 때와 유사한 특징을 보이며, 실제로 비례이득도 $K_P = 2L/d^2$ 에 의해서 d가 감소함에 따라 커진다. 전방주시거리가 $d_{\min}$ 값인 48mm보다 작은 30mm인 경우에는 차량이 불안정하게 주행하므로 식 (13)이 타당성을 가짐을 확인할 수 있다.



(a) d=300 mm



(b) d=60 mm



(c) d=30 mm

Fig 10 Results of simulation vs d

4. 도로 영상 분석

4.1 좌표계의 설정

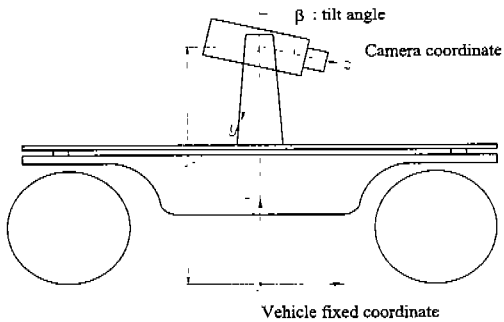


Fig. 11 Coordinate system

Fig. 11은 차량 고정 좌표계와 카메라 좌표계를 나타내고 있다. 차량 좌표계로 표현된 점을 카메라 좌표계로 나타내는 변환행렬 T_c는 다음과 같다.

$$T_c = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\beta & \sin\beta & 0 \\ 0 & -\sin\beta & \cos\beta & 0 \\ 0 & H_c\sin\beta & -H_c\cos\beta & 1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

영상 좌표계는 카메라 좌표계에서 표현된 점들을 $z=0$ 평면으로 원근투영(perspective projection)한 것을 나타내며, 초점 거리 f인 카메라의 원근투영(perspective projection)변환 행렬은 아래와 같다.

$$T_p = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1/f \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

식 (14)과 식(15)를 이용해서 차량 좌표계로 표현한 도로면 위의 점 P(X,Y,0)를 영상 좌표계의 점 P_I(x',y',0)로 변환하는 식은 아래와 같이 표현된다.

$$P_I = P\ T_c\ T_p = P\ T \quad (16)$$

여기서

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\beta & 0 & -\frac{\sin\beta}{f} \\ 0 & -\sin\beta & 0 & -\frac{\cos\beta}{f} \\ 0 & H_c\sin\beta & 0 & \frac{H_c\cos\beta+f}{f} \end{bmatrix}$$

4.2 차선의 위치 측정

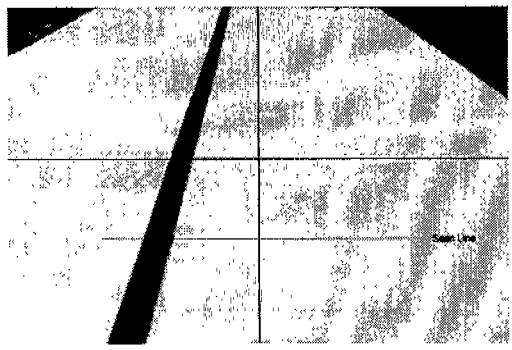


Fig. 12 Algorithm for lane detection

Fig. 12에서 차선의 위치는 탐색선(scan line)에 대해 이치화를 적용하여 차선을 검출한 후 그 차선의 중심을 구함으로써 측정된다. 영상에서 탐색선(scan line)의 세로 좌표는 식(16)에 의해 구해지며 탐색선이 전방주시점에 있을 때 측정된

차선의 가로좌표가 영상좌표계에서의 전방주시오프셋이다. 정확한 차선의 추출은 이치화값(threshold value)에 좌우되므로 본 연구에서는 Interaction Threshold Selection을 이용하여 가장 최적의 이치화값을 자동으로 설정되도록 하였으며[8], 급격한 조명의 변화가 있을 경우에는 자동으로 이치화값을 수정할 수 있도록 적응이치화(adaptive thresholding)도 적용하였다

5. 실험 및 결과 분석

5.1 비례이득의 영향

3장의 제어기 해석을 통해 최적 비례이득은 $K_p = K = 2L/d^2$ 이며 이 이득치보다 큰 값을 사용할 경우에는 주행선 안쪽으로, 작은 값의 경우에는 바깥쪽으로 주행한다는 결과를 얻었다. 이 실험에서는 반경 2m 곡선구간에서 세 개의 비례이득치를 사용하여 주행시킨 후 측정된 오프셋 값을 비교하여 3장의 해석내용을 검증하였다. Fig. 13은 실험 결과를 보여주는데 최적 비례이득치는 1.56이며, 이 값보다 큰 이득은 최적 비례이득치의 경우보다 더 작은값으로, 작을 경우에는 더 큰 값으로 오프셋이 수렴해간다. 수렴한 오프셋의 크기와 차량 회전반경은 비례하므로 3장의 해석과 잘 일치하고 있다.

5.2 미분제어기의 영향

3장의 근궤적법에 의한 해석을 통해 전방주시거리를 줄이면, 차량의 반응을 빠르게 할 수 있으나 오버슈트가 크지고 시스템의 안정성이 나빠진다는 결과를 얻었다. 이 실험에서는 일반 제어기에서처럼 미분 제어기를 추가하여 시스템의 안정성을 증가시키고 오버슈트도 줄일 수 있는지를 시험하였다. 주행 실험은 직선 구간에서 초기 측면 에러가 있는 상황에서 차선을 추종하도록 하였다. 주행 중 오프셋의 변화를 출력한 것이 Fig. 14인데 미분 제어기를 사용했을 경우는 오브슈트(overshoot)도 줄고 진동도 더 빠르게 감쇄함을 알 수 있다.

5.3 샘플링 주파수의 영향

이 실험에서는 샘플링 주파수가 주행 안정성에 미치는 영향을 살펴보았다. 실험은 반경 2m의 곡선 주행로에서 행하였으며, 비례이득 1.56, 미분이득 0.5를 사용하였다. Fig. 15, Fig. 16은 샘플링 주파수 15Hz와 10Hz일때의 오프셋 변화를 20Hz일 때와 비교한 그림인데, 15Hz일 경우에는 수렴구간에서 약간의 진동이 발생하며, 10Hz일

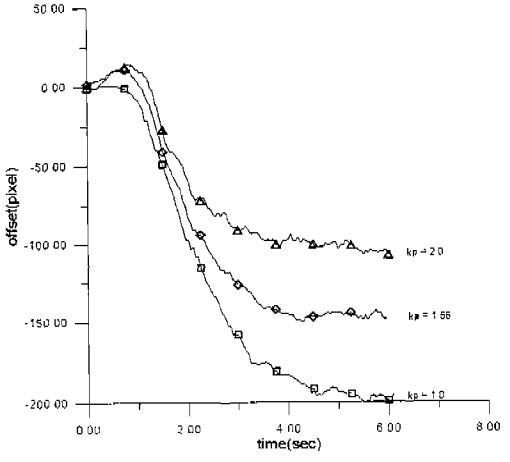


Fig. 13 Effect of Kp

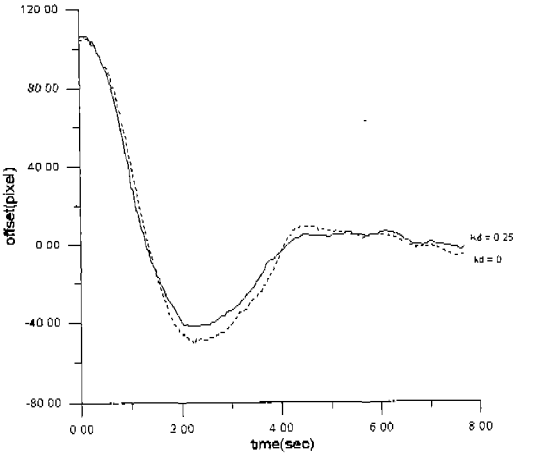


Fig. 14 Effect of Kd

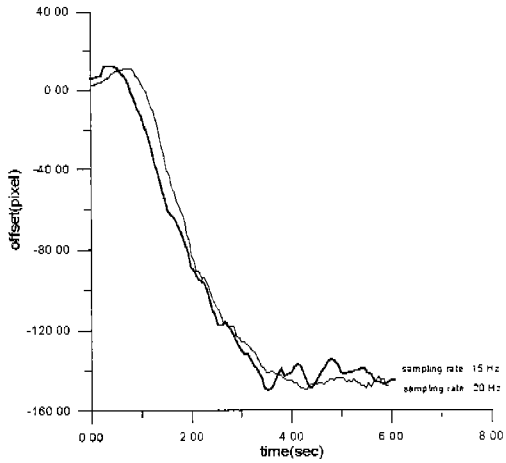


Fig. 15 Sampling frequency : 15Hz

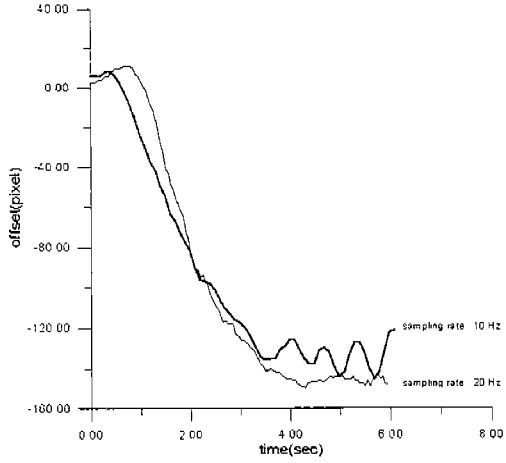


Fig. 16 Sampling frequency : 10Hz

경우에는 오프셋이 발산하게 되어 시스템이 불안정해진다. 따라서 안정적인 주행을 위해서는 일정수준의 이상의 샘플링주파수를 가져야 함을 이 실험으로부터 확인할 수 있다.

6. 결론

본 연구에서는 시각 서보를 이용한 조향제어 알고리즘을 개발하고 이를 시각 센서를 갖춘 원격지능 개념의 모형차에 적용하여 주어진 차선을 추종할 수 있는 자율주행 차량을 구성하였다. 또한 기구학적 해석을 통해 조향각 제어를 위한 제어기의 특성을 살펴보았으며, 주행 실험으로부터는 개발된 제어기의 성능을 평가하고, 기구학적 해석의 타당성을 확인하였다. 이상의 연구를 통해 얻은 결과는 아래와 같다.

첫째, 시각 서보에 의한 조향제어를 위해 오프셋 정보를 이용하는 비례미분 제어기 및 영상처리 모듈을 개발하였다. 개발된 조향제어기는 샘플링 주파수가 20Hz이며, 조명 변화에 대응할 수 있는 적응이치화(adaptive thresholding)기능을 갖추었다.

둘째, 시스템의 기구학적 해석을 통해 전방오프셋을 이용한 제어기의 비례이득치는 전방 주시거리와 축거(wheel base)에 의해 그 값이 고정된다는 사실을 밝혔고 이를 주행 실험을 통해 확인하였다.

셋째, 안정화된 조향제어를 위한 최소 전방주시거리 dmin은 dmin = 1.2VMTd (VM : 차량속도 Td : 샘플링 주기)로 됨을 근궤적법을 통해 구하였다.

넷째, 개발된 알고리즘과 이론적 해석 결과들을 R/C모형차에 기반한 시험차량을 이용해서 검증하는 과정을 통해 개발된 자율주행 차량이 pre-test car로서 충분한 가능성을 가짐을 확인하였다.

참고문헌

1 Robert E. Fenton, Grant C. Melock, Karl W.Olson, "On the Steering of Automated Vehicles : Theory and Experiment", IEEE Trans. On Automatic Control, Vol. AC-21, No.3, 1976.

2 D.Kuan, G.Phipss, and A.Hsueh,"Autonomous Robotic Vehicle Road Following", IEEE Trans. PAMI, Vol. 10, No. 5, Sep 1988.

3 D.Pomerleau and T.Jochem, "Rapidly Adapting Machine Vision for Automated Vehicle Steering", IEEE Expert, Vol. 11, No. 2, pp. 19-27, 1996.03.

4 최진욱, 한민홍, "무인자동차 개발과 응용", 대한 기계학회 논문집, Vol.32, No. 10, pp.764-769, 1994.

5 A.Heman, "Steering control problem formulation of low-speed tricycle-model vehicles ", Int. J. Control, vol.61, No.4, pp.783-790, 1995.

6 Konour A. Ünyelioglu, Cem Hatipglu, and mit Özgüner, "Design and Stability Analysis of a Lane Following Controller", IEEE, Trans. On Control systems Technology, Vol. 5, No. 1, pp. 127-134, 1997.

7 Gene F. Franklin, J. David Powell, Abbas-Emami-Naeini, "FEEDBACK CONTROL OF DYNAMIC SYSTEMS", Addision-Wesley Publishing Co, pp.300-304, 1994.

8 Ramesh Jain, Rangachar Kasturi, Brain G.Schunck, "MACHINE VISION", McGraw-Hill publishing, pp. 76-86, 1995.