복소모드중첩법을 이용한 점탄성감쇠기를 가진 고층건물의 효율적인 동적해석

Efficient Dynamic Analysis Using Complex Modal Superposition for Tall Buildings with Viscoelastic Dampers

김 진 구* 홍 성 일** 이 경 아*** 이 동 근****
Kim, Jin-Koo Hong, Sung-Il Lee, Kyoung-Ah Lee, Dong-Guen

요 지

건물의 진동에너지 소산능력을 향상하기 위하여 점탄성감쇠기를 설치하게 되면 이른바 비비례 감쇠시스템이 되어 구조물은 복소수형태의 고유모드와 고유치를 가진다. 복소모드중첩법은 이러한 복소모드를 이용하여 중첩함으로써 비비례 감쇠시스템 구조물의 정확한 동적 거동을 얻을 수 있는 방법이다. 그러나 건물이 고층화되면 많은 자유도로 인하여 고유치해석 및 모드중첩과정에서 많은 시간과 노력이 필요하게 된다. 본 논문에서는 효율적인 구조물의 모형화를 위하여 강막가정과 행렬응축기법을 적용하였다. 또한 몇 개의 주요 모드만을 선택하여 중첩하는 방법에 대하여 연구하였으며 구조물의 진동에 영향을 주는 모드의 선택을 위한 복소모드 응답참여계수를 제안하였다. 제안된 해석방법의 정확성과 효율성을 검토하기 위하여 예제구조물을 대상으로 해석한 결과, 응답의 정확성을 유지하면서 해석에 필요한 시간을 대폭 절감할 수 있었다.

핵심용어 : 점탄성 감쇠기, 비비례 감쇠, 복소모드 중첩, 행렬응축

Abstract

If viscoelastic dampers are installed in a building structure to increase its energy dissipation capacity, the dynamic system turns to the nonproportional damping system with complex eigenvalues and eigenvectors. The complex mode superposition method provides exact solution for the dynamic responses of a nonproportional damping system through the superposition of the complex modes. However, as the number of the stories increases, a lot of computation time and efforts are required in the process of eigenvalue analysis and the mode superposition. In this study a rigid diaphragm and matrix condensation are applied for efficient modeling of the structure. Also the so called complex mode response participation factor is proposed to find out a few dominant modes to be superposed. As a result of the analysis of model structures, the proposed methods turn out to reduce the computation time significantly while the accuracy of the response still maintained.

Keywords : *viscoelastic damper, nonproportional damping, complex mode superposition, matrix condensation*

* 정회원 · 성균관대학교 건축공학과, 전임강사
** 정회원 · 성균관대학교 건축공학과, 박사과정
*** 학생회원 · 성균관대학교 건축공학과, 석사과정
**** 정회원 · 성균관대학교 건축공학과, 교수

• 이 논문에 대한 토론을 2000년 3월 31일까지 본 학회에 보내주시면 2000년 6월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

1. 서 론

최근에는 건물의 내진 및 내풍성능을 향상시키기 위하여 감쇠기를 사용한 진동제어기술이 많이 발전되었다. 특히, 점탄성감쇠기를 사용한 진동제어방법은 건물에 점성을 증가시켜 진동 에너지를 소산시킴으로써 진동을 효과적으로 제어할 수 있기 때문에 이에 대한 많은 연구가 수행되어 왔다[3), 4), 5), 6)]. 특히 저렴한 비용으로 손쉽게 시공할 수 있어 기존 건물의 내진보강에도 유리하므로 우리나라와 같이 내진설계기준이 적용되기 이전에 시공된 건물이 많은 경우에 적용가능성이 매우 높다고 할 수 있다. 점탄성감쇠기가 설치된 건물은 비비례감쇠시스템이 되어 일반적인 모드중첩법으로는 건물의 동적거동을 정확하게 예측할 수 없으며 직접적분법이나 복소모드중첩법을 사용하여 해석하여야 한다[13)]. 그런데 직접적분법을 사용할 경우에는 고유치해석 과정은 필요 없지만, 고층건물과 같이 자유도수가 많을 때는 직접적분과정에서 많은 해석시간과 노력이 요구되며 해석이 불가능한 경우도 있을 수 있다. 복소모드중첩법의 경우에는 모드중첩을 이용하기 때문에 해석방법이 비교적 간단하지만, 행렬의 크기가 2배로 증가하게 되므로 고유치해석과정에서 많은 시간이 소요된다. 또한 일반적인 모드 중첩법에서와 같은 질량참여계수를 정의할 수 없으므로 몇 개의 주요모드만을 가지고 해석할 수 있는 이론적 근거가 마련되어 있지 않다.

본 논문에서는 이러한 점탄성감쇠기가 설치된 고층건물의 동적거동을 예측하기 위하여 효율적인 복소모드중첩법을 제안하고자 한다. 이 방법은 강막가정과 행렬응축기법을 적용함으로써 구조물을 층당 3개의 자유도를 가지는 막대모델로 만들어 고유치해석에서 소요되는 계산량을 대폭 줄일 수 있다. 또한 전체 건물의 진동에 큰 영향을 주는 모드의 선택방법에 대하여 연구함으로써 복소모드중첩법의 실용성을 높였다.

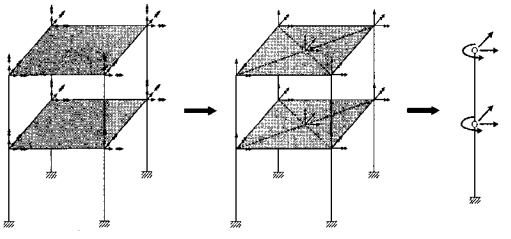
2. 점탄성감쇠기가 설치된 건물의 모형화

바람이나 지진과 같은 수평방향 하중에 의하여 골조구조물은 전단변형을 일으킨다. 이때 각 층의 바닥판은 면내강성이 매우 크므로 강막가정을 도입하는 것이 편리하며, 강막가정은 만족스러운 해석결과를 얻을 수 있어 골조구조물의 해석에 많이 적용된다. 즉, 각 절점에서 X, Y 방향의 수평방향자유도와 Z축에 대한 회전자유도를 평면의 질량중심점으로 변환시킨다. 그리고 행렬응축기법을 적용하여 나머지 자유도들을 응축시키면, 층당 3개의 자유도만 남게 되어 자유도수를 상당수 줄일 수 있다. 이와 같이 응축된 행렬을 이용하면 매우 효율적으로 구조물의 거동을 예측할 수 있다.

2.1 강막가정 및 행렬응축기법의 적용

일반적으로 골조구조물은 바람이나 지진과 같은 수평방향으로 작용하는 하중에 대하여 전단변형을 일으키기 쉽다. 그래서 고층건물의 지진 및 바람해석에서는 전단변형모델을 사용하는 것이 일반적이다. 그리고 대부분의 건물은 각 층에 면내강성이 매우 큰 바닥판을 가지고 있기 때문에, 면외 방향은 유연한 거동을 일으키지만 면내방향으로는 강체처럼 거동한다. 그림1 (a)는 간단한 2층 골조구조물의 3차원 FEM 모델이며, 그림1 (b)는 각 절점에서 X, Y 방향의 수평방향자유도와 Z축에 대한 회전자유도를 평면의 질량중심점으로 변환시킨 것이다. 따라서 질량중심점은 구조물의 수평변위를 대표하는 점으로 생각할 수 있다.

질량중심점으로 변환된 자유도를 주자유도로 선택하고 나머지 자유도들을 부자유도로 하여 주자유도만을 남기고 행렬응축기법을 적용하면 그림1 (c)와 같이 막대형 모델로 표현할 수 있다. 따라서 각 층에 3개의 자유도만이 존재하므로 해석이 매우 간단해 질 수 있다[1)]. 특히 건물이 고층화 및 대형화 될수록 그 효과는 매우 커질 수 있다.



(a) 골조구조물 (b) 강막가정 (c) 행렬응축기법

그림 1 강막가정 및 행렬응축기법에 의한 자유도변환

2.2 점탄성감쇠기의 모형화

점탄성감쇠기의 강성과 감쇠는 온도와 작용하는 하중의 진동수에 따라 다르게 된다. 따라서 점탄성 감쇠기의 가력시험을 통하여 얻어지는 하중-변위 이력곡선을 이용하여 비선형해석을 하는 것이 보다 정확한 결과를 얻을 수 있다[12]. 그러나 이 방법은 계산과정이 너무 복잡하여 실무에 적용할 수 없는 단점이 있다. T.T. Soong 등은 유효강성과 등가감쇠를 사용하여 비교적 만족스러운 결과를 얻을 수 있음을 실험과 해석을 통하여 제시하였다[8), 11)].

점탄성감쇠기는 감쇠기의 강성과 감쇠를 병렬로 연결한 Kelvin-Voigt 모델을 사용하여 모델링하고 구조물의 고유감쇠는 Rayleigh damping을 사용하였으며 구조물만의 감쇠에 감쇠기만의 감쇠를 더하여 전체 구조물의 감쇠행렬을 구성하였다.

3. 효율적인 복소모드 중첩법

비비례감쇠 시스템에서의 고유치 문제는 복소수 영역으로 확장된다. 즉, 고유치와 모드벡터는 모두 복소수의 형태로 나타나게 된다. 그리고 복소모드중첩법은 일반적인 모드중첩법과 동일한 방법으로 각 모드별 응답을 중첩시켜 구조물의 동적 응답을 구한다[7), 9)]. 직접적분법보다 해석시간이 상당히 줄어들고 각 모드별 동적 특성을 파악할 수 있다는 장점이 있다. 그러나 일반적인 모드중첩법과 달리 자유도의 수가 두 배로 늘어나고 복소수영역에서 해석을 수행하여야 하므로 실수영역의 모드중첩법에 비하여 많은 해석 시간 및 기억용량이 요구되므로 실용성이 떨어지는 단점이 있다.

따라서 본 논문에서는 이러한 복소모드중첩법의 실용성을 높일 수 있는 효율적인 해석방법을 제시하고자 한다. 앞서 기술한 행렬응축기법을 적용하여 해석의 효율성을 향상시킬 수 있도록 하였고, 구조물의 동적 거동에 많은 영향을 미치는 주요모드의 선택방법에 대하여 연구하였다. 이것은 몇 개의 주요 모드만을 선택하여 중첩시킴으로써 어느 정도 정확한 결과를 가져다 줄 수 있는 효율적인 해석방법이라 할 수 있다.

3.1 비비례감쇠시스템에서의 고유치 해석

비비례감쇠시스템에서의 고유치해석을 위해서는 동적 평형방정식을 식(1)과 같은 상태방정식의 형태로 변형시킨다. 구조물의 자유도 개수가 n개인 경우, 행렬의 크기는 $2n \times 2n$ 으로 커지며 고유치 해석 과정에서 많은 계산량과 컴퓨터의 메모리가 필요하게 된다. 그러나 앞서 설명한 바와 같이 강막가정과 행렬응축기법을 적용하게 되면, 층당 3개의 자유도만을 가지게 되므로 상태방정식의 형태로 변형시킨다 하더라도 고유치 해석과정에서 계산량과 메모리를 상당히 절약할 수 있는 효과를 얻을 수 있다[2)].

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{M}^* \\ \mathbf{M}^* & \mathbf{C}^* \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{u}}^* \\ \dot{\mathbf{u}}^* \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} -\mathbf{M}^* & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}^* \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{u}}^* \\ \mathbf{u}^* \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ -\mathbf{M}^* \mathbf{1}\, \ddot{u}_g \end{Bmatrix} \tag{1}$$

이 식을 식(2)와 같이 간단히 표현할 수 있다.

$$\mathbf{A}\dot{\mathbf{y}} + \mathbf{B}\mathbf{y} = \mathbf{Q} \tag{2}$$

여기서,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{M}^* \\ \mathbf{M}^* & \mathbf{C}^* \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} -\mathbf{M}^* & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}^* \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{Q} = \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ -\mathbf{M}^* \mathbf{1}\, \ddot{u}_g \end{Bmatrix}, \quad \dot{\mathbf{y}} = \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{u}}^* \\ \dot{\mathbf{u}}^* \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{y} = \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{u}}^* \\ \mathbf{u}^* \end{Bmatrix} \tag{3}$$

비비례감쇠시스템에서의 상태방정식의 고유치해석을 위하여 식(2)를 식(4)와 같이 재차방정식(homogeneous equation)으로 만든다.

$$\mathbf{A}\dot{\mathbf{y}} + \mathbf{B}\mathbf{y} = \mathbf{0} \tag{4}$$

이 식의 해는 e^{pt} 항을 가지고 있고, 변위와 속도와의 관계는 식 (5)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{\mathbf{y}} = p\mathbf{y} \tag{5}$$

따라서 식(4)는 스칼라 p 와 벡터 $\mathbf{y}$ 의 항으로 정리할 수 있다.

$$p\mathbf{Ay} = -\mathbf{By} \tag{6}$$

식(6)에서 양변에 $\mathbf{B}^{-1}$를 곱하여 정리하면

$$\mathbf{Dy} = \lambda\mathbf{y} \tag{7}$$

이 되고, 여기서

$$\mathbf{D} = -\mathbf{B}^{-1}\mathbf{A}\ ,\ \lambda = \frac{1}{p} \tag{8}$$

이다. $\mathbf{D}$는 dynamical matrix라 부르고, 고유치 λ는 복소수의 형태로 나타나며, k 번째 모드의 고유치와 l 번째 모드의 고유치는 켤레복소수의 관계를 가지게 된다.

$$\lambda_k = \mu_k + i\nu_k\ ,\ \lambda_l = \overline{\lambda_k} = \mu_k - i\nu_k \tag{9}$$

그런데, k 번째 모드의 고유치에서

$$\lambda_k = \xi_k\kappa_k + i\nu_k\ ,\ \nu_k = \kappa_k\sqrt{(1-\xi_k^{\,2})} \tag{10}$$

의 관계가 있으며, ξ_k는 감쇠비, κ_k는 유사 비감쇠 진동수(pseudo undamped circular natural frequency), ν_k는 감쇠 진동수(damped circular frequency)를 나타낸다.

벡터 $\mathbf{y}$는 2n개의 복소모드벡터로 이루어진 변환행렬(transformation matrix) $\mathbf{\Phi}$와 모드별응답벡터(modal response vector) $\mathbf{z}$를 이용하여 식(11)과 같이 표현할 수 있다.

$$\mathbf{y} = \mathbf{\Phi z} \tag{11}$$

여기서,

$$\mathbf{\Phi} = [\varphi_1, \overline{\varphi_1}, \varphi_2, \overline{\varphi_2}, \cdots, \varphi_n, \overline{\varphi_n}] \tag{12}$$

식(4)에 식(11)을 대입하고 $\mathbf{\Phi}^{\mathrm{T}}$을 양변의 왼쪽에 곱하면, 식(13)과 같이 정리할 수 있다.

$$\mathbf{\Phi}^{\mathrm{T}}\mathbf{A\Phi}\,\dot{\mathbf{z}} + \mathbf{\Phi}^{\mathrm{T}}\mathbf{B\Phi}\,\mathbf{z} = \mathbf{0} \tag{13}$$

이것은 다음 식(14)처럼 모드의 직교성이 존재한다. 따라서 식(13)은 각 모드별로 분리될 수 있다.

$$\left.\begin{aligned} A_{ij} &= \varphi_i^{\mathrm{T}}\mathbf{A}\varphi_j \\ B_{ij} &= \varphi_i^{\mathrm{T}}\mathbf{B}\varphi_j \end{aligned}\right\} \begin{aligned} &\neq 0\,(\text{for } i = j) \\ &= 0\,(\text{for } i \neq j) \end{aligned} \tag{14}$$

식(14)를 식(13)에 대입하면 k번째 모드에 대해서는 다음과 같은 관계를 얻을 수 있다.

$$B_{kk} = -p_k A_{kk} \tag{15}$$

한편, 식(2)에 식(11)을 대입하고 $\mathbf{\Phi}^{\mathrm{T}}$을 양변의 왼쪽에 곱하고 식(13)과 같이 정리하면,

$$\mathbf{\Phi}^{\mathrm{T}}\mathbf{A\Phi}\,\dot{\mathbf{z}} + \mathbf{\Phi}^{\mathrm{T}}\mathbf{B\Phi}\,\mathbf{z} = \mathbf{\Phi}^{\mathrm{T}}\mathbf{Q} \tag{16}$$

식(16) 역시 모드의 직교성에 의하여 각 모드별로 분리될 수 있다. 식(15)의 관계를 대입하고 k 번째 모드에 대하여 정리하면 식(17)과 같다.

$$\dot{z}_k - p_k z_k = -\frac{\varphi_k^{\mathrm{T}}\mathbf{Q}}{\varphi_k^{\mathrm{T}}\mathbf{A}\varphi_k}\ ,\quad k = 1,2,\ldots,2n \tag{17}$$

여기서, 임의의 k 번째 모드벡터 φ_k는 식(3)과 식(11)의 관계에 의하여 속도와 변위에 대한 성분으로 구분할 수 있고 식(18)과 같이 표현할 수 있다.

$$\varphi_k = \begin{Bmatrix} p_r\varphi_k \\ \varphi_k \end{Bmatrix} \tag{18}$$

라플라스변환을 이용하여 각 모드별로 분리된 미분방정식의 해를 구하고, 전체 모드에 대하여 중첩을 시키면 식(19)과 같이 구조물의 동적 변위응답을 얻을 수 있다. 여기서, 켤레복소수의 허수부는 중첩과정에서 소거되므로 결국 실수부만 남게 된다. 또한 $Q_r(\tau)$는 식(3)에서 표현된 지반운동에 의한 하중함수이다[9].

$$u^*(t) = 2\sum_{k=1}^{n} \mathrm{Re}\left(\frac{\varphi_k}{\varphi_k^T \mathbf{A} \varphi_k} \times \sum_{r}^{n} \varphi_{kr} \int_0^t e^{p_k(t-\tau)} Q_r(\tau) d\tau \right) \tag{19}$$

3.2 복소모드중첩법을 위한 모드의 선택

전체 모드에 대하여 각 모드별 응답을 중첩시키면 구조물의 정확한 동적 응답을 구할 수 있다. 그러나 일반적인 모드 중첩법과 같이 구조물의 동적 거동에 많은 영향을 주는 몇 개의 주요 모드만을 중첩시키더라도 거의 정확한 응답을 구할 수 있을 것이다. 이러한 경우에 모드의 선택을 위해서는 어떤 모드가 구조물의 동적 거동에 큰 영향을 주는지를 알 수 있는 체계적인 방법이 필요하며 이를 위하여 본 논문에서는 기존의 모드중첩법[10]과 유사한 방법으로 모드참여계수에 대하여 살펴보았다.

식(17)의 우변의 분자와 분모를 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \varphi_k^T \mathbf{A} \varphi_k &= \left[p_r \varphi_k^T \vdots \varphi_k^T \right] \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{M}^* \\ \mathbf{M}^* & \mathbf{C}^* \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_r \varphi_k \\ \varphi_k \end{Bmatrix} \\ &= 2 p_r \varphi_k^T \mathbf{M}^* \varphi_k + \varphi_k^T \mathbf{C}^* \varphi_k \end{aligned} \tag{20}$$

$$\begin{aligned} \varphi_k^T \mathbf{Q} &= \left[p_k \varphi_k^T \vdots \varphi_k^T \right] \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^* \mathbf{1}\ \ddot{x}_g \end{Bmatrix} \\ &= \varphi_k^T \mathbf{M}^* \mathbf{1}\ \ddot{x}_g \end{aligned} \tag{21}$$

식(17)의 우변에 식(20)과 식(21)을 대입하면 식(22)와 같이 k번째 모드의 동적 평형방정식에서 하중에 관한 항이 된다.

$$\frac{\varphi_k^T \mathbf{Q}}{\varphi_k^T \mathbf{A} \varphi_k} = \frac{\varphi_k^T \mathbf{M}^* \mathbf{1}}{2 p_r \varphi_k^T \mathbf{M}^* \varphi_k + \varphi_k^T \mathbf{C}^* \varphi_k} \ddot{x}_g \tag{22}$$

여기서,

$$\Gamma_k = \frac{\varphi_k^T \mathbf{M}^* \mathbf{1}}{2 p_r \varphi_k^T \mathbf{M}^* \varphi_k + \varphi_k^T \mathbf{C}^* \varphi_k} \tag{23}$$

라 두면, 기존의 모드참여계수와는 달리 감쇠의 영향이 고려됨을 알 수 있다. 그러나 식(23)은 같은 모드라 하더라도 모드벡터의 스케일링에 따라 전혀 다른 결과를 나타내게 된다. 따라서 본 논문에서는 기존의 모드중첩법에서 사용되는 질량참여계수와 유사하게 식(24)처럼 분자항을 제곱하고 이것을 감쇠의 영향이 고려된 구조물의 복소모드 응답참여계수(Γ_k^*)로 정의하기로 한다.

$$\Gamma_k^* = \frac{(\varphi_k^T \mathbf{M}^* \mathbf{1})^2}{2 p_r \varphi_k^T \mathbf{M}^* \varphi_k + \varphi_k^T \mathbf{C}^* \varphi_k} \tag{24}$$

이러한 방법의 실효성을 검토하기 위하여 다음 그림2와 같이 5층의 2차원 전단골조에 점탄성감쇠기가 추가되었을 경우, 복소모드 응답참여계수를 이용하여 몇 개의 주요 모드를 선택한 후 해석하여 보았다. 기둥부재는 H-300 X 300 X 10 X 15이고, 각 층의 질량(m)은 모두 7.0kg으로 가정하였다. 점탄성감쇠기의 강성과 감쇠는 각각 k=10.8455 t/cm, c=0.9688 t/cm의 값을 갖도록 하였으며 지진하중은 El Centro 1940 NS방향 지진을 사용하였다(그림 3).

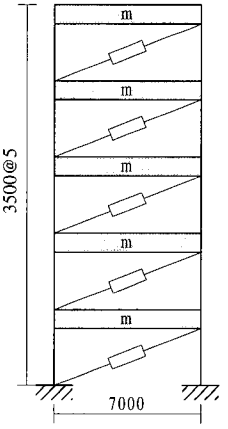


그림 2 예제구조물

표1은 고유치해석에 따른 모드별 감쇠비(ξ_k)와 유사 비감쇠진동수(κ_k), 감쇠진동수(ν_k)에 대하여 정리한 결과이다. 모드 순서는 유사 비감쇠진동수를 기준으로 정렬하였다.

고유치 해석결과를 보면 1, 2차모드, 4, 5차 모드, 7, 8차모드가 각각 켤레모드임을 알 수 있다. 또한 감쇠비가 모드에 따라 어떤 경향을 가지면서 커지는 것이 아닌 비비례감쇠가 됨을 알 수 있다.

표 1 고유치 해석결과

모드	ξ_k	κ_k	ν_k
1	0.228	14.591	-14.207
2	0.228	14.591	14.207
3	1.000	42.004	0.000
4	0.614	42.344	-33.427
5	0.614	42.344	33.427
6	1.000	44.905	0.000
7	0.950	65.953	-20.536
8	0.950	65.953	20.536
9	1.000	153.805	0.000
10	1.000	202.044	0.000

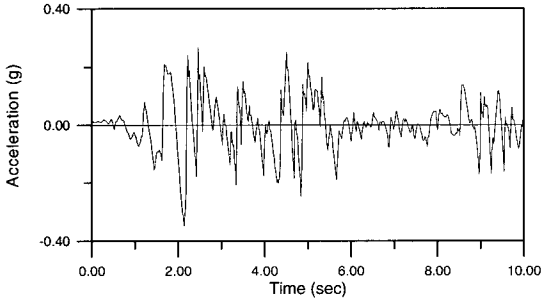


그림 3 El Centro지진 1940, NS방향

특히 3차, 6차 그리고 9, 10차 모드의 경우 감쇠진동수가 0이고 감쇠비가 1.0이 되므로 이 모드들은 진동을 하지 않는다고 볼 수 있다. 이러한 모드들은 동적 증폭계수가 1과 같거나 작아지게 되므로 모드별 진동수가 하중의 진동수에 비하여 매우 커지게 되면 정적거동을 보이게 되고, 모드별 진동수가 매우 작아지게 되면 정적변위보다 모드별 변위가 줄어들게 된다.

식(24)를 이용하여 각 복소모드 응답참여계수를 구하면 표2와 같다. 표2에서 1, 2차 모드의 복소모드 응답참여계수의 합이 약94.2% 정도 되는 것을 알 수 있다.

그림4는 5층에서의 변위응답에 대하여 전체모드를 고려하여 중첩한 결과와 1, 2차 모드만을 선택하여 중첩한 결과를 비교한 것이다. 두 개의 모드만을 가지고 중첩하여도 전체모드 응답을 중첩한 것과 비교하여 상당히 정확한 결과를 얻을 수 있음을 알

표 2 모드별 복소모드응답참여계수(Γ_k^*)

모드	복소모드응답참여계수(Γ_k^*)	참여율(%)
1	0.00224646	47.10721
2	0.00224646	47.10721
3	0.00000026	0.00549
4	0.00009225	1.93459
5	0.00009225	1.93459
6	0.00000414	0.08688
7	0.00003898	0.81753
8	0.00003898	0.81753
9	0.00000876	0.18371
10	0.00000025	0.00526
계	0.0047687900	100.00000

수 있다. 따라서 제안한 복소모드 응답참여계수는 구조물의 동적거동에 영향을 주는 모드를 선택하는 지표로 사용할 수 있을 것이다.

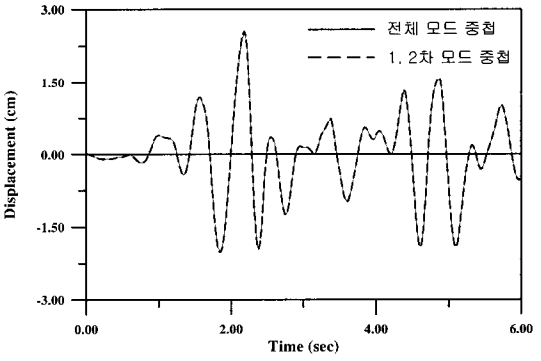


그림 4 최상층에서의 변위시간이력

4. 예제구조물의 해석

제시된 방법의 정확성과 효율성 등을 검토하기 위하여 간단한 3차원 예제구조물에 대하여 동적해석을 수행하고 그 결과를 살펴보았다.

4.1 예제구조물의 개요

예제구조물은 간단한 평면을 가진 3차원 10층의 골조구조물이고 일부 층에 점탄성감쇠기가 설치되어

더욱 비비례감쇠 경향이 크게 된 경우이다(그림5). 사용된 기둥부재의 단면은 H-400×400×13×21, 보는 H-300×300×10×15이다. 점탄성감쇠기의 유효강성과 등가감쇠는 그림2의 예제구조물에서 사용되었던 것과 같고, 지진하중은 El Centro 1940 NS방향 지진이다(그림3). 제안된 해석방법의 정확성 및 효율성을 검증하기 위하여 표3과 같이 세 가지 방법에 대하여 비교하였다.

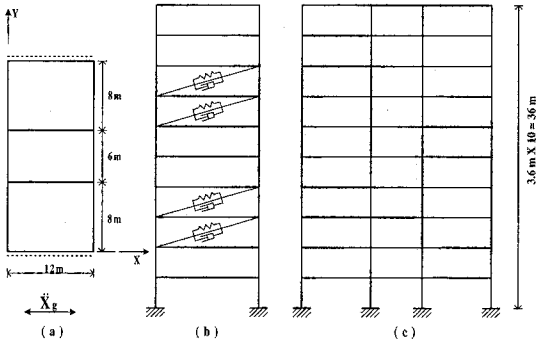


그림 5 예제구조물의 평면 및 입면

표 3 해석방법에 따른 분류

해석방법	내 용
CASE A	- 강막가정만 적용 - 전체모드 중첩
CASE B	- 강막가정 및 행렬응축기법 적용 - 전체모드 중첩
CASE C	- 강막가정 및 행렬응축기법 적용 - 주요모드 선택 중첩

4.2 해석결과 및 분석

행렬응축을 하지 않고 모든 자유도를 고려한 CASE A의 경우, 복소고유치해석을 통하여 구해지는 모드의 수는 모두 960개이다. 행렬응축기법을 적용하게 되면 층당 3개의 자유도를 가지고 있게 되므로 복소모드의 개수는 모두 60개가 된다(CASE B, C).

행렬응축에 따른 주요 저차모드의 고유치해석결과를 비교하면 표4와 같다. 그리고 그림6은 행렬응축기법의 적용의 유무에 대하여 최상층에서의 변위시간이력을 비교한 것이다. 행렬응축을 적용하더라도 주요 저차모드의 고유치해석결과는 비교적 차이가 나지 않으며, 시간이력해석결과 역시 상당히 정확한 결과를 얻을 수 있음을 알 수 있다.

표 4 해석방법에 따른 복소고유치해석결과 비교

모드	CASE A			CASE B		
	ξ_k	κ_k	ν_k	ξ_k	κ_k	ν_k
1	0.010	6.637	-6.636	0.010	6.636	-6.635
2	0.010	6.637	6.636	0.010	6.636	6.635
3	0.094	6.692	-6.662	0.100	6.719	-6.685
4	0.094	6.692	6.662	0.100	6.719	6.685
5	0.096	7.503	-7.468	0.101	7.522	-7.484
6	0.096	7.503	7.468	0.101	7.522	7.484
7	0.019	20.358	-20.354	0.019	20.359	-20.355
8	0.019	20.358	20.354	0.019	20.359	20.355
9	0.209	22.830	-22.324	0.232	22.763	-22.141
10	0.209	22.830	22.324	0.232	22.763	22.141
11	0.198	25.489	-24.983	0.218	25.529	-24.917
12	0.198	25.489	24.983	0.218	25.529	24.917
13	0.032	35.376	-35.358	0.032	35.379	-35.361
14	0.032	35.376	-35.358	0.032	35.379	35.361
15	0.115	37.549	-37.302	0.128	37.455	-37.149
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

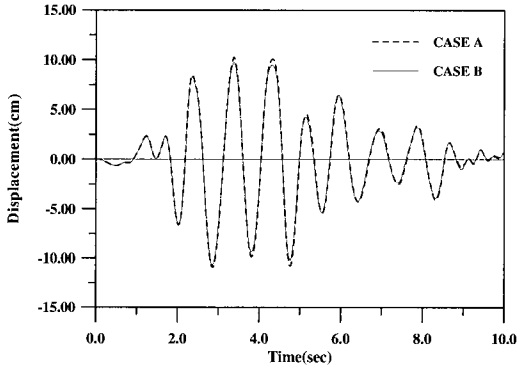


그림 6 최상층에서의 변위시간이력 비교

CASE B의 경우, 점탄성감쇠기가 설치된 예제구조물의 복소모드 응답참여계수와 참여율은 다음 표5와 같다. 3, 4차 모드의 참여율이 약93.9%이며, 이 두개의 모드만을 선택하여 시간이력해석을 수행한 것이 CASE C이다. 그림7은 전체모드를 고려한

CASE B와 3, 4차 모드만을 중첩시킨 CASE C에 의한 최상층에서의 변위 시간이력해석결과를 비교한 것이다. 두개의 모드만 선택하여 중첩하여도 변위시간이력결과는 상당히 정확함을 알 수 있다.

표 5 고유치해석결과 및 복소모드응답참여율

모드	응답참여계수(Γ_k^*)	참여율(%)
1	0.00000000000000001	0.0000000000000649
2	0.00000000000000001	0.0000000000000649
3	0.00807628036000000	46.9691353000000000
4	0.00807628036000000	46.9691353000000000
5	0.00000000000043948	0.0000000025559024
6	0.00000000000043948	0.0000000025559024
7	0.00000000000000019	0.0000000000011192
8	0.00000000000000019	0.0000000000011192
9	0.00041160799400000	2.3937840500000000
10	0.00041160799400000	2.3937840500000000
11	0.00000000000000044	0.0000000000025801
12	0.00000000000000044	0.0000000000025801
13	0.00000000000000002	0.0000000000001452
14	0.00000000000000002	0.0000000000001452
15	0.00005691170010000	0.3309807480000000
⋮	⋮	⋮

표 6 해석방법에 따른 자유도 및 소요시간 비교

		CASE A	CASE B	CASE C
자 유 도		480개	30개	30개
중첩모드		960개	60개	2개
해석시간	행렬응축	없 음	4.67초	4.67초
	고유치해석	877.04초	0.43초	0.43초
	시간이력	1289.20초	2.13초	0.09초
	계	2166.24초	7.23초	5.19초

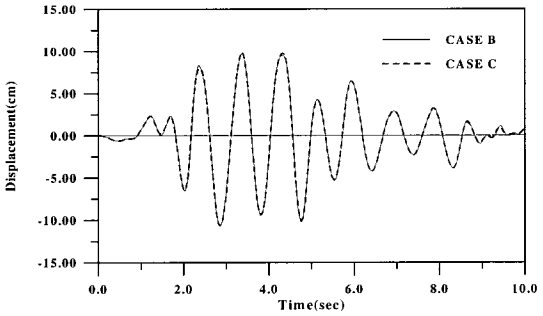


그림 7 최상층에서의 변위시간이력 비교

해석방법에 따른 자유도 및 소요시간을 비교하면, CASE A에 비하여 CASE B와 CASE C가 상당히 효율적임을 알 수 있다. 특히 CASE A의 경우, 복소고유치해석과정에서 D행렬의 크기가 960×960가 되어 많은 컴퓨터 메모리가 소요된다. 그러나 CASE B와 CASE C의 경우에는 60×60이 되므로 표6에서와 같이 컴퓨터 메모리뿐만 아니라 고유치해석에 소요되는 시간도 현저하게 줄어든다. 또한 시간이력해석과정에 소요되는 시간도 절약됨을 알 수 있다. 구조물이 고층화, 대형화 될수록 이러한 차이는 커질 것이다. CASE B와 CASE C는 선택된 모드의 개수에 따라 시간이력해석에 소요되는 시간에 차이가 있음을 알 수 있다.

5. 결 론

비비례감쇠시스템을 가진 구조물의 효율적인 동적해석을 위하여 본 논문에서는 강막가정 및 행렬응축기법을 적용하였다. 그리고 구조물의 동적거동에 큰 영향을 미치는 모드를 찾기 위한 복소모드 응답참여계수를 제안하였다. 본 연구의 결과를 다음과 같이 정리할 수 있다.

- 행렬응축기법을 적용하더라도 주요 저차모드를 충분히 표현할 수 있고, 상당히 정확한 해석결과를 얻을 수 있다.
- 행렬응축기법을 적용하게 되면 해석에 소요되는 컴퓨터메모리와 해석시간을 상당히 절약할 수 있다.
- 복소모드 응답참여계수는 각 모드가 구조물의 동적거동에 영향을 주는 정도를 나타내는 지표로, 복소모드중첩법을 이용한 비비례 감쇠계의 효율적인 동적해석을 위하여 매우 유용하게 이용할 수 있다.

감사의 글

본 연구는 건설교통부의 교량의 내진설계 및 내진성능 향상에 관한 연구비 지원에 의하여 수행되었으며, 관계자 여러분께 감사의 뜻을 표합니다.

참 고 문 헌

1. 김상태, "점탄성 감쇠기가 설치된 고층건물의 진동제어를 위한 효율적인 진동제어", 성균관대학교 석사학위 논문, 1997
2. 이경아, 홍성일, 김진구, 이동근, "복소모드 중첩법을 이용한 점탄성 감쇠기가 설치된 고층건물의 효율적인 진동해석", 대한건축학회 춘계학술발표대회 논문집, 제19권 제2호, 1999, pp.21~26
3. Zhang R. H. and Soong T. T., "Seismic design of viscoelastic dampers for structural applications", *Journal of Structural Engineering, ASCE*, 118, 1992, pp.1375~1392
4. Lobo, R. F., Bracci, J. M., Shen, K. L., Reinhorn, A. M., and Soong, T. T., "Inelastic response of R/C structures with viscoelastic braces", *Earthquake Spectra*, Vol 9, No. 3, 1993, pp.419~446
5. Zhang. R. H., Soong, T. T., and Mahmoodi, P., "Seismic response of steel frame structures with added viscoelastic dampers", *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, Vol. 18, 1989, pp.389~396
6. Chang, K. C., Soong, T. T., Oh, S-T., and Lai, M. L., "Seismic behavior of steel frame with added viscoelastic dampers", *Journal of Structural Engineering, ASCE*, October 1995, pp.1418~1424
7. Veletsos, A. and Ventura, C. E., "Modal analysis of non-classically damped linear system", *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, Vol. 14, 1988, pp.217~245
8. Chang, K. C., Soong, T. T., Oh, S. T., and Lai, M. L. "Ambient temperature on a viscoelastically damped structure", *Journal of Structural Engineering, ASCE*, 118(7), 1995, pp.1955~1973
9. Walter C. Hurty, Moshe F. Rubinstein, *Dynamics of Structures*, Prentice-Hall, Inc., 1964
10. William Weaver, Jr., Johnson, Paul R., *Structural Dynamics by Finite Elements*, Prentice Hall, pp.282~290, 411-434
11. Clough, R. W. and Penzien, J., "*Dynamics of Structures*", Second Edition, McGraw-Hill, New York, 1993
12. Shen, K. L. and Soong, T. T., "Modeling of viscoelastic dampers for structural applications", *Journal of Engineering Mechanics*, 121(6), 1995, pp.694~701
13. 김진구, "비비례 감쇠 구조물의 지진 응답해석", 대한건축학회 논문집, 제15권 제9호, 1999. 9.

(접수일자 : 1999. 8. 12)