

## 복합하중상태에 있는 복합재료 원통형 쉘의 좌굴 거동

### Buckling Analysis of Laminated Composite Cylindrical Shell under Combined Load State

여 경 수\*, 양 원 호\*\*, 조 명 래\*\*\*, 성 기 독\*\*\*\*  
Kyoungsu Yeo, Wonho Yang, Myoungrae Cho, Kideug Sung

#### ABSTRACT

This paper deals buckling behavior of laminated composite cylindrical shells subjected to combination of axial compression and torsion. Linear and nonlinear finite element analysis are carried out. The influence of load type, load ratio, fiber orientation angle, stacking sequence, and initial imperfect on the buckling behaviour is discussed.

주요기술용어 : Buckling(좌굴), Composite Cylindrical Shell(복합재료 원통형 쉘), Fiber Orientation Angle(섬유배향각), Stacking Sequence (적층순서), Combined Load(복합하중)

#### 1. 서 론

섬유강화 복합재료(Fiber Reinforced Composite, FRP)는 기존의 금속재료에 비하여 비강성, 비강도 및 피로특성 등의 기계적 성질이 양호하고, 이방성을 이용해 사용자의 요구조건에 적합한 구성요소를 만들 수 있다는 장점 때문에 항공우주, 자동차, 군수산업 등 여러 분야에 걸쳐 폭넓게 사용되고 있는 기계재료이다. 복합재료의 가장 큰 특징은 섬유의 배향각과 적층수, 적층순

서 등의 조절에 의해 여러 가지 상이한 기계적 성질을 갖는 재료를 얻을 수 있기 때문에 좀 더 효과적으로 기계를 설계 할 수 있다는 점이다. 또한, 항공기 동체, 잠수함 그리고 미사일 등 여러 분야에 복합재료 원통형 쉘이 사용되는데, 이러한 기계요소에 대한 좌굴 및 좌굴 후의 거동을 이해하는 것도 매우 중요한 일 중의 하나이다. 한편, 일축하중을 받도록 설계된 재료일지라도, 제조상 불안전한 기하학적 형상 등으로 인해 실제 가해지는 하중은 일축하중에 더하여 비틀림과 굽힘 등이 복합된 하중을 받는 상태에 놓여 있는 경우가 많이 있어, 이에 대한 관심도 요구된다.

복합적층 원통형 쉘의 좌굴 및 좌굴후 거동에 관한 지금까지의 연구를 살펴보면, Hu<sup>1)</sup>는 복합 적층 패널과 쉘에 대해서 평면 내 전단의 비선형성이 좌굴모드와 좌굴후 거동에 미치는 영향과

\* 정회원, 현대건설

\*\* 정회원, 성균관대학교 기계공학부

\*\*\* 정회원, 인덕대학 기계설계과

\*\*\*\* 정회원, 성균관대 기계공학과 대학원

cross-ply, angle-ply, 그리고 준등방성 복합재료에 경우에 대해 좌굴모드와 좌굴하중, 좌굴후 거동을 비교 해석하였다. Jing과 Tzeng<sup>2)</sup>은 일정한 내압을 받는 복합적층된 원통형 셸에 대하여 근사적인 이론해석과 수치해석을 수행하였다. Sheinman과 Firer<sup>3)</sup>은 임의의 비원형 단면을 가지는 복합적층된 원통형 셸이 압축하중을 받는 경우에 대하여 탄성론에 의거한 이론해석으로 좌굴거동을 해석하였다. 한편, Lin과 Yeh<sup>4)</sup>는 등방성 재료로 된 원통형 셸의 양단에 압축하중을 가했을 때, 형상변화와 구속조건의 변화에 따른 좌굴거동의 변화를 수치해석과 실험을 통하여 연구하였다. Booton과 Tennyson<sup>5)</sup>은 이방성 재료로 된 원통형 셸이 외압, 내압 및 축방향 압축응력을 받는 경우의 좌굴해석을 이론 및 실험으로 연구하였고, Ley 등<sup>6)</sup>은 링형의 보강재가 있는 원통형 이방성 재료가 압축, 비틀림, 그리고 내압을 복합적으로 받을 때의 좌굴거동을 해석하였다. Johnson과 Rastogi<sup>7)</sup>는 보강재가 있는 원통형 셸에 가해지는 내압이 셸 및 보강재에 나타나는 응력의 분포를 연구하였다.

그러나, 기존의 연구에서는 복합재료 원통형 셸의 좌굴에 대한 해석은 주로 작용하는 하중의 형태와 보강재의 역할에 대한 연구로 국한되어 있고, 적층 메커니즘과 좌굴과의 관계를 함께 규명한 연구는 없는 실정이다. 따라서, 압축하중과 비틀림 하중이 함께 작용하는 경우에, 적층 메커니즘의 변화에 따른 복합재료의 좌굴 특성에 관한 연구의 필요성이 제기된다고 하겠다. 또한, 원통형 셸의 좌굴과 관련하여 좀 더 정확한 설계자료를 제공하기 위해서는, 이제까지의 연구처럼 단순히 좌굴해석 뿐 아니라, 좌굴 후의 거동을 해석하여 좌굴전 강성과 임계좌굴하중점을 찾는 것도 중요한 연구과제의 하나라 여겨진다.

따라서, 본 연구에서는 준등방성 복합재료 원통형 셸에 압축하중과 비틀림 하중이 작용하는 경우에, 하중비, 섬유배향각, 그리고 초기결합이 복합재료의 좌굴하중의 변화와 좌굴전 강성, 임계좌굴하중점의 변화에 미치는 영향에 대하여 연

구하였다. 해석 방법으로는 선형 및 비선형 유한요소해석을 이용한 수치해석 방법을 사용하였다.

## 2. 관련이론

### 2.1 복합적층된 원통형 셸의 좌굴<sup>8)</sup>

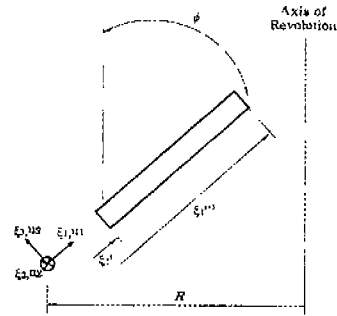


Fig. 1 Typical conical shell segment

원통형 셸을 구체적으로 표현할 수 있는 지배방정식을 표현하기 위해 Fig. 1과 같이 원추형 셸 선분(conical shell segment)을 도입한다. 여기서  $\xi_1$ ,  $\xi_2$  그리고  $\xi_3$ 는 각각 축방향, 원주방향, 법선방향의 좌표를 나타내고, 선분에 대한 변형률-변위의 관계식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \epsilon_{11} &= u_{1,\xi_1}^0 + \frac{1}{2} (u_{3,\xi_1}^0)^2 - \xi_3 (u_{3,\xi_1 \xi_1}^0) = \epsilon_{11}^0 + \xi_3 x_{11} \\ 2\epsilon_{12} &= u_{2,\xi_1}^0 + \frac{R}{r} u_{1,\xi_1}^0 + \left( u_2^0 \sin \frac{\phi}{r} \right) + \frac{R}{r} u_{3,\xi_1}^0 u_{3,\xi_2}^0 \\ &\quad - \xi_3 \left[ \frac{2R}{r} u_{3,\xi_1 \xi_2}^0 + \left( 2R \sin \frac{\phi}{r^2} \right) u_{3,\xi_2}^0 \right] = \gamma_{12}^0 + \xi_3 x_{12} \\ \epsilon_{22} &= \frac{R}{r} u_{2,\xi_2}^0 - \left( u_1^0 \sin \phi - u_3^0 \cos \frac{\phi}{r} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{R u_{3,\xi_2}^0}{r} \right)^2 \\ &\quad - \xi_3 \left[ \left( \frac{R}{r} \right)^2 u_{3,\xi_2 \xi_2}^0 - \left( \sin \frac{\phi}{r} \right) u_{3,\xi_1}^0 \right] = \epsilon_{22}^0 + \xi_3 x_{22} \end{aligned} \quad (1)$$

여기서

$$r = R - \xi_1 \sin \phi \quad (2)$$

이고,  $\epsilon_{ij}$ 와  $x_{ij}$ 는  $ij$ 좌표 방향의 변위와 곡률을 나타낸다. 상첨자(°)는 셸의 참조표면(reference surface)에서 평가된 양을, 콤마는 미

분을 의미한다. 또한 평형방정식과 적합조건식은 각각 식 (3)~(6)과 같다.

$$N_{11,\xi_1} + \frac{R}{r} N_{12,\xi_2} - (N_{11} - N_{22}) \frac{\sin \phi}{r} = 0 \quad (3)$$

$$N_{12,\xi_1} + \frac{R}{r} N_{22,\xi_2} - 2N_{12} \sin \frac{\phi}{r} = 0 \quad (4)$$

$$\begin{aligned} & N_{11} \left[ -\sin \frac{\phi}{r} u_{3,\xi_1}^0 + u_{3,\xi_1\xi_1}^0 \right] + N_{22} \left[ -\cos \frac{\phi}{r} + \left( \frac{R}{r} \right)^2 u_{3,\xi_2\xi_2}^0 \right] \\ & + N_{12} \left[ \frac{2R}{r} u_{3,\xi_1\xi_2}^0 \right] + N_{11,\xi_1} u_{3,\xi_1}^0 + \frac{R}{r} N_{12,\xi_2} u_{3,\xi_1}^0 + \frac{R}{r} N_{12,\xi_1} u_{3,\xi_2}^0 \\ & + \left( \frac{R}{r} \right)^2 N_{22,\xi_2} u_{3,\xi_2}^0 + M_{11,\xi_1\xi_1} + \frac{2R}{r} M_{12,\xi_1\xi_2} - \left( 2 \sin \frac{\phi}{r} \right) M_{11,\xi_1} \\ & + \left( \sin \frac{\phi}{r} \right) M_{22,\xi_1} + \left( \frac{R}{r} \right)^2 M_{22,\xi_2\xi_2} - \left( 2R \sin \frac{\phi}{r^2} \right) M_{12,\xi_1} = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} & - \left( \frac{R}{r} \right)^2 \varepsilon_{11,\xi_1\xi_1}^0 - \left( \sin \frac{\phi}{r} \right) \varepsilon_{11,\xi_1}^0 + \left( 2 \sin \frac{\phi}{r} \right) \varepsilon_{22,\xi_1}^0 \\ & - \varepsilon_{22,\xi_1\xi_1}^0 + \frac{R}{r} \left( 2\varepsilon_{12}^0 \right)_{,\xi_1\xi_2} - \left( R \sin \frac{\phi}{r^2} \right) \left( 2\varepsilon_{12}^0 \right)_{,\xi_1} \\ & = \left( \cos \frac{\phi}{r} \right) u_{3,\xi_1\xi_1}^0 - \left( \frac{R}{r} \right) u_{3,\xi_1\xi_2}^0 - \left( \sin \frac{\phi}{r} \right) u_{3,\xi_1}^0 u_{3,\xi_2\xi_2}^0 \\ & - \left( 2R^2 \sin \frac{\phi}{r^3} \right) u_{3,\xi_2\xi_2}^0 u_{3,\xi_1\xi_1}^0 - \left( R^2 \sin^2 \frac{\phi}{r^4} \right) \left( u_{3,\xi_2}^0 \right)^2 \\ & + \left( \frac{R}{r} \right)^2 u_{3,\xi_1\xi_1}^0 u_{3,\xi_2\xi_2}^0 \end{aligned} \quad (6)$$

## 2.2 유한요소법의 정식화

### 2.2.1 고유치 해석

원통형 쉘이나 평판 등의 좌굴 현상은 유한요소법을 통해 다음과 같은 고유치 문제(eigen-value problem)로 나타낼 수 있다.

$$([K] - \lambda[K_L])(\Psi) = \{0\} \quad (7)$$

여기서  $[K\sigma]$ 는 응력강성행렬(stress stiffness matrix)이며 원통형 쉘의 경우 하나의 요소에 대해 다음과 같이 표현된다.

$$[k_\sigma] = \int \int_{A_\sigma} [G]^T \begin{bmatrix} N_\theta & N_{\theta z} \\ N_{\theta z} & N_z \end{bmatrix} [G] d\theta dz \quad (8)$$

여기서  $N_\theta$ ,  $N_z$ ,  $N_{\theta z}$ 는 원통형 쉘에 작용하는 면내력(in-plane force)을 나타내며,  $[G]$ 는 형상함수(shape function)  $[N]$ 을  $\theta$ 와  $z$ 에 대하여 편미분하여 구할 수 있다.

작용력을  $\{R\}_{app}$ 라 할 때, 식 (7)에서  $\lambda$ 를 구하여 다음과 같이 좌굴하중을 나타낼 수 있고,  $\{\Psi\}$ 는 좌굴모드를 나타낸다.

$$\{R\}_{cr} = \lambda \{R\}_{app} \quad (9)$$

식 (7)과 같은 고유치 문제를 일반적인 기호로 나타내면 다음과 같다.

$$([A] - \lambda[B])(\Psi) = \{0\} \quad (10)$$

여러가지 수치해석 방법에 의해 식 (10)의 고유치(eigen-value)와 고유벡터(eigen-vector)를 구할 수 있으며 이 중 Subspace Iteration Method<sup>9)</sup>는 큰 유한요소모델에서 몇 개의 고유치와 고유벡터를 구하는데 적합한 방법으로 그 절차는 다음과 같다.

$$[A][\bar{X}]_{k+1} = [B][X]_k \quad (11)$$

$$[A]_{k+1} = [\bar{X}]_{k+1}^T [A][\bar{X}]_{k+1} \quad (12)$$

$$[B]_{k+1} = [\bar{X}]_{k+1}^T [B][\bar{X}]_{k+1}$$

$$[A]_{k+1}[Q]_{k+1} = [B]_{k+1}[Q]_{k+1}[A]_{k+1} \quad (13)$$

$$[X]_{k+1} = [\bar{X}]_{k+1}[Q]_{k+1} \quad (14)$$

식 (11)~(14)의 반복 계산에서 수렴조건이 만족될 때,  $[A]_{k+1}$ 과  $[X]_{k+1}$ 로부터 고유치와 고유벡터를 얻을 수 있다.

### 2.2.2 비선형 해석<sup>10)</sup>

식 (1)에서 나타낸 변형율식을 선형항과 비선형항으로 구분하고 행렬의 형태로 나타내면 다음과 같다.

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon_L\} + \{\varepsilon_{NL}\} \quad (15)$$

식 (15)를 기초로 하여 유한요소법의 절차를 따르던 다음과 같은 평형방정식을 얻을 수 있다.

$$([K_L] + [K_{NL}])(\Delta D) = \{\Delta R\} \quad (16)$$

여기서  $[K_L]$ 과  $[K_{NL}]$ 은 각각 다음과 같이 표현된다.

$$[K_L] = \int_V [B_L]^T [D][B_L] dV \quad (17)$$

$$[K_{NL}] = \int_V [B_{NL}]^T [D][B_{NL}] dV$$

식 (16)은 평판의 경우 일반적으로 수렴이 빠른 뉴턴-랩슨법을 많이 사용하지만, 원통형 쉘

의 경우는 수정된 릭스법(Modified Rik's method)를 사용한다.  $i$ 번째 반복에서의 평형방정식은 다음과 같다.

$$[K]_i \{\Delta D\}_{i+1} = \{\Delta R\}_{i-1} \quad (18)$$

### 3. 복합재 원통형 셸의 좌굴 해석

#### 3.1 유한요소해석 모델 및 방법

Fig. 2와 같은 복합재 원통형 셸 모델에 대하여 Fig. 3과 같이 작용할 경우의 좌굴해석을 수행하였다. 모델의 크기는 Ley 등<sup>6)</sup>의 결과와 비교하기 위해 길이(L)는 152.4cm, 전체두께(ts)는 0.4064cm이고 두께 중앙면까지의 반지름(R)은 45.92cm으로 하였다. 재료는 graphite-epoxy로써 재료물성치는  $E_1=127.5\text{GPa}$ ,  $E_2=11.31\text{GPa}$ ,  $G_{12}=6.0\text{GPa}$ , 그리고 푸아송비  $\nu=0.3$ 이다. 모든 요소는 9절점 셸요소를 사용하여 균일하게 요소망을 구성하였으며 사용된 요소(element)의 수는 288개이다. 본 해석에 앞서 요소망의 타당성을 검증하기 [-45/45/90/0]s로 된 준등방성 재료에 대하여 해석하고 그 결과를 Ley 등<sup>6)</sup>이 동일한 조건에 대하여 해석한 결과와 비교하였다.

Fig. 4에 비교한 결과를 도시하였고 해석시간을 고려하여 요소수를 선택하였다. 오차는 3% 이내로 나타나 비교적 잘 일치하는 것으로 판단하고 섬유배향각과 적층순서에 따른 좌굴하중의 변화를 해석하였다. 이때 하중비( $\kappa=P/T$ )는 각각  $\pm 0$ ,  $\pm 1.0$ ,  $\pm 3.0$ ,  $\pm 6.0$ ,  $\infty$ 로 변화시켰다. 한편, 본 연구에 사용된 프로그램은 상용유한요소 프로그램인 ABAQUS Ver 5.7이다.

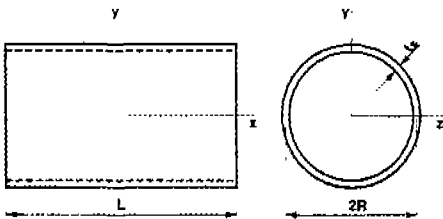


Fig. 2 Geometry of cylinder

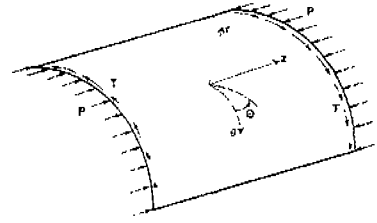


Fig. 3 Cylindrical coordinate for shell segment under combined load

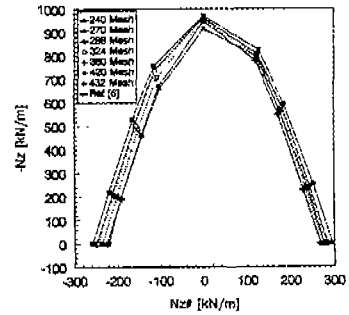


Fig. 4 Cylinder buckling interaction diagram for variation of number of mesh

### 3.2 해석결과 및 고찰

#### 3.2.1 Angle-ply 셸

Fig. 5는 [- $\theta/\theta$ ]<sub>2S</sub> 셸에 대하여 좌굴하중과 섬유배향각  $\theta$ 와의 관계를 도시한 것이다. 하중비가 증가함에 따라 전체적으로 좌굴하중이 증가하고 있는데, 하중비가 크다는 것은 압축하중이 비틀림 하중 보다 상대적으로 큰 것을 뜻한다. 그런데, 비틀림 하중이 차지하는 부분이 커지면, 재료가 좌굴에 견디는 능력이 약해지는데, 이는 비틀림 하중에 의해 나타나는 나선형태의 주름이 좌굴을 가속시키기 때문인 것으로 생각된다.

Fig. 6은 순수 비틀림하중에 의한 좌굴형상이다. 또한 비틀림 하중과 압축하중이 복합된 경우 대체로 양(+)의 방향 비틀림의 경우가 전체적으로 높은 좌굴하중을 갖는데, 이는 압축하중과 양

(+)의 방향 비틀림 하중의 합력이 최외곽 적층판의 섬유방향과 일치하고 있기 때문인 것으로 생각된다. 섬유배향각의 변화에 따른 좌굴하중의 변화는 하중비가  $\pm 1$ 까지는 최대하중이 나타나는 섬유배향각이  $15 \sim 25^\circ$ 를 정점으로 점차 감소하고, 하중비가  $\pm 3$ 이상부터는 섬유배향각이  $45^\circ$ 를 정점으로 감소하고 있다.

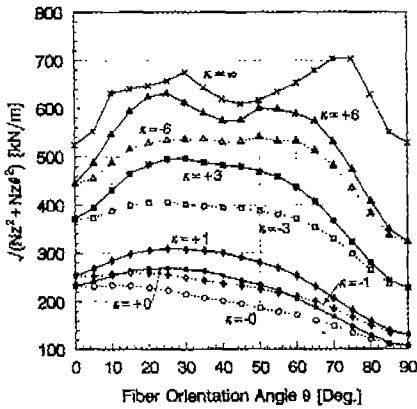


Fig. 5 Variation of buckling load of angle-ply shell

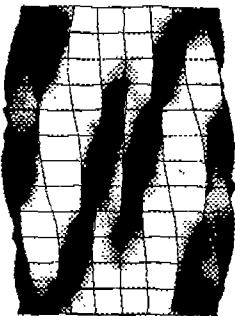


Fig. 6 The mode shape of cylindrical shell under pure torsion

### 3.2.2 Angle-ply에 $0^\circ$ 와 $90^\circ$ 플라이가 적층된 쉘

Figs. 7~8은 angle-ply에  $0^\circ$ 와  $90^\circ$  플라이가 적층된 원통형 쉘 중에서,  $[-\theta/\theta/90/0]_s$ 와  $[90/-\theta/\theta/0]_s$ 인 경우에 대하여 섬유배향각이

좌굴하중에 미치는 영향을 나타낸 것이다.

Angle-ply 쉘과 마찬가지로 하중비가 작을수록 즉, 비틀림의 영향이 클수록 좌굴하중이 감소하고 있다. 그리고 양(+)의 방향 비틀림이 있는 경우가 음(-)의 방향의 비틀림이 있는 경우 보다 전체적으로 좌굴하중이 더 크게 나타나고 있다. 또한 일반적으로 평판에 대해서는 압축하중이 가해지는 경우 좌굴하중이  $45^\circ$ 부근에서 최대값을 가지나 원통형 쉘에서는 약  $30^\circ$  부근에서 최대값을 가지는 것으로 나타난다.

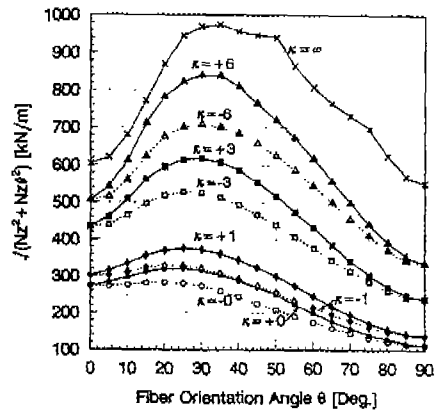


Fig. 7 Variation of buckling load of cylindrical shells ( $[-\theta/\theta/90/0]_s$ )

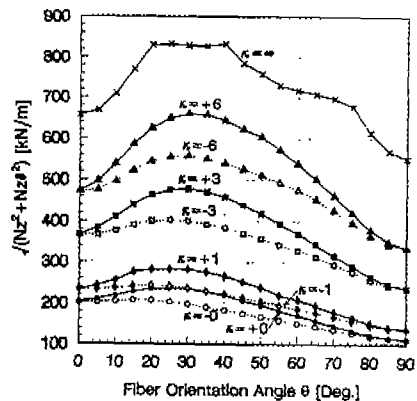


Fig. 8 Variation of buckling load of cylindrical shells ( $[90/-\theta/\theta/0]_s$ )

### 3.2.3 적층 메커니즘 간의 비교

Fig. 9는  $[-\theta/\theta]_{2s}$ 와  $[-\theta/\theta/90/0]_s$ ,  $[90/-\theta/\theta/0]_s$ 로 적층된 원통형 셸에 대해 섬유배향각에 따른 좌굴하중의 변화를, 하중비가 +0, +3, 순수 압축인 경우에 대해서 비교하여 나타낸 것이다.  $[-\theta/\theta/90/0]_s$ 의 경우가 가장 높은 좌굴하중을 보이고, 순수 비틀림을 받는 경우는  $[90/-\theta/\theta/0]_s$ 의 경우에 좌굴하중이 가장 낮다. 이러한 angle-ply와  $[90/-\theta/\theta/0]_s$ 의 좌굴하중의 차이가 하중비 +3에서는 상대적으로 그 차이가 줄어들다가 순수압축하중을 받는 경우에는  $[90/-\theta/\theta/0]_s$ 이 angle-ply보다 높은 좌굴하중값을 보인다. 또한,  $[-\theta/\theta/90/0]_s$ 에서 가장 높은 좌굴하중을 나타내고 있는데, 이는  $[-\theta/\theta/90/0]_s$ 로 적층된 경우보다는,  $[-\theta/\theta/90/0]_s$ 이나  $[90/-\theta/\theta/0]_s$ 처럼 90°나 0°인 플라이가 함께 적층되어 있는 메커니즘이 압축하중에 대해 더 큰 좌굴하중을 가지는 것으로 해석할 수 있겠다.

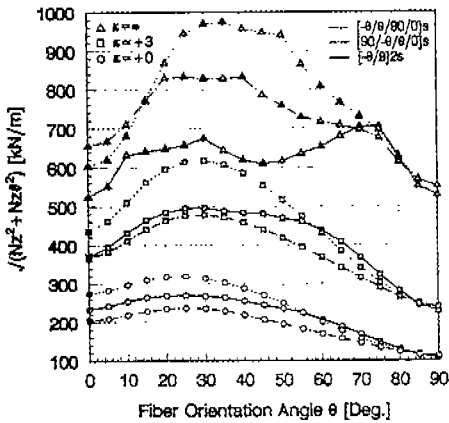


Fig. 9 Variation of buckling load of shells (comparison of lamination mechanism)

## 4. 복합재 원통형 셸의 비선형 해석

### 4.1 유한요소해석 모델 및 방법

비선형해석을 위한 유한요소 모델은 2절 '복합 재료의 좌굴해석'에서 사용된 것과 동일하게 9절

점 셸 요소로 유한요소망을 구성하였다. 재료도 2절에서 사용한 재료와 같은 graphite/epoxy로 선정하였다. 하중비  $k$ 는 +1과  $\infty$ 만을 작용시키고, 초기결함은 고유치 해석을 실행하여 얻은 1차 좌굴모드 형태에 적층 두께( $t_s$ )의 25% 값을 크기로 하여 비선형 해석을 행하였다. 그리고 3가지 경우 ① cross-ply ② angle-ply ③ angle-ply에 0°와 90° 플라이가 적층되어 있는 것에 대하여 섬유배향각에 따른 좌굴전 강성 (pre-buckling stiffness)과 임계좌굴하중점 (limit loading point)의 변화를 해석하였다.

## 4.2 해석결과 및 고찰

### 4.2.1 Cross-ply 셸

Fig. 10은  $[90/0]_{2s}$ ,  $[0/90]_{2s}$ ,  $[0]_8$ ,  $[90]_8$ 의 네 가지로 적층된 경우에 대하여 순수 압축하중만을 가할 때의 비선형해석 결과를 하중-변위 선도로 나타내어 비교한 것이다. 좌굴전 강성은 90°로만 적층된 원통형 셸이 가장 높게 나타났고 0°로만 적층된 원통형 셸이 가장 낮게 나타났다. 또  $[90/0]_{2s}$ 와  $[0/90]_{2s}$ 는 거의 같은 좌굴전 강성값을 보이는데, 이는 섬유배향각이 압축되는 방향으로 향해있는 플라이(ply)가 큰 좌굴전 강성을 갖기 때문이다. 또한 임계좌굴하중점은  $[90]_8$ 나  $[0]_8$ 보다는 수직으로 적층된 원통형 셸이 더 크고, 수직으로 적층된 경우인  $[90/0]_{2s}$ 와  $[0/90]_{2s}$ 에서는 최외곽 플라이가 0°인 것이 더 큰데, 이는 0°보다는 90°에서 좌굴이 더 빨리 일어남을 의미한다.

Fig. 11은 하중비  $k$ 가 +1인 경우에 대하여 비선형해석을 한 결과를 나타낸 것인데, 적층메커니즘에 대한 좌굴전 강성과 임계좌굴하중의 차이가 Fig. 9와 거의 유사한 경향을 보이고 있다. 그러나 이 경우는 임계좌굴하중 후의 좌굴후 거동이 순수압축과는 달리 급격한 하중의 감소현상이 거의 없다.

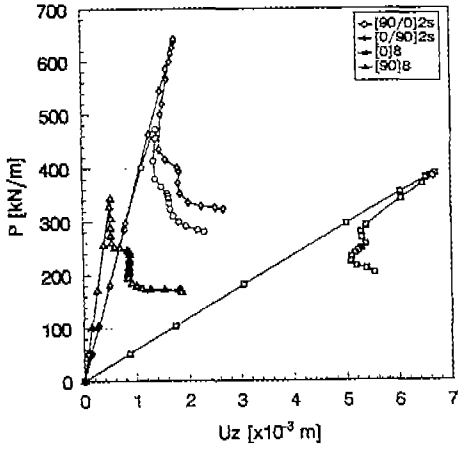


Fig. 10 Load-displacement curves for cross-ply under pure compression

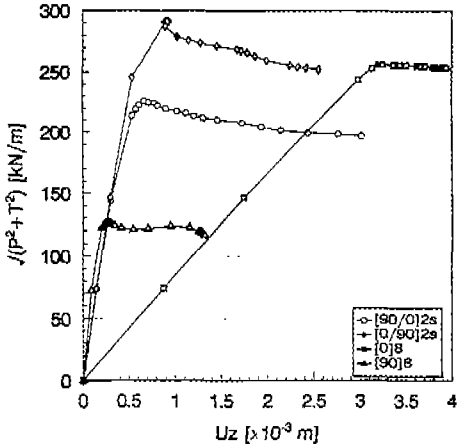


Fig. 11 Load-displacement curves of cross-ply under combined load ( $\kappa = 1$ )

#### 4.2.2 Angle-ply 셸

Fig. 12는 순수압축하중을 받는  $[-\theta/\theta]_{2s}$ 의 경우에 대하여 비선형해석 결과를 나타낸 것이다. 섬유배향각이 커질수록 좌굴전 강성이 점점 커지고 있다. 이는 cross-ply에서와 마찬가지로 섬유배향각이 축방향으로 향해 있는 플라이가 많을수록 좌굴전 강성값이 높아짐을 뜻한다. 임계

좌굴하중은  $15^\circ$ 에서 가장 크게 나타나는데, 이는 면내에 발생하는 전단응력이  $45^\circ$ 에서 가장 크게 나타나기 때문이라 생각된다.

Fig. 13은 섬유배향각에 대한 좌굴모드를 나타낸 것으로서, 임계좌굴하중이 가장 높은  $15^\circ$  적층된 실린더가 가장 안정된 모드를 보이고 있다.

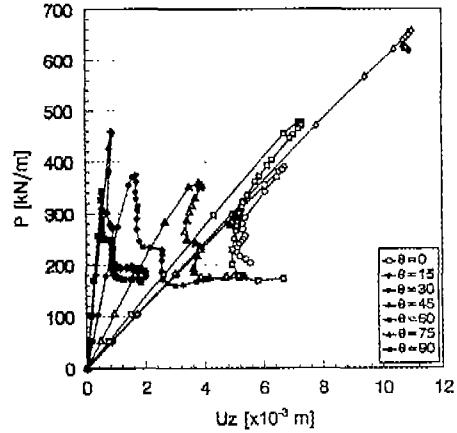


Fig. 12 Load-displacement curves for angle-ply under pure compression

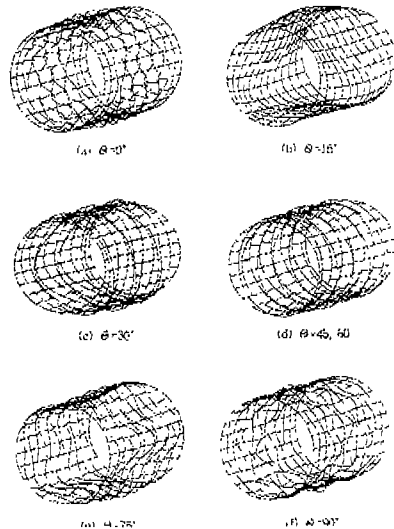


Fig. 13 Buckling mode shapes for angle-ply shells under pure compression ( $[-\theta/\theta]_{2s}$ )

Fig. 14는 하중비가 +1인 복합하중을 받는 경우에 대한 것으로서 순수압축하중을 받는 경우와 마찬가지로  $90^\circ$ 에 가까울수록 좌굴전 강성이 커지는 경향을 보이고 있다. 또한  $45^\circ$  부근에서 좌굴전 강성의 변화폭이 가장 크다.

Fig. 15는 복합하중을 받는 경우의 좌굴모드를 나타낸 것이다.

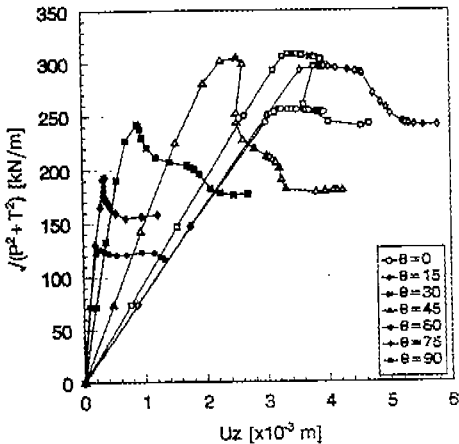


Fig. 14 Load-displacement curves for angle-ply under combined load ( $\kappa = 1$ )

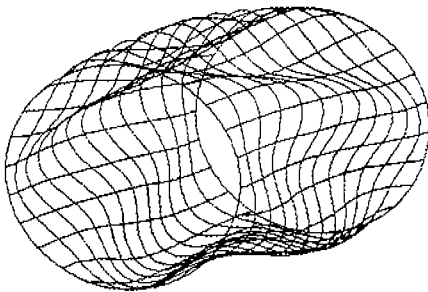


Fig. 15 Buckling mode shape for angle-ply shell under combined load ( $[-\theta/\theta]_{2s}$ ,  $\kappa = +1$ )

#### 4.2.3 Angle-ply에 $0^\circ$ 와 $90^\circ$ 플라이가 적층된 셸

Angle-ply에  $0^\circ$ 와  $90^\circ$  플라이가 적층된 원통형 셸은  $[-\theta/\theta/90/0]_s$ 와  $[90/-\theta/\theta/0]_s$ 인 경

우에 대하여 해석하였다.

Fig. 16은  $[-\theta/\theta/90/0]_s$ 가 순수압축하중을 받는 경우에 대하여 비선형해석을 수행한 결과이다. Angle-ply와 비슷하게 섬유배향각이  $90^\circ$ 에 가까와질수록 좌굴전 강성이 커지고  $0^\circ$ 와  $90^\circ$  부근에서는 변화가 거의 없다. 또한 임계좌굴하중은 가장 안정된 좌굴모드를 가지는  $45^\circ$ 에서 가장 큰 임계좌굴하중을 보인다.

Fig. 17에서 보는 바와 같이 임계좌굴하중이 가장 높은  $45^\circ$ 인 경우가 가장 안정된 좌굴모드를 보이고 있고,  $60^\circ$ 나  $75^\circ$ 의 경우도 비교적 안정된 좌굴모드를 보이고 있으나  $45^\circ$ 인 경우보다는 원주방향의 half-wave가 더 많이 나타난다. 따라서 대체로 좌굴모드에서의 웨이브가 많을수록 임계좌굴하중이 낮아짐을 알 수 있다.

Fig. 18은  $[-\theta/\theta/90/0]_s$ 가 복합하중을 받는 경우에 대한 비선형 해석 결과를 도시한 것이다. 좌굴강성은 압축하중만을 받는 경우와 같은 경향을 보이고, 임계좌굴하중은 상대적으로 좌굴모드에서 나타나는 wave수가 적은  $15^\circ$ 에서 가장 큰 값을 나타낸다. 다만 복합하중을 받는 경우는 섬유배향각이 좌굴모드에 미치는 영향은 크지 않다.

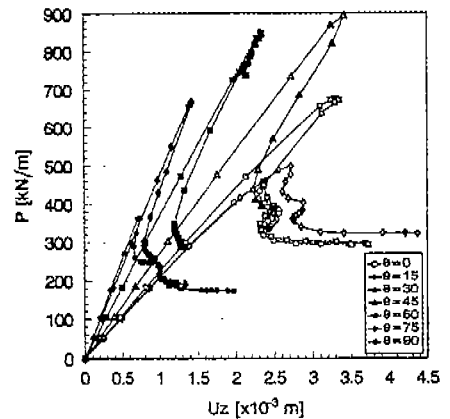


Fig. 16 Load-displacement curves for cylindrical shells under pure compression ( $[-\theta/\theta/90/0]_s$ )



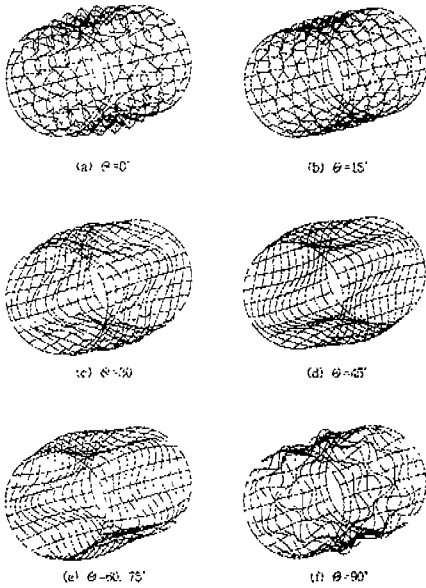


Fig. 17 Buckling mode shapes for cylindrical shells under pure compression ( $[-\theta/\theta/90/0]_s$ )

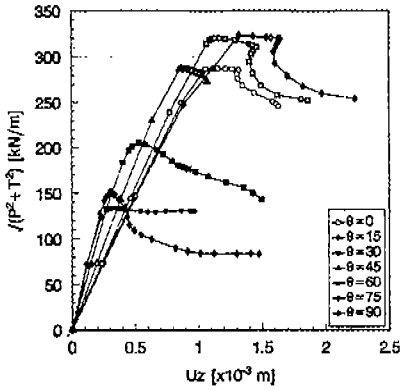


Fig. 18 Load-displacement curves for cylindrical shells under combined load ( $[-\theta/\theta/90/0]_s$ ) ( $\kappa=1$ )

은 45°와 60° 부근에서 가장 크게 나타나고 있다. 대체로 높은 임계좌굴하중을 가지고 있는 30°와 45°, 60°에서 비교적 가장 안정된 좌굴모드를 보이고 있다.

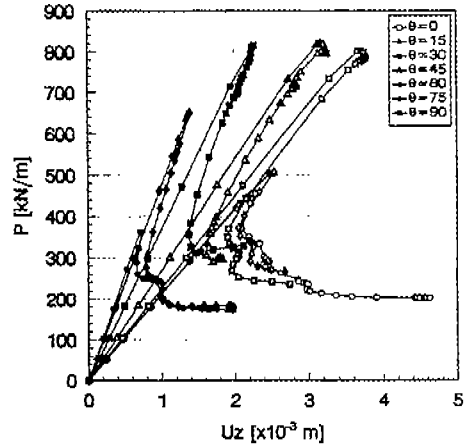


Fig. 19 Load-displacement curves for cylindrical shells under pure compression ( $[90/-\theta/\theta/0]_s$ )

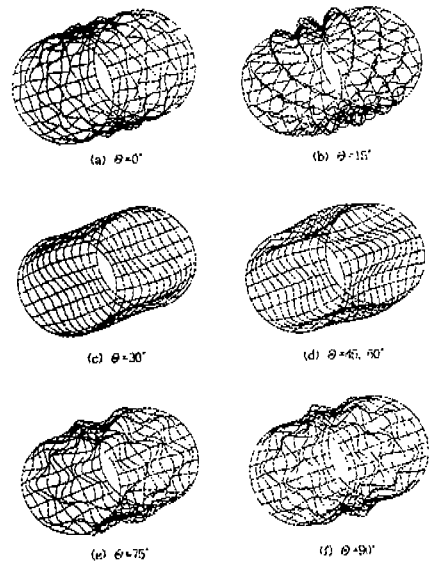


Fig. 20 Buckling mode shapes for cylindrical shells under pure compression ( $[90/-\theta/\theta/0]_s$ )

Fig. 19는 순수압축하중을 받고 있는  $[90/-\theta/\theta/0]_s$ 인 경우에 대하여 비선형 해석을 한 결과이다. 섬유배향각이 하중방향에 가까워질수록 좌굴전 강성은 높아지고 있다. 또한 임계좌굴하중

Fig. 20은 각각의 섬유배향각에 대한 좌굴모드를 나타낸 것이다. 섬유배향각에 따라 모드들이 다르게 나타나고, 특히 높은 임계좌굴하중을 가지는 30°와 45°, 60°에서 비교적 가장 안정된 좌굴모드를 보이고 있다.

Fig. 21은 복합하중을 받고 있는 경우에 대하여 비선형 해석을 한 결과이다.  $[-\theta/\theta/90/0]_s$ 와 유사한 경향을 보이고 있으나 임계좌굴하중은 30°에서 가장 크게 나타나고 있고 45° 이후부터는 급격한 감소세를 보이고 있다. 이는 임계좌굴하중이 급격히 감소하기 시작하는 45°부터 원주방향의 웨이브가 증가하기 때문이다. 즉 복합하중에 대한 임계좌굴하중의 변화는 원주방향의 웨이브와 관련이 있음을 알 수 있다.

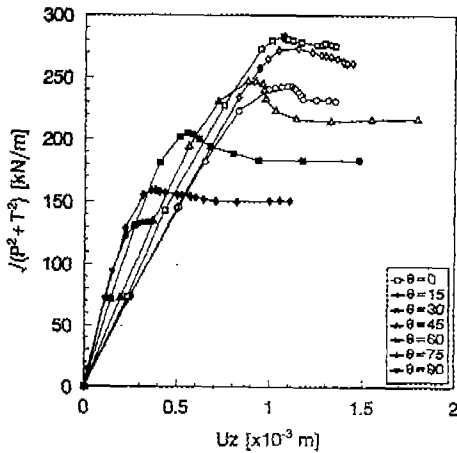


Fig. 21 Load-displacement curves for cylindrical shells under combined load ( $[-\theta/\theta/90/0]_s$ ) ( $\kappa = 1$ )

#### 4.2.4 적층 메커니즘 간의 비교

Figs. 22~23은 압축하중을 받는 경우에 대하여 cross-ply인  $[0/90]_{2s}$ 와 angle-ply인  $[-\theta/\theta]_{2s}$  그리고  $[-\theta/\theta/90/0]_s$   $[90/-\theta/\theta/0]_s$  중 섬유배향각이 각각 15°와 45°인 경우에 대하여 비선형 해석 결과를 비교한 그림이다. 좌굴전 강성면에서 cross-ply가 가장 우수하게 나타나지만  $[-\theta/\theta/90/0]_s$ 와  $[90/-\theta/\theta/0]_s$ 는 큰 차이

는 나지 않고 angle-ply의 경우가 가장 낮다. 임계좌굴하중면에서는 섬유배향각이 15°인 경우 angle-ply가 가장 높고 45°인 경우는  $[-45/45/90/0]_s$ 인 준등방성 원통형 쉘의 경우가 높다.  $[-\theta/\theta/90/0]_s$ 와  $[90/-\theta/\theta/0]_s$  두 모델은 좌굴전 강성 측면에서는 유사한 경향을 보이지만, 임계좌굴하중점은 최외곽 플라이의 섬유배향이 엇갈리게 적층된 경우가 다소 높다. 이는 섬유배향각이 하중방향과 평행한 경우가 좌굴전 강성을 크게 하는 결과로 해석할 수 있겠다. 또한 준등방성 쉘처럼 하중방향에 대하여 비스듬히 있는 플라이와 90° 플라이가 함께 적층되어 있는 경우가 전체적으로 좌굴에 견디는 능력이 우수함을 알 수 있다.

Fig. 24는 복합하중을 받는 경우에 대하여 각각의 적층메커니즘들을 하중-변위 선도로 비교한 그림이다. 압축하중을 받는 경우와 마찬가지로 좌굴전 강성은 cross-ply의 경우가 가장 우수하고 angle-ply의 경우가 가장 낮다.

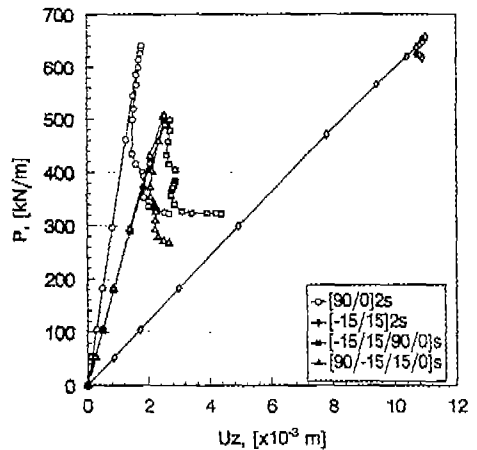


Fig. 22 Load-displacement curves for cylindrical shells under pure compression (Comparison of lamination mechanism,  $\theta = 15$ )

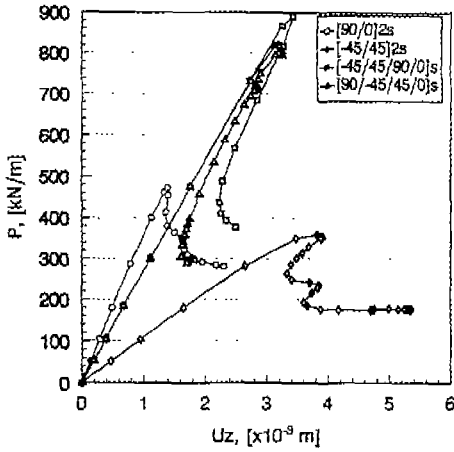


Fig. 23 Load-displacement curves for cylindrical shells under pure compression  
(Comparison of lamination mechanism,  $\theta = 45$ )

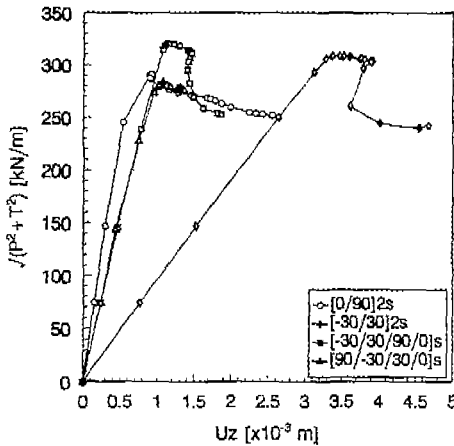


Fig. 24 Load-displacement curves for cylindrical shells under combined load  
(Comparison of lamination mechanism,  $\kappa = 1$ )

## 5. 결 론

유한요소법으로 준등방성 복합재료 원통형 셸에 압축하중과 비틀림 하중이 작용하는 경우에, 하중비, 섬유배향각, 초기결합이 복합재료의 좌굴

하중의 변화와 좌굴전 강성 및 임계좌굴하중점의 변화에 미치는 영향에 대하여 해석하고 다음과 같은 결론을 얻었다.

1) 일반적으로 비틀림하중은 실린더에 나선형 웨이브를 형성하여 좌굴변형을 가속시키게 되며 좌굴하중과 좌굴전 강성, 임계좌굴하중점 등 전반적인 좌굴거동에 악영향을 미친다.

2) 비틀림 하중과 압축하중이 동시에 작용하는 경우 최외곽 플라이의 섬유배향각이 작용하는 합력과 같은 방향이 되도록 비틀림이 작용할 때 더 높은 좌굴하중을 갖는다.

3) Angle-ply에서는 비틀림하중의 영향이 큰 경우 좌굴하중이  $30^\circ$  부근에서 가장 높게 나타나고  $0^\circ$ 나  $90^\circ$ 로 갈수록 낮아진다. 반면, 압축하중의 영향이 커질수록  $45^\circ$  부근에서의 좌굴하중의 감소현상이 나타난다. 준등방성 실린더의 경우는 약  $30^\circ$ 부근에서 가장 높은 좌굴하중을 나타낸다.

4) 복합적층 실린더의 좌굴하중은 대체적으로 angle-ply로만 적층된 경우보다는 angle-ply와  $90^\circ$ ,  $0^\circ$ 의 플라이가 함께 적층되어 있는 메커니즘이 더 우수하다.

5) 좌굴전 강성은 일반적으로 압축하중방향과 일치하는  $90^\circ$  플라이가 가장 높으며 좌굴모드가 안정정일수록 좌굴거동이 우수하고, 다이아몬드 모양의 좌굴모드를 나타내는 실린더가 좌굴에 취약하다.

6) 순수압축하중을 받는 경우에는 좌굴모드가 섬유배향각이 달라짐에 따라 아주 민감하게 변화하나, 비틀림하중을 동시에 받는 경우에는 좌굴모드가 크게 달라지지 않는다.

## 후 기

본 논문은 한국과학재단 산하 성균관대학교 산업설비 안전성평가 연구센터의 연구비 지원으로 이루어진 것으로서, 이에 관계자 여러분들에게 감사드립니다.

## 참 고 문 헌

1. Hu, H. T., "Influence of In-Plane Shear Nonlinearity on Buckling and Postbuckling Responses of Composite Plates and Shells", *Journal of Composite Materials*, Vol. 27, pp. 138~151, 1993.
2. Jing, H. S., Tzeng, K. G., "Approximate Elasticity Solution for Laminated Anisotropic Finite Cylinders", *AIAA Journal*, Vol. 31, pp. 2121~2129, 1993.
3. Sheinman, I., Firer, M., "Buckling Analysis of Laminated Cylindrical Shells with Arbitrary Noncircular Cross Section", *AIAA Journal*, Vol. 32, pp. 648~654, 1994.
4. Lin, M. C., Yeh, M. K., "Buckling of Elastoplastic Circular Cylindrical Shells Under Axial Compression", *AIAA Journal*, Vol. 32, pp. 2309~2315, 1994.
5. Booton, M., Tennyson, R. C., "Buckling of Imperfect Anisotropic Circular Cylinders under Combined Loading", *AIAA Journal*, Vol. 17, pp. 278~287, 1979.
6. Ley, R. P., Johnson, E. R., Gurdal Z., "Buckling of Imperfect, Anisotropic, Ring-Stiffened Cylinders Under Combined Loads", *AIAA Journal*, Vol. 32, pp. 1302~1309, 1994.
7. Johnson, E. R., Rastogi, N., "Interacting Loads in an Orthogonally Composite Cylindrical Shell", *AIAA Journal*, Vol. 33, pp. 1319~1326, 1995.
8. Jack R. Vinson, "The behavior of shells composed of isotropic and composite materials", *KLUWER ACADEMIC PUBLISHERS*, pp. 15~84, 1993.
9. Klaus-jurgen Bathe, "Finite element procedures", *PRETENCE HALL*, pp. 958~960, 1996.
10. Robert D. Cook, David S. Malkus, Michael E. Plesha, "Concepts and applications of finite element analysis", *WILEY*, pp. 502~510, 1989.