

지반의 감쇠효과를 고려한 지반-기초 상호작용계에 대한 지반의 영향범위 산정

Evaluation of Influence Bounds of the Soil for Soil-Footing Interaction System considering Damping Effect of the Soil

장 병 순* 서 상 근** 최 태 환***
Chang, Byung-Sooon Seo, Sang-Geun Choi, Tae-Hwan

요지

지반-기초 상호작용계를 해석할 때 실제로 지반은 다양한 지반종류와 다층으로 형성되어 있으므로 지반 특성의 변화를 고려해야 한다. 초기의 대부분의 상호작용계의 정·동적 해석은 지반의 복잡한 성질을 역학적으로 단성거동을 있다고 가정한 Winkler 지반모델 혹은 지반을 등방성이고 균질한 반무한 탄성체로 가정한 반무한 탄성지반 모델로 보아 수행되었다. 본 연구는 유한 요소법을 이용하여 지반-기초 상호작용계의 동적 거동을 해석하기 위해 기초는 4절점 후판요소를 사용하고 지반은 지반특성을 고려할 수 있도록 8절점 6면체 요소를 사용하였고, 지반의 감쇠효과 및 지반특성을 고려한 지반-기초 상호작용계의 동적 거동을 유한요소법으로 해석하고 지반의 영향범위를 결정하는 것이다.

핵심용어 : 지반의 감쇠효과, 감쇠비, 지반특성, 상호작용계

Abstract

A change of the soil properties in the soil-footing interaction problem must be considered because naturally occurring soil has multilayers and varied material properties in practice. The majority of the past studies for static and dynamic analyses simply assumed elastic behavior of the soil as Winkler medium or elastic half space. This study presents that the dynamic motion for soil-footing interaction system is formulated by finite element method using that foundation is discretized 4-node thick plate element, and soil is discretized 8-node brick element. The aims of this study are the development of the finite element program to analyze the dynamic behavior of soil-footing interaction considering damping effect and properties of the soil and then evaluation of influence bounds of the soil.

Keywords : damping effect of the soil, damping ratio, soil properties, interaction system

1. 서 론

1970년대를 전후하여 근대산업의 총아인 플랜

트 산업이 우리나라에도 도입되어 소형에서부터 대형에 이르기까지 구조물내에 각종의 기계들이 설치되게 되었다. 따라서, 산업의 첨단화에 따라 진동을

* 정희원 · 부산대학교 토목공학과 교수

** 정희원 · 부산대학교 생산기술연구소, 전임연구원

*** 학생회원 · 부산대학교 토목공학과, 공학석사

• 이 논문에 대한 토론을 1999년 12월 31일까지 본 학회에 보내주시면 2000년 3월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

유발시키는 협진기기가 설치된 구조물이 많이 생겨나고 있으며, 이에 따라 제진과 방진의 필요가 점차 증대되고 있다. 초기단계에서는 지반-기초 사이의 상호작용에 대한 진동문제를 무시하고 설계하였으나, 최근 들어 지반-기초 상호작용계를 진동해석으로 평가하여야 하는 경우가 많아졌다. 이러한 지반-구조물 상호작용계의 해석에 대한 연구가 국내·외에서 많이 수행되어 왔다.^{(6), (7), (8), (14), (15), (16)}

하지만, 실제 지반은 다층으로 형성되어 있고 지층마다 지반특성이 다른 경우가 대부분이므로 이와 같은 이질적인 지반의 동적 거동을 해석할 경우에 반무한 탄성 지반요소나 Winkler지반으로는 사용성의 한계를 가지게 된다. 따라서, 지반상에 놓여 있는 구조물에 진동을 유발하는 가진력이 작용할 경우에 상호작용계의 동적해석시 지반을 유한요소로 모델링하고 그 영향범위가 적절히 평가된다면 실제 해석시 신뢰할 수 있는 근사해를 얻을 수 있고 수치해석 용량도 줄일 수 있다.

본 연구는 유한 요소법을 이용하여 지반상에 놓인 기초에 진동을 유발하는 가진력이 작용할 때 기초판의 크기, 지반의 탄성계수 및 지반의 감쇠효과를 고려한 지반-기초 상호작용계의 동적 해석을 수행하여 상호작용계의 지반의 영향범위를 평가하는 것이다.

2. 운동방정식의 정식화

2.1 판요소의 유한요소정식화

판요소는 면내력을(in-plane force)을 받는 판요소와 휨모멘트를 받는 4절점 판요소를 도입하고, 면내력을 받는 판과 휨을 받는 판을 각각 정의한 후 다시 조합한다.

2.1.1 면내력을 받는 후판 요소

면내력을 받는 판요소의 운동에너지와 변형률 에너지, 외력이 한 가상일의 표현은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} T_e &= \frac{1}{2} \int_{A_e} \rho h (\dot{u}^2 + \dot{v}^2) dA \\ U_e &= \frac{1}{2} \int_{A_e} h \{\epsilon\}^T [D'] \{\epsilon\} dA \\ \delta W_e &= \int_{S_e} (p_x \delta u + p_y \delta v) ds \end{aligned} \quad (1)$$

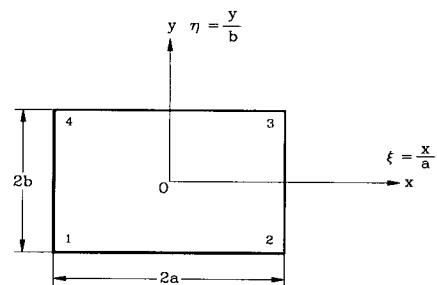


Fig. 1 In-plane element

여기서, $\{\epsilon\}$: 판의 변형률, $[D']$: 판의 탄성 행렬이며, 면내력을 받는 후판요소의 질량 행렬 및 강성도 행렬은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} [m]_e &= \int_{A_e} \rho h [N]^T [N] dA \\ [k]_e &= \int_{A_e} h [B_i]^T [D] [B_i] dA \quad (2) \end{aligned}$$

2.1.2 휨을 받는 후판 요소

기초와 같이 전단변형을 고려해야 할 두꺼운 판인 경우에는 후판 이론을 도입해야 한다. 휨 모멘트에 의하여 발생되는 판의 거동에 대한 유한 요소정식화 과정에서는 Mindlin의 가정을 사용하기로 한다.

판의 변위장은 독립변위로서의 연직처짐 w 와 변형전 수직단면의 변형후의 평균전단변형률을 고려한 단면 회전각 θ_x , θ_y 로 규정지을 수 있다.

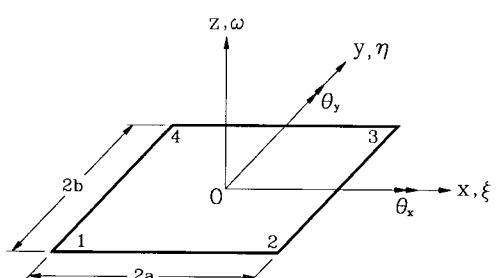


Fig. 2 Plate bending element

휨을 받는 후판 요소의 운동에너지와 변형률 에너지 및 외력에 의한 가상일에 대한 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 T_e &= \frac{1}{2} \int_A \rho \left(h \dot{w}^2 + \frac{h^3}{12} \dot{\theta}_x^2 + \frac{h^3}{12} \dot{\theta}_y^2 \right) dA \\
 U_e &= \frac{1}{2} \int_A \frac{h^3}{12} \{x\}^T [D^f] \{x\} dA \\
 \delta W_e &= \int_A p_z \delta w dA
 \end{aligned} \tag{3}$$

여기서, $[D^f]$, $[D^s]$ 는 탄성 행렬이고, x 는 포물선분포 전단응력을 평균화하는 계수로서 $x = 5/6$ 의 값을 가진다.

여기서, 휨을 받는 판요소의 질량 행렬과 강성도 행렬은 다음과 같다.

$$[m]_e = \int_A \rho [N]^T \begin{bmatrix} h & 0 & 0 \\ 0 & \frac{h^3}{12} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{h^3}{12} \end{bmatrix} [N] dA \tag{4}$$

$$[k]_e = [k_f] + [k_s] \tag{5}$$

$$[k_f] = \int_A \frac{h^3}{12} [B^f]^T [D^f] [B^f] dA$$

$$[k_s] = \int_A xh [B^s]^T [D^s] [B^s] dA$$

2.2 지반요소의 유한 요소 정식화

지반요소는 지반이 탄성 거동을 하는 절점당 3개의 변위 (u, v, w) 자유도를 가지는 8-절점 6면체 요소를 사용하여 지반을 유한요소 정식화하였고, 지

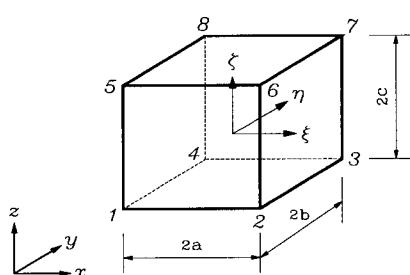


Fig. 3 8-node Brick element

반의 감쇠효과를 고려하였다.

따라서, 운동에너지와 변형률 에너지, 소실 에너지 및 외력에 의한 가상일에 대한 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 T_e &= \frac{1}{2} \int_{V_e} \rho (\dot{u}^2 + \dot{v}^2 + \dot{w}^2) dV \\
 U_e &= \frac{1}{2} \int_{V_e} \{ \epsilon \}^T [D] \{ \epsilon \} dV \\
 \delta W_e &= \int_{S_e} (p_x \delta u + p_y \delta v + p_z \delta w) dS
 \end{aligned} \tag{6}$$

여기서, $[BD]$ 는 감쇠 행렬, $[D]$ 는 탄성 행렬, $\{ \epsilon \}$ 는 변형률 벡터이다.

또한, 내적 에너지인 감쇠력은 진동하는 구조물이나 주위환경에 의존하지 아니하고 재료내 혹은 각 성분간 연결부위에서 내부마찰에 의해 야기되므로 감쇠 행렬 $[BD]$ 는 지반이 가지고 있는 강성에 대한 비율로 표기할 수 있다.

지반요소에 대한 질량 행렬, 강성도 행렬, 감쇠 행렬은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 [m]_e &= \rho abc \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} N_i N_j d\xi d\eta d\zeta, \\
 [k]_e &= \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} abc [B^T] [D] [B] d\xi d\eta d\zeta \\
 [c]_e &= \int_{V_e} [B]^T [\beta D] [B] dV \\
 &= \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} abc [B^T] [\beta D] [B] d\xi d\eta d\zeta
 \end{aligned} \tag{7}$$

2.3 전체 운동방정식의 조합

지반요소는 한 절점당 3개의 자유도를 가지고, 판요소는 5개의 자유도를 가진다.

판요소에서의 변위 벡터, 가속도 벡터, 절점하중 벡터는 각각 아래와 같다.

$$\begin{aligned}
 \delta_p &= \{u_i \ v_i \ w_i \ \theta_{xi} \ \theta_{yi}\}^T \\
 \ddot{\delta}_p &= \{\ddot{u}_i \ \ddot{v}_i \ \ddot{w}_i \ \ddot{\theta}_{xi} \ \ddot{\theta}_{yi}\}^T \\
 F_p &= \{F_{xi} \ F_{yi} \ F_{zi} \ M_{xi} \ M_{yi}\}^T
 \end{aligned} \tag{8}$$

지반요소에서의 변위 벡터, 속도 벡터, 가속도 벡터, 절점하중 벡터는 각각 아래와 같다.

$$\begin{aligned}\delta_s &= \{u_i \ v_i \ w_i\}^T \\ \dot{\delta}_s &= \{\dot{u}_i \ \dot{v}_i \ \dot{w}_i\}^T \\ \ddot{\delta}_s &= \{\ddot{u}_i \ \ddot{v}_i \ \ddot{w}_i\}^T \\ F_s &= \{F_{x_i} \ F_{y_i} \ F_{z_i}\}^T\end{aligned}\quad (9)$$

전체 강성도 행렬, 전체 질량 행렬, 감쇠 행렬에 대한 조합의 편리함을 위해 좌표축 방향 변위에 대응하는 성분과 변위각에 대응하는 성분을 분리하여 다음과 같이 조합한다.

$$\begin{aligned}&\left[\begin{array}{ccc|ccc} [M_d] & \cdot & \cdot & 0 & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot \end{array} \right] \begin{pmatrix} \ddot{\delta} \\ \ddot{\theta} \end{pmatrix} + \\ &\left[\begin{array}{ccc|ccc} [C_d] & \cdot & \cdot & 0 & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot \end{array} \right] \begin{pmatrix} \dot{\delta} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} + \\ &\left[\begin{array}{ccc|ccc} [K_d] & \cdot & \cdot & 0 & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot \end{array} \right] \begin{pmatrix} \delta \\ \theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_d \\ F_r \end{pmatrix}\end{aligned}\quad (10)$$

여기서,

- $[M_d]$: 변위에 대응하는 질량 행렬
- $[M_r]$: 변위각에 대응하는 질량 행렬
- $[C_d]$: 변위에 대응하는 감쇠 행렬
- $[C_r]$: 변위각에 대응하는 감쇠 행렬
- $[K_d]$: 변위에 대응하는 강성도 행렬
- $[K_r]$: 변위각에 대응하는 강성도 행렬

3. 운동 방정식의 해법

본 연구에서는 지반-기초 상호작용계에 대한 고

유치 문제를 신뢰성 있게 해석하기 위하여 자유진동 해석 시에는 Generalized Jacobi method를 사용하였고, 강제진동 해석 시에는 상부구조물과 지반의 강성차이로 인하여 발생할 수 있는 오차를 줄이기 위하여 모드중첩법(Mode superposition method)을 사용하였다. 또한, 상부 구조물인 기초판의 감쇠 효과는 지반의 감쇠효과에 비해 무시할 수 있을 정도이므로 비감쇠계로 취급하였고, 지반은 감쇠계로 하여 해석하였다.

운동 방정식 $[M]\{\ddot{y}\} + [C]\{\dot{y}\} + [K]\{y\} = \{F(t)\}$ 의 해를 구하기 위해서 변위함수를 $\{y\} = [\Phi]\{Z(t)\}$ 로 가정하여 ($[\Phi]$:모드 행렬, $\{Z(t)\}$: 시간함수 벡터) 다자유도계의 운동 방정식을 1자유도계의 운동 방정식으로 변환시켜 (직교조건을 도입) Duhamel 적분으로 변위를 구한 뒤 각각의 모드를 중첩하여 진동을 해석하였다. 그런데, 상부 구조물인 기초는 비감쇠계로 지반은 감쇠계로 보고 해석하였으므로식(12)와 같은 비연성 운동 방정식이 얻어진다.

모드간의 직교조건 :

$$\begin{aligned}\{\Phi\}_n^T [M] \{\Phi\}_m &= 0 \\ \{\Phi\}_n^T [K] \{\Phi\}_m &= 0 \quad (m \neq n) \\ \{\Phi\}_n^T [C] \{\Phi\}_m &= 0\end{aligned}\quad (11)$$

$$\ddot{Z}_n + 2\xi_n \omega_n \dot{Z}_n + \omega_n^2 Z_n = \frac{F_n(t)}{M_n} \quad (12)$$

여기서, $\xi = \frac{C}{C_c} = \frac{C}{2mw}$: 지반요소의 감쇠비

4. 지반의 동적 탄성계수

지반이 동적거동을 하게되면 재료정수는 동적변형의 크기에 좌우되며 강성이 비선형적으로 변화된다. Fig. 4와 같은 지반의 탄성, 점성, 소성의 역학모델에서 일정한 하중속도 σ 로 재하된 경우에 河上, 小川⁹⁾은 하중 반복회수가 100~200회 이상이 되면 탄성계수나 점성계수의 변화는 작으므로 식(13)과 같은 거시적인 동적 탄성계수를 구하는 식을 제안하고 있다.¹⁰⁾

河上, 小川이 제안한 동적탄성계수는 실험을 통하여 결정되어져야 하나 본 연구에서는 점성계수를 흙의 종류별로 실험결과치로부터 적절히 선

정한 후 동적탄성계수 값을 결정하여 해석에 적용하였다.

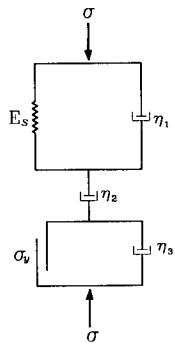


Fig. 4 Modelling for elasto-viscoplastic soil

$$E_r = \frac{E_s}{(1 - e^{-(E_s/\eta_1)t_1})(1 - e^{-(E_s/\eta_2)t_2})} \quad (13)$$

여기서,

η_1, η_2 : 점성계수

t_1, t_2 : 하중재하 간격

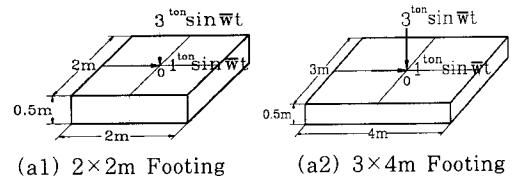
E_s : 지반의 정적탄성계수

E_r : 지반 동적탄성계수

5. 해석모델 및 수치해석

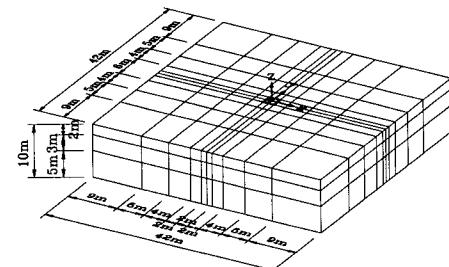
5.1 해석모델

지반-기초 상호작용계의 동적 응답을 해석하기 위하여 Fig. 5과 같이 두께 50cm, 크기 $2 \times 2m$, $3 \times 4m$ 인 기초인 경우에 대하여 최대변위가 발생되도록 상호작용계의 고유진동수와 거의 비슷한 진동수를 하중진동수로 채택하여 기초 중앙 점에 수평방향(x축 방향)으로 $P(t) = 1,000 \times \sin(\omega t)$ kgf, 수직방향(z축 방향)으로 $P(t) = 3,000 \times \sin(\omega t)$ kgf의 조화하중을 4초간 가하고 그후는 자유진동 상태이다. 그리고, 하중을 재하한 지점에서 영향을 작게 미치는 범위까지 고려하여 경계되는 부분은 구속하였다. 또한, 지반의 감쇠효과는 사질토인 경우 5%이하이고, 점토질인 경우 10%이하의 감쇠효과를 가진다.¹²⁾

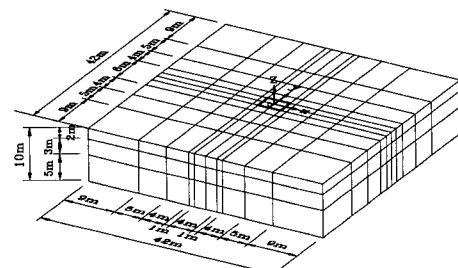


(a1) 2×2m Footing

(a2) 3×4m Footing



(b1) Soil for 2×2m Footing



(b2) Soil for 3×4m Footing

Fig. 5 Modeling for footing resting on soil

5.2 해석모델의 재료 특성

기초판의 재료정수는 $\nu = 0.20$, $\gamma = 0.0025 \text{ kg/cm}^3$, $E = 210,000 \text{ kg/cm}^2$ 을 사용하고 지반의 재료정수는 Table 1과 같이 변화시키며 동적 해석을 수행하였으며 지반 감쇠비는 0.0%, 1.0%, 5.0%인 경우를 고려하였다.

Table 1 Material properties of the Soil

	Case 1	Case 2
Unit Weight (kg/cm^3)	$\gamma_s = 0.0018$	$\gamma_s = 0.0019$
Elastic Modulus (kg/cm^2)	$E_s = 500$	$E_s = 3000$
Poisson's Ratio	$\nu_s = 0.30$	$\nu_s = 0.27$
Remark	dense sand	sand and gravel

6. 기초판 크기의 변화에 대한 동적 해석

지반의 재료특성 및 감쇠비와 기초판의 크기를 변화시켜 가면서 동적 변위를 검토하였다. 지반의 강성이 $500, 1000, 3000 \text{ kg/cm}^2$ 이고 지반의 감쇠비가 0.0, 1.0, 5.0인 경우에 대하여 $2 \times 2\text{m}$, $3 \times 4\text{m}$, $4 \times 6\text{m}$ 크기의 기초를 갖는 지반-기초 상호작용계

를 검토하였으나, 본 제출된 논문에서는 지반의 강성이 $500, 3000 \text{ kg/cm}^2$ 이고 지반의 감쇠비가 0.0, 1.0, 5.0인 $2 \times 2\text{m}$, $3 \times 4\text{m}$ 기초의 크기에 대하여 대표적인 결과만 나타내었다.

6.1 기초판의 크기가 $2 \times 2\text{m}$ 일 때

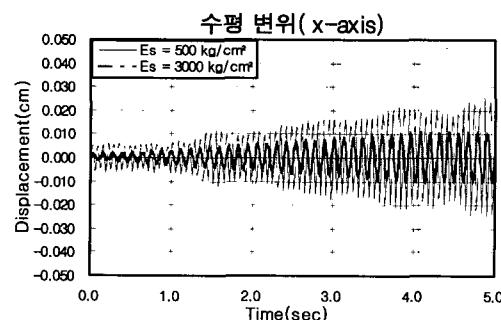
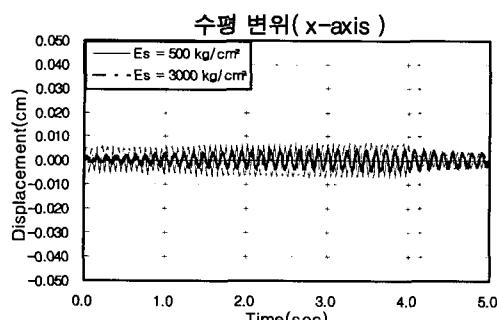
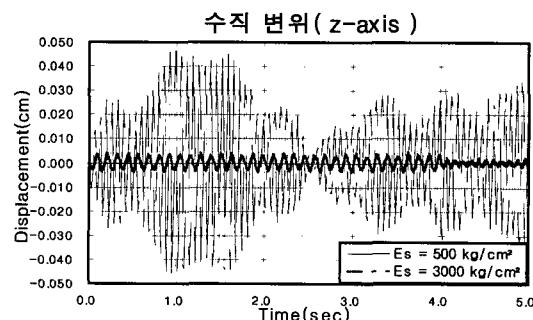
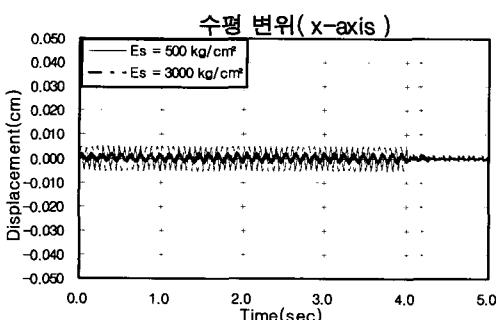
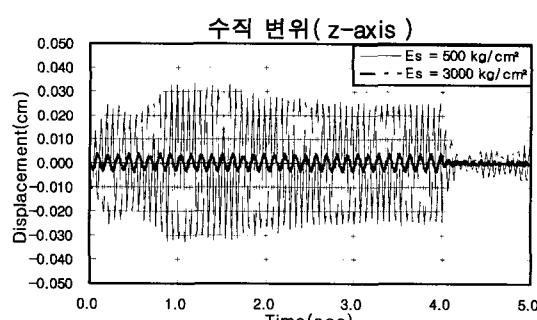
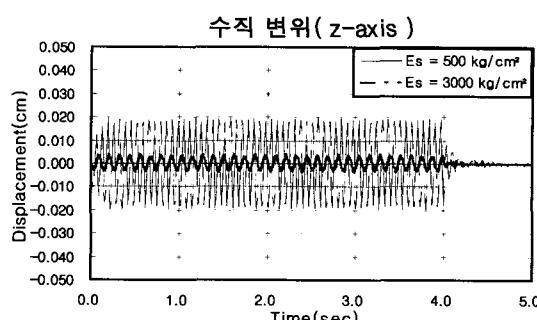
(a) 감쇠비 $\xi = 0.0\%$ (b) 감쇠비 $\xi = 1.0\%$ (c) 감쇠비 $\xi = 5.0\%$ 

Fig. 6 Displacement at the loading point

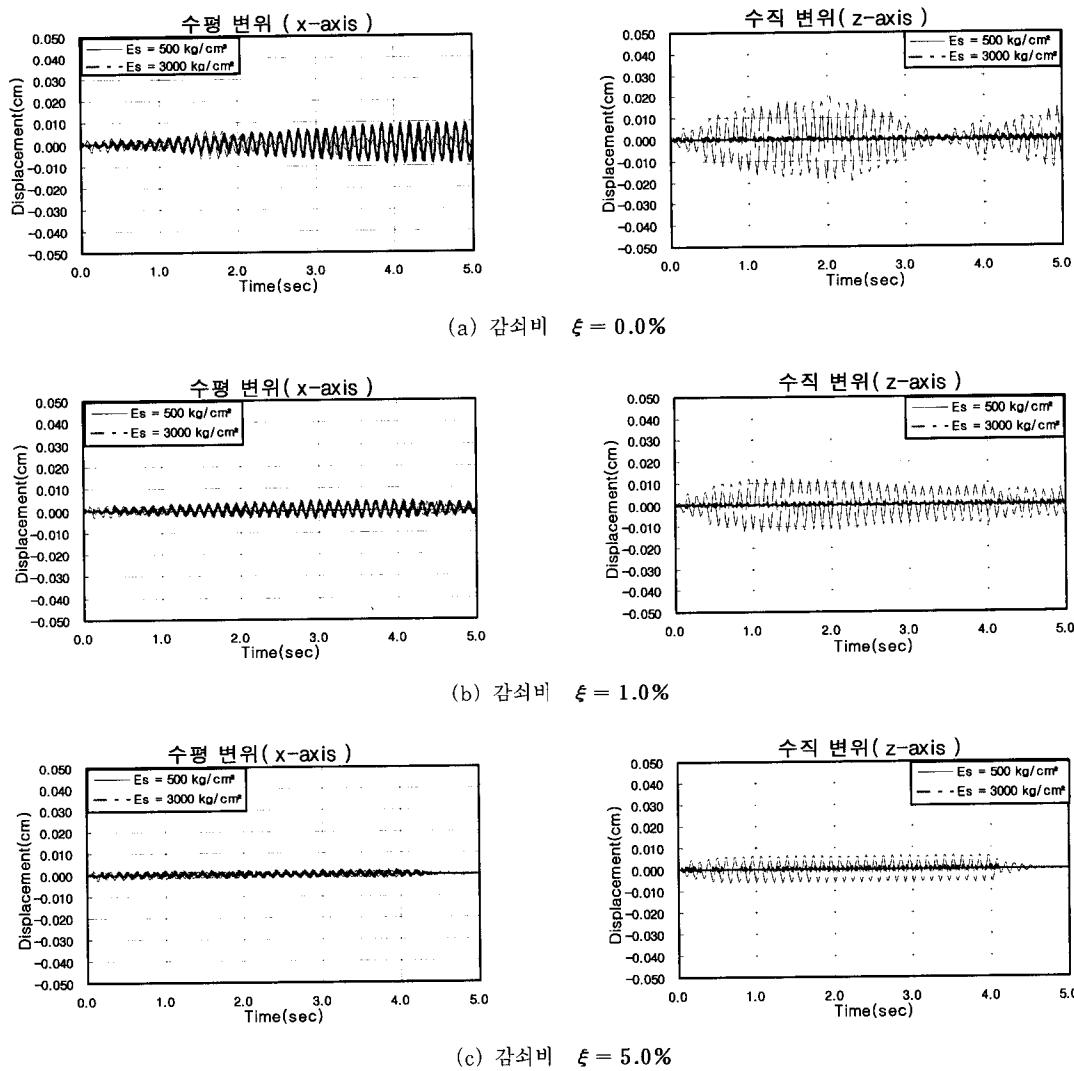
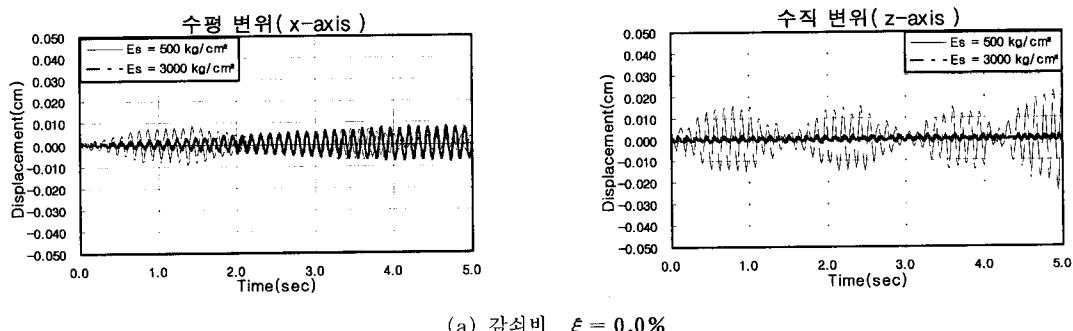


Fig. 7 Displacement horizontally 7m away from the loading point



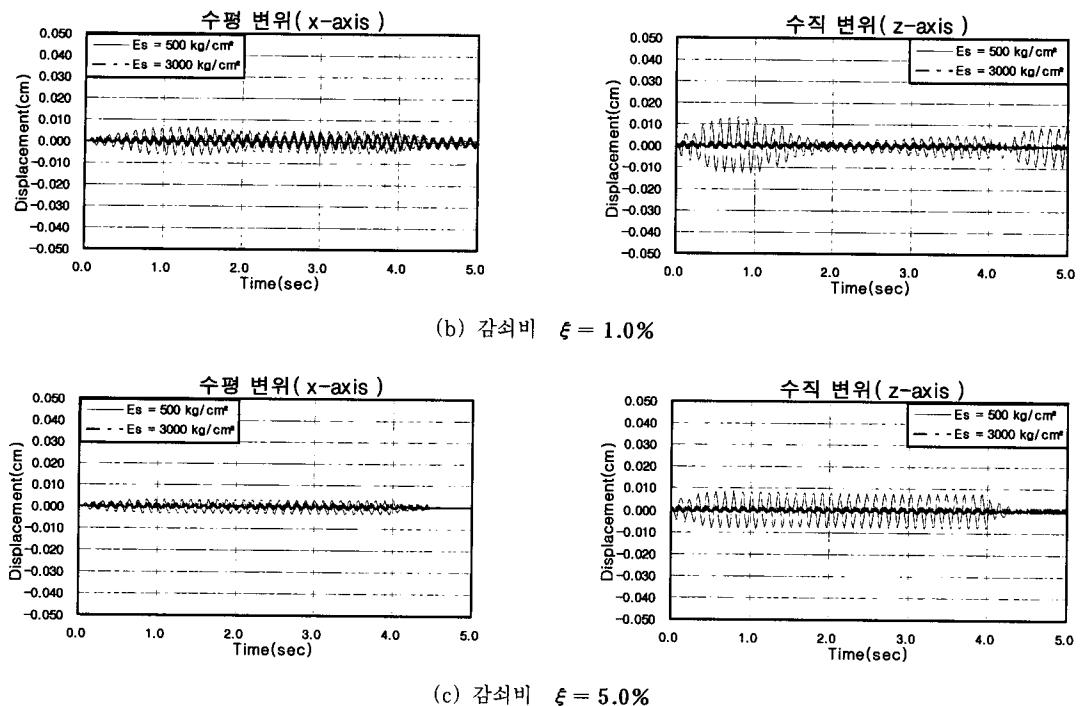


Fig. 8 Displacement vertically 5m under the loading point

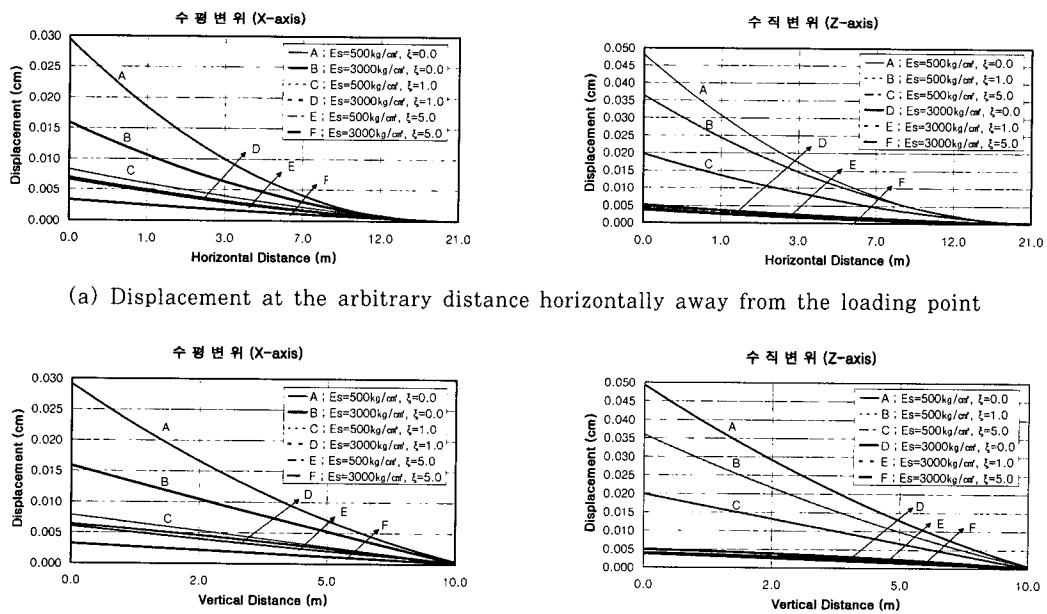


Fig. 9 Variation of the lateral and vertical displacement for $2 \times 2\text{m}$ footing

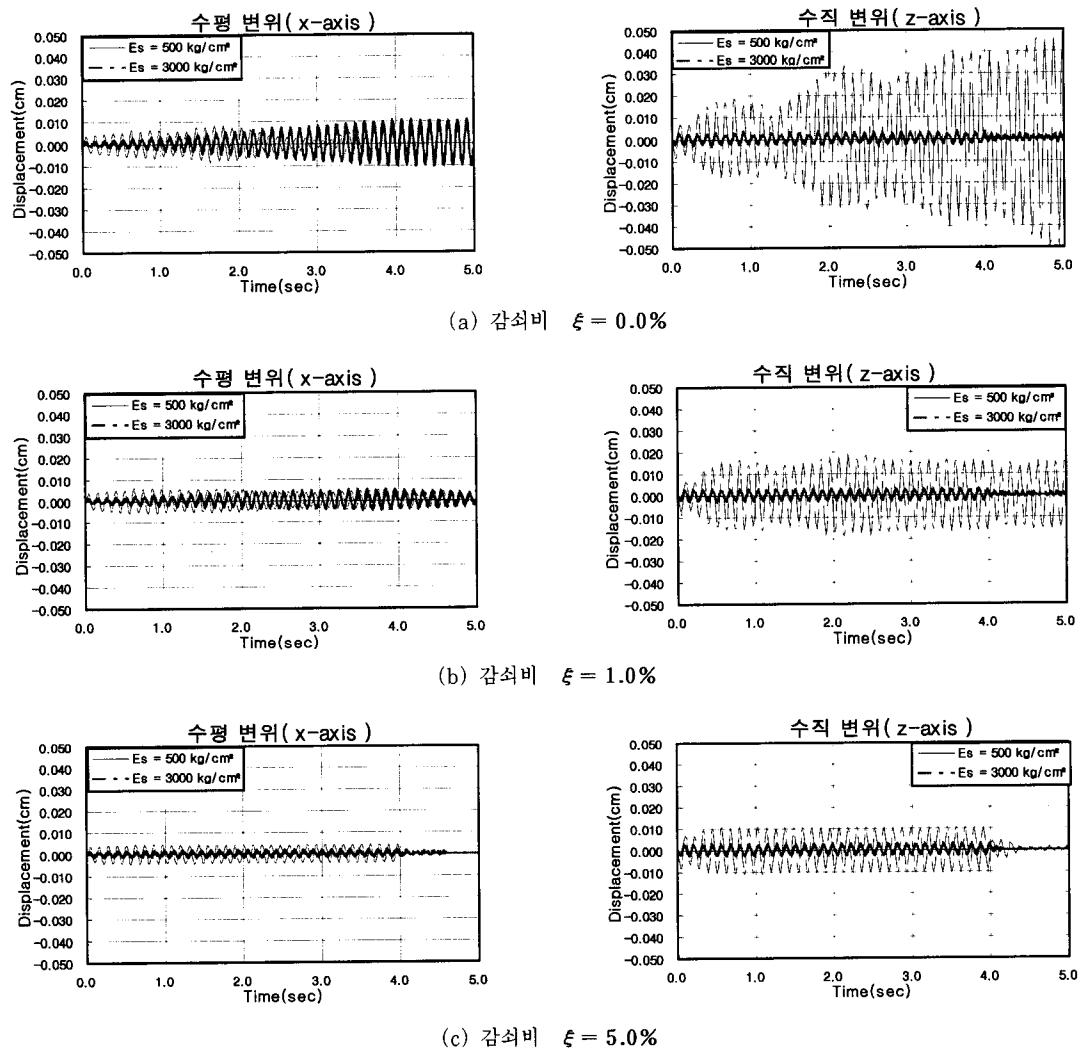
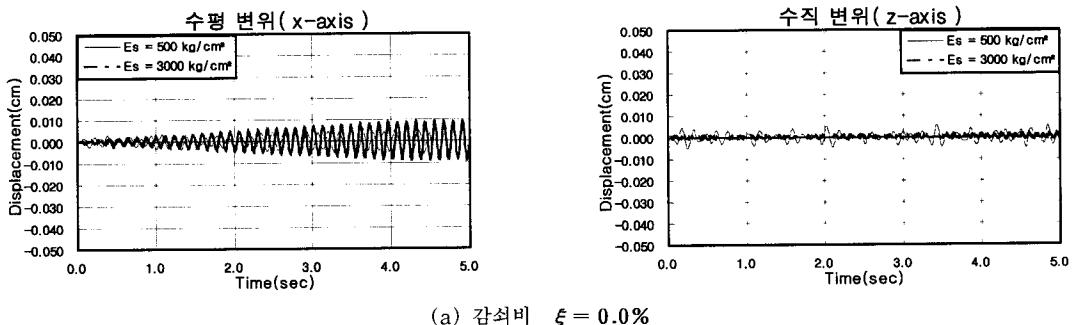
6.2 기초판의 크기가 $3 \times 4m$ 일 때

Fig. 10 Displacement at the loading point



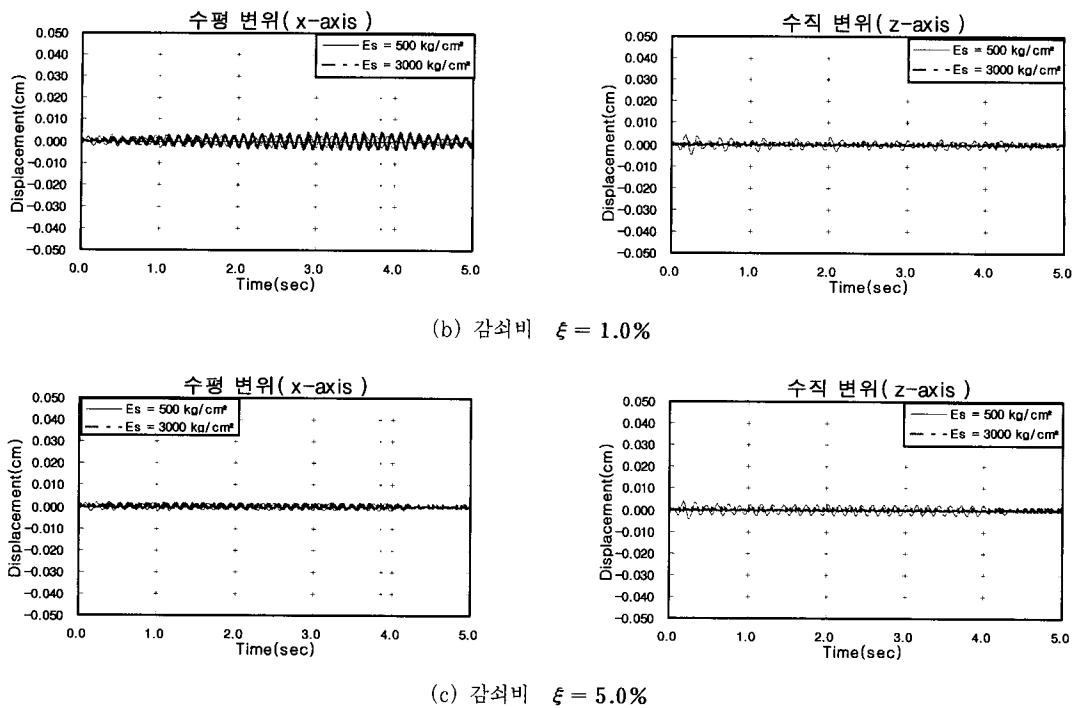
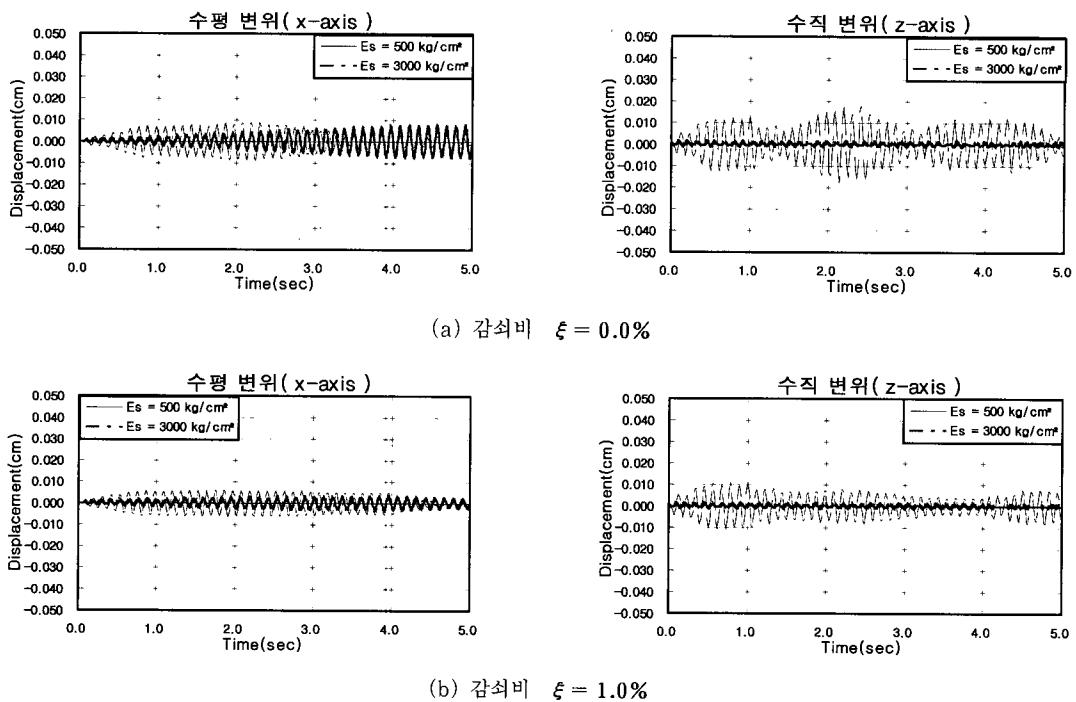


Fig. 11 Displacement horizontally 7m away from the loading point



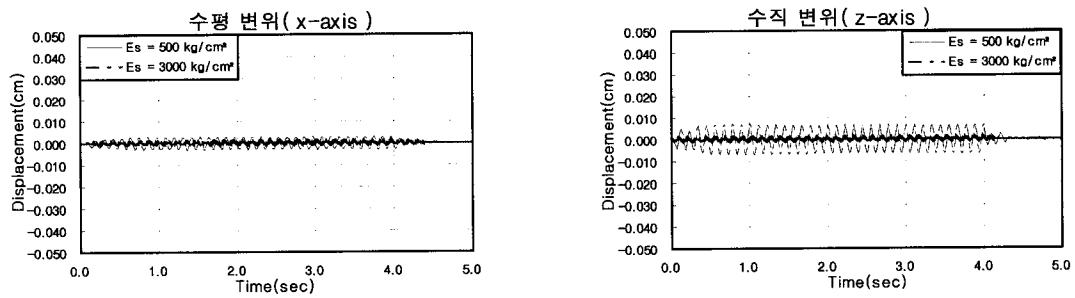
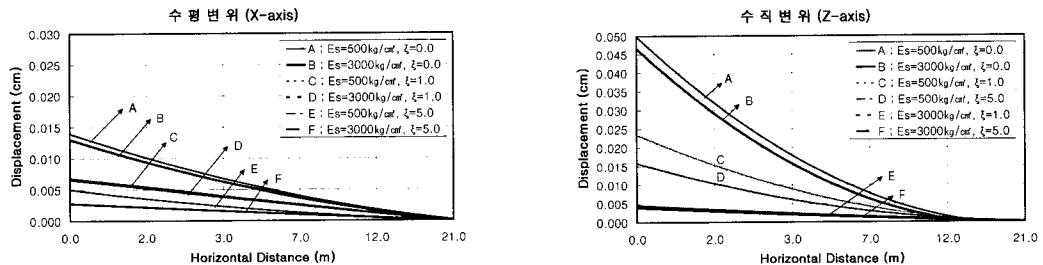
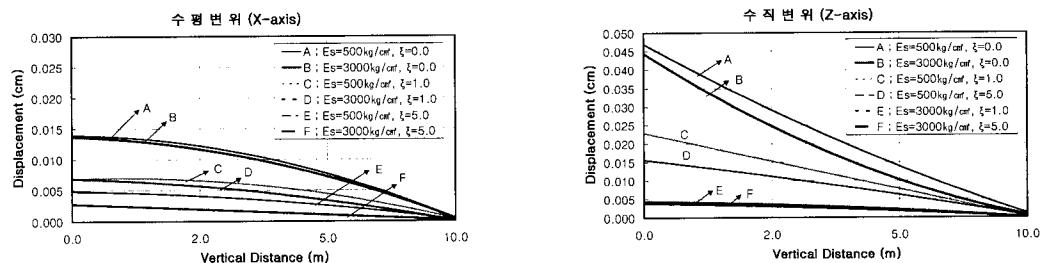
(c) 감쇠비 $\xi = 5.0\%$

Fig. 12 Displacement vertically 5m under the loading point



(a) Displacement at the arbitrary distance horizontally away from the loading point



(b) Displacement at the arbitrary distance vertically under the loading point

Fig. 13 Variation of the lateral and vertical displacement for $3 \times 4\text{m}$ footing

7. 결 론

지반상에 놓여 있는 독립기초의 중앙에 수평, 수직방향으로 각각 외력의 진동수가 구조물의 고유진동수와 거의 같은 1ton과 3ton의 조화하중을 가할 때 기초의 크기, 지반의 재료특성 및 지반의 감쇠비를 고려한 상호작용계의 동적 거동을 해석한 결과 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

- (1) 기초 및 지반의 수평·수직 변위는 기초판의 크기, 지반의 탄성계수 및 지반의 감쇠비가 작을수록 크게 발생하였고, 하중 작용점에서의 거리가 떨어질수록 변위가 급격히 감소한다. 반면, 기초판의 크기, 지반의 탄성계수 및 지반의 감쇠비가 클수록 수평·수직 변위는 작게 발생하고 하중 작용점에서 거리가 떨어질수록 변위가 상당히 감소하지만 기초판의 크기, 지반 탄성계수 및 지반의 감쇠비가 작은

경우에 비하면 변화가 완만하다. 또한 하중작용점에서 기초폭의 3배 위치에서 두 경우의 변위가 공학적으로 무시할 수 있을 정도로 작은 값으로 평가되었다.

(2) 상호작용계의 지반의 수평변위는 기초판의 크기가 작을수록 크게 발생하였으나 지반의 수직변위는 지반의 탄성계수에 영향을 받지만 기초판의 크기에 따라 큰 차이가 나지 않음을 알 수 있다.

(3) 지반-기초 상호작용계의 동적해석시 기초판의 크기, 지반의 강성 및 지반의 감쇠비에 따라 약간의 차이는 있지만 영향폭은 기초판 폭의 5~6배 정도, 영향깊이는 기초판 폭의 4~5배 정도로 잡으면 공학적으로 신뢰성 있는 상호작용계의 동적응답을 얻을 수 있다.

참 고 문 헌

1. Petyt, Maurice, *Introduction to finite element vibration analysis*, Cambridge University Press, 1990, p.558
2. Paz, Mario, *Structural dynamics-3th Ed.*, Van Nostrand Reinhold, 1991, p.626
3. Hugo Bachmann et al., "Vibration problem in structures", Practical guidelin *Birkhäuser Verlag*, Basel, Boston, Berlin, 1994, pp 29~34
4. Wolf, John P., "Soil-structure- interaction analysis in time domain", Prentice-Hall, 1988, pp.176~209
5. Wolf, John P., "Dynamic soil-structure interaction", Prentice-Hall, 1985, pp.369-396
6. Medina, Francisco, "Modeling of layered soil-structure interaction by infinite elements", *Proceedings of the tenth world conference on earthquake engineering*, 1992, pp.1601~1608
7. 윤정방외 1인, "지반-구조물 상호작용해석을 위한 해석적 주파수 종속 2차원 무한요소", 대한토목학회 논문집 제18권, 제I-1, 1998, pp.1~11
8. 김문겸외 2인, "2차원 다층 반무한해를 이용한 지하 구조계의 동적 경계요소 해석", 한국지진공학회 논문집 제1권 제4호, 1997, pp.59~68
9. 河上房義, 小川正二, "くりかえし応力を受けた締固め土の 弾性係数および 降伏応力について", 日本土木學會論文集, 第114号, pp.8~16, 1965
10. 川本桃万, 林 正夫, "地盤工學における 有限要素解析", 培風館, 1979, pp.288~368
11. Braja M. Das, "Principles of Soil Dynamics", PWS-KENT Publishing Company, Boston 1993, p.590
12. A.Major, "Dynamics in Civil Engineering", *Fundamentals Soil Dynamics Instrumentation Tolerances*, Vol I-IV, 1980, pp130~131
13. 徐相根, 張炳淳, "지반-골조구조물 상호작용계의 3차원 정·동적 해석", 한국전산구조공학회 논문집 제10권 제2호, 1997, pp.243~254
14. Chouw, Nawawi and Schmid, Günther, "Influence of the geometrical effects of the soil on structure-soil-structure", *Structural dynamics*, Vol.2, 1990, pp.795~803
15. 徐相根, "地盤-骨組構造物 相互作用係의 3次元 靜·動的 舉動에 관한 研究", 釜山大學校 大學院 博士學位 論文, 1997, p.155
16. 이찬우외 2인, "유한요소-경계요소 조합에 의한 터널의 3차원 동적해석" 한국전산구조공학회 논문집 제8권 제3호, 1995, pp.91~102
(접수일자 : 1998. 11. 6)