

# 유한요소법을 이용한 복합적층판과 보강된 복합적층 패널의 좌굴 및 좌굴후 거동에 관한 연구

## A Study on the Buckling and Postbuckling Behaviors of Laminated Composite Plates and Stiffened Laminated Composite Panels by Finite Element Method

허 성 필\*  
Heo, Sung-Pil

양 원 호\*\*  
Yang, Won-Ho

성 기 득\*\*\*  
Sung, Ki-Deug

조 명 래\*\*\*\*  
Cho, Myoung-Rae

### 요 지

복합적층판과 보강재를 설치한 보강된 복합적층 패널의 좌굴을 고려한 설계에서, 좌굴이 항상 구조물의 최종 파손을 의미하는 것은 아니므로 이들의 좌굴 및 좌굴후 거동에 대한 정확한 이해와 연구가 필요하다. 본 연구에서는 유한요소법을 이용하여 적층 메커니즘과 섬유배향각, 적층순서 등이 복합적층판과 보강된 복합적층 패널의 좌굴 및 좌굴후 거동에 미치는 영향을 체계적으로 해석하였고, 각 변수에 따른 좌굴 및 좌굴후 거동 특성을 분석하였다.

**핵심용어** : 좌굴, 좌굴후 거동, 복합적층판, 보강된 복합적층 패널, 섬유배향각, 적층순서

### Abstract

In the design of laminated composite plates and stiffened laminated composite panels with stiffeners considering buckling, it is needed to understand and study the buckling and postbuckling behaviors of them because buckling always does not mean the ultimate failure of structure. In this study, the effects of lamination mechanism, fiber orientation angle and stacking sequence, etc. on the buckling and postbuckling behaviors of laminated composite plates and stiffened laminated composite panels are analysed systematically using finite element method and the characteristics of buckling and postbuckling behaviors due to each variable are analysed.

**Keywords** : Buckling, Postbuckling Behavior, Laminated Composite Plate, Stiffened Laminated Composite Panel, Fiber Orientation Angle, Stacking Sequence

## 1. 서 론

최근 신소재의 개발과 더불어 복합재료의 개발이

급속하게 이루어지고 있으며, 이 중 모재(matrix)를 섬유(fiber)로 강화시킨 섬유강화 복합재료(fiber reinforced composite material)가 가장 널리 사

\* 정회원 · 성균관대학교 기계공학과, 박사과정

\*\* 성균관대학교 기계공학부, 교수

\*\*\* 성균관대학교 기계공학과, 박사과정

\*\*\*\* 인덕대학 기계설계과, 교수

• 이 논문에 대한 토론을 2000년 3월 31일까지 본 학회에 보내주시면 2000년 6월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

용되고 있다. 또한 이러한 복합재료를 적층시켜 놓은 복합적층판(laminated composite plate)의 사용이 항공기, 선박, 자동차 등을 비롯한 여러 기계 구조물에서 점차 증가하고 있다. 그 이유는 금속과 같은 종래의 재료에 비해 비강도(specific strength)와 비강성(specific stiffness) 값이 크고, 이러한 비강도와 비강성 값을 섬유배향각(fiber orientation angle)과 적층순서(stacking sequence)를 통해 조절함으로써 효율적인 설계를 할 수 있기 때문이다. 또한 압축 하중을 받는 기계 구조물의 설계나 자동차의 충돌을 고려한 측면부재의 설계시에는 좌굴 및 좌굴후 거동(buckling and postbuckling behaviors)이 중요한 설계의 고려 사항이 된다.

한편 복합적층판의 좌굴 및 좌굴후 거동을 향상시키기 위해 여러 가지 형상과 개수의 보강재(stiffener)를 설치한 보강된 복합적층 패널(stiffened laminated composite panel)이 항공기를 비롯한 여러 분야에서 널리 사용되고 있다. 이러한 패널의 경우는 곡률을 가지는 쉘 구조물에서와는 달리 좌굴후에 지지하중의 감소가 나타나지 않는 안정좌굴(stable buckling)을 보인다. 좌굴이 항상 구조물의 최종 파손을 의미하는 것은 아니므로 이러한 보강된 복합적층 패널의 좌굴 및 좌굴후 거동에 대한 정확한 이해와 연구가 필요하다.

Przemieniecki<sup>1)</sup>는 유한요소법에 의해 등방성의 보강된 패널에 대하여 보강재의 높이와 두께에 따른 좌굴하중의 변화를 해석하였고 Wittrick과 Williams<sup>2)</sup>는 등방성 및 이방성의 보강된 패널에 대하여 이론적인 좌굴 해석을 전개하였다. 보강된 복합적층 패널에 대해서 Williams와 Stein<sup>3)</sup> 그리고 Romeo<sup>4)</sup>는 실험을 통해서 좌굴하중을 결정하였고, Starnes 등<sup>5)</sup>은 좌굴후 거동을 조사하였다. 이인철 등<sup>7)</sup>은 보강된 복합적층 판넬에 대해 실험과 유한요소해석으로 좌굴후의 파손해석을 수행하였다. Shen과 Williams<sup>8),9)</sup>는 보(beam) 보강재가 복합적층 패널의 좌굴 및 좌굴후 거동에 미치는 영향을 조사하였고, 적층된 상자형 기둥에 대하여 단면의 형상에 대한 영향을 해석하고 보 보강재로 보강된 경우와 보강되지 않은 경우의 좌굴 및 좌굴후 거동을 비교하였다. 이러한 기존의 연구들에서는 주로 적층 메커니즘이나 섬유배향각에 따른 좌굴하중의 변화와 보강재의 형상이나 복합하중의 작용에 따른 좌굴후 거동의 변화를 조사하였다.

본 연구에서는 적층 메커니즘, 섬유배향각, 적층순서, 보강재의 형상 등이 복합적층판과 보강된 복합적층 패널의 좌굴 및 좌굴후 거동에 미치는 영향을 조사하기 위하여 다양한 유한요소해석을 수행하였고, 이로부터 설정한 변수들의 영향을 체계적으로 정리하고 각 변수에 따른 좌굴 및 좌굴후 거동 특성을 분석하였다.

## 2. 유한요소해석

### 2.1 보강된 등방성 패널의 좌굴 및 좌굴후 거동

Fig. 1은 블레이드 형태의 보강재를 갖는 등방성의 패널로 해석 모델의 폭( $W$ )은 254mm, 길이( $L$ )는 381mm로 설정하였다. Fig. 1에서 표피판재(skin plate)의 두께( $t_{sk}$ )는 2.54mm이고,  $b_1$ 은 패널의 반폭으로 127mm,  $b_2$ 는 보강재와 패널 끝단의 간격으로 25.4mm이다.  $t_{st}$ 는 보강재의 두께,  $d$ 는 보강재의 높이를 나타낸다. 하중은 패널의 양 끝단에 압축력이 작용하고, 경계 조건은 하중을 받는 경계는 고정지지 되어 있고, 하중을 받지 않는 경계는 단순지지 되어 있다. 비선형 해석에서의 초기결함(initial imperfection)은 기존의 연구들<sup>5),8),9)</sup>에서 같이 1차 좌굴모드(buckling mode)의 형태에 크기는 표피판재 두께의 5%로 취하였다. 좌굴하중과 작용력을 보강재가 없는 평판의 좌굴응력  $\sigma_0$ 로 무차원화하고, 변위를 표피판재의 두께로 무차원화하여 해석 결과를 나타내었다.

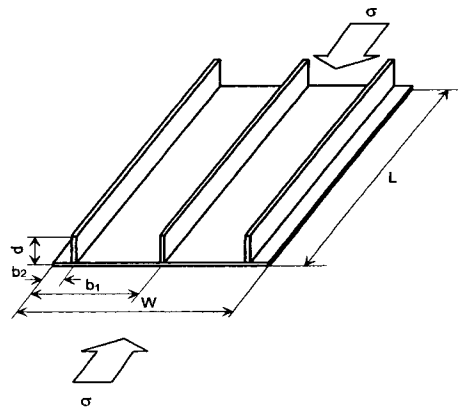


Fig. 1 Geometry of stiffened panel

요소수의 수렴성을 조사하기 위하여  $t_{st}/t_{sk}=1.8$ ,  $d/b_1=0.3$ 인 경우에 대하여 Table 1과 같이 8가지의 요소망을 구성하였다. Kirchhoff의 판이론을 만족하는 8절점 쉘요소(shell element)를 사용하여 요소망을 구성하였으며 재료의 물성치는  $E=200\text{GPa}$ ,  $\nu=0.3$ 이다. 해석에 사용된 프로그램은 상용 유한요소 프로그램인 ABAQUS이다.

Table 1 Mesh types for stiffened panel

	Element of skin plate	Element of stiffener
Mesh 1	10×6	10×3
Mesh 2	12×8	12×3
Mesh 3	15×10	15×3
Mesh 4	20×14	20×3
Mesh I	15×10	15×1
Mesh II	15×10	15×2
Mesh III	15×10	15×3
Mesh IV	15×10	15×4

Figs. 2~3은 각각 표피판재와 보강재의 요소수의 변화에 따른 하중-변위 선도를 나타낸 것이다. 그림에서와 같이 요소수의 변화에 대한 좌굴 및 좌굴후 거동의 변화는 미소하며 특히 보강재의 요소수는 거의 영향을 미치지 않는다. 따라서 비선형 해석에서의 해석 시간을 고려할 때, Table 1의 Mesh 3(Mesh III)으로 요소망을 선정하는 것이 합당하다고 판단된다. Fig. 4는 해석에 사용된 유한요소망을 나타낸다.

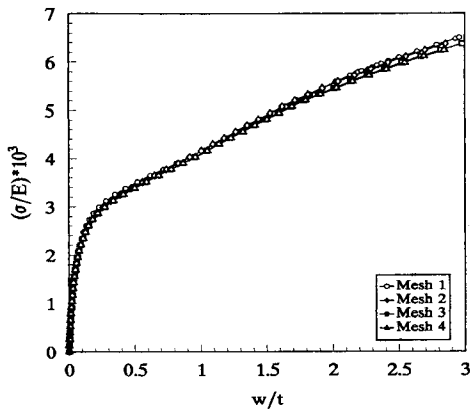


Fig. 2 Load-deflection curves due to number of elements of skin plate

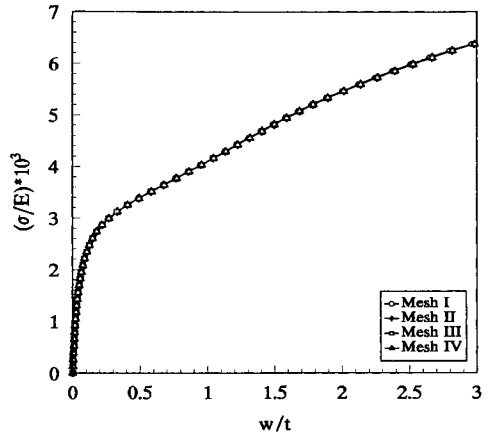


Fig. 3 Load-deflection curves due to number of elements of stiffener

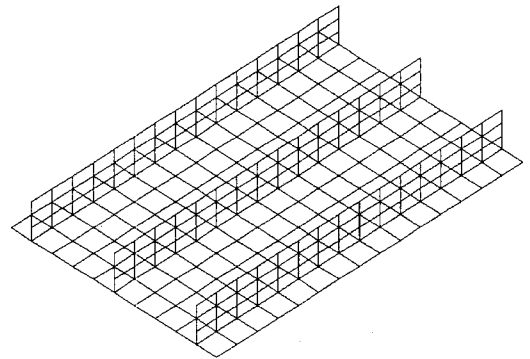


Fig. 4 Finite element mesh for stiffened panel

Fig. 5는 보강재의 높이  $d$ 와 두께  $t_{st}$ 에 따른 좌굴하중의 변화를 나타낸 것이다. 보강재의 높이가 증가함에 따라 좌굴하중은 급격히 증가하다가 어느 정도 일정한 값을 유지한 후 감소하는 경향을 나타내었으며 이러한 경향은 Przemieniecki의 연구<sup>1)</sup>와 일치한다. 보강재의 높이 증가에 따른 좌굴하중의 정체 및 감소는 보강재가 일정 높이 이상이 되면 표피판재가 아닌 보강재에서 좌굴이 발생하기 때문이며 이는 보강의 역할이 상실됨을 의미한다. 그리고, 보강재의 두께가 증가함에 따라 좌굴하중은 증가하며 보강재의 높이가 클 때는 두께의 증가에 따른 좌굴하중의 증가가 더 크게 나타났는데, 이것은 보강재의 좌굴에 미치는 보강재 두께의 영향이기 때문으로 생각된다.

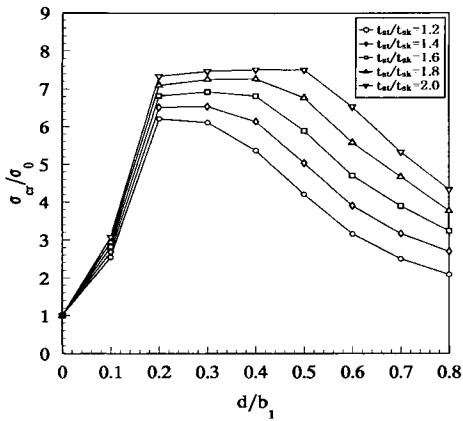


Fig. 5 Buckling stresses of stiffened isotropic panels

Fig. 6은 보강재의 두께가 표피판재의 두께의 1.8 배로 일정한 경우, 보강재의 높이에 따른 패널의 하중-변위 선도를 나타낸 것이다. 그림에서와 같이 보강재의 높이가 증가함에 따라 일정하게 좌굴 및 좌굴후 거동이 향상되는 것이 아니라 처음에는 좌굴하중의 증가만이 크게 나타나고 이후 좌굴하중의 미소한 증가와 함께 좌굴후 거동이 크게 향상되는 경향을 나타내었다. 이것은 보강재의 높이가 증가함에 따라 좌굴 모드에 있어서 싸인(sine) 반파장의 수가 일정하다가 증가하기 때문으로 생각된다. Fig. 7은  $t_{st}/t_{sk}=1.8$ ,  $d/b_1=0.2$ 인 경우에 대한 1차 좌굴모드를 나타낸다.

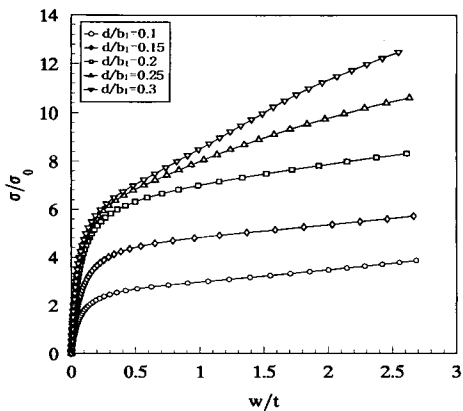


Fig. 6 Load-deflection curves of stiffened isotropic panels due to stiffener height ( $t_{st}/t_{sk}=1.8$ )

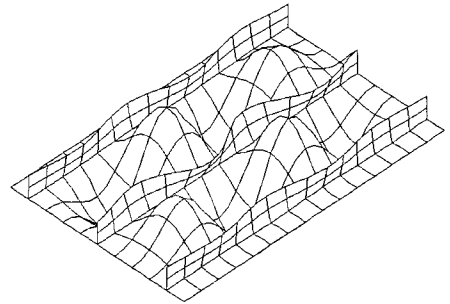


Fig. 7 Buckling mode shape of stiffened isotropic panel

Fig. 8은 보강재의 높이가 패널 반폭의 0.2배로 일정한 경우, 보강재의 두께에 따른 패널의 하중-변위 선도를 나타낸 것이다. 보강재의 두께가 증가함에 따라 좌굴하중의 증가와 좌굴후 거동의 향상이 앞의 높이 증가에 비하여 미소하게 나타났다. 따라서 보강재의 높이를 증가시키는 것이 두께를 증가시키는 것보다 보강의 효과를 더 크게 기대할 수 있음을 알 수 있다. 위의 결과들은 본 연구에서 설정한 패널의 크기(size)와 보강재 사이의 간격(spacing)에 대한 결과로 이들의 변화가 좌굴 및 좌굴후 거동에 영향을 미칠 수 있으나 전체적인 경향에서는 크게 차이가 없을 것으로 생각된다.

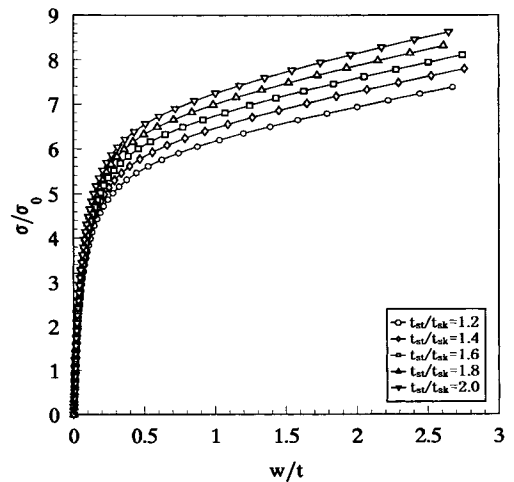


Fig. 8 Load-deflection curves of stiffened isotropic panels due to stiffener thickness ( $d/b_1=0.2$ )

2.2 복합적층판의 좌굴 및 좌굴후 거동

Fig. 9는 일축 압축력을 받는 직사각형의 복합적층판으로, 폭(W)은 254mm, 길이(L)는 381mm이고 각 플라이의 두께는 0.134mm로 설정하였다. 경계 조건 및 요소망의 구성은 앞의 2.1에서와 같다. 해석에 사용된 재료의 물성치는  $E_1=130\text{GPa}$ ,  $E_2=10.5\text{GPa}$ ,  $G_{12}=6\text{GPa}$ ,  $\nu_{12}=0.28$ 이다. 비선형 해석에서의 초기 결함을 2.1에서와 같이 부여하였고, 좌굴하중과 작용력을 재료물성치  $E_2$ 로 무차원화 하고, 변위를 적층판의 두께로 무차원화하여 해석결과를 나타내었다.

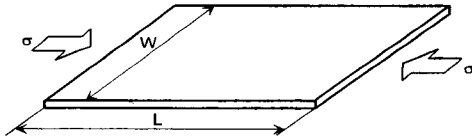


Fig. 9 Geometry of laminated composite plate

Fig. 10은  $[0]_{16}$ ,  $[0/90]_{4S}$ ,  $[90/0]_{4S}$ 의 세 가지로 적층된 Cross-ply 적층판에 대하여 각각의 하중-변위 선도를 나타낸 것이다. 그림에서와 같이 좌굴하중은  $[0]_{16}$ 인 경우가 가장 크나, 좌굴후의 하중-변위 선도의 기울기는  $[0/90]_{4S}$ ,  $[90/0]_{4S}$ 로 적층된 경우가 상대적으로 더 크게 나타났다. 즉,  $0^\circ$ 와  $90^\circ$  플라이로만 적층되는 Cross-ply 적층판은  $0^\circ$  플라이로만 적층되는 경우가 좌굴하중만을 고려

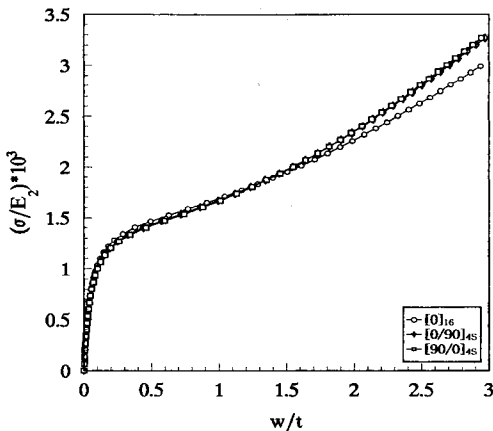


Fig. 10 Load-deflection curves of cross-ply plates

하는 경우라면 우수하겠지만, 좌굴후 거동을 설계에서 고려한다면 서로 수직하게 적층하는 경우가 더 효과적임을 알 수 있다.

Fig. 11은  $[0/15/-15/90]_{2S}$ ,  $[0/30/-30/90]_{2S}$ ,  $[0/45/-45/90]_{2S}$ ,  $[0/60/-60/90]_{2S}$ 의 네 가지로 적층된 준 등방성 적층판에 대하여 각각의 하중-변위 선도를 나타낸 것이다. 그림에서와 같이  $[0/45/-45/90]_{2S}$ 로 적층된 경우가  $[0/30/-30/90]_{2S}$ 로 적층된 경우보다 큰 좌굴하중을 가지지만, 좌굴후 거동은 좋지 않은 현상을 나타내었다. 하지만, 전체적으로 볼 때 좌굴하중 및 좌굴후 거동은 크게 차이가 나지 않는다. 이러한 결과로부터  $[0/\theta/-\theta/90]_{2S}$ 로 적층되는 준 등방성 적층판은 섬유배향각에 따른 좌굴하중 및 좌굴후 거동의 변화가 다른 적층 매커니즘에 비하여 작게 나타나고, Cross-ply 에서와 마찬가지로 좌굴하중과 좌굴후 거동은 비례하지 않음을 알 수 있다.

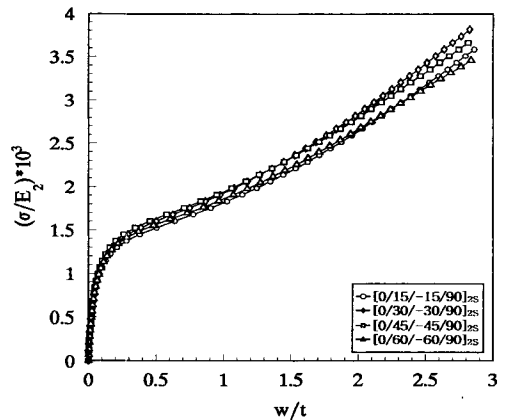


Fig. 11 Load-deflection curves of quasi-isotropic plates

Fig. 12는  $[15/-15]_{4S}$ ,  $[30/-30]_{4S}$ ,  $[45/-45]_{4S}$ ,  $[60/-60]_{4S}$ 의 네 가지로 적층된 Angle-ply 적층판에 대하여 각각의 하중-변위 선도를 나타낸 것이다. 그림에서와 같이  $[45/-45]_{4S}$ 로 적층된 경우가 가장 큰 좌굴하중을 가지고 좌굴후 거동에 있어서도 가장 우수한 반면,  $[60/-60]_{4S}$ 로 적층된 경우는 좌굴하중도 작고 좌굴후 거동도 좋지 않은 현상을 나타내었다. 이러한 결과로부터  $[\theta/-\theta]_{4S}$ 로 적층되는 Angle-ply 적층판은  $\theta$ 를  $45^\circ$  근방의 값으로 적층

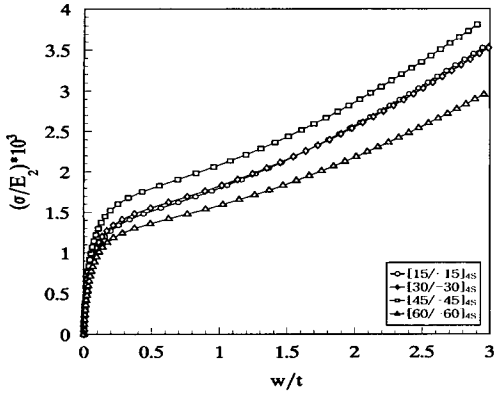


Fig. 12 Load-deflection curves of angle-ply plates (Effect of fiber orientation angle)

할 때에 좌굴 및 좌굴후 거동이 가장 우수하게 나타남을 알 수 있다.

Fig. 13은 섬유배향각 30°의 Angle-ply 적층판에 대해 적층수의 증가에 따른 하중-변위 선도를 나타낸 것이다. 그림에서와 같이 적층수가 증가함에 따라 좌굴하중이 증가하고 좌굴후 거동도 향상되고 있으며 이것은 기존의 문헌들<sup>5),9)</sup>에서와 일치하는 결과이다.

Fig. 14는 준 등방성 적층판과 Angle-ply 적층판에 대해 섬유배향각에 따른 좌굴하중의 변화를 함께 나타낸 것이다. 그림에서와 같이 Angle-ply 적층판이 섬유배향각 45° 부근에서 최대 좌굴하중을 나타내었고, 45° 이상에서는 좌굴하중의 감소가 더

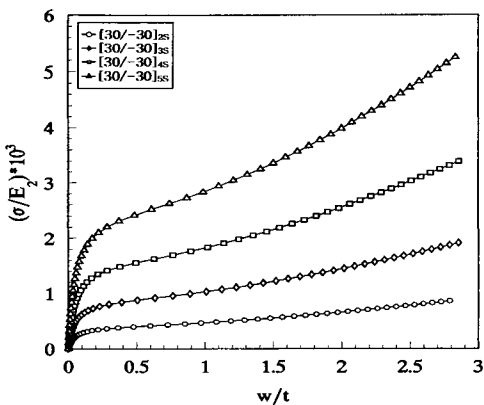


Fig. 13 Load-deflection curves of angle-ply plates (Effect of number of layers)

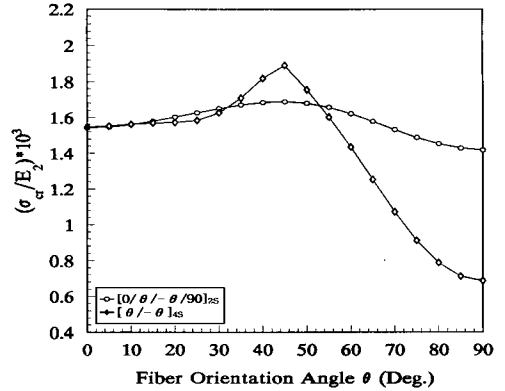


Fig. 14 Buckling stresses of laminated composite plates

급격하게 나타났다. 따라서 Angle-ply 적층판의 좌굴하중이 준 등방성 적층판에 비해 섬유배향각에 더 민감함을 알 수 있다.

Fig. 15는 앞의 세 적층 메커니즘에서 좌굴 및 좌굴후 거동이 우수한 몇 개의 경우에 대해 하중-변위 선도를 함께 나타낸 것이다. 좌굴하중은 [45/-45]<sub>4S</sub>로 적층된 Angle-ply 적층판의 경우가 가장 크지만 좌굴후 거동은 [0/30/-30/90]<sub>2S</sub>로 적층된 준 등방성 적층판이 상대적으로 가장 우수하다. 그리고 Cross-ply 적층판은 좌굴 및 좌굴후 거동이 모두 가장 좋지 않게 나타났다. 따라서 좌굴하중은 [45/-45]<sub>4S</sub>의 Angle-ply 적층 메커니즘이 크지만, 좌굴후 거동은 [0/30/-30/90]<sub>2S</sub>, [0/45/-45/90]<sub>2S</sub>의 준 등방성

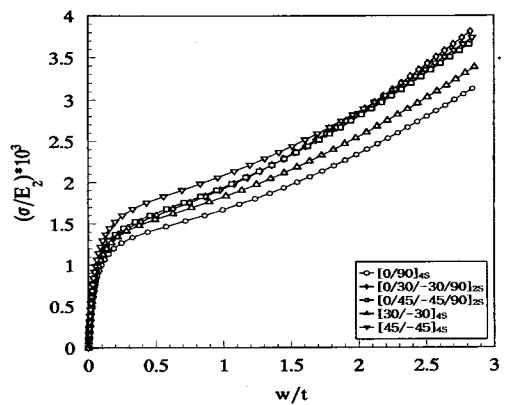


Fig. 15 Load-deflection curves of laminated composite plates (Comparison of lamination mechanism)

적층 메커니즘이 상대적으로 우수하며, 좌굴하중과 좌굴후 거동이 비례하지 않음을 확인할 수 있다.

### 2.3 보강된 복합적층 패널의 좌굴 및 좌굴후 거동

2.1의 등방성 패널의 경우와 기하학적 형상과 하중 조건, 경계 조건은 동일하며 보강재의 높이는 30.48mm로 설정하였다. 보강재와 표피판재 사이는 완전접합(perfect bonding)이라는 가정하에 해석을 수행하였다. 요소망의 구성과 초기결합의 부여는 앞의 2.1에서와 같고, 재료물성치 및 해석결과의 무차원화는 앞의 2.2에서와 같다.

Fig. 16은 복합적층판이 기존의 문헌에서 가장 많이 나타나는 0°, 45°, -45° 플라이들로만 적층된 경우에 대하여 적층순서에 따른 하중-변위 선도를 나타낸 것이다. 그림에서와 같이  $[0_4/\pm 45/\mp 45]_s$ ,  $[\pm 45/0_4/\mp 45]_s$ ,  $[\pm 45/\mp 45/0_4]_s$ 의 순으로 좌굴하중이 증가하고 좌굴후 거동이 향상되는 경향을 나타내었다. 따라서 0°, 45°, -45° 플라이들로만 적층된 복합적층판은 0° 플라이가 적층판의 중앙 쪽으로 위치함에 따라 좌굴 및 좌굴후 거동이 향상됨을 알 수 있다.

Fig. 17은 표피판재가  $[\pm 45/\mp 45/0_4]_s$ 로 적층된 패널의 경우, 보강재의 적층 순서에 따른 하중-변위 선도를 나타낸 것이다. Fig. 16의 적층판에서와 유사하게 0° 플라이가 보강재의 중앙 쪽으로 위치함에 따라 좌굴 및 좌굴후 거동이 향상되었으나

그 차이는 적층판에서보다 작게 나타났다. 이것으로부터 0°, 45°, -45° 플라이들만이 사용되는 경우 0° 플라이가 적층의 중앙 부근에 위치할 때 좌굴 및 좌굴후 거동이 가장 우수하게 나타남을 알 수 있다.

Fig. 18은 표피판재가  $[\pm 45/\mp 45/0_4]_s$ 로 적층된 패널의 경우, 보강재의 적층수 증가에 따른 하중-변위 선도를 나타낸 것이다. 그림에서와 같이 보강재의 적층수가 증가함에 따라 좌굴하중이 증가하고 좌굴후 거동이 향상되고 있으며 이것은 적층판에서 적층수의 증가에 따른 경향과 같다.

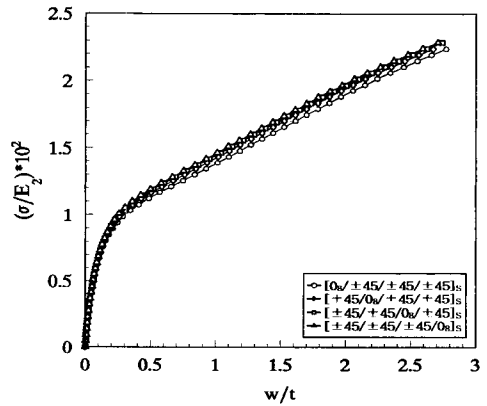


Fig. 17 Load-deflection curves of stiffened laminated composite panels (Effect of stacking sequence of stiffener)

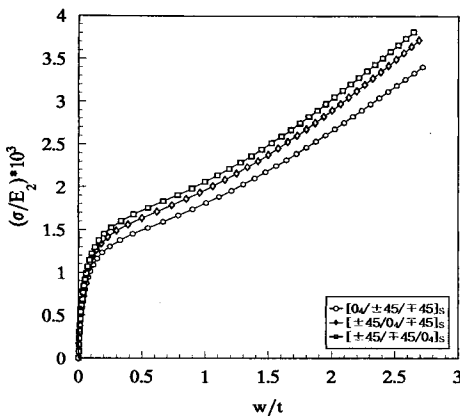


Fig. 16 Load-deflection curves of laminated composite plates (Effect of stacking sequence)

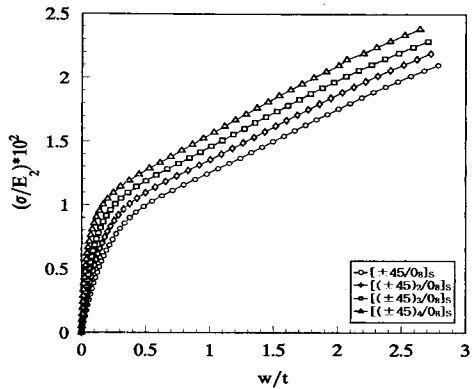


Fig. 18 Load-deflection curves of stiffened laminated composite panels (Effect of number of layers of stiffener)

### 3. 결 론

복합적층판과 보강된 복합적층 패널에 대해 유한요소법을 이용하여 좌굴 및 좌굴후 거동을 해석하고 다음과 같은 결론을 얻었다.

1) 보강된 등방성 패널의 좌굴 및 좌굴후 거동을 향상시키기 위해서는 보강재의 높이를 증가시키는 것이 두께를 증가시키는 것보다 보강의 효과를 더 크게 기대할 수 있다.

2) Angle-ply 적층판의 좌굴하중이 준 등방성 적층판에 비해 섬유배향각에 더 민감하다.

3) 복합적층판의 좌굴 및 좌굴후 거동은 적층 메커니즘에 따라 다르며 좌굴하중과 좌굴후 거동이 서로 비례하지 않는다.

4)  $0^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $-45^\circ$  플라이들만으로 적층된 보강된 복합적층 패널은  $0^\circ$  플라이가 표피판재와 보강재의 중앙 부근에 위치할 때 좌굴 및 좌굴후 거동이 가장 우수하게 나타난다.

### 감사의 글

본 논문은 한국과학재단 산하 성균관대학교 산업설비 안전성평가 연구센터의 연구비 지원으로 이루어졌으며, 이에 관계자 여러분들께 감사드립니다.

### 참 고 문 헌

1. J. S. Przemieniecki, "Finite Element Structural Analysis of Local Instability", *AIAA J.*, Vol. 11, No. 1, 1973, pp.33~39

2. W. H. Wittrick and F. W. Williams, "Buckling and Vibration of Anisotropic or Isotropic Plate Assemblies under Combined Loadings", *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 16, No. 1, 1974, pp.209~239

3. J. G. Williams and M. Stein, "Buckling Behavior and Structural Efficiency of Open-section Stiffened Composite Compression Panels", *AIAA J.*, Vol. 14, No. 11, 1976, pp.1618~1626

4. G. Romeo, "Experimental Investigation on Advanced Composite Stiffened Structures under Uniaxial Compression and Bending", *AIAA J.*, Vol. 24, No. 11, 1986, pp.1823~1830

5. J. H. Starnes, "Postbuckling Behavior of Selected Flat Stiffened Graphite-Epoxy Panels Loaded in Compression", *AIAA J.*, Vol. 23, No. 8, 1985, pp.1236~1246

6. Sheela Nair N., "Stability of Laminated Composite Plates Subjected to Various Types of In-plane Loadings", *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 38, No. 2, 1996, pp.191~202

7. 이인철, "보강된 복합적층 판넬의 좌굴 및 좌굴 후 거동 연구", 대한기계학회논문집, 제20권, 제10호, 1996, pp.3199~3210

8. H. Shen and F. W. Williams, "Postbuckling Analysis of Stiffened Laminated Panels Loaded in Compression", *Int. J. Solids and Structures*, Vol. 30, No. 12, 1993, pp.1589~1601

9. H. Shen and F. W. Williams, "Postbuckling Analysis of Stiffened Laminated Box Columns", *Proc. of ASCE J. Engng Mech.*, Vol. 119, No. 1, 1993, pp.39~57

(접수일자 : 1999. 6. 4)