

Spot 용접이음재의 피로수명 예측에 관한 확률적 검토 (II) : 피로강도 평가법의 신뢰성 검증

Statistical Investigation on Fatigue Life Prediction
of the Spot Welded Lap Joint (II)
: to verify reliability of fatigue strength estimation method

손 일 선*, 배 동 호**
Ilseon Sohn, Dongho Bae

ABSTRACT

Spot welding is very important and useful technology in fabrication of an automobile body structure. Because fatigue strength of the spot welding point is however considerably lower than parent metal due to stress concentration at the nugget edge, accurate stress analysis and fatigue strength evaluation of spot welded lap joint are very important to evaluate the reliability and durability of automobile body structure and to establish a criterion of long life fatigue design.

Many investigators have studied so far on systematic fatigue strength evaluation with various methods. It is however necessary to verify their reliability and availability for practical application to fatigue design of spot welded structure. Thus, in this study, fatigue strength evaluation methods of spot welded lap joint, which are the maximum principal stress method, the fracture mechanical method, and the strain energy density factor method, were verified their reliability and availability with the Weibull probability distribution. From the results, It was found that reliability and availability of the suggested fatigue strength estimation methods were higher than $\Delta P-N_f$ relation. However, among them, reliability of the maximum principal stress method was the highest.

주요기술용어 : Spot welding(점 용접), Fatigue strength(피로강도), Reliability(신뢰성), Weibull probability distribution (와이블 확률분포), fatigue strength estimation method (피로강도 평가법)

* 정회원, 대우자동차 기술연구소

** 정회원, 성균관대학교 기계공학부

1. 서론

점용접(spot welding)은 자동차, 철도차량, 항공기 등과 같은 박판 구조물 제작에 있어서 필수 불가결의 수단이 되고 있다. 그러나, 점용접부의 너깃(nugget)형상은 직경 수 mm의 점상이기 때문에, 도로상황과 운전여건이 개선되었다하더라도 운전 중에 차체에 가해지는 외력에 의해서 점용접부 주변은 응력집중 등에 의해 피로균열의 발생원이 되고 있다. 따라서, 점용접부의 피로강도가 모재에 비해서 훨씬 떨어져, 점용접 구조물의 구조적 강성이 점용접부의 피로강도에 의해 결정된다고 해도 과언이 아니다. 그러므로, 점용접이음재에 대한 응력분포 상황을 정확히 해석하고, 피로강도를 합리적으로 평가하는 것은 점용접된 구조물의 강성과 내구성 향상을 위한 설계의 필수적 사항이다. 이와 관련하여, 지금까지 많은 연구자들이 여러 가지 형태의 점용접이음재와 골조부재(structural member)들에 관한 응력해석과 피로강도 평가를 이론해석 및 실험해석으로 수행해왔고, 그 실적도 상당히 축적 되어 있기도 하다.[1,2,3]

하지만, 실차 차체구조의 강도를 직접 평가하는 것은 어렵기 때문에, Fig. 1과 같이, 실차 차체와 동일한 구조적 특성을 갖는 시뮬레이트(simulate) 시험편을 고안하고, 그것으로부터 점용접 구조의 피로강도 평가 기준량을 구하여 안전설계에 적용하는 형편이다. 그런데, 피로강도 평가에 있어서는 하중진폭-피로수명($\Delta P - N_f$) 관계가 제일, 점용접 조건(welding condition), 이음재 형상 및 역학적 조건 등에 의해서 다양한 분포형태를 나타내기 때문에, 특정 형상을 갖는 점용접이음재의 피로특성과 피로한도(fatigue limit)에 대한 상대적인 비교는 가능하나, 피로설계를 위한 합리적인 설계기준을 정하기에는 어려움이 많다. 왜냐하면, $\Delta P - N_f$ 관계로부터 피로설계기준을 어떻게 설정하느냐에 따라서 실제와

는 달리 설계기준치가 과대 또는 과소 평가될 수 있기 때문이다. 따라서, 이러한 이유로 재래적인 $\Delta P - N_f$ 관계에 의한 점용접이음재 또는 부재(member)의 체계적인 피로강도 평가와 설계기준의 설정에는 많은 어려움과 문제점이 있음이 지적되어 왔다. 이와 관련하여, 지금까지 점용접부 너깃단 최대주응력(maximum stress at nugget edge, σ_{1max})[4], 파괴역학적 매개변수인 응력확대계수(stress intensity factor, S.I.F. K)[5] 및 변형에너지밀도계수(strain energy density factor, S)[6]를 매개변수로 한 피로강도 평가법이 개발되었고, 이들을 가지고 여러 가지 인자들을 통일적으로 고려한 설계기준 방법이 제시되어 왔다. 따라서, 본 연구에서는 품질관리 및 수명평가 등의 분야에서 널리 이용되고 있는 와이블(weibull) 신뢰성개념[7]을 도입함으로써, 점용접이음재의 피로강도 평가에 대한 실험결과들을 이용하여 여러 가지 제안된 피로강도 평가법의 신뢰성을 통계적으로 검증하고자 하였다.

2. 와이블 확률분포함수 이론[8]

누적손상함수 (CDF: cumulative damage function, $F(t)$)는 파손함수, $h(x) = \lambda (\lambda \cdot \text{상수})$ 일 때 파괴율 형상(failure rate shape)이 크게 변하게 되며, 이것에는 어떤 형태의 함수도 다 허용된다. 따라서, 함수 $F(t)$ 를 구하기 위하여, 먼저 위험함수 $H(t)$ 를 구하민,

$$H(t) = (\lambda t)^m \quad (1)$$

식(1)에서, $m \neq 1$ 의 임의 값에 대한 파손율(failure rate)은

$$h(t) = d \frac{H(t)}{dt} = m\lambda(\lambda t)^{m-1} \quad (2)$$

따라서, 식(2)으로부터 누적손상함수는

$$F(t) = 1 - e^{-H(t)} = 1 - e^{-(\lambda t)^m} \quad (3)$$

$\lambda=1/c$ 를 대입하면,

$$F(t) = 1 - e^{-(t/c)^m} \quad (4)$$

여기서, c 는 특성수명 (characteristic life)이고, m 은 형상변수(shape parameter)이다.

한편, 와이블 확률분포함수 (PDF : probability distribution function) $f(t)$ 는

$$f(t) = \frac{m}{t} \left(\frac{t}{c}\right)^{m-1} e^{-(t/c)^m} \quad (5)$$

식(2)으로부터, 파손율 (failure rate) $h(t)$ 를 재 정리하면,

$$h(t) = \frac{m}{c} \left(\frac{t}{c}\right)^{m-1} = \frac{m}{t} \left(\frac{t}{c}\right)^m \quad (6)$$

평균파손율(AFR: average failure rate)은

$$AFR(t_1, t_2) = \frac{(t_2/c)^m - (t_1/c)^m}{t_2 - t_1} \quad (7)$$

$$AFR(T) = \frac{1}{c} \left(\frac{T}{c}\right)^{m-1} \quad (8)$$

크기변수 $\theta = c^m$ 을 이용하여 와이블 누적손상 함수를 다른 형태로 표시하면.

$$F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t}{\theta}\right)^m} = 1 - e^{-(t/c)^m} \quad (9)$$

여기서, $c, m, t > 0$ 이다.

식(10)은 $1 - F(t) = e^{-(t/c)^m}$ 으로 나타낼 수 있으며, 양변에 이중자연로그를 취하면.

$$\ln(-\ln[1 - F(t)]) = m \ln t - m \ln c \quad (10)$$

누적손상함수 $F(t)$ 와 위험함수 $H(t)$ 의 관계는 다음과 같이 표시된다. 즉

$$H(t) = -\ln[1 - F(t)] \quad (11)$$

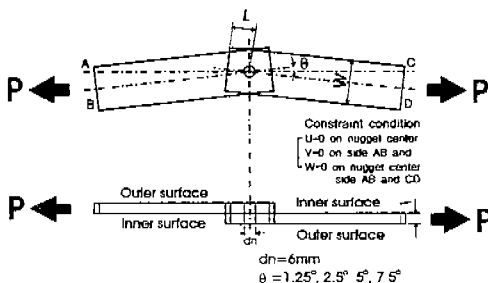


Fig. 1 The simulated model of IB type spot welded lap joint under tension-shear load.

따라서, 와이블 함수의 형태를 누적손상함수 (CDF)의 형태로 다시 나타내면, 양 대수(log-log) 좌표계에서 식(12)와 같이 직선의 형태로 나타내 어지게 된다.

$$\ln H(t) = m \ln t - m \ln c \quad (12)$$

와이블 확률분포에 의한 점용접이음재의 피로 수명을 예측하기 위하여, 먼저 특정형상을 갖는 시편에 대한 피로실험 데이터(data) 또는 하중-피로수명 관계곡선($\Delta P - N_f$ curves)을 확보한 후, 시편 파손수(number of failed specimen), 파손시간(time to failure), 메디안 랭크(median rank) 등을 계산하여 표로 작성한다.[9, 10] 이때, 메디안 랭크의 값은 다음의 식(13)을 이용하여 계산한다.

$$\text{Median Rank}(\%) = \frac{j-0.3}{N+0.4} \times 100 \quad (13)$$

여기서, j : number of specimen,

N : total number of specimen

와이블 확률지(Weibull probability paper)를 이용하여 누적확률 파손값(메디안랭크 값)과 파손시간에 대한 표의 값들을 그래프 상에 도시하고, 그 점들을 연결하여 직선으로 표시한다. 이때, 직선의 기울기는 형상변수(shape parameter) β 가 된다. 데이터는 거의 일직선상에 나타나는 것이 바람직하며, 그렇지 않고 데이터의 산포가 큰 경우는 일직선으로 만드는 기법을 이용하여 직선을 구하거나, 추가 실험이 필요하다.[11~13] 이러한 과정을 통하여 작성된 와이블 확률 분포도로부터 특정의 목표수명에 대한

Table 1 Chemical composition of specimen (wt. %)

	C	Si	Mn	P	S	Ni	Al	Fe
SPCC	0.12	0.01	0.0127	0.015	0.007	0.025	0.045	Rem.

Table 2 Mechanical properties of specimen

Material	Tensile Strength (MPa)	Yield Strength (MPa)	Elongation (%)
SPCC	307.0	168.4	47

Table 3 Welding conditions of specimen (RWMA class-C)

Welding Condition	Value
Electrode Force (F)	1962 N
Current (I)	8.3 kA
Welding Time	15 cycles

신뢰성(reliability) 또는 와이블 특성수명(Weibull characteristic life)을 도출할 수 있다. 나타내었다. 이것은 하중이 크면, 박판의 대변형 특성 때문에 면외굽힘변형이 커지고, 이의 영향

3. 피로강도 평가

3.1 점용접이음재의 피로강도 평가

와이블 확률분포에 의한 피로수명예측(fatigue life prediction)과 신뢰성 평가를 위한 피로강도 데이터는 여러 가지 기하학적 형상을 가지는 IB형 점용접이음재를 대상으로 피로시험을 수행하여 획득하였다. 시험재료는 자동차 차체구조용으로 많이 사용되고 있는 냉간압연강판 (SPCC)이다. 화학적 성분과 기계적 성질은 Tables 1, 2와 같고, 점용접기의 전극직경은 6mm로 하였으며, 용접조건은 Table 3(RWMA class C)으로 설정하였다. 시험편의 두께는 1.0mm와 2.0mm로 하여 피로강도에 대한 판 두께의 영향을 검토하였고, 실 구조물에 있어서, 면내변형 (in-plane deformation)

Table 4 Fatigue test condition (IB type specimen)

Test condition	Value
Load Ratio ($R=P_{min}/P_{max}$)	0
Frequency	25 Hz
Wave	Sine

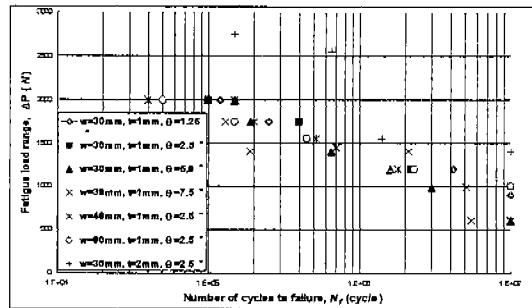


Fig. 2 The Relation of $\Delta P - N_f$ for various spot welded lap joint

의 정도를 나타내는 두 판재간의 이음각(joint angle)에 대한 영향을 파악하기 위해 이음각을 1.25°, 2.5°, 5.0° 및 7.5°로 하였다. 그밖에, 시험편 폭을 30, 40, 60mm로 변화시켜, 피로강도에 대한 판 폭의 영향도 파악코자 하였다.

공기 중 피로실험에 대한 피로균열의 성장특성에 대한 하중반복속도의 영향은 미소하기 때문에, 본 실험에서는 Table 4에 나타난 바와 같이 하중 반복속도를 25Hz로 하여 피로실험을 수행하였다. 피로하중의 부하형태는 하중비($R = P_{min}/P_{max}$)가 0인 완전편진 정현파(sine wave)를 사용하였다. 또한, 피로수명은 시험편 부하측 내표면(inner surface) 너깃단에서 발생 및 성장된 균열이 외표면(outer surface)에 나타나서 너깃직경과 동일길이 만큼 진전되었을 때까지의 cycle 수로 결정하였으며, 피로한도는 10^7 cycles까지의 피로균열이 발생하지 않는 하중으로 하였다.

3.2 제안된 피로강도 평가법

Fig. 2는 여러 가지 기하학적 형상(geometrical

shape)을 갖는 IB형 일점 점용접이음재에 대한 피로실험 결과를 나타낸 것으로서, 그림에서 종축은 하중범위(ΔP), 횡축은 피로수명(failure Life, N_f)을 나타내고 있다. 점용접이음재의 피로 실험 결과를 시편에 가해진 하중범위(load range)로 나타낸 $\Delta P - N_f$ 선도는 특정한 형상과 크기를 갖는 시편간의 상대적 피로특성(fatigue characteristic)을 비교하거나 피로설계의 기준이 되는 피로한도를 추정할 수는 있으나, $\Delta P - N_f$ 관계선도 상에 나타나 있지 않은 임의의 형상과 크기를 갖는 점용접이음재의 피로강도 평가와 설계 기준의 추정은 불가능하기 때문에, 이를 위해서는 별도의 추가적인 피로실험이 수행되어야 한다. 그리고, 서론에서 언급한 바와 같이, $\Delta P - N_f$ 관계처럼 피로데이터를 하중범위로 나타내게 되면, 데이터의 분산 폭이 너무 커서 실 구조물의 설계를 위한 합리적인 설계기준을 설정하기 곤란하기 때문에, 점용접이음재의 여러 가지 형상과 크기를 종합적으로 동시에 고려할 수 있는 통일된 피로강도 평가가 필요하다. 이것이 얻어지게 되면, 임의의 형상과 크기 및 하중조건을 갖는 점용접이음재의 피로강도와 피로수명이 추가적인 피로실험 없이 추정 및 예측할 수 있게 된다. 그래서, 본 연구에서는 지금까지 저자들이 제안해 온 점용접이음재의 평가기법들[4~6]을 이용하여 여러 가지 기하학적 인자를 갖는 IB형 점용접이음재의 $\Delta P - N_f$ 관계를 통일적으로 재

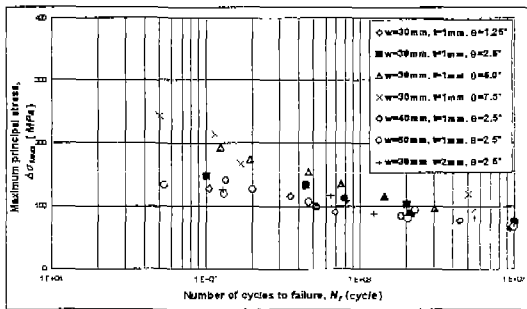


Fig. 3 The relation of $\Delta\sigma_{I,max} - N_f$ for various spot welded lap joint

정리하고, 그 결과에 대한 실용적 차원에서 신뢰성을 검증하고자 하였다.

Fig. 3은 여러 가지 기하학적 형상을 갖는 IB형 일점 점용접이음재에 대한 Fig. 2의 $\Delta P - N_f$ 관계를 너깃단 최대주응력범위($\Delta\sigma_{I,max}$)[4]를 이용하여 $\Delta\sigma_{I,max} - N_f$ 관계로 재정리한 결과이다. 여러 가지 기하학적 형상을 갖는 IB형 일점 점용접이음재의 피로강도(fatigue strength)가 통일적으로 재정리됨을 알 수 있다. 이는 특정크기를 갖는 점용접이음재에 대한 S-N 곡선을 알고 있을 때, 이 곡선에 의해 다른 임의의 크기를 갖는 점용접이음재의 피로수명을 추정할 수 있음을 의미한다. 따라서, Fig. 3으로부터, IB형 일점 점용접이음재의 피로한도는 $\Delta\sigma_{I,max} = 271.5$ MPa 로 추정된다.

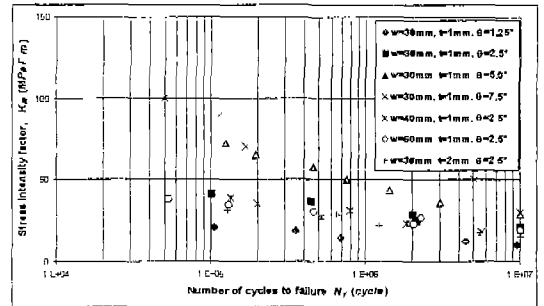


Fig. 4 The relation of $K_{III} - N_f$ for various spot welded lap joint

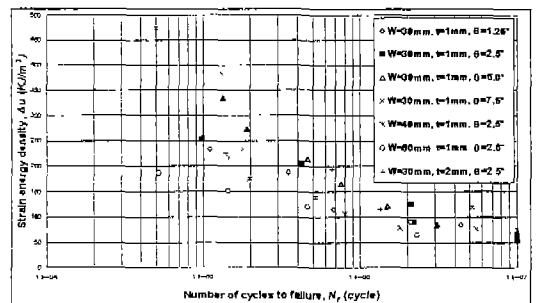


Fig. 5 The relation of $\Delta u - N_f$ for various spot welded lap joint

Fig. 4는 피로실험 결과를 파괴역학적 매개변수인 응력확대계수 K_{II} [5]를 이용하여 Fig. 2의 $\Delta P-N_f$ 관계를 $\Delta K-N_f$ 관계로 재정리한 결과이다. 특히, 점용접이음재의 너깃주위를 날카로운 환상균열(ligament crack)로 보고, 균열선단(crack tip)의 응력의 세기를 나타내는 응력확대계수는 유한요소해석시 해석모델의 요소분할 상황에 영향을 받지 않는 이점이 있다.[1] 이러한 응력확대계수에 의해서 여러 가지 기하학적 형상을 갖는 IB형 일점 점용접이음재의 피로강도가 통일적으로 재정리됨을 알 수 있다. 이는 특정크기를 갖는 점용접이음재에 대한 $\Delta K-N_f$ 관계 곡선을 알고 있을 때, 이 곡선에 의해 다른 임의의 크기를 갖는 점용접이음재의 피로수명을 추정할 수 있음을 의미한다. 따라서, Fig. 4로부터 IB형 일점 점용접이음재의 파괴역학적 피로한도는 $K_{III}=1.17 MPa\sqrt{m}$ 로 추정된다.

Fig. 5는 Fig. 2의 $\Delta P-N_f$ 관계를 변형에너지밀도(strain energy density, u)[6]로 재정리한 변형에너지밀도-피로수명 관계($\Delta u-N_f$)이다. 평균 두께, 판 폭, 이음각 등 기하학적 형상이

Table 5 Weibull reliability of various fatigue strength evaluation met

	Fatigue Strength	Weibull Value	Reliability (10^7)
Applied Load (P, MPa)	600	1147.70	25.92%
Max. Principal Stress (σ_{1max} , MPa)	271.5	281.44	80.08%
S. I. F (K, $MPa\sqrt{m}$)	1.17	1.16	75.14%
S. E. D (u, KJ/m^3)	50	53.78	65.56%

다른 시편들의 피로강도가 시편의 부하측 내표면 너깃단부의 변형에너지밀도에 의해 효과적이고 통일적으로 재정리됨을 알 수 있으며, 이 결과로부터 피로한도에 해당하는 하한계 변형에너지밀도는 $u_L \cong 50 kJ/m^3$ 로 추정될 수 있겠다.

3.3 Weibull 확률분포에 의한 신뢰성 평가

이상의 3.2절에서, IB형 점용접이음재를 대상으로 한 피로데이터를 최대주응력(σ_{1max}), 응력확대계수(K) 및 변형에너지밀도(u)로 재정리하면, 하중범위(ΔP)로 정리한 경우에 비하여, 효과적이고 통일적으로 피로강도가 재정리될 수 있음을 보였다. 그러나, 점용접 구조들의 안전설계에 적용하기 위해서는 이들에 대한 유효성과 신뢰성이 평가되고 검증되어야 한다. 이러한 필요성에 입각해서, 본 연구에서는 제안된 피로강도 평가방법들에 대하여 와이블 확률분포에 의한 신뢰성을 검증해 보았다. Table 5는 여러 가지 기하학적 형상을 갖는 IB형 일점 점용접이음재의 피로강도를 역학적 매개변수인 하중범위, 최대주응력, 응력확대계수 및 변형에너지밀도로 평가한 경우의 신뢰성을 와이블 확률분포를 이용하여 평가한 결과이다.

하중범위(ΔP)로 피로강도를 평가한 경우의 피로한도는 Fig. 2로부터 하한 값으로 $\Delta P=600.0 N$ 이나, 와이블 확률분포에 의하여 계산된 피로한도는 $\Delta P=1147.70 N$ 이다. 따라서, 피로한도에 상응하는 피로수명을 10^7 cycle로 간주했을 때의 신뢰성은 25.92% 이다.

최대주응력범위($\Delta \sigma_{1max}$)로 피로강도를 평가한 경우의 피로한도는 Fig. 3으로부터 $\Delta \sigma_{1max}=271.5 MPa$ 이고, 와이블 확률분포에 의하여 계산된 피로한도는 $(\Delta \sigma_{1max})_{lim}=281.44 MPa$ 이다. 따라서, 피로한도에 대한 피로수명을 10^7 cycle로 간주했을 때의 신뢰성은 80.08%이다.

파괴역학적 매개변수인 응력확대계수범위 (ΔK_{III})로 피로한도를 평가하는 경우, 피로한도는 Fig. 4로부터 $(\Delta K_{III})_{lim} = 1.17 MPa\sqrt{m}$ 이고, 와이블 확률분포에 의하여 계산된 피로한도는 $(\Delta K_{III})_{lim} = 1.16 MPa\sqrt{m}$ 이다. 따라서, 피로한도에 상당하는 피로수명을 10^7 cycle로 간주했을 때의 피로한도 추정치에 대한 신뢰성은 75.14%로 평가되었다.

변형에너지밀도(u)를 이용하여 피로한도를 평가한 경우에 피로한도는 Fig. 5로부터 $u_L \cong 50 kJ/m^3$ 이고, 와이블 확률분포에 의하여 계산된 피로한도는 $u_L = 53.78 kJ/m^3$ 이다. 이때의 신뢰성은 피로한도에 상당하는 피로수명이 10^7 cycles일 경우에 65.56%이다.

이상과 같이, 와이블 확률분포를 이용하여 제안된 여러 가지 피로강도 평가법들에 대한 신뢰성을 검토한 결과, 피로한도에 상당하는 피로수명을 10^7 cycles로 간주했을 때의 신뢰성은 최대 주응력 (σ_{1max}) > 응력확대계수 (K_{III}) > 변형에너지밀도(u) 순으로 높게 평가되었다. 그러나, 이들 매개변수로 피로강도를 재정리하면, 어떤 경우든 하중범위(ΔP)를 가지고 정리하는 것보다 신뢰성이 훨씬 더 높은 것을 확인할 수 있다. 이와 같은 결과는 피로실험으로부터 얻어지는 피로데이터를 어떤 매개변수를 가지고 정리하느냐에 따라서 Figs. 2, 3, 4, 5에 나타난 바와 같이 정리된 데이터의 분산 폭에 미치는 영향이 달라지고, 그 결과에 의해서 추정된 피로강도의 신뢰성에도 또한 영향이 미쳤기 때문인 것으로 판단된다. 특히, 피로강도를 시편에 가해진 하중범위로 나타내었을 경우에는 데이터의 분산 폭이 크기 때문에, Fig. 2에서 피로설계기준으로 간주되는 피로한도를 가장 낮은 값으로 추정했음에도 불구하고, 추정치의 신뢰성은 매우 낮게 평가되고 있음을 알 수 있다. 따라서, $\Delta P - N_f$ 관계로부터 점용접 구조물의 장수명 안전설계를 위한 설계기준을 설정하기에는 불합리하다는 것을 재확인 할 수 있겠다.

4. 결 론

자동차 차체 등의 점용접 구조물에 관한 피로수명을 통계적으로 예측하고, 예측결과에 대한 신뢰성을 평가하기 위하여, 여러 가지 기하학적 특성이 다른 IB형 점용접이음재에 대한 피로강도를 실험적으로 평가한 후, 실험결과에 대한 통계적인 접근을 시도하였다. 와이블 확률분포 함수를 점용접이음재의 피로수명 평가에 도입한 결과, 다음과 같은 결론은 얻었다.

- 1) 와이블 확률 분포함수에 의한 피로수명 평가방법을 이용하여, 기하학적 특성이 다른 IB형 점용접이음재의 피로수명 평가가 가능하다.
- 2) 3 모수 와이블 분포함수를 적용하는 것이 2 모수 와이블 분포함수를 적용하는 것 보다 점용접부의 피로수명 평가에 더 적합함을 알 수 있다.
- 3) 와이블 확률 분포함수를 이용한 통계적인 피로수명 평가방법을 적용함으로써, IB형 점용접이음재의 장수명 설계기준을 확보할 수 있었다.

후 기

본 논문은 한국과학재단 산하 산업설비 안전성 평가 연구센터의 연구비 지원으로 이루어진 것으로서, 이에 관계자 여러분들께 감사드립니다.

참 고 문 헌

1. 배 동호, "인장-전단하중을 받는 일점 spot 용접이음재의 파괴역학적 피로강도 평가", 한국자동차공학회지, 제 13권, 5호, pp. 42 ~ 50, 1991.
2. D. Radaj, S. Zhang, "Geometrically Nonlinear Behavior of Spot Welded Joints in Tensile and Compressive Shear Loading". *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 51, No. 2, pp. 281 ~ 294, 1995.

3. D. Radaj, Z. Zhaoyun, W. Mohrmann, "Local Stress Parameters at The Weld Spot of Various Specimens", Engineering Fracture Mechanics, Vol. 37, No. 5, pp. 933 ~ 951, 1990.
4. 손 일선, 정 원석, 이 휘강, 배 동호, "인장-전단하중을 받는 IB형 일점 spot 용접이음재의 파괴역학적 피로강도 평가", 한국자동차공학회논문집, 제6권, 제5호, pp. 20 ~ 27, 1998.
5. 손 일선, 정 원석, 구 재민, 배 동호, "인장-전단하중을 받는 IB형 일점 spot 용접이음재의 응력분포와 피로강도평가", 96년도 한국자동차공학회 추계학술대회논문집, Vol I, pp. 25~31, 1996.
6. 이 철, 손 일선, 배 동호, "인장-전단하중을 받는 IB형 일점 spot 용접이음재의 변형에너지밀도에 의한 피로강도 평가", 한국자동차공학회 97년도 구조강도·재료부분 학술강연회논문집, pp. 69 ~ 76, 1997.
7. Paul A. Tobias, David C. Trindade, Applied Reliability", 2nd edition, Van Nostrand Reinhold, pp. 81 ~ 103, 1995.
8. Paul A. Tobias, David C. Trindade, "Applied Reliability", 2nd edition, John Wiley & Sons, 1985.
9. N. Balakrishnan, "Recent advanced in life-testing and reliability", CRC press, pp. 59 ~ 73, 1995.
10. Dimitri Kececioglu, "Reliability & life testing handbook", Prentice-hall, Vol. 1, pp. 127 ~ 139, 1984.
11. M. J Crowder, A. C. Kimber, R. L. Smith and T. J Sweeting, "Statistical analysis of reliability data", Champamn & hill, pp. 69 ~ 103, 1991.
12. J. H. K. Kao, "A Graphical Estimation of Mixed Weibull Parameter in Life Testing of Electron Tube", Technometrics, 1, pp. 389 ~ 407, 1959.
13. J. H. K. Kao, "A graphical estimation of mixed Weibull parameter in life testing of electron tube", Technometrics, Vol. 1, pp. 389 ~ 407, 1959.