

유한요소법의 컴퓨터 기반 교육시스템 개발

Development of a Computer-based Training System for Finite Element Method

이 재 영*

Lee, Jae-Young

요 지

유한요소법의 강의와 학습을 지원하는 컴퓨터 기반 교육시스템(computer-based training system)을 개발하였다. 이 시스템은 유한요소해석의 요소 모델링에서 부터, 최종결과에 이르기까지 여러 개념과 과정을 가시화하고, 사용자가 직접 상호작용적으로 실습하고, 해석과정에 개입하여 모의조작(simulation)하며 그 반응을 관찰할 수 있는 여러 기능을 갖추고 있다. 이 시스템을 이용하여 실제적인 유한요소해석을 실행할 수도 있다. 따라서 이 시스템을 유한요소법의 보조 교육 재료로 활용할 뿐만 아니라 실제적인 유한요소해석 소프트웨어로 병용함으로써 유한요소법의 교육과 학습의 효과를 높일 수 있다.

핵심용어 : 유한요소법, 유한요소해석 소프트웨어, 컴퓨터기반교육, 컴퓨터원용교육

Abstract

Developed in this research is a computer-based training system intended for use in teaching and learning finite element method. This system has various functions visualizing the finite element procedures ranging from element modeling to computation of the final outputs, and enabling the users to interactively intervene, simulate, and inspect the intermediate processes. This system has the capability of actual finite element analysis as well. Thus, the goals of teaching and learning finite element method can be achieved more effectively by applying this system not only as a teaching tool but also as a practical finite element analysis software.

Keywords : finite element method, finite element analysis software, computer-based training, computer-aided education

1. 서 론

1980년대 이후 여러 분야에서 컴퓨터 기반 교육에 관한 연구와 개발이 이루어져 왔으며¹⁾, 유한요소해석과 관련된 분야에서도 이에 관한 연구가 진행되어 왔다^{2)~4)}.

또한 유한요소법의 교육에 실제의 컴퓨터 프로그램을 이용하도록 개발된 교재도 있다⁵⁾. 그러나 지금까지 유한요소법의 본격적인 컴퓨터기반교육을 위한 소프트웨어의 개발이나 연구가 보고된 바 없다. 그 결과, 지금까지의 유한요소법 교육은 대체로 교과서를 중심으로 한 강의의 형태로 이루어져 왔다.

* 정회원 · 전북대학교 생물자원시스템공학부, 교수

• 이 논문에 대한 토론을 2000년 3월 31일까지 본 학회에 보내주시면 2000년 6월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

이러한 재래적 방식의 강의에서 유한요소해석의 실행 과정과 여러 개념을 이해하기 쉽게 설명하는 것은 용이하지 않다. 기술적인 설명을 보충하기 위해 제시되는 수치적, 도해적인 예는 그 적용 범위와 복잡성에 있어서 극히 제한되어 있다.

학습의 효과를 높이기 위해 흔히 이용되는 교육 방법은 학습자가 컴퓨터 프로그램을 작성하거나 수치계산을 통해서 관련된 계산과정을 직접적으로 체험하도록 하는 것이다. 그러나 프로그램 작성은 학습자의 프로그래밍 능력을 전제로 하며, 필산에 의한 수치계산은 과도한 시간과 노력을 요구한다. 이는 학습자에 따라서는 극복하기 힘든 장벽이 될 수 있다.

이 연구에서 개발한 컴퓨터 기반 교육시스템은 프로그래밍이나 수치계산의 번거로움을 거치지 않고서도 유한요소해석의 여러 계산 과정을 실행하고, 모의조작을 통해 간접적으로 체험하고, 그 내용을 수치적, 수식적, 또는 도해적으로 관찰하게 함으로써 유한요소법의 강의와 학습을 도와주는데 목적을 두고 있다.

이 시스템을 개발함에 있어서 유한요소법의 교육을 효과적으로 수행하기 위해서 시스템이 갖추어야 할 요건을 다음과 같이 설정하였다.

1) 사용하기 쉽고 편리해야 한다.

사용법이 어려워져 소프트웨어를 익히는데 많은 노력을 들여야 한다면 사용법이 불편하다면 교육

시스템으로서의 실용성이 떨어진다. 그림 1은 이 시스템의 기본적인 사용자 인터페이스를 보여준다.

2) 사용법이 상호작용적(interactive)이어야 하며, 상호작용이 가급적 실시간으로 이루어져야 한다.

학습자가 취한 작용(action)에 대한 컴퓨터의 반응이 빠르게 실행되어 상호작용 사이클(interaction cycle)이 실시간으로 반복될 수 있어야 효과적인 학습을 기대할 수 있다.

3) 유한요소해석을 실제적으로 실행할 수 있어야 한다.

학습자가 이 시스템을 이용하여 데이터의 생성(전처리)에서 해석, 그리고 해석결과를 가시화(후처리)까지 모든 과정을 실행할 수 있어야만 유한요소 해석을 실제로 경험하고, 이 방법의 전반적인 흐름과 특성을 이해할 수 있다.

4) 교육 기능을 실제의 해석 모델에 적용할 수 있어야 한다.

교육 기능을 실제의 해석모델과 다른 별도의 모델에만 적용할 수 있다면 학습자에게 주는 현실감이 떨어지게 된다.

5) 교육 기능을 보편성 있게 적용할 수 있어야 한다.

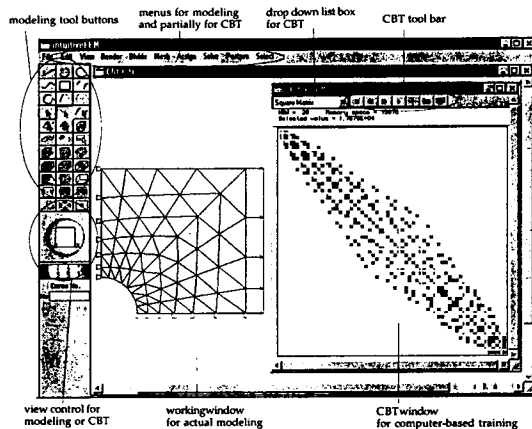


그림 1 User interface for computer-based training of finite element method

적용범위가 특정한 종류의 문제나 요소에 국한된다면 해당되는 내용을 보편성 있게 포괄적으로 학습하고 이해하는데 제한을 받는다.

6) 유한요소해석의 전체 과정이 고르게 포함되어 있어야 한다.

교육 기능이 유한요소법의 일정한 부분에만 치우쳐 있다면 일관성 있는 컴퓨터 기반 교육이 이루어지기 어렵다.

유한요소법의 교육자는 이 시스템을 이용하여 실제적인 예시와 가시적인 설명을 전달함으로써 강의의 효과를 높일 수 있으며, 학습자는 직접적인 실행과 체험을 통해 이해를 증진시킬 수 있다.

2. 형상함수와 요소 모델의 특성 이해

이 기능은 요소의 종류, 형상 및 차수에 따라서 결정되는 여러 가지의 형상함수를 3차원 그래픽으로 모델화하여, 학습자가 이 모델을 시각적으로 관찰하고, 상호작용적으로 조작함으로써 요소 모델의 특성과 요소간 연속성을 쉽게 이해할 수 있도록 하기 위한 것이다.

사용자는 실제의 유한요소해석 모델을 만들고 그 중에서 임의로 선택된 하나 또는 여러개 요소를 대상으로 그 형상함수와 요소 모델을 설정하고, 조작하면서, 그에 따른 결과를 시각적으로 관찰한다.

가시화의 효과를 높이기 위해서 기저평면(base plane), 절점의 수선, 요소의 경계선 등을 보조적으로 표시할 수 있으며, 모델의 가시화 방법을 음영표시, 그물망 표시, 등고선 표시 중에서 선택할 수 있다.

2.1 형상함수와 그 도함수의 가시화

선택된 절점 또는 자유도에 대응되는 형상함수의 변화를 3차원 곡면으로 가시화한다. 또한 형상함수의 1차 및 2차 도함수도 가시화한다. 학습자는 이 기능의 그래픽 모델을 이용하여 요소 내의 자연좌표 ξ, η 또는 ζ 와 형상함수 N_1, N_2, \dots, N_n 의 관계를 관찰할 수 있다. 또한 요소의 형상 (삼각형, 사각형)과 요소의 차수(4절점, 8절점 등)에 따라서 달라지는 형상함수를 비교할 수 있다.

2.2 요소 모델의 설정 및 조작

그림 2에 예시한 바와 같이 요소의 각 절점에 함수 값을 부여하여 요소의 거동을 모의로 모델링하고, 이를 조작한다. 이동자유도와 회전자유도를 포함하는 C^1 요소의 경우에는 각각의 자유도를 독립적으로 설정하고 조작할 수 있다(그림 4). 이와 같이 설정된 요소 모델에서 보간된 함수값 및 그 도함수를 가시화한다.

절점에 부여한 1차변수의 값이 요소내에서 어떻

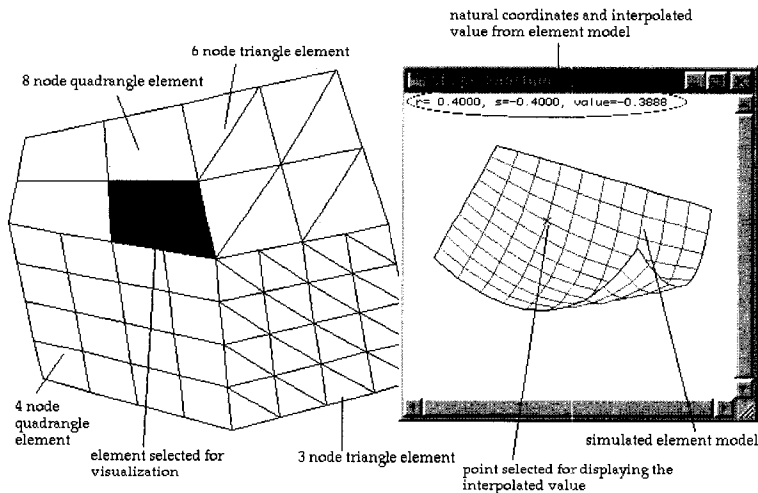


그림 2 Simulation of element model and sampling of interpolated value

계 보간되는지를 관찰함으로써 요소의 거동을 이해할 수 있다. 응력, 변형을 등과 같은 2차변수는 1차변수의 도함수로 부터 계산되므로, 곡면 모델로 가시화된 연속적인 2차변수장을 관찰함으로써 요소내 2차변수의 거동을 이해할 수 있다.

6절점 삼각형과 8절점 사각형 요소의 절점 좌표를 이동시킴에 따라서 변화하는 요소 경계선의 형상을 관찰함으로써 요소의 거동과 형상이 동일한 형상함수에 의해 보간되는 등매개변수요소(isoparametric element)의 의미를 확인할 수 있다.

2.3 형상함수 또는 요소모델의 샘플링

형상함수 또는 요소모델에서 임의로 선택된 점이 나, 또는 적분점과 같이 지정된 위치에서 함수값 또는 도함수 값을 추출하여 수치적으로 표시한다(그림 2). 이 기능은 요소를 특정한 형태로 만들었을 때

발생되는 현상을 이해하는데 도움이 된다.

2.4 요소간 연속성과 불연속성

차수(order)가 서로 다른 요소를 인접시켜 놓고, 절점에 함수값을 부여한 다음에 함수의 변화상태를 살펴보면 요소의 경계선을 따라서 불연속적임을 쉽게 알 수 있다. 이를 통해서 요소간 적합성(inter-element compatibility)과 부적합성(incompatibility)이 의미하는 바를 쉽게 이해할 수 있다.

2.5 C^0 연속성과 C^1 연속성

평면응력 또는 평면변형 모델을 만들어서 차수가 같은 요소 경계를 따라 연속성을 살펴보면 함수값은 연속적이거나, 그 도함수는 불연속적임을 관찰할 수 있다.

한편 Hermitian 보간함수를 이용하는 얇은 플레이트나 셸 모델을 만들어 놓고, 요소간의 연속성을 보

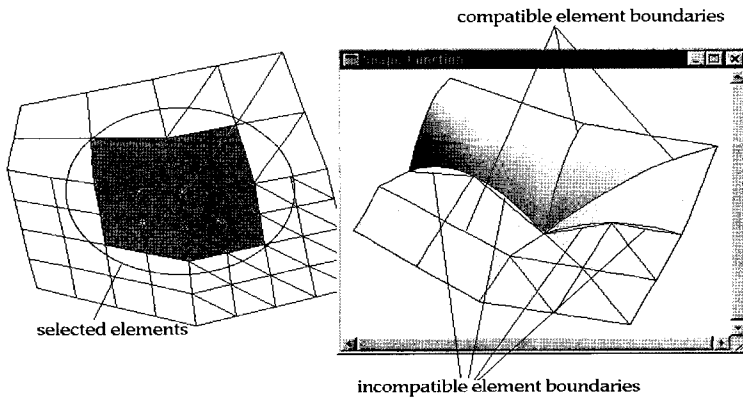
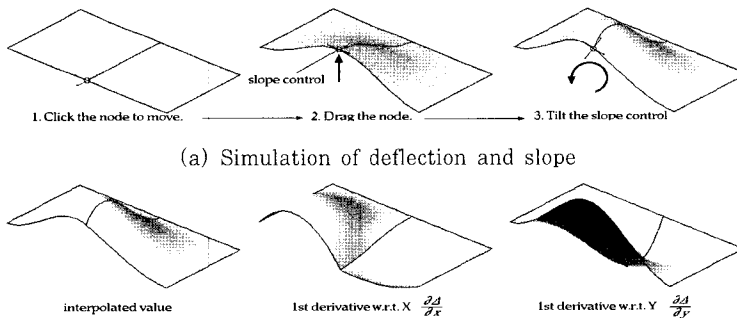


그림 3 Inter-element continuity of C^0 elements



(a) Simulation of deflection and slope
(b) Continuity of the function and its derivatives
그림 4 Interelement continuity of C^1 elements

면, 함수값 뿐만 아니라, 그 1차도함수도 연속적임을 알 수 있다. 이와같은 두 경우를 비교함으로써 C^0 연속성과 C^1 연속성의 개념을 명확히 이해할 수 있다.

3. 요소 강성행렬 계산 과정의 전개

이 기능은 요소의 강성행렬을 산정하기 위해서 거치는 중간 계산 과정과 그 계산내용을 수치적으로 표시해 줌으로써 학습자가 그 방대한 계산 과정을 간접적으로 체험할 수 있게 하는데 목적이 있다. 또한 학습자가 프로그래밍이나 필산을 통해서 계산을 실행했을 경우에, 그 결과가 올바른지를 검증하는 수단으로 이용할 수도 있다.

요소 강성행렬의 중간 계산 과정에서 산출되는 모든 수치적인 데이터를 표시해주며, 이들 수치에 대응되는 수식적인 표현도 나타낼 수 있다. 요소 강성행렬의 표시 기능은 이 소프트웨어에 포함된 모든 요소를 대상으로 한다.

3.1 계산 내용의 전개

요소 강성행렬의 계산 내용은 그림 5에 예시한

바와 같이 계층적으로 전개할 수 있다. 즉 중간 계산 내용은 계층적인 트리 구조(tree structure)로 구성되어 있으며, 사용자가 트리 구조를 따라서 필요한 부분을 선택적으로 전개할 수 있다. 계층적으로 전개된 계산내용을 살펴봄으로써 변위-변형률관계, 자코비안 행렬에 의한 도함수의 변환, 수치적분 등, 강성행렬의 계산에 포함된 여러 과정을 이해할 수 있다. 이 기능에 의해서 전개될 수 있는 내용은 다음과 같이 요소의 종류에 따라서 다르다.

- 트러스, 프레임 요소 : 요소의 형상 치수, 방향 여현, 좌표변환행렬, 국부 요소강성행렬, 전체 좌표계의 요소강성행렬
- 평면응력, 평면변형, 축대칭, 플레이트, 셸, 3차원고체 : 요소의 형상 치수, 적분계획, 형상함수, 형상함수의 도함수, 자코비안 행렬(Jacobian matrix), 자코비안 역행렬, 자코비안(Jacobian determinant), 구성방정식, 변위-변형도 행렬, 각 적분점별 강성행렬의 적분치, 요소강성행렬
- 열전달 : 요소의 형상치수, 적분계획, 형상함수, 형상함수의 도함수, 자코비안 행렬, 자코비

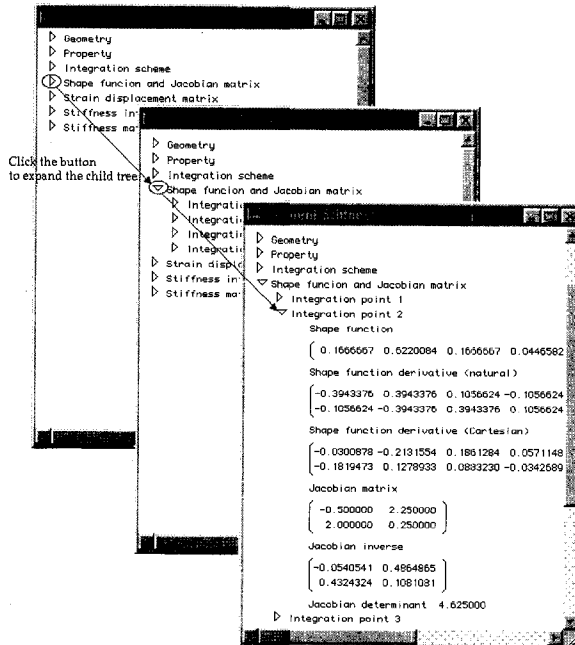


그림 5 Expansion of computational details of an element stiffness matrix

안 역행렬, 자코비안, 요소 성질, 각 적분점별 전도도의 적분치, 요소 전도도행렬

3.2 수치적 표현과 수식적 표현의 상호 전환

수치적으로 표현된 모든 데이터는 그 계산에 적용된 수식적인 표현으로 전환할 수 있다. 예를 들어서 좌표변환행렬에 나타나는 방향여현을 수치로 표시하는 대신에 $\cos \theta$ 로 나타낼 수 있다. 그림 6에 예시한 바와 같이 표시방법의 전환은 모든 데이터에 대해 개별적으로 적용되며, 마우스 클릭에 의해서 간단하게 이루어지고, 표시되는 위치는 변경되지 않는다. 이 기능은 학습자가 계산 과정을 수식적으로 이해하고 숙지하는데 도움을 준다.

3.3 요소의 형상, 치수와 강성행렬의 관계

이 기능이 발동된 상태에서 요소를 바꾸거나 또는 요소의 형상을 임의로 변형시킬 수 있으며, 그에 따라서 변화하는 중간계산 결과와 요소강성행렬을 실시간으로 갱신하여 표시해 준다. 예를 들어서 트러스나 프레임요소의 방향을 바꾸거나 길이를 변화시키기에 따라서 실시간으로 바뀌는 좌표변환행렬, 등가절점력, 강성행렬을 관찰하거나, 또는 연속체 요

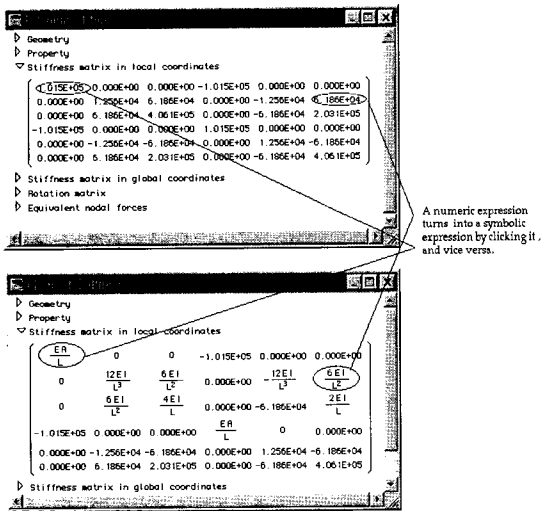


그림 6 Toggling numeric expression and symbolic expression

소의 절점 좌표를 이동함에 따라서 달라지는 자코비안 행렬을 관찰함으로써 요소의 형상이 강성행렬에 주는 영향을 추정할 수 있으며, 계산 결과의 수치적인 성질과 물리적 의미를 직관적으로 이해할 수 있다.

3.4 요소강성행렬과 전체강성행렬의 대비

그림 7에서 보는 바와 같이 요소강성행렬을 전체 강성행렬과 대비하여, 요소행렬이 전체행렬에서 조립되는 위치를 표시해 준다. 학습자는 이 기능을 이용하여 요소강성행렬의 개개 원소가 전체강성행렬에 조립되는 위치를 조립 형태별로 검사할 수 있다.

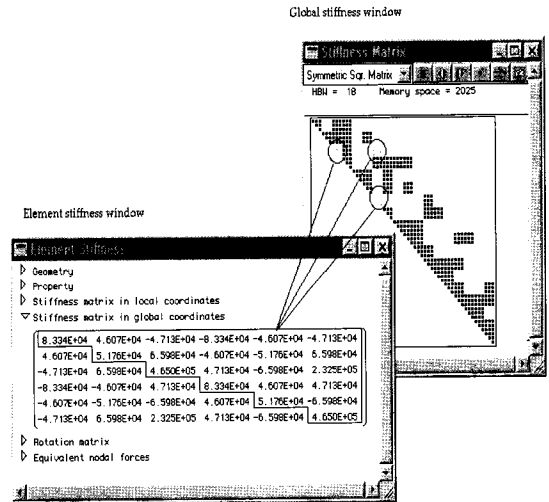


그림 7 Matching an element stiffness matrix and the global stiffness matrix

4. 방정식 조립해법의 관찰 및 실습

유한요소해석 과정 중에서 방정식을 조립하고 푸는 과정을 시각적으로 관찰하고 실행함으로써 쉽게 이해할 수 있도록 하는 기능이다. 사용자는 프로그램의 모델링 기능을 이용하여 그림 8과 같이 대상 문제를 설정하고, 이 기능을 발동하면, 여러 가지 조립해법의 실행 과정을 단계적으로 관찰할 수 있으며, 사용자가 직접 요소를 하나씩 선택하여 강성행렬을 조립해 나갈 수 있어서, 요소방정식의 조립

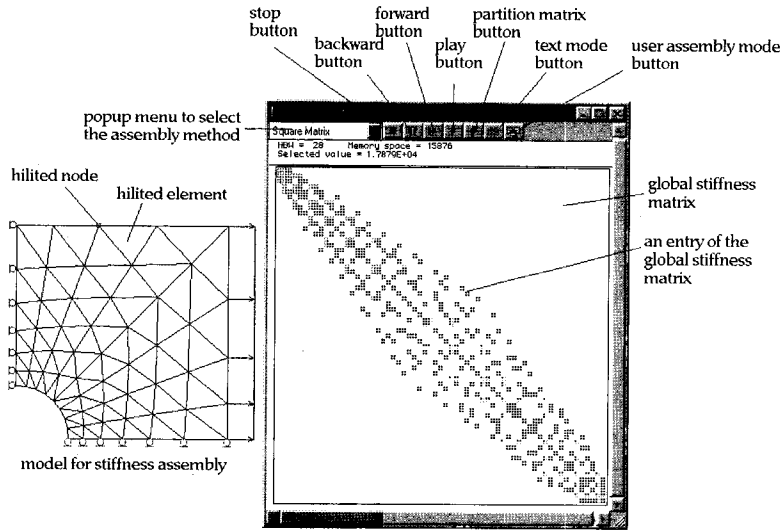


그림 8 User interface simulating the stiffness assembly

과정을 간접적으로 체험할 수 있다. 이 기능은 실제의 해석 모델을 대상으로 이루어지며, 이 기능이 작동되는 동안 방정식의 조립, 해석 과정이 실행된다.

4.1 방정식 조립 형태

강성행렬의 조립형태를 정방행렬, 대상행렬(band matrix), 스카이라인(skylines) 및 웨이브 후프트(wave front)의 형태 중에서 선택할 수 있다. 그림 9 및 11에 보인 바와 같이 선택된 방법에 따라 강성행렬이 조립되는 과정을 가시화한다. 스카이라인의 조립은 정방형 조립과 직접 비교하여, 조립 위치가 어떤 규칙에 의해서 결정되는지를 쉽게 이해할 수 있다. 또한 부여된 경계조건에 따라서 분할된 형태의 행렬을 표시한다.

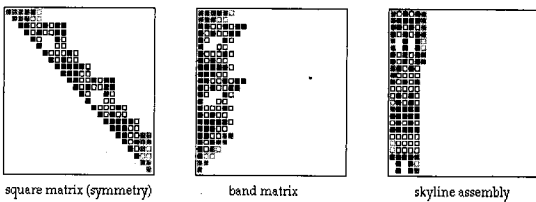


그림 9 Comparison of non-frontal stiffness assembly

4.2 조립위치의 비교

정방행렬, 대상행렬(band matrix), 스카이라인(skylines) 조립에 의한 위치를 각 원소별로 대응시켜서 살펴볼 수 있으며, 이를 통해서 각 조립 방법의 데이터 구성을 확인할 수 있다. 그림 10은 스카이라인 방법에 의해 각 원소가 조립되는 위치를 도시한 것이다. 실제로는 1차원 배열로 조립되지만 컴퓨터 스크린의 크기가 제한되어 있기 때문에 여러 줄로 나뉘어서 표시된다.

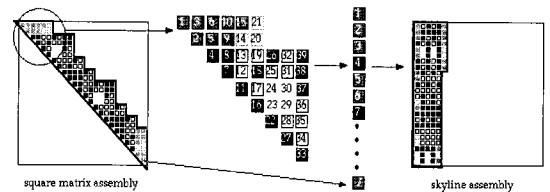


그림 10 Visualization of skyline assembly

4.3 강성행렬 조립 과정의 모의 조작

요소강성행렬이 정해진 형태의 전체강성행렬에 순차적으로 조립되는 과정을 모의조작을 통해 실험하고 관찰함으로써 조립의 원리를 이해한다. 조립과정의 자동적인 애니메이션도 가능하다. 이때, 조립되는 요

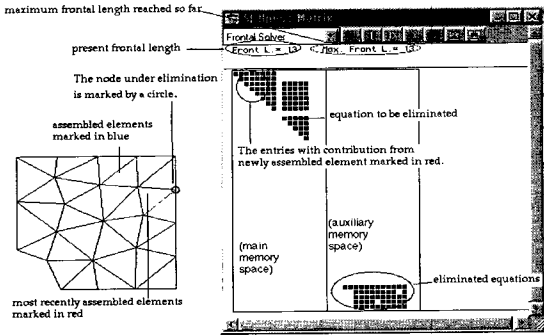


그림 11 User interface of the function simulating the frontal method

소, 또는 소거되는 절점 등이 해석모델 상에서 표시된다. 또한 강성행렬이 컴퓨터에서 정한 순서에 따라 순차적으로 조립되도록 하는 대신에, 사용자가 임의의 순서로 요소를 선택하여 드래그-앤드-드롭(drag-and-drop)으로 조립할 수도 있다. 특히 후론탈 해법에 의해 강성행렬이 조립되고 풀리는 동안 요소 방정식을 조립하고, 조립 완료된 자유도를 소거하며, 소거된 방정식을 보조 기억장치로 이동하는 과정을 단계적으로 관찰함으로써 이 방법의 원리를 이해한다.

4.4 전체강성행렬의 수치적 표시

일부 또는 전체적으로 조립이 완료된 상태에서 강성행렬 각 원소의 값을 수치적으로 나타내준다. 요소 강성행렬의 조립이 진행됨에 따라서 전체강성행렬의 해당되는 원소 값이 누적되어 변화하는 것을 확인한다. 또한 강성행렬의 특성 중에 일부를 확인할 수 있다.

4.5 절점번호와 요소번호의 영향

강성행렬의 대상폭(half band width)과 후론트 길이(critical frontal length)가 각각 요소번호와 절점번호에 따라서 결정됨을 전체 강성행렬의 조립된 형태로부터 쉽게 확인할 수 있다. 즉 모델을 설정하고, 절점번호나 요소번호의 최적화를 실제로 실행함으로써 각각 대상폭(half band width)과 후론트 길이가 감소하며, 소요되는 기억용량도 동시에 감소함을 관찰한다. 또한 최적화 이전과 이후의 번호를 비교하여, 대상폭과 후론트 길이의 결정 요인을 추정한다.

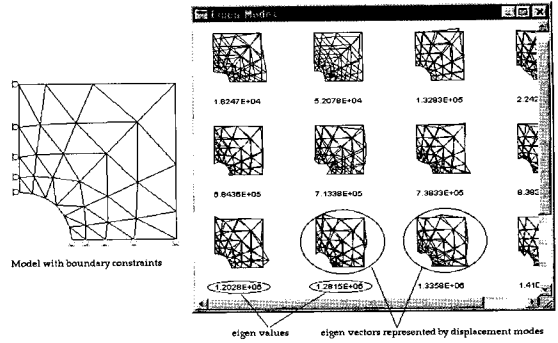


그림 12 User interface of the function visualizing eigen values and eigen vectors

5. 고유치 및 고유벡터를 이용한 강성행렬의 특성 조사

강성행렬의 고유치(eigenvalue)와 그에 상응하는 고유벡터 (eigenvector)는 중요한 물리적 의미를 갖고 있으며, 유한요소법의 학습과정에서 필수적으로 이해해야 할 개념이다. 이 연구에서 개발한 소프트웨어는 그림 12에 예시한 바와 같이 개개의 요소강성행렬 및 조립된 강성행렬의 고유치와 고유벡터를 도식적으로 나타내고, 또한 그래픽 애니메이션으로 가시화 함으로써 그 개념을 직관적으로 이해할 수 있도록 한다.

5.1 단일 요소의 고유벡터 가시화

그림 13은 단일 요소의 고유치와 고유벡터를 가시화 한 예이다. 구조역학의 강성행렬에 있어서 고유

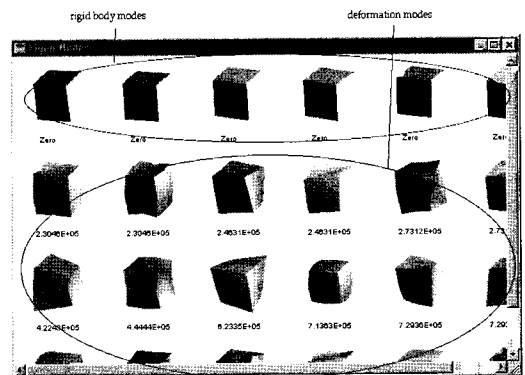


그림 13 Eigen modes of a single element (20 node hexahedron)

치는 변형에너지, 고유벡터는 변위와 대응시킬 수 있으며, 이 예는 이러한 대응에 바탕을 두고, 고유벡터를 모델의 변형모드로 형상화한 것이다. 강성행렬의 고유벡터를 이용하여 여러 변위 모드를 가시화 함으로써 구조물의 역학적인 거동과 강성행렬의 특성 사이의 관계를 직관적으로 연관지을 수 있다.

5.2 영에너지 모드(zero energy mode)의 검사

특히 영고유치(zero eigenvalue)는 특별한 의미를 갖는 바, 강제운동을 나타내는 강제운동모드(rigid body mode)이거나 의사영에너지모드(spurious zero energy mode)이며, 학습자는 이 기능을 이용하여 영에너지모드의 개념과 성질을 쉽게 이해할 수 있다. 또한 의사영에너지 모드 위에 적분점을 표시함으로써 의사영에너지 모드가 발생하는 이유를 확인할 수 있다. 그림 14의 예는 요소에 전체적으로 변형이 발생함에도 불구하고, 적분점에서 변형율이 0으로 계산되며, 그로 인해 영에너지모드가 발생함을 명료하게 보여준다.

5.3 강성행렬의 적분차수와 고유치 및 고유벡터

한편 요소강성 행렬 적분 계획의 적합성을 고유치 조사를 통해서 판정할 수 있다. 적분차수가 낮으면 의사영에너지 모드가 발생하여 요소의 유효성이 상실될 가능성이 있으며, 적분차수가 너무 높으면 계산상의 효율성이 떨어질 뿐만 아니라, 전단고착(shear

locking) 현상에 의해서 수렴속도가 현저히 저하되는 현상이 발생할 수 있음을 고유치 조사를 통해서 분석할 수 있다. 이 기능은 학습자가 적분계획을 바꾸어 가면서 그 결과 나타나는 고유치와 고유벡터를 시각적으로 확인하고 비교함으로써, 이러한 개념을 명확하게 이해할 수 있도록 해 준다. 예를 들어서 8절점 사각형 평면응력요소를 2x2 적분을 했을 때, 3개의 강제운동 모드와 1개의 의사영에너지 모드가 발생하는 반면에 3x3 적분을 하면 의사영에너지 모드가 모두 제거되고, 오직 강제운동모드만 남게된다. 그림 15는 2x2 적분의 의사영에너지 모드와 3x3 적분의 강제운동모드에 대응되는 변형률을 가시화한 예이다.



그림 15 Comparison of a zero energy mode with different integration order

5.4 조립된 요소의 고유치 및 고유벡터 가시화

2개 이상의 요소가 조립된 모델의 일부 또는 전체에 대한 고유치와 고유벡터를 표시한다. 이 고유치 모델에는 경계조건이 부여될 수도 있다. 조립된

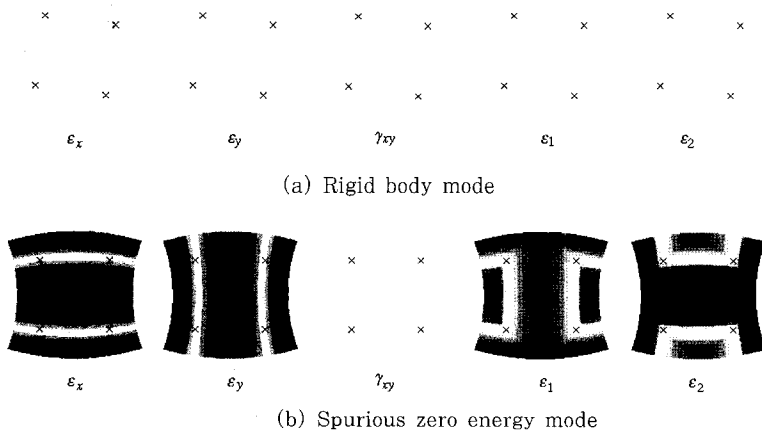


그림 14 Equivalent stains of a zero energy mode

모델에 대한 고유치 검사를 통해서 의사영에너지모드가 전파성모드(communicable mode)인지 비전파성모드(non-communicable mode)인지를 구분할 수 있다. 예를 들어서 4절점 사각형요소의 hour glass모드는 전파성 모드이며, 그림 14(b)에 예시한 8절점 요소의 의사영에너지모드는 비전파성 모드임을 확인할 수 있다.

6. 응력 평탄화 과정의 비교 관찰

응력 복구와 평탄화 방법에는 여러 가지가 있으며, 적용하는 방법에 따라서 계산된 변형을 및 응력에 상당한 차이가 생길 수 있다. 이 시스템은 그림 17에 보인 바와 같이 사용자가 몇가지의 응력복구 및 평탄화 방법 중에서 하나를 선택할 수 있도록 하였으며, 그에 따라서 계산된 결과를 시각적으로 비교함으로써 각 방법의 차이점과 장단점을 이해할 수 있도록 하였다.

6.1 복구된 응력분포의 가시화

선택된 방법에 의해 산정된 응력의 분포를 다음과 같은 몇 가지 형태로 가시화 한다.

- 등고선 : 등응력선으로 나타낸다.
- 음영표시 : 응력의 크기를 높이로 하는 곡면을 만들어서 음영으로 나타낸다.
- 와이어 프레임(wireframe) 표시 : 위의 곡면을 와이어 프레임으로 나타낸다.

이 가시화를 통해서 평탄화 이전에는 요소의 경계에서 응력의 분포가 불연속적이며, 평탄화 이후에는 연속적이고, 완만한 분포로 표시될 수 있음을 확인할 수 있다.

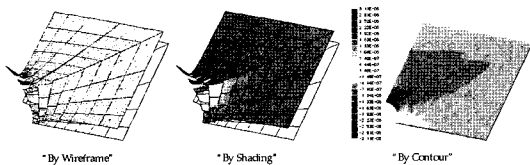


그림 16 Methods of rendering strain

6.2 응력 계산 과정의 수치적 또는 수식적 표시

응력의 복구 및 평탄화 과정의 중간 계산결과를

수치적 또는 수식적으로 표시한다. 표시되는 항목은 다음과 같다.

- 형상함수 및 그 도함수, 자코비안 행렬 : 마우스 클릭으로 선택된 점 또는 적분점에서 계산된 형상함수 및 그 도함수와 자코비안 행렬을 표시한다.
- 절점변위-변형을 행렬 : 요소내 임의 점의 변형을 ϵ 과 절점변위 Δ^e 의 관계를 $\epsilon = B\Delta^e$ 으로 나타내면, B 가 절점변위-변형행렬이다.
- 응력-변형을 관계 : 응력과 변형율의 관계를 나타내는 구성행렬을 표시한다.
- 외삽행렬(extrapolation matrix) : 적분점의 응력을 절점으로 외삽하는 행렬이다.
- 적분점 및 절점의 응력 : 각 요소별로 적분점과 절점에서 계산된 응력이다.
- 평탄화된 절점의 응력 : 각 요소별로 계산한 절점 응력을 평탄화하여 구한다.

6.3 복구 및 평탄화 방법의 비교

여기에 포함된 응력 복구와 평탄화의 방법은 공역 응력평탄화, 평면외삽법, 절점응력 계산법, 평탄화하지 않는 방법이다. 또한 비교의 목적으로 화면상의 모든 픽셀(pixel)위치에서 응력을 복구하는 방법도 포함되어 있다. 각각의 방법으로 부터 계산된 응력값을 비교할 수 있도록 이 중에서 선택된 두 방법으로부터 계산된 응력 값의 차이를 가시화 한다.

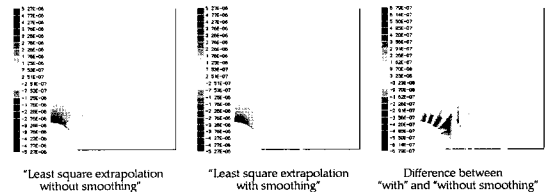


그림 17 Comparison of recovery and smoothing methods

6.4 응력 복구 및 평탄화 개념의 가시화

응력 복구 및 평탄화의 계산과정을 3차원 곡면 모델을 이용하여 가시화한다. 그림 18에 예시한 바와 같이 적분점에서의 응력 복구, 절점으로의 외삽, 그리고 절점에서의 평탄화 과정을 단계적으로 가시

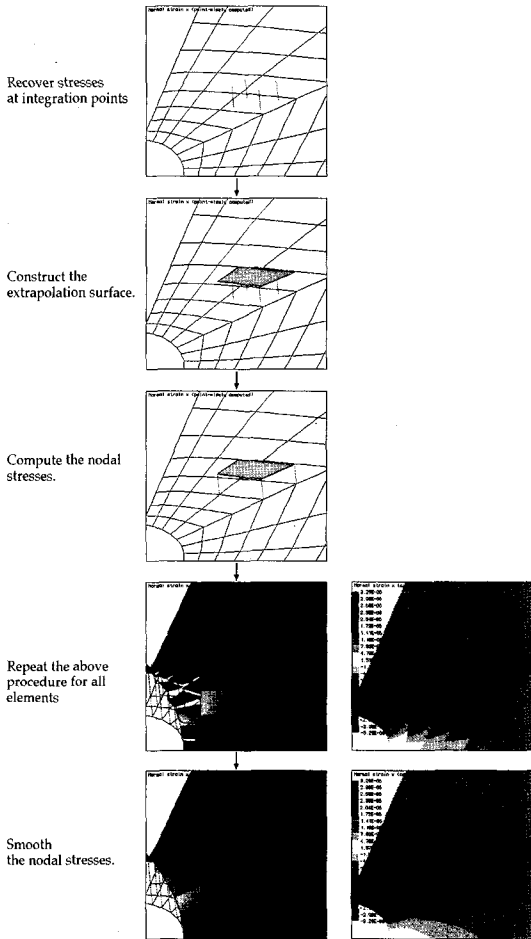


그림 18 Visualization of stress recovery and smoothing process

화 함으로써 학습자가 응력복구와 평탄화의 개념을 쉽게 이해할 수 있다.

7. 적응적 해석 과정의 실습 및 관찰

구간 적응적 해석(h-version adaptive analysis)에 의하면 해석결과로 얻은 응력의 오차를 평가하고, 그 기준에 따라서 요소망을 재분할하여 해석을 다시 실행하는 과정을 반복한다. 이 시스템은 실제로 적응적 해석을 실행할 수 있으며, 그 결과를 이용하여 그림 19에 예시된 바와 같이 적응적해석과정을 관찰하고 학습할 수 있는 기능을 갖고 있다.

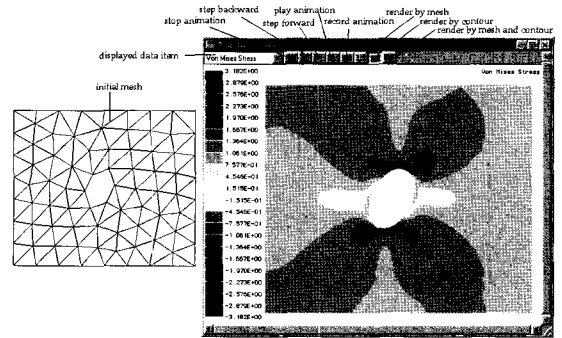


그림 19 User interface of the function visualizing adaptive solution process

7.1 적응적 해석의 실행

유한요소모델을 만들고 적응적 해석을 실행한다. 반복회수나 또는 허용오차를 정해줄 수 있다. 학습자는 적응적 해석이 진행되면서 초기의 유한요소망이 점차 세분되어가는 과정을 관찰할 수 있다. 여기서 차후의 학습을 위하여 중간 단계의 요소망과 해석결과를 저장할 수 있다. 해석이 완료되면 임의의 중간단계로 전진 또는 후진하면서 요소망과 해석결과를 살펴볼 수 있다.

7.2 적응적 해석 과정의 가시화

그림 20은 적응적해석을 실행한 다음에 중간단계의 요소망과 계산결과를 연속적으로 가시화한 예를 보여주고 있다. 학습자는 각 단계의 요소망 및 계산 데이터 이미지를 빠른 속도로 진행시키면서 오차의 분포와 그에 따라서 세분되는 요소망을 관찰하고, 적응적 해석의 원리를 쉽게 이해할 수 있다. 일련의 연속된 이미지가 자동적으로 진행되도록 애니메이션 화일을 만들 수도 있다. 애니메이션은 응력이나 평가 오차가 점진적으로 변화하는 양상을 자연스럽게 재현할 수 있다.

7.3 평가 오차와 분할 기준의 검토

특정한 해석 단계에 대해서 학습자가 지정하는 위치의 평가오차와 그에 따라서 결정된 분할 기준을 수치적으로 조사할 수 있다. 이들을 다음 단계에 만들어진 요소망과 비교하여 살펴봄으로써 요소망이 어떤 기준에 따라서 세분화되는지를 추정할 수 있다.

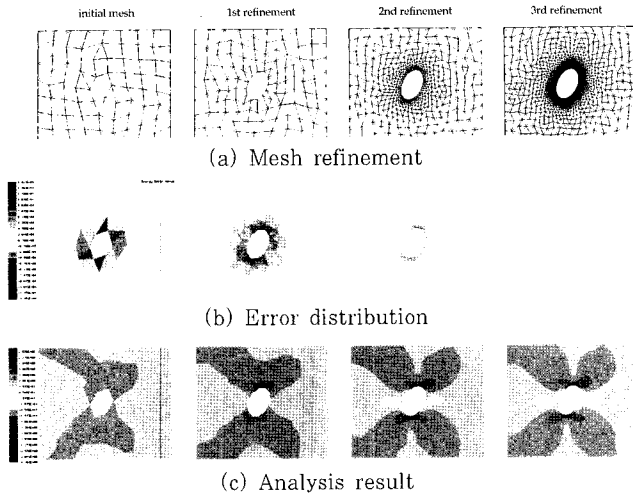


그림 20 Overview of adaptive mesh refinement process

8. 결 론

참 고 문 헌

유한요소법의 강의와 학습을 위해 개발된 본 컴퓨터 기반 교육시스템은 유한요소해석과정을 가시화하고, 사용자가 모의조작을 통해 실습하고 관찰할 수 있는 여러 기능을 갖추고 있다. 이 시스템을 이용하여 강의자는 유한요소법의 개념과 의미를 가시적으로 설명할 수 있으며, 학습자는 복잡하고 방대한 수치 계산과정을 간접적으로 체험하고 관찰함으로써 이해의 폭과 깊이를 더할 수 있다. 또한 재래적 방식의 교육에서 학습의 효과를 높이기 위해 요구되었던 컴퓨터 프로그램 작성이나 필산에 의한 수치 계산을 이 시스템의 가시화와 모의조작 기능으로 대체할 수 있기 때문에 학습에 소요되는 시간과 노력을 줄이면서 동시에 학습의 효과를 향상시킬 수 있다. 이 시스템의 기능들은 유한요소해석 전 과정에 고르게 걸쳐서 여러 개념과 계산과정을 대상으로 하고 있기 때문에, 이 시스템을 교육과정 전반에 일관성 있게 적용할 수 있다. 이 연구에서 제시한 유한요소법의 새로운 교육 방법과 그 수단은 이 분야에서 교육의 질과 수준을 높이는데 기여할 수 있을 것으로 기대된다.

감사의 글

이 연구는 한국학술진흥재단의 지원에 의해 수행되었으며, 이에 감사를 드립니다.

1. Hilheim., W.D., *Computer-based simulations in Education and Training*, Educational Technology Publications, 1992, p.58
2. Gajl, O. and M. Kleiber, Computer aided tutoring in engineering mechanics, *Computer Aided Training in Science and Technology, Proceedings of the International Conference on computer Aided Training in Science and Technology*, Barcelona, July, 1990, pp.19~23
3. Abel, J.F., Interactive graphics as a stimulus to creative play in engineering education, *Computer Aided Training in Science and Technology, Proceedings of the International Conference on computer Aided Training in Science and Technology*, Barcelona, July, 1990, pp.66~72
4. Verulava, Y.S., N.N. Todua, and V.I. Khvichia, Some problems concerning computer-assisted instruction of students, *Training on Computer Aided Design in Engineering Schools*, Centro Internacional, 1989, pp.245~247
5. Logan, D.L., *A First Course in the Finite Element Method Using Algor*, PWS Publishing, 1997, p.908

(접수일자 : 1999. 6. 15)