

# 비균질 퇴적층으로 인한 지진파 증폭의 경계/유한요소 해석

## Boundary/Finite Element Analysis of the Seismic Wave Amplifications Due to Inhomogeneous Alluvial Deposits

김 호 건\*  
Kim, Hyo-Gun

손 영 호\*\*  
Son, Young-Ho

김 종 주\*\*\*  
Kim, Jong-Ju

최 광 규\*\*\*  
Choi, Kwang-Kyu

### 요 지

본 연구에서는 비균질 퇴적층으로 인한 지진파의 증폭에 대한 경계/유한요소 해석을 수행하였다. 수치해석을 위해, 비균질 퇴적층은 8절점 등매개변수 유한요소를 사용하여 모델링하였고, 그 주위의 균질 반무한 지반은 3절점 등매개변수 경계요소를 사용하여 모델링하였다. 경계요소와 유한요소의 접촉면에서, 표면력의 평형조건과 변위의 적합조건에 의해 두 개의 요소를 결합하는 알고리즘을 개발하였다. 수치해석의 영향인자로서 SH파, P파와 SV파의 입사각, 무차원 진동수 그리고 반무한 지반과 퇴적층사이의 전단파 속도비와 질량밀도비를 고려하였다.

**핵심용어** : 유한요소, 경계요소, SH파, P파, SV파, 지진파 증폭

### Abstract

A boundary/finite element analysis for the seismic wave amplifications due to inhomogeneous alluvial deposits was performed in this study. For numerical analysis, the inhomogeneous alluvial deposit was modeled by using 8-node isoparametric finite elements and the surrounding homogeneous linear elastic soil half-space was modeled by using 3-node isoparametric boundary elements. The two elements at the interface were coupled together with the equilibrium condition of the tractions and the compatibility condition of the displacements. As parametric variables, the incident angle and the dimensionless frequency of the SH, P and SV-waves and the shear wave velocity ratio and the mass density ratio between the half-space and the alluvial deposit were selected.

**Keywords** : *Finite Element, Boundary Element, SH wave, P wave, SV wave, Amplification of Seismic Wave*

## 1. 서 론

구조물의 내진 설계를 수행하기 위해서는 먼저 구조물-지반의 상호작용을 해석해야 하며, 내진 설

계에 기준이 되는 지진의 크기 및 특성 등을 정의하게 된다. 지진이 발생할 때 구조물을 지지하고 있는 지반의 응답은 지반운동, 지반 및 구조물 자체의 특성에 따라 결정된다. 특히 유연한 지반 위에 구조물

\* 학생회원 · 동아대학교 토목공학과, 박사과정

\*\* 정회원 · 경북전문대 토목과, 전임강사

\*\*\* 정회원 · 경남정보대 토목과, 교수

\*\*\*\* 정회원 · 동아대학교 토목해양공학부, 교수

• 이 논문에 대한 토론을 2000년 3월 31일까지 본 학회에 보내주시면 2000년 6월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

이 위치하는 경우는 지반과 구조물의 연계효과로 인하여 그 응답이 달라지게 된다. 이는 구조물의 기초로 인한 지진파의 소산과 구조물 진동으로 인한 에너지의 반무한체 지반으로의 발산이라는 기초-지반 상호작용에 기인한다. 이러한 기초-지반 상호작용 해석을 수행하기 위해서는 부지 응답이 우선적으로 해석되어야 하고, 또한 지반의 동적 특성 파악과 지반 및 구조물의 모델링이 이루어져야 한다<sup>1)</sup>.

부지 응답해석은 현실적인 점을 감안해 부지내에 위치하는 일정한 지점 즉, 통제점에서 정의된 통제운동을 기준으로 한 부지응답 해석을 수행하며, 공학적인 목적을 위해서 지반의 형태는 대부분 층상의 반무한 탄성체로 가정하고, 전달 파형도 주로 수직방향으로 입사하는 체적파로 가정한다. 그러나 연약층 분지 위에 위치한 Mexico City와 같은 대도시에서의 지진파해<sup>2)</sup>를 살펴보면, 반무한 영역 위에 놓인 수평방향으로 무한평면인 층상구조로 구성되는 1차원 모델만으로는 관측자료의 모든 양상을 파악하기가 충분하지 못하다. 이러한 경우에 연약층으로 이루어진 분지에서의 지진응답을 구하는 것은 매우 중요하다. 따라서 임의 형상의 층상구조를 갖는 연약층에서의 지진응답 증폭 현상과 임의의 각도로 입사하는 지진파에 대한 연약층에서의 지진응답에 대한 연구가 필요하다.

수치해석을 수행하기 위해서 외부영역인 반무한 지반은 경계요소법을 사용하여 모델링하였고, 복잡한 기하형상과 재료의 불균질성을 갖는 내부영역인 비균질 연약층은 유한요소법을 사용하여 모델링하였다. 이 때 외부영역과 내부영역의 접촉면에서 표면력의 평형조건과 변위의 적합조건을 사용하여 두 방법을 결합하였다. 그리고 이와같이 유도한 수치해석식을 바탕으로 체적파인 SH파, P파 및 SV파가 임의의 각도로 입사할 때의 지진응답을 구하였다.

본 연구 목적을 위하여 개발된 프로그램의 결과는 Trifunac<sup>3)</sup>의 급수해 및 Sanches-Sesma<sup>4)</sup>의 간접경계요소법 연구결과와의 비교를 통하여 검증되었다. 그리고 제반 지반조건과 면내파인 P파와 SV파 및 면외파인 SH파의 입사각도와 진동수를 영향인자로 하여 수치해석을 수행하였다.

## 2. 경계요소법에 의한 반무한체 지반의 이산화 과정

### 2.1 SH파의 경우

외부영역인 지반은 등방, 균질인 선형탄성체라고

가정하면, 시간의존  $\exp(i\omega t)$ 인 정상상태 문제에 대한 면외거동 동탄성론 지배방정식과 반무한 영역에 있어서의 기본해는 다음과 같다<sup>5)</sup>.

$$\Delta u + k^2 u = -f \tag{1}$$

$$Y(\bar{x}, \bar{y}) = \frac{i}{4} H_0^{(1)}(k r) + \frac{i}{4} H_0^{(1)}(k r') \tag{2}$$

여기서  $\Delta$  은 Laplacian 연산자,  $u$  는 면외 변위,  $k$  는 파수(Wave Number),  $f$  는 물체력이고  $H_0^{(1)}$  는 제1종 0차 Hankel 함수,  $r$  은 하중점  $\bar{x}$  와 관측점  $\bar{y}$  사이의 거리로서  $|\bar{y}-\bar{x}|$  이고  $r' = |\bar{y}'-\bar{x}|$ ,  $\bar{y}'$  는  $\bar{y}$  의 반무한체 지반에 대한 대칭좌표이다.

위 두 식을 이용하여 경계적분방정식을 유도하면 다음과 같다.

$$\frac{1}{2} u(\bar{x}) = \int_{\Gamma} \left[ \frac{1}{\mu} Y(\bar{x}, \bar{y}) t(\bar{y}) - u(\bar{y}) Y_I(\bar{x}, \bar{y}) \right] d\Gamma \tag{3}$$

여기서  $Y_I$  는 기본해  $Y$  의 법선미분이고  $t$  는 면외 표면력이다. 그림 1과 같이 경계  $\Gamma$  를  $n$ 개의 요소로 분할하면 절점  $L$  에 대한  $K$  요소 상의 적분은 다음과 같이 된다.

$$\frac{1}{2} u_L = \sum_{K=1}^{2n+1} G_{LK} t_K - \sum_{K=1}^{2n+1} \overline{H}_{LK} u_K \tag{4}$$

$(L = 1, 2, \dots, 2n+1)$

여기서  $G_{LK}$  은  $Y$  의 경계요소상의 적분이고  $\overline{H}_{LK}$  는  $Y_I$  의 경계요소상의 적분이다. 정리하면 결국 다음과 같은 연립방정식을 얻을 수 있다.

$$\sum_{K=1}^{2n+1} H_{LK} u_K = \sum_{K=1}^{2n+1} G_{LK} t_K \tag{5}$$

$$H_{LK} = \overline{H}_{LK} + \frac{1}{2} \delta_{LK}$$

여기서  $\delta_{LK}$  는 Kronecker 델타이다.

### 2.2 P파와 SV파의 경우

면내거동 동탄성론 지배 방정식과 무한영역에 있

어서의 기본해는 다음과 같다<sup>5)</sup>.

$$\mu u_{i,kk} + (\lambda + \mu) u_{i,ij} + \rho \omega^2 u_i = -f_i$$

$$(i, j, k = 1, 2) \tag{6}$$

$$Y_i^{(k)}(\bar{x}, \bar{y}) = \frac{i}{4\mu} [H_0^{(1)}(\xi_2 r) \delta_{ik}$$

$$- \frac{1}{\xi_2^2} \frac{\partial^2}{\partial y_i \partial y_k} \{H_0^{(1)}(\xi_1 r) - H_0^{(1)}(\xi_2 r)\}]$$

$$\tag{7}$$

여기서  $\omega$  는 원 진동수,  $\lambda, \mu$  는 Lamé상수,  $\rho$  는 단위질량,  $f_i$  는 물체력이고  $u_i$  는 면내 변위 벡터이며,  $r = |\bar{y} - \bar{x}|$ ,  $\xi_1 = \frac{\omega}{c_p}$ ,  $\xi_2 = \frac{\omega}{c_s}$  이고  $c_p, c_s$  는 각각 P파와 S파의 속도이다.

경계적분방정식은 다음과 같다.

$$\frac{1}{2} u_k(\bar{x}) = \int_{\Gamma} [Y_i^{(k)}(\bar{x}, \bar{y}) t_i(\bar{y})$$

$$- u_i(\bar{y}) Y_i^{(k)}(\bar{x}, \bar{y})] d\Gamma$$

$$\tag{8}$$

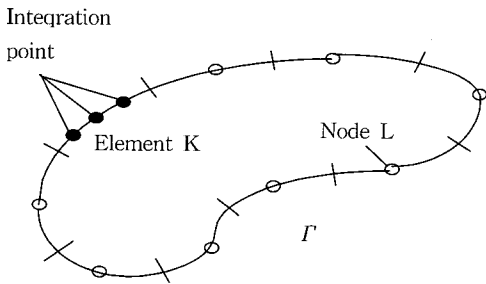


Fig. 1 Discretization of the Boundary  $\Gamma$

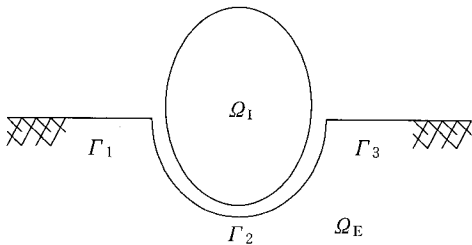


Fig. 2 Nonmenenclature of half space

여기서  $Y_i^{(k)}$  는 표면력 기본해이다. 경계  $\Gamma$  를  $n$  개 의 2차 등매개변수 요소를 이용하여 분할하면, 절점  $L$  에 관한 요소  $K$  상의 적분은 다음과 같다.

$$\frac{1}{2} u_L = \sum_{K=1}^{2n+1} G_{LK} t_K - \sum_{K=1}^{2n+1} \overline{H_{LK}} u_K$$

$$(L = 1, 2, \dots, 2n+1) \tag{9}$$

$$\sum_{K=1}^{2n+1} H_{LK} u_K = \sum_{K=1}^{2n+1} G_{LK} u_K \quad H_{LK} = \overline{H_{LK}} + \frac{1}{2} \delta_{LK} I$$

$$(I : \text{단위행렬}) \tag{10}$$

### 3. 유한요소법에 의한 퇴적층의 이산화 과정

#### 3.1 SH파의 경우

지배방정식에 임의의 변위  $v$  를 곱해서 영역적분을 한 후 부분 적분하여 형상 함수  $N$  을 도입하고 정리하면 다음과 같다.

$$[\int_{\Omega} (B^T B - k^2 N^T N) d\Omega] u^e = \frac{1}{\mu} [\int_{\Gamma} N^T N d\Gamma] t^e \tag{11}$$

식(11)는 절점변위  $u^e$  와 절점 표면력  $t^e$  사이의 관계식이다. 여기서  $\int_{\Omega} B^T B d\Omega$  와  $\int_{\Omega} N^T N d\Omega$  는 각각 강성도 매트릭스와 질량 매트릭스를 나타낸다.

#### 3.2 P파와 SV파의 경우

결과식은 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$(\int_{\Omega} B^T D B d\Omega - \rho \omega^2 \int_{\Omega} N^T N d\Omega) u^e = (\int_{\Gamma} N^T N d\Gamma) t^e$$

$$\tag{12}$$

여기서  $\int_{\Omega} B^T D B d\Omega$ ,  $\int_{\Omega} N^T N d\Omega$  는 각각 강성도 매트릭스와 질량 매트릭스를 나타낸다.

### 4. 경계요소법과 유한요소법의 결합

고려하는 모델은 그림 2와 같다. 우선, 이 문제

를 영역 ( $\Omega_I + \Gamma_2$ )에 있어서의 내부 문제와 영역 ( $\Omega_E + \Gamma_1 + \Gamma_2 + \Gamma_3$ )에 있어서의 외부 문제로 나누어 각각에 대해서 정식화를 한다. 그 후 경계  $\Gamma_2$  에 있어서 표면력에 대한 평형 조건식과 변위에 대한 적합조건식을 이용하여 두 문제를 조합한다.

4.1 SH파의 경우

외부문제는 반무한체 기본해를 사용하므로  $\Gamma_1, \Gamma_3$  는 고려하지 않는다. 경계요소 식(5)는 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$H(\Gamma_2) u_S(\Gamma_2) = G(\Gamma_2) t_S(\Gamma_2) \tag{13}$$

내부문제에 대한 유한요소 식(11)은 다음과 같다.

$$[K(\Gamma_2) K(\Omega)] \begin{bmatrix} u(\Gamma_2) \\ u(\Omega) \end{bmatrix} = [F(\Gamma_2)] \{t(\Gamma_2)\} \tag{14}$$

변위의 연속조건과 표면력의 평형 조건을 고려하여 식(13), (14)를 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\begin{pmatrix} G(\Gamma_2) & H(\Gamma_2) & 0 \\ -F(\Gamma_2) & K(\Gamma_2) & K(\Omega) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t(\Gamma_2) \\ u(\Gamma_2) \\ u(\Omega) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H(\Gamma_2) u_{IR}(\Gamma_2) - G(\Gamma_2) t_{IR}(\Gamma_2) \\ 0 \end{pmatrix} \tag{15}$$

여기서  $u = u_S + u_{IR}, t = t_S + t_{IR}$ 이고  $u_S, t_S$ 는 소산장 변위와 표면력이고  $u_{IR}, t_{IR}$ 은 자유장 변위와 표면력이다. 이 방정식에서 해를 구하면 경계상의 변위와 표면력, 그리고 내부 변위가 구해진다.

4.2 P파와 SV파의 경우

경계요소 식(10)은 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$[ H(\Gamma_1) \ H(\Gamma_2) \ H(\Gamma_3) ] \begin{pmatrix} u_S(\Gamma_1) \\ u_S(\Gamma_2) \\ u_S(\Gamma_3) \end{pmatrix}$$

$$= [ G(\Gamma_1) \ G(\Gamma_2) \ G(\Gamma_3) ] \begin{pmatrix} t_S(\Gamma_1) \\ t_S(\Gamma_2) \\ t_S(\Gamma_3) \end{pmatrix} \tag{16}$$

유한요소식은 SH파의 경우와 마찬가지로 식(14)이고 내부 영역과 외부 영역의 접촉면에서 표면력의 평형 조건, 변위의 연속 조건 그리고 자유표면에서의 표면력은 0이라는 조건을 이용해 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} T(\Gamma_1) & T(\Gamma_2) & T(\Gamma_3) & -U(\Gamma_2) & 0 \\ 0 & K(\Gamma_2) & 0 & F(\Gamma_2) & K(\Omega) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u(\Gamma_1) \\ u(\Gamma_2) \\ u(\Gamma_3) \\ t(\Gamma_2) \\ u(\Omega) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T(\Gamma_1)u_{IR}(\Gamma_1) + T(\Gamma_2)u_{IR}(\Gamma_2) \\ + T(\Gamma_3)u_{IR}(\Gamma_3) \\ -U(\Gamma_1)t_{IR}(\Gamma_1) - U(\Gamma_2)u_{IR}(\Gamma_2) \\ - U(\Gamma_3)t_{IR}(\Gamma_3) \\ 0 \end{pmatrix} \tag{17}$$

이 방정식의 해를 구하면 경계 절점에서의 변위와 표면력, 그리고 내부 절점에서의 변위가 구해진다.

5. 프로그램 검증 및 영향인자에 대한 고찰

5.1 프로그램의 검증

그림 3에서와 같이 비균질 연약층을 518개의 8절점 등매개 변수 유한요소로, 그 연약층을 둘러싸고 있는 반무한체 지반을 50개의 3절점 등매개변수 경계요소로 모델링하였다.

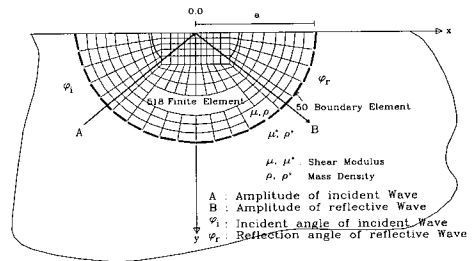


Fig. 3 Finite element and boundary element mesh for semicircular valley

반원형상의 연약층을 갖는 반무한 지반에 경사지게 SH파가 입사할 때의 자유표면에서의 변위응답을 Trifunac<sup>(3)</sup>이 급수해를 이용하여 구하였다. SH파의 입사각이  $\psi_{sh} = 60^\circ$ 로 입사할 때 자유표면에서의 변위증폭을 급수해와 비교하여 나타낸 것이 그림 4이다. 그리고 간접경계요소법을 사용하여 SV파가  $\psi_{sv} = 60^\circ$ 로 입사할 때 자유표면에서의 변위증폭을 Sanchez-Sesma(4)가 구하였고 이를 비교검증한 것이 그림 5에 나와 있다.

여기서  $\rho/\rho^+ = 2/3$ ,  $\beta/\beta^+ = 1/2$ ,  $\mu/\mu^+ = 1/6$ ,  $\eta = \omega a/\pi\beta^+ = 1.0$ 이다.

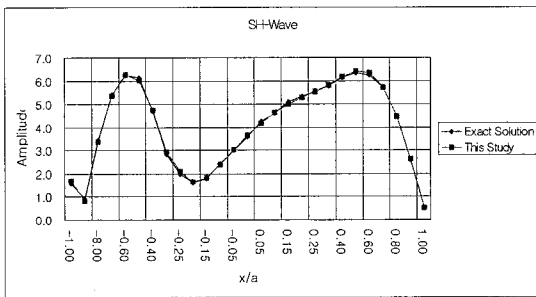


Fig. 4 Amplification of displacement for oblique incidence ( $\psi_{sh} = 60^\circ$ ) of SH-Wave

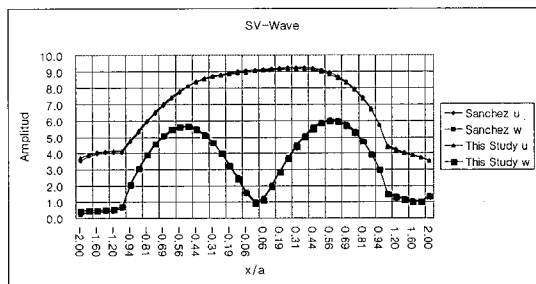
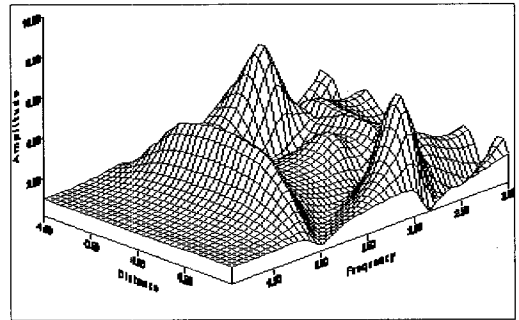


Fig. 5 Amplification of displacement for oblique incidence ( $\psi_{sv} = 60^\circ$ ) of SV-Wave

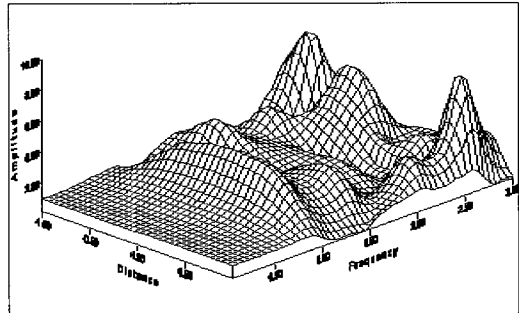
### 5.2 영향인자에 대한 고찰

비균질 반원형 점탄성 연약층에 SH파가  $30^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $90^\circ$ 로 경사지게 입사할 때 지진응답을 구한 결과를 그린 것이 그림 6이다. 여기서  $D$ ,  $D^+$ 는 각각 연약층, 반무한 지반의 감쇠율이고  $\rho/\rho^+$ 는 단위밀도비,  $\mu/\mu^+$ 는 전단탄성계수비이다.

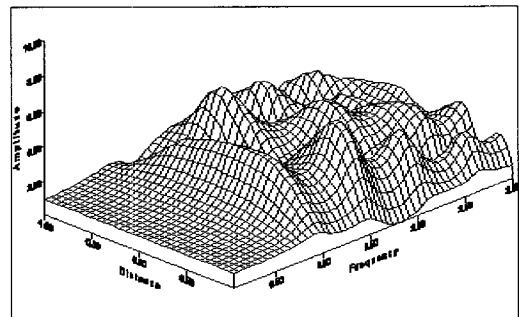
그림 7과 그림 8은 반원형상의 비균질 연약층에 경사지게 입사하는 P파와 SV파에 대한 응답을 무차원 진동수  $\eta = \omega a/\pi\beta^+ = 1/2$  일 때 구한 것이다. 여기서 연약층과 반무한 영역 사이에서의 전단탄성계수비  $\mu/\mu^+ = 1/2 + 1/6 y/a$ 이다.



(a) Incident wave  $\psi_{sh} = 90^\circ$

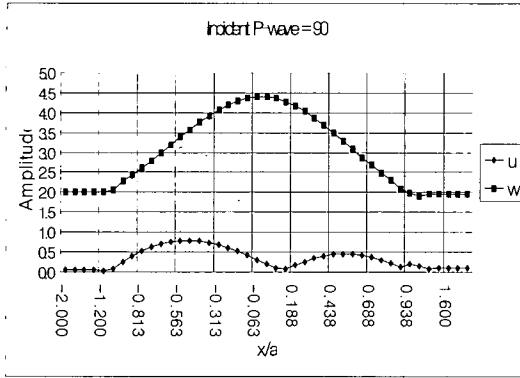


(b) Incident wave  $\psi_{sh} = 60^\circ$

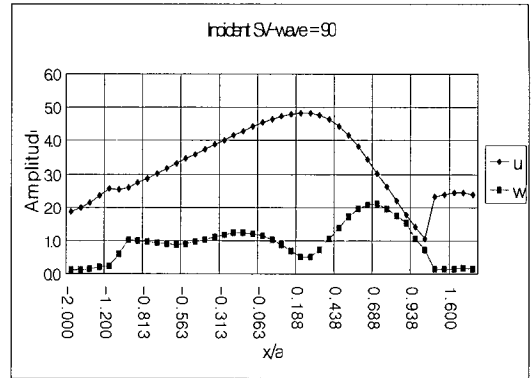


(c) Incident wave  $\psi_{sh} = 30^\circ$

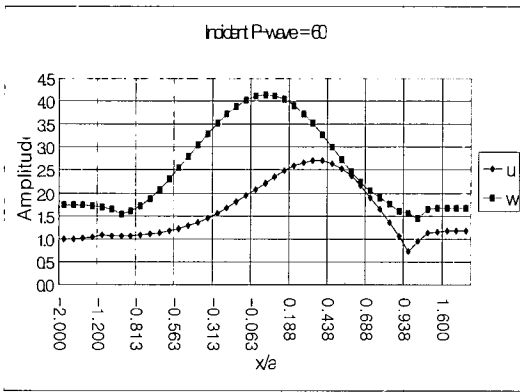
Fig. 6 Normalized amplitude of free-surface displacement  $|u|/2$ , within soft valley ;  $\mu/\mu^+ = 1/2 + 1/6 y/a$  ( $\rho/\rho^+ = 2/3$ ,  $D = 0.02$ ,  $D^+ = 0.01$ )



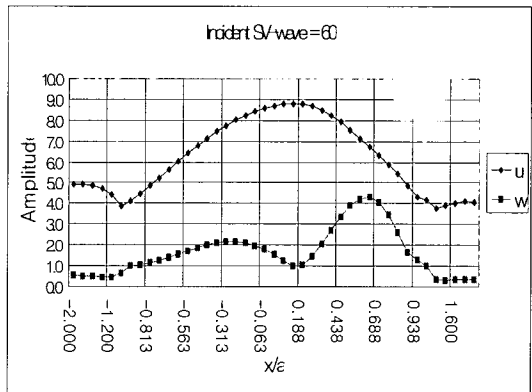
(a) Incident wave  $\psi_p = 90^\circ$



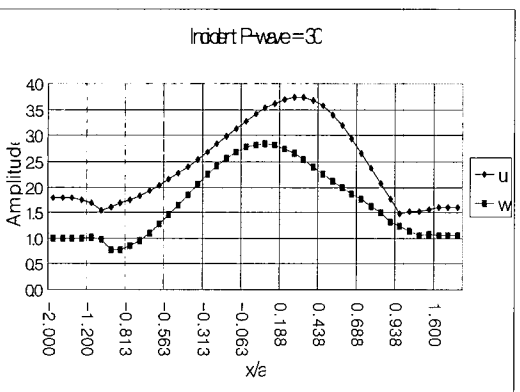
(a) Incident wave  $\psi_{sv} = 90^\circ$



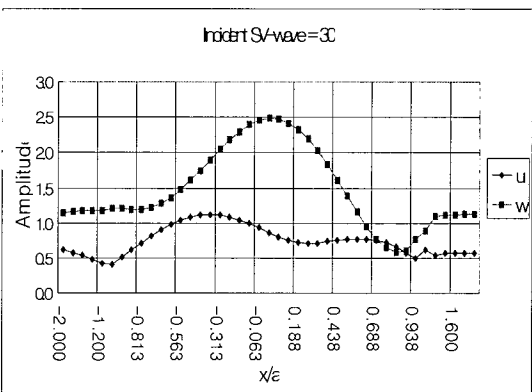
(b) Incident wave  $\psi_p = 60^\circ$



(b) Incident wave  $\psi_{sv} = 60^\circ$



(c) Incident wave  $\psi_p = 30^\circ$



(c) Incident wave  $\psi_{sv} = 30^\circ$

Fig. 7 Amplitude of surface displacement spectra for P-wave ( $\eta = 1/2 : \mu/\mu^+ = 1/2 + 1/6 \gamma/a$ )

Fig. 8 Amplitude of surface displacement spectra for SV-wave ( $\eta = 1/2 : \mu/\mu^+ = 1/2 + 1/6 \gamma/a$ )

## 6. 요약 및 결론

임의의 형상을 갖는 퇴적층에 지진파가 입사할 때, 진동수 영역에서 입사파의 종류, 입사파의 입사 각도와 무차원 진동수, 반무한 영역과 퇴적층 사이의 전단파 속도비 및 단위 밀도비를 매개변수로 하여 지진파 응답을 구한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

1) 저진동수 영역에서는 SH파, P파 그리고 SV파 응답의 증폭 변화가 입사각에 따라 영향이 거의 없었고, 고진동수 영역에서는 입사각이 경사질수록 SH파, P파 그리고 SV파 응답의 증폭 변화가 크게 일어났다. 이 때 표면의 중앙에서의 응답의 증폭이 제일 크고, 표면의 가장자리는 증폭이 작았다.

2) 파장이 짧은 경우는 지반의 비균질성에 대하여 아주 민감한 반면, 파장이 긴 경우는 그러하지 않았다.

3) 지표면의 응답 증폭은 진동수에 따라서 민감함을 파악할 수 있었다. 구조계가 유사하고 인접한 지역에 위치한 두 구조물일지라도 진동수의 변화에 따라, 어떤 진동수에서는 퇴적층 지표면 중앙 부분의 응답 증폭이 가장 크게 나타날 수 있고, 어떤 진동수에서는 퇴적층 지표면의 가장자리에서 응답의 증폭이 가장 크게 나타날 수도 있다.

4) 수평방향으로 유한한 길이의 연약층을 갖는 반무한 영역의 구조계에 대한 지진파 응답의 공진

현상을 파악할 수 있다.

## 감사의 글

본 연구는 한국전력공사의 지원에 의하여 기초전력공학공동연구소 주관으로 수행되었으며 이에 감사의 뜻을 표합니다.

## 참고 문헌

1. Wolf, J. P., *Dynamic Soil-Structure Interaction*, Prentice-Hall, Inc, Englewood Cliffs, N. J., 1985, pp.1~11
2. Anderson, J. G., "Strong Ground Motion from Michoacan Mexico Earthquake", *Science*, Vol. 233, 1986, pp.1043~1049
3. Trifunac, M. D., "Surface Motion of a Semicylindrical Alluvial Valley for Incident Plane SH Waves", *Bull. of Seis. Soc. of America*, Vol. 61, 1971, pp.1755~1770.
4. Sanchez-Sesma, F. J., "An Indirect Boundary Element Method applied to Simulate the Seismic Response of Alluvial Valleys for Incident P, S, and Rayleigh Waves", *Earthquake Eng. and Struct. Dyn.*, Vol. 22, 1993, pp.279~295.
5. Eringen, A. C., *Elastodynamics - Vol II, Linear Theory*, Academic Press, New York, 1975, pp.500~716.

(접수일자 : 1999. 5. 17)