

# 환형 공진기 구조를 갖는 스트립라인 서큘레이터 설계 및 제작

## Design and Fabrication of Stripline Circulator Including Structure of Ring Resonator

김동현 · 양두영

Dong-Hyun Kim · Doo-Yeong Yang

### 요 약

본 논문에서는 원형 디스크와 두 개의 환 디스크로 구성된 페라이트 공진기를 갖는 스트립라인 서큘레이터를 설계하고 제작한다. 순환 그린함수 기법을 이용하여 각 단자의 전자계를 구하고 입력 임피던스와 산란 행렬을 유도한다. 페라이트 공진기의 각 디스크에 대한 매질 배치에 따른 서큘레이션 특성, 바이어스 필드의 세기에 따른 서큘레이션 특성과 포트 단자의 폭에 따른 서큘레이션 특성을 비교·분석한다. 설계된 제원을 사용하여 제작한 서큘레이터의 통과대역 주파수는 1.55 GHz에서 2.95 GHz까지이고 입력 단의 반사계수  $S_{11}$ 은 공진점 2.38 GHz에서 -30 dB, 아이솔레이션 단에서 입력 단으로의 전송계수  $S_{21}$ 은 -28 dB로 나타났다.

### Abstract

In this paper, stripline circulator including a ferrite resonator which is consisted of a circular disk and two annuli disks is designed and fabricated. Using RGF(Recursive Green Function) technique, electromagnetic field of port and input impedance is presented. The circulator characteristics are compared according to the ferrite arrangement, bias field intensity and port width. The pass-band frequency of the fabricated circulator using the designed data is from 1.55 GHz to 2.95 GHz, the reflection coefficient  $S_{11}$  of input port is -30 dB, and the transmission coefficient  $S_{21}$  between input port and isolation port is -28 dB at resonating point 2.38 GHz.

### I. 서 론

무선 통신시스템에 널리 사용되고 있는 서큘레이터는 단일 안테나에서 수신기로 전달되는 수신 신호와 송신기로부터 안테나로 전송된 송신신호를 동시에 분리시키는 기능을 가진 부품이다. 이러한 용도 이외에 무선 시스템 회로간의 간섭을 줄이거나

핵심 부품의 보호 또는 임피던스 정합용으로 사용되고 있다. 서큘레이터는 원칙적으로 단자 수에 제한이 없지만 3개의 단자로 이루어진 것이 대부분이다. 또한 서큘레이터는 각 단자에서 반사가 없고 서큘레이션 방향으로는 삽입손실이 없으며, 역방향으로 전달되는 신호에 대해서는 큰 감쇄특성을 가져야 된다. 초기의 서큘레이터는 모두 디스크 평판 형태의 페라이트 공진기를 사용하였는데

「본 논문은 '97년도 정보통신연구관리단의 우수대학원 지원사업에 의하여 연구되었음.」

제주대학교 통신공학과(Dept. of Telecommunication Eng., Cheju Nat'l Univ.)

· 논문 번호 : 990222-018

· 수정완료일자 : 1999년 6월 28일

이는 디스크 형태가 아닌 경우에는 해석이 매우 복잡하여 이론적인 예측이 어려웠기 때문이다. 디스크형 평판 페라이트 공진기를 사용한 평면형 서큘레이터는 모드 정합법을 이용하여 Bosma에 의해 처음 해석되었다<sup>[1]-[3]</sup>. 1970년대 후반에 들어서면서 삼각형 공진기가 디스크형 공진기에 비해 방사 손실이 작은 것으로 알려지고 이를 이용한 서큘레이터 제작이 실험적으로 이루어지면서 삼각형 외에 육각형, Y자형 등의 임의의 모양을 한 공진기를 사용한 서큘레이터에 대한 해석이 시도되었다<sup>[4]</sup>. 실제로 서큘레이터에 사용되는 공진기의 구조는 3단자의 경우  $120^\circ$  대칭구조를 유지하고 있으면 된다. 임의의 모양으로 된 평면형 서큘레이터 소자는 주로 경로 적분법이나 유한 요소법 등 수치해석 기법을 이용하여 서큘레이터를 해석하고 있다. 수치해석 기법을 사용하면 물리적인 특성을 잘 나타낼 수 있다는 장점이 있지만 해석이 매우 복잡하고 계산 속도가 빠른 대용량의 컴퓨터를 필요하게 되는 단점이 있다.

본 논문에서는 순환 그린함수 기법을 이용하여 페라이트 공진기가 하나의 원형 디스크와 여러 개의 환 디스크로 구성된 스트립라인 서큘레이터를

해석한다. 이와 같은 여러 개의 링 구조를 갖게 되면 포화자화도가 낮은 페라이트 매질이라도 상대적으로 높은 주파수에서 공진을 일으킬 수 있으며 통과대역 특성이 양호한 광대역 서큘레이터를 쉽게 설계할 수 있다<sup>[5],[6]</sup>. 페라이트 공진기와 각 단자의 결합으로 이루어진 서큘레이터의 해석은 공진기 경계에 순환 그린함수를 적용하여 각 단자의 전계와 자계를 구하고, 서큘레이터의 입력 임피던스 및 산란 행렬을 유도한다. 이것을 토대로 스트립라인 서큘레이터를 설계하고 제작한다.

## II. 서큘레이터 내부 전자계 해석

그림 1은 원형 페라이트 디스크와 두 개의 환 페라이트 디스크로 구성된 공진기를 갖는 스트립라인 서큘레이터의 기하학적 구조이다.

서큘레이터 외부에서 인가되는 소스 신호에 대한 강제함수는 반경  $r = R$  내부와  $\phi = \phi_i$ 로 제한된 범위에서 유한 값을 갖는다. 여기서  $\phi_i$ 는  $\Delta\phi_v$  구간이다. 파장에 비해 페라이트 두께가 매우 작으면 전계는  $z$ 축 성분만 고려할 수 있다. 이 때 소스 자계 성분  $H_{ds}$  ( $r = R$ ,  $\phi = \phi_i$ )는  $E_z$

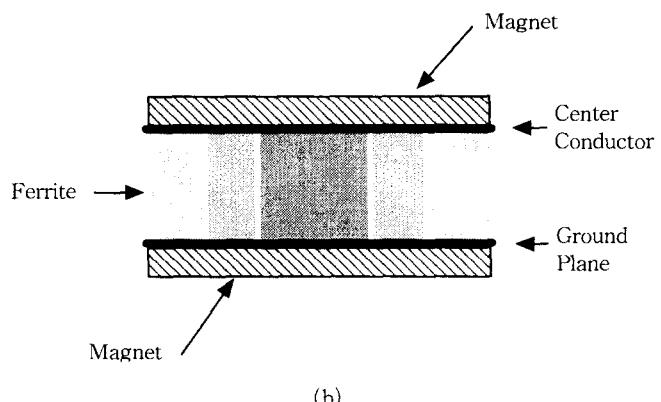
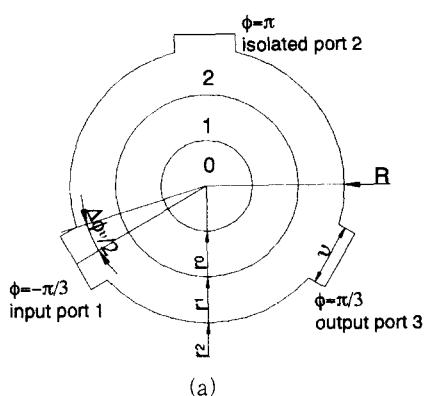


그림 1. 원형 디스크와 환 디스크들로 이루어진 비균일 서큘레이터 단면도

(a) 페라이트 공진기 상면도, (b) 서큘레이터 측면도

Fig. 1. A radially inhomogeneous circulator showing the inner disk and annuli.

(a) Top view of ferrite resonator, (b) Side view of circulator.

에 미분 연산자  $\mathbf{L}$ 를 적용하여 선형 편미분 방정식으로 나타낸다.

$$\mathbf{L}E_z(r, \phi) = H_{\phi s}(R, \phi_i) \quad (1)$$

식 (1)로부터 다른 필드의 성분( $H_\phi$ 와  $H_r$ )은 2차원 관점에서 결정한다. 2차원 관점에서 최외각 경계면  $r=R$  위치의  $H_{\phi c}(R, \phi)$ 로 정의하면 서클레이터 최외각 경계면의 자계  $H_{\phi c}$ 와 소스 자계 성분  $H_{\phi s}$ 의 관계는 다음과 같다.

$$\delta(r-R)H_{\phi c}(R, \phi) = H_{\phi s}(R, \phi) \quad (2)$$

식 (2)의 델타함수의 특성을 식(1)에 적용하여 서클레이터 내부 공간의 전계  $E_z(r, \phi)$ 를 구하면 다음과 같다.

$$E_z(r, \phi) = \int_{-\pi}^{\pi} G_{EH}(r, \phi; R, \phi') H_{\phi c}(R, \phi') d\phi' \quad (3)$$

$G_{EH}(r, \phi; R, \phi')$ 는 3단자 비균일 서클레이터의 산란행렬을 얻기 위해 논문에서 정의한 그린함수이다.

시변 조건인 경우 서클레이터 내부의 Maxwell 방정식은 다음과 같다.

$$\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega \mathbf{B} \quad (4a)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = j\omega \mathbf{D} \quad (4b)$$

$$\mathbf{B} = \hat{\mu} \mathbf{H} \quad (4c)$$

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} \quad (4d)$$

이 방정식은 균일하지 않은 매질로 이루어진 바이어스된 페라이트 디스크 내부에 적용된다. 페라이트 매질에서 유전율은 상수 값이다. 페라이트 매질은 바이어스 자계가 가해지지 않으면 투자율은 상수 값을 갖게 된다. 외부에서 인가한 DC 자계가 페라이트에 인가되면 자성 소거 요인에 의해 페라이트 내부의 DC 필드는  $H_i = H_{app} - N_{zz} 4\pi M_s$ 로

결정된다. 여기서 비균일 특성을 나타내는  $N_{zz}$ 는 페라이트 매질 내부의 각각의 지점마다 0에서부터 1까지 다양한 값을 갖지만 평면형 페라이트 매질인 경우 일반적으로 1인 값을 갖는다. 이렇게 페라이트 매질에 바이어스 자계가 인가되면 투자율 값은 텐서량을 갖게 된다. 비동방성 페로마그네틱 매질에서 투자율은 자계와 자속과의 관계로 주어진다.

$$\hat{\mu} = \mu_0 [1 + \hat{\chi}] = \begin{bmatrix} \mu & -j\chi & 0 \\ j\chi & \mu & 0 \\ 0 & 0 & \mu_0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

식 (5)에서 자화율 항은 복소수이다. 복소수  $\mu = \mu' - j\mu''$ 와  $\chi = \chi' - j\chi''$ 는 투자율 항이고  $z$ 방향의 단위 항은 직각 좌표계에서 바이어스 필드에 의한 투자율 값이다.

$$\mu' = \mu_0 + \frac{\mu_0 \omega_m \omega_0 [\omega_0^2 - \omega^2(1 - \alpha_m^2)]}{[\omega_0^2 - \omega^2(1 + \alpha_m^2)]^2 + 4\omega^2 \omega_0^2 \alpha_m^2},$$

$$\mu'' = \frac{\mu_0 \omega_m \omega \alpha_m [\omega_0^2 + \omega^2(1 + \alpha_m^2)]}{[\omega_0^2 - \omega^2(1 + \alpha_m^2)]^2 + 4\omega^2 \omega_0^2 \alpha_m^2}$$

$$\chi' = \frac{-\mu_0 \omega_m \omega [\omega_0^2 - \omega^2(1 + \alpha_m^2)]}{[\omega_0^2 - \omega^2(1 + \alpha_m^2)]^2 + 4\omega^2 \omega_0^2 \alpha_m^2},$$

$$\chi'' = \frac{-2\mu_0 \omega_m \omega \omega^2 \alpha_m}{[\omega_0^2 - \omega^2(1 + \alpha_m^2)]^2 + 4\omega^2 \omega_0^2 \alpha_m^2}$$

$$\omega_m = -\gamma(4\pi M_s) \text{ [rad]}, \quad \omega_0 = -\gamma H_i \text{ [rad]},$$

$$\alpha_m = -\frac{\gamma \Delta H}{2\omega} \text{ [rad]},$$

$$\gamma = -2.8 \text{ [MHz/Oe]},$$

$$4\pi M_s : \text{페라이트의 자화율 [G]}$$

$$H_i : \text{페라이트 내부 바이어스 자계 [Oe]}$$

$$\Delta H : \text{선형 폭(히스테리시스 특성 곡선) [Oe]}$$

식 (4)로부터 스칼라 전계에 대한 Helmholtz 방정식은

$$\nabla^2 E_z + k_{eff}^2 E_z = 0 \quad (6)$$

이다. 여기서 실효 전파상수  $k_{eff}$ 는  $\omega^2 \epsilon \mu_{eff}$ 이고, 실효투자율  $\mu_{eff}$ 는  $\frac{\mu^2 - \chi^2}{\mu}$ 이다. Helmholtz 방정식으로부터  $H_\phi$ 와  $H_r$ 에 대한 식을 구하면 다음과 같다.

$$H_\phi = \frac{1}{j\omega\mu_{eff}} \left[ \frac{jx}{\mu} \frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \phi} + \frac{\partial E_z}{\partial r} \right] \quad (7)$$

$$H_r = \frac{1}{\omega\mu_{eff}} \left[ \frac{j}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \phi} + \frac{x}{\mu} \frac{\partial E_z}{\partial r} \right] \quad (8)$$

## 2-1 중앙 원형 디스크 내의 전자계

평면형 서큘레이터에 사용된 페라이트는 중심에 있는 원형 디스크와  $N$ 개의 링 구조를 갖는 환 디스크로 구성되고 원형 디스크 중심에서 외부 환 디스크로 이동함에 따라 첨자  $i$ 를 부여하여 해당 디스크의 순서를 표시한다. 원형 디스크와 각각의 환 디스크 영역은 소스가 없는 영역이므로 Helmholtz 방정식 (6)을 적용할 수 있다. 원형 디스크 내에서 전체 전자계는 다음과 같이 중첩의 형태로 나타나게 된다.

$$E_{z,0} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{n,0} C_{n,0}^{Ea}(r) e^{jn\phi} \quad (9)$$

$$H_{\phi,0} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{n,0} C_{n,0}^{Ha}(r) e^{jn\phi} \quad (10)$$

계수  $a_{n,0}$ 는 Helmholtz 방정식을 만족하는 제 1 종 Bessel 함수의 계수이다.

$$C_{n,i}^{Ea}(r) \equiv J_n(k_{eff,i}r)$$

$$c_i \equiv -\frac{j}{\omega\mu_{eff,i}}$$

$$C_{n,i}^{Ha}(r) = c_i [k_{eff,i} J_n'(k_{eff,i}r) - \frac{nx_i}{\mu_i} \frac{1}{r} J_n(k_{eff,i}r)]$$

여기서  $J_n'$ 는 제1종 Bessel 함수의 1차미분형이다.

여기서 사용한 아래첨자  $i$ 는 원형 디스크나 환 디스크의 위치를 나타내고  $n$ 은 Bessel 함수의 모드를 나타낸다. 그리고 위첨자에 표기한  $E_a$ 와  $H_a$ 는 각각 제1종 Bessel 함수와 관련된 방정식을 의미하고  $E_b$ 와  $H_b$ 는 제2종 Bessel 함수와 관련된 방정식을 의미한다.

## 2-2 환 디스크 내의 전자계

원점을 포함하고 있지 않은 환 디스크의 경우 Helmholtz 방정식의 해는 제1종 Bessel 함수와 제2 종 Bessel 함수의 합으로 전개된다. 따라서 전자계에 대한 Helmholtz 방정식의 해는 다음과 같다.

$$E_{z,i} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} [a_{n,i} C_{n,i}^{Ea}(r) + b_{n,i} C_{n,i}^{Eb}(r)] e^{jn\phi}, \quad i=1,2,\dots,M \quad (11)$$

$$H_{\phi,i} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} [a_{n,i} C_{n,i}^{Ha}(r) + b_{n,i} C_{n,i}^{Hb}(r)] e^{jn\phi} \quad (12)$$

여기서

$$C_{n,i}^{Eb}(r) \equiv Y_n(k_{eff,i}r) \\ C_{n,i}^{Hb}(r) = c_i \left[ k_{eff,i} Y_n'(k_{eff,i}r) - \frac{nx_i}{\mu_i} \frac{1}{r} Y_n(k_{eff,i}r) \right]$$

이고  $Y_n$ 은 제2종 Bessel 함수이고,  $Y_n'$ 은 제2종 Bessel 함수의 1차 미분형이다.

## 2-3 원형 디스크와 환 디스크들간의 경계조건

원형 디스크는 반경  $r_0$ 를 갖는다. 각각의 환 디스크는 중심으로부터 측정된 반경  $r_i$ 를 갖고 각각 환 디스크들의 폭은  $\Delta r_i = r_{i,0} - r_{i,1}$ 가 된다. 여기에서 첨자  $O$ 와  $I$ 는  $i$ 번째 환 디스크들의 외부와 내부 반경을 가리킨다. 경계면을 해석하기 위해 접선 성분의 쌍을 이용한다. 먼저 첫번째 경계

조건의 형태는

$$E_{z,0}(r=r_0) = E_{z,1}(r=r_{1,I}) \quad (13)$$

$$H_{\phi,0}(r=r_0) = H_{\phi,1}(r=r_{1,I}) \quad (14)$$

이다. 경계조건으로부터 계수간의 관계는 다음과 같이 계산된다.

$$a_{n,1} = \begin{vmatrix} C_{n,0,D}^{Ea} & C_{n,1,D}^{Eb} \\ C_{n,0,D}^{Ha} & C_{n,1,D}^{Hb} \end{vmatrix} a_{n,0} \quad (15a)$$

$$b_{n,1} = \begin{vmatrix} C_{n,1,D}^{Ea} & C_{n,0,D}^{Ea} \\ C_{n,1,D}^{Ha} & C_{n,0,D}^{Ha} \end{vmatrix} a_{n,0} \quad (15b)$$

여기서 아래첨자  $D$ 는 디스크의 반경  $D=r_0=r_{1,I}$ 이다. 두 번째 경계조건은 인접 환 디스크들간의 경계조건이다. 전자계의 접선 성분이 같으므로 환 디스크들간에는 다음 식이 성립한다.

$$E_{z,i}(r=r_{i,O}) = E_{z,i+1}(r=r_{i+1,I}) \quad (16)$$

$$H_{\phi,i}(r=r_{i,O}) = H_{\phi,i+1}(r=r_{i+1,I}) \quad (17)$$

여기서  $i$  번째 환 디스크의 바깥쪽 반경  $r_{i,O}$ 는  $r_{i,i}$ 로 나타내고  $i+1$  번째 환 디스크의 내부 반경  $r_{i+1,I}$ 는  $r_{i+1,i}$ 로 표현한다. 경계조건으로부터 계수  $a_{n,i+1}$ 과  $b_{n,i+1}$ 은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} a_{n,i+1} &= \frac{1}{D_{i+1}} \{ [C_{n,i+1,i}^{Hb} C_{n,i,i}^{Ea} \\ &\quad - C_{n,i+1,i}^{Eb} C_{n,i,i}^{Ha}] a_{n,i} + [C_{n,i+1,i}^{Hb} C_{n,i,i}^{Eb} \\ &\quad - C_{n,i+1,i}^{Eb} C_{n,i,i}^{Hb}] b_{n,i} \} \end{aligned} \quad (18a)$$

$$\begin{aligned} b_{n,i+1} &= \frac{1}{D_{i+1}} \{ [C_{n,i+1,i}^{Ea} C_{n,i,i}^{Ha} \\ &\quad - C_{n,i+1,i}^{Ha} C_{n,i,i}^{Ea}] a_{n,i} + [C_{n,i+1,i}^{Ea} C_{n,i,i}^{Hb} \\ &\quad - C_{n,i+1,i}^{Hb} C_{n,i,i}^{Ea}] b_{n,i} \} \end{aligned}$$

$$- C_{n,i+1,i}^{Ha} C_{n,i,i}^{Eb}] b_{n,i} \} \quad (18b)$$

$$D_{i+1} = \begin{vmatrix} C_{n,i+1,i}^{Ea} & C_{n,i+1,i}^{Eb} \\ C_{n,i+1,i}^{Ha} & C_{n,i+1,i}^{Hb} \end{vmatrix} \quad (18c)$$

식 (18a)와 (18b)에서 대괄호 안의 각각의 항은  $i+1$ 과  $i$  번째 환 디스크를 연결해 주는 항이다. 식 (18)은 인접하는 환 디스크간의 경계조건을 만족하는 해이다. 따라서 첫번째 환에서부터 마지막 환까지 순차적으로 적용된다. 마지막 최외각 경계 조건은  $i=N$  번째 환 디스크와 서큘레이터의 외부 영역의 경계  $r=R$ 에서 나타난다. 여기에 디바이스 단자가 연결되고 단자를 통하여 에너지가 전달된다. 입·출력 단자 영역에서는 자체가 존재하나 그 외의 영역에서는 0이 된다. 3단자를 갖는 평면형 서큘레이터의 경우에 경계조건은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} H_{\phi}^{Per}(R, \phi) &= \\ \begin{cases} H_a &; \phi_a - \Delta\phi_a/2 < \phi < \phi_a + \Delta\phi_a/2 \\ H_b &; \phi_b - \Delta\phi_b/2 < \phi < \phi_b + \Delta\phi_b/2 \\ H_c &; \phi_c - \Delta\phi_c/2 < \phi < \phi_c + \Delta\phi_c/2 \\ 0 &; \text{그 외 영역} \end{cases} \end{aligned} \quad (19)$$

여기서 위 첨자  $Per$ 는 최외각 영역을 나타낸다.

### III. 순환 그린 함수

#### 3-1 원형 디스크 내부의 그린함수

원형 디스크 내부의 전자계 필드를 먼저 결정한 후 환 디스크 순서로 전자계 필드가 결정되고 마지막에 가장 바깥쪽의 환 디스크 외부 경계의 필드가 결정된다. 마지막 환 디스크의 최외각 경계면에서 자계식은 식 (2)처럼 델타 함수를 이용하고 이 결과를  $\phi$ 에 대하여 이산 형식의 자계식으로 표현할 수 있다.

$$H_{\phi}^{Per}(R, \nu) = \sum_{q=1}^{N_{Tr}} H_{\phi}^{Per}(R, \nu_q) \delta(\nu - \nu_q) \Delta \nu_q \quad (20)$$

여기서  $N_{Tr}$ 는 마지막 환 디스크와 외부가 연결된 단자 영역의 수를 가리킨다. 원형 디스크 내부의 전계는 식 (19)와 (20)을  $(-\pi, \pi)$ 영역에서 비주기 이산 Fourier 변환을 적용한 후 계산된 비주기 이산 Fourier 계수를 식 (11)에 대입하여 구한다.

$$E_{z,0}(r, \nu) = \frac{1}{2\pi} \sum_{q=1}^{N_{Tr}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \cdot \frac{C_{n,0}^{Ea}(r) e^{jn\frac{2\pi}{M}(\nu - \nu_q)}}{C_{n,N,R}^{Ha}(\text{recur}) C_{n,N,R}^{Hb} + b_{n,N}(\text{recur}) C_{n,N,R}^{Hb}} H_{\phi}^{Per}(R, \nu_q) \Delta \nu_q \quad (21)$$

이 때 샘플 간격을  $2\pi/M$ 이다. 식 (21)의 우변 항을 간략히 하기 위해 분모 항을 다른 문자로 치환한다.

$$\gamma_{n,N} = a_{n,N}(\text{recur}) C_{n,N,R}^{Ha} + b_{n,N}(\text{recur}) C_{n,N,R}^{Hb} \quad (22)$$

식 (22)를 식 (21)에 대입하면

$$E_{z,0}(r, \nu) = \frac{1}{2\pi} \sum_{q=1}^{N_{Tr}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{C_{n,0}^{Ea}(r)}{\gamma_{n,N}} \cdot e^{jn\frac{2\pi}{M}(\nu - \nu_q)} H_{\phi}^{Per}(R, \nu_q) \Delta \nu_q \quad (23)$$

이 된다. 식 (23)에서 단자의 폭에 대한  $\Delta \nu$ 의 변화에 극한을 취하여 그린 함수를 얻는다.

$$G_{EH}^{z\phi}(r, \nu; R, \nu_q) = \frac{1}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{C_{n,0}^{Ea}(r)}{\gamma_{n,N}} \cdot e^{jn\frac{2\pi}{M}(\nu - \nu_q)} \quad (24)$$

전계  $E_{z,0}(r, \nu)$ 는 식 (24)의 그린함수와  $H_{\phi}^{Per}(R, \nu_q)$ 의 곱으로 나타나고, 이 연산에 적용된 합 연산자는 적분연산자로부터 얻는다. 최외각 경

계면에서의 전자계식에서 델타함수의 특성을 이용하여 구한 전계식 (3)을 다시 쓰면 다음과 같다.

$$E_{z,0}(r, \nu) = \sum_{q=1}^{N_{Tr}} G_{EH}^{z\phi}(r, \nu; R, \nu_q) \cdot H_{\phi c}(R, \nu_q) \Delta \nu_q \quad (25)$$

필드  $H_{\phi c}(R, \nu)$ 는 서큘레이터 내부의 페라이트 영역에서 상수처럼 사용된다. 따라서  $H_{\phi c}(R, \nu)$ 는 식 (25)에서 입·출력 단자 수  $N_{Tr}$ 만 고려한다. 식 (25)의 전계식을 좀 더 정확한 근사식으로 표현하면

$$E_{z,0}(r, \nu) = \sum_{q=1}^{N_{Tr}} G_{EH}^{z\phi}(r, \nu; R, \nu_q) \cdot H_{\phi c}(R, \nu_q) \Delta \nu_q + \sum_{p=1}^{N_{Tr}} \bar{G}_{EH}^{z\phi}(r, \nu; R, \nu_p) H_{\phi c}(R, \nu_p) \Delta \nu_p \quad (26)$$

가 된다. 여기서

$N_{Tr}$  : 입·출력 단자 수

$N_{Tr}^c$  : 입·출력 단자 사이의 호의 수

$$N_{Tr} = N_{Tr}^d + N_{Tr}^c$$

$$\bar{G}_{EH}^{z\phi}(r, \nu; R, \nu_p) = \frac{1}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{C_{n,0}^{Ea}(r)}{\gamma_{n,N}} \cdot \sin c\left(\frac{n \Delta \nu_p}{2}\right) e^{jn\frac{2\pi}{M}(\nu - \nu_p)}$$

이다.  $N_{Tr}^d$  와  $N_{Tr}^c$ 의 값은  $N_{Tr}^d \geq 1$  과  $N_{Tr}^c = 0$ 이거나 혹은  $N_{Tr}^d = 0$  과  $N_{Tr}^c \geq 1$  중 하나를 선택한다. 식 (26)에서 첫번째 항은 입·출력 단자 영역에 대한 것이고 두번째 항은 입·출력 단자 사이의 호 영역에 대한 것이다

### 3-2 최외각 환 디스크 경계의 그린함수

원형 디스크에서의 전계를 구하는 과정에서 식

(22)을 찾은 것과 같은 방법으로 환 디스크의 전계식 (11)을 이용하여 마지막 환 디스크에서 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \gamma_{n,N}^{ze} &= a_{n,N}(\text{recur}) C_{n,N}^{Ea}(R) \\ &+ b_{n,N}(\text{recur}) C_{n,N}^{Eb}(R) \end{aligned} \quad (27)$$

여기서 첨자  $ze$ 는 축방향의 전계항을 나타낸다. 식 (27)의 정규화된 값을 다음과 같이 규정한다.

$$\bar{\gamma}_{n,N}^{pq} = \frac{\gamma_{n,N}^{pq}}{\gamma_{n,N}^{\phi h}} \quad (28)$$

여기서,  $p = z, \phi$ 이고  $q = e, h$ 이다. 식 (27)과 (28)에 정의된 식들을 마지막 환 디스크에서 최외각 영역의 전계를 구하는 식 (26)에 적용하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} E_{z,N}(R, \nu) &= \sum_{q=1}^{N_{Tq}} G_{EH,N}^{z\phi}(R, \nu; R, \nu_q) \\ &\cdot H_{\phi c}(R, \nu_q) \Delta \nu_q \\ &+ \sum_{p=1}^{N_{Tp}} \bar{G}_{EH,N}^{z\phi}(R, \nu; R, \nu_p) H_{\phi c}(R, \nu_p) \Delta \nu_p \end{aligned} \quad (29)$$

여기서

$$\begin{aligned} G_{EH,N}^{z\phi}(R, \nu; R, \nu_q) &= \frac{1}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{\gamma}_{n,N}^{z\phi} e^{jn\frac{2\pi}{M}(\nu - \nu_q)} \\ \bar{G}_{EH,N}^{z\phi}(R, \nu; R, \nu_p) &= \frac{1}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{\gamma}_{n,N}^{z\phi} \\ &\cdot \text{sinc}\left(\frac{n \Delta \nu_p}{2}\right) e^{jn\frac{2\pi}{M}(\nu - \nu_p)} \end{aligned}$$

이다.

### 3-3 3단자 회로에 대한 산란 행렬

서큘레이터를 해석할 때 입·출력 단자 영역과 호 영역으로 나누어 계산한다. 그래서 마지막 환

디스크의 전계를 표현한 식 (29)에서 입·출력 단자를 3개 갖는 소자로 제한할 경우  $N_{Trp}^d = N_{Trp}^c = 3$  이다.

$$\begin{aligned} E_{z,N}(R, \nu) &= \sum_{q=1}^3 \bar{G}_{EH,N}^{z\phi}(R, \nu; R, \nu_q) \\ &\cdot H_{\phi c}(R, \nu_q) \Delta \nu_q \end{aligned} \quad (30)$$

여기서

$$\begin{aligned} \bar{G}_{EH,N}^{z\phi}(R, \nu; R, \nu_q) &= \begin{cases} G_{EH,N}^{z\phi}(R, \nu; R, \nu_q); & \text{입·출력} \\ \bar{G}_{EH,N}^{z\phi}(R, \nu; R, \nu_q); & \text{호} \end{cases} \end{aligned} \quad (31)$$

이다. 마지막 환 디스크의 최외각 전계의 표현식 (30)과 그린 함수 표현식 (31)에서  $\Delta \nu_q$ 가 일정하다면

$$\widetilde{G}(\nu, \nu_q) = \bar{G}_{EH,N}^{z\phi}(R, \nu; R, \nu_q) \Delta \nu_q \quad (32)$$

처럼 그린 함수와  $\Delta \nu_q$ 를 같이 표현할 수 있다. 식 (32)의 결과를 식 (30)에 대입하면 다음과 같아 된다.

$$\begin{aligned} E_z^q &= \widetilde{G}(\nu, \nu_a) H_a + \widetilde{G}(\nu, \nu_b) H_b \\ &+ \widetilde{G}(\nu, \nu_c) H_c \end{aligned} \quad (33)$$

여기서 아래첨자  $q$ 와 관련하여 첨자  $a$ 는 입력 단자,  $b$ 는 아이솔레이션 단자 그리고  $c$ 는 출력 단자를 가리킨다. 식 (33)에서 각각의 첨자는 시계 방향으로  $q = a, b, c$ 를 표시하고, 방위각은  $\nu = \nu_q$ 로 놓는다. 또한  $H_{\phi c}(R, \nu_q)$ 와  $E_{z,N}(R, \nu)$ 는 각각  $H_q$ ,  $E_z^q$ 로 나타낸다. 그리고 아이솔레이션 단자  $b$ 와 출력 단자  $c$ 가 완전히 정합된 상태에서 전송선으로부터 부정합된 입력 단자  $a$ 로 입력 신호가 들어온다고 가정하면

$$E_{z(in)}^a \neq E_z^a : H_{\phi(in)}^a \neq H_\phi^a \quad (34)$$

$$E_{z(out)}^b = E_z^b : H_{\phi(out)}^b = H_\phi^b \quad (35)$$

$$E_{z(out)}^c = E_z^c : H_{\phi(out)}^c = H_\phi^c \quad (36)$$

의 결과를 얻는다. 여기서 사용된 첨자들은 서큘레이터의 입·출력 단자와 전송 선로의 경계영역에서 신호의 전파방향을 나타낸다.  $a$ ,  $b$ ,  $c$  영역의 특성 임피던스는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{E_{z(in)}^a}{H_{a(in)}} &= Z_a ; \quad \frac{E_{z(out)}^b}{H_{b(out)}} = -Z_b ; \\ \frac{E_{z(out)}^c}{H_{c(out)}} &= -Z_c \end{aligned} \quad (37)$$

그리고 전송선로와 서큘레이터의 입·출력 단자에서 입·출력되는 신호에 대한 산란 행렬은 다음과 같다. 입력 필드  $E_{z(in)}^a$  가 1일 때 위 식들을 이용하여 전계  $E$ 를 소거하고 자계  $H$ 에 대한 관계식을 만들면

$$H_a = \frac{2}{D_p} [(G_{bb} + Z_b)(G_{cc} + Z_c) - G_{bc}G_{cb}] \quad (38a)$$

$$H_b = \frac{2}{D_p} [G_{ba}(G_{cc} + Z_c) - G_{bc}G_{ca}] \quad (38b)$$

$$H_c = \frac{2}{D_p} [G_{ba}G_{cb} - (G_{bb} + Z_b)G_{ca}] \quad (38c)$$

가 된다. 여기에서 행렬식  $D_p$ 는 다음과 같다.

$$D_p = \begin{vmatrix} (G_{aa} + Z_a) & G_{ab} & G_{ac} \\ G_{ba} & (G_{bb} + Z_b) & G_{bc} \\ G_{ca} & G_{cb} & (G_{cc} + Z_c) \end{vmatrix} \quad (39)$$

식 (39)에서  $\tilde{\tilde{G}}(\phi_a, \phi_a)$ 는  $G_{aa}$ 로 표기한다. 따라서 자계  $H$ 를 이용하여 산란행렬을 구할 수 있고, 식 (38)과 (39)에 의해서 전계  $E$ 를 구할 수 있다. 따라서 산란 행렬을 구하면 다음과 같다.

$$S_{11} = 1 - Z_a H_a \quad (40a)$$

$$S_{21} = E_z^b = -Z_b H_b \quad (40b)$$

$$S_{31} = E_z^c = -Z_c H_c \quad (40c)$$

$S_{11}$ 은 입력 단자에서의 반사계수,  $S_{31}$ 은 입력 단자에서 출력 단자로 에너지 전달되는 특성을 나타내는 전송계수이고  $S_{21}$ 은 입력 단자에서 아이솔레이션 단자로 에너지가 전달되는 특성을 나타낸 전송계수이다.

#### IV. 서큘레이터 설계 및 고찰

##### 4-1 계산결과

본 논문에서 사용된 페라이트 매질들은 Trans-Tech사에서 제작 판매되는 G-510, G-1400과 G-4256 제품을 사용한다. 원형 디스크와 두 개의 환디스크로 구성된 스트립라인 서큘레이터는 각 디스크의 포화자화도와 인가된 바이어스 자계의 세기애 의해 공진 주파수와 대역폭에 많은 영향을 받는다. 단일 페라이트 매질로 구성된 서큘레이터의 설계 파라미터 중 포화자화도만 변할 경우 포화자화도가 높으면 공진 주파수는 낮아진다. 설계하고자 하는 공진 주파수를 결정하면 사용할 수 있는 페라이트 매질이 결정된다. 표 1은 원형 디스크와 환 디스크들의 페라이트 매질 사양을 나타낸 것이다.

그림 2는 표 1의 매질을 이용하여 조합할 수 있는 6가지 경우에 대하여 시뮬레이션한 서큘레이터

표 1. 페라이트 규격

Table 1. Ferrite specification.

	$4\pi M_s$ [G]	$\Delta H$ [Oe]	$\epsilon_r$
a) G-510	550	48	14.3
b) G-1400	1400	60	15.1
c) G-4256	1600	84	15.1

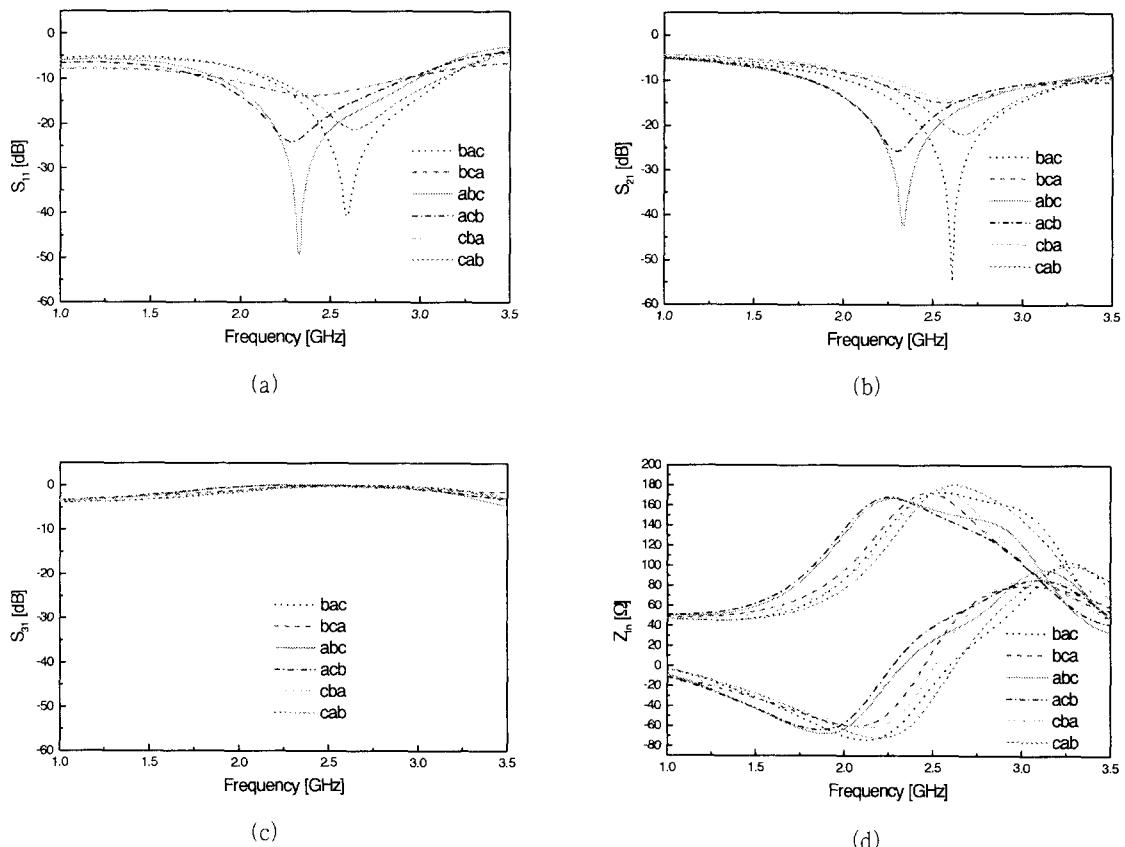


그림 2. 매질 배치에 따른 산란 행렬과 입력 임피던스. (a)  $S_{11}$ , (b)  $S_{21}$ , (c)  $S_{31}$ , (d)  $Z_{in}$

Fig. 2. Scattering parameter and input impedance according to ferrite disk arrangement.

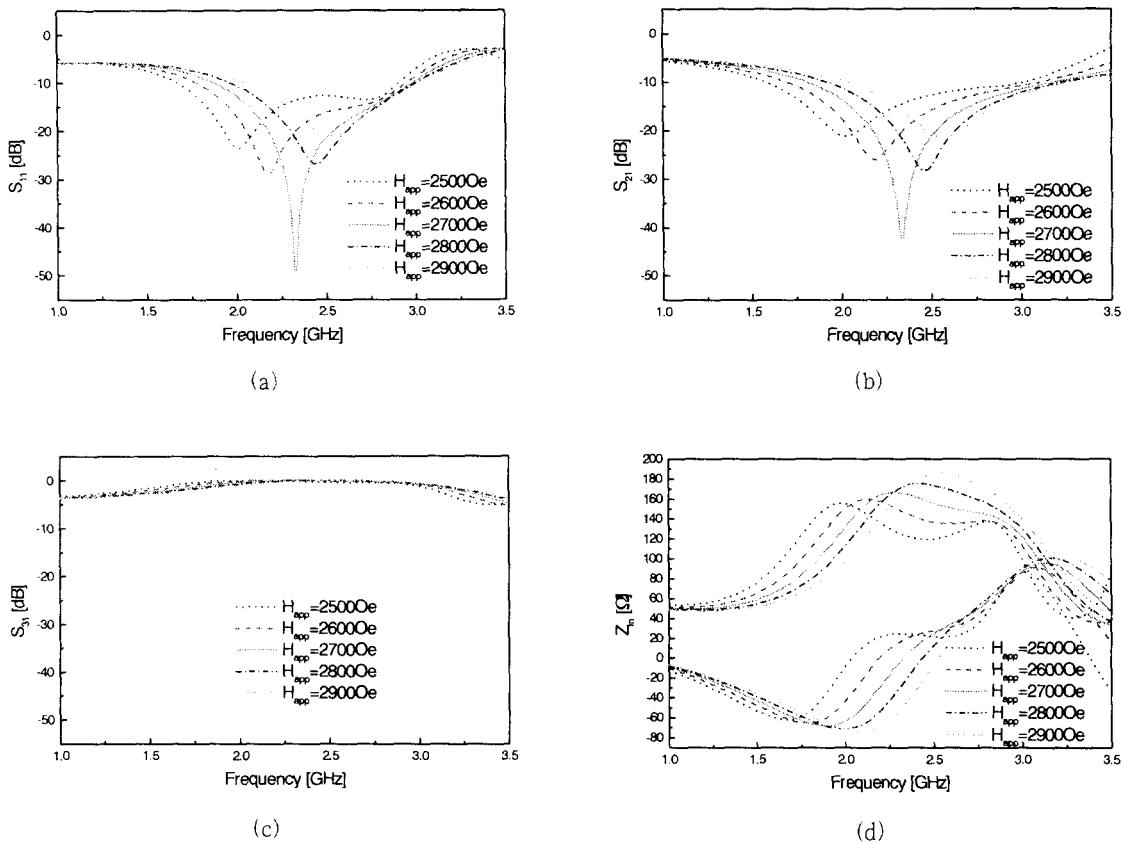
(a)  $S_{11}$ , (b)  $S_{21}$ , (c)  $S_{31}$ , (d)  $Z_{in}$ .

특성이다. 인가해 준 바이어스는 2700 Oe이고 서큘레이터 반경은 5.8 mm, 각 포트 단자의 폭은 5.1 mm로 설정하였다. 그리고 각 디스크들의 반경은 서큘레이터 반경을 3등분하여 설정하였다. 그림 2에 나타난 결과를 토대로 서큘레이션 특성이 가장 좋은 배치는 포화자화도가 순차적으로 증가하는 형태로 배열하는 방법(abc)과 최외각 환 디스크의 페라이트 매질을 원통 디스크와 내부 환 디스크의 페라이트 매질의 포화자화도보다 높은 매질로 선택하는 방법(bac)이다.

그림 3은 바이어스 필드의 세기에 따라 서큘레이션 특성 변화를 나타낸 것이다. 이 때 서큘레이

터 반경은 5.8 mm이고 각 포트 단자의 폭은 5.1 mm, 사용한 페라이트 매질은 표 1에서 포화자화도가 순차적으로 증가하는 형태(abc)로 배열하였다. 바이어스 필드의 세기가 증가하면 공진 주파수도 증가하는 것을 확인할 수 있다. 시뮬레이션 결과를 보면 바이어스 필드를 가변하였을 때 공진 주파수와 서큘레이션 특성을 개선시킬 수 있다.

그림 4는 서큘레이터의 반경  $R$ 을 5.8 mm로 하였을 때 각 포트에 대한 단자의 폭의 변화에 따른 시뮬레이션 결과이다. 이 때 원형 페라이트 디스크의 매질은 G-510이고, 내부 환 페라이트 디스크의 매질은 G-1400, 외부 환 페라이트 디스크의 매질

그림 3. 바이어스 필드 세기에 따른 산란 행렬과 입력 임피던스. (a)  $S_{11}$ , (b)  $S_{21}$ , (c)  $S_{31}$ , (d)  $Z_{in}$ .Fig. 3. Scattering parameter and input impedance according to bias field  $H_{app}$ .(a)  $S_{11}$ , (b)  $S_{21}$ , (c)  $S_{31}$ , (d)  $Z_{in}$ .

은 G-4256이다. 인가한 바이어스 자계는 2700 Oe이다. 이 때 공진 주파수는 2.33 GHz이고 단자의 폭을 가변시켜 특성을 확인한 결과 폭이 5.1 mm인 경우가 가장 좋은 특성이 나타났다. 단자의 폭이 5.1 mm인 경우 동작 주파수는 1.34 GHz에서 3.31 GHz까지이고  $S_{11}$ 은 2.33 GHz에서 -49 dB였고  $S_{21}$ 은 2.33 GHz에서 -42 dB로 나타났다. 그림 3과 그림 4를 보면 바이어스 자계를 가변시키는 것 보다 포트 단자의 폭을 가변시킴으로써 공진 주파수와 서큘레이션 특성을 더욱 개선시킬 수 있다.

#### 4-2 제작 결과 및 고찰

그림 5는 표 2의 설계제원을 가지고 제작된 서큘레이터의 산란 행렬 특성을 나타낸 그래프이다.  $S_{11}$  및  $S_{21}$ 에서 마커 1(Marker 1)과 마커 2(Marker 2)는 통과 대역의 시작 주파수와 마지막 주파수에서의 반사와 전송 특성을 나타내고 마커 3(Marker 3)는 공진점에서의 반사와 전송 특성을 나타낸다. 공진점의 위치는 2.38 GHz로 나타났다.

그림 6은 표 2의 설계제원을 가지고 해석한 시뮬레이션 결과와 제작한 서큘레이터의 측정 결과를 비교한 그래프이다. 각 디스크의 매질 설정은 표 2에 나타내었다. 그림 6에서 입력포트  $S_{11}$ 과 격리포트  $S_{21}$ 의 공진 주파수를 비교해 보면 측정

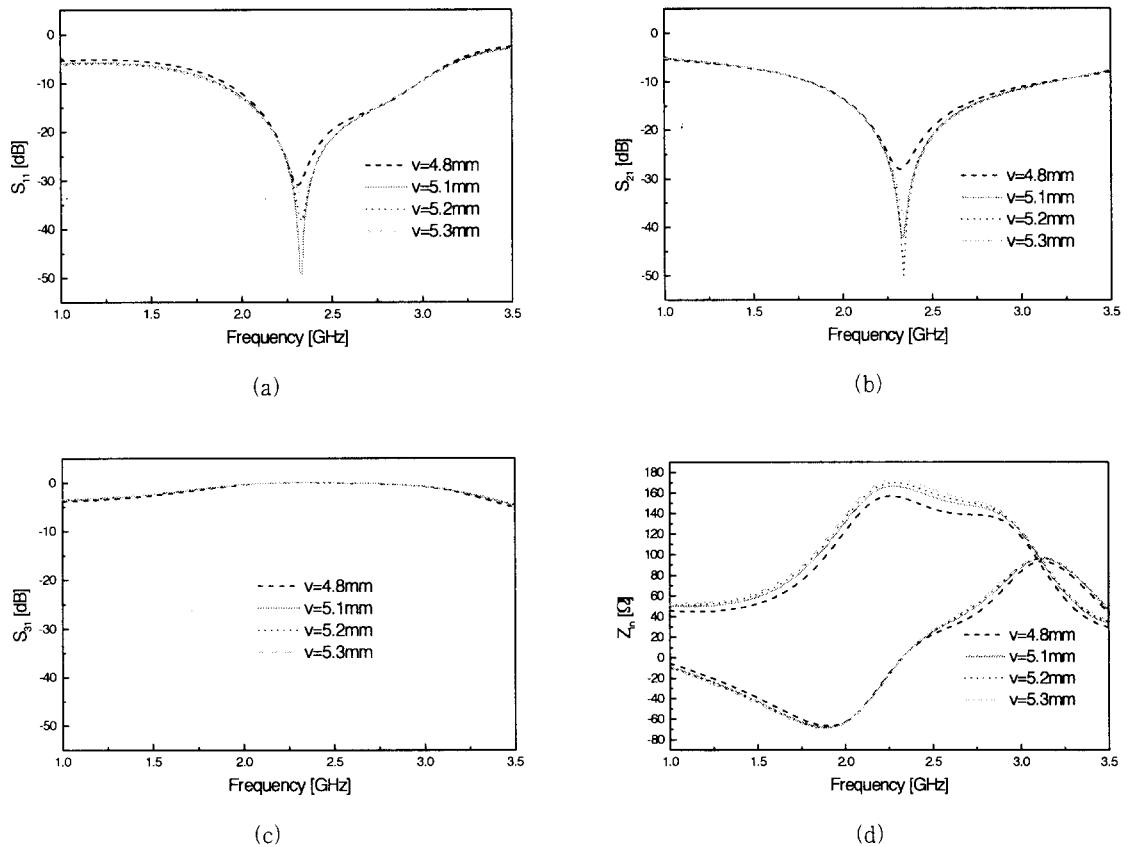


그림 4. 단자의 폭에 따른 산란 행렬과 입력 임피던스. (a)  $S_{11}$ , (b)  $S_{21}$ , (c)  $S_{31}$ , (d)  $Z_{in}$

Fig. 4. Scattering parameter and input impedance compared port width

(a)  $S_{11}$ . (b)  $S_{21}$ . (c)  $S_{31}$ . (d)  $Z_{in}$ .

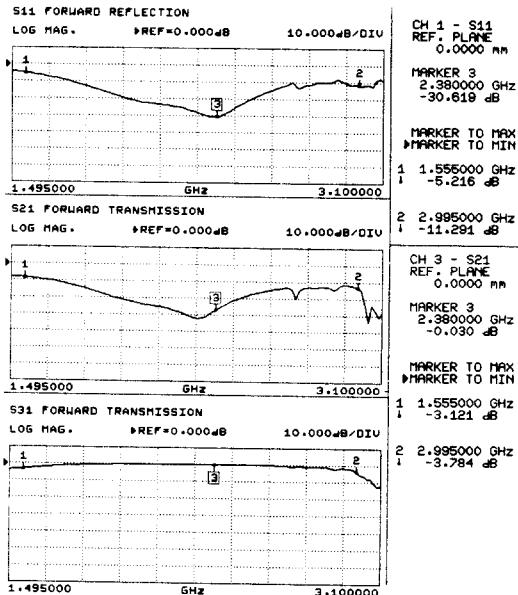
표 2. 스트립라인 서큘레이터 설계제원

Table 2. Stripline circulator design parameter.

	$H_{app}$ [Oe]	$4\pi M_s$ [G]	$\Delta H$ [Oe]	$\epsilon_r$	$r_i$ [mm]	$v$ [mm]
G-510( $i=0$ )	2700	550	48	14.3	1.93	-
G-1400( $i=1$ )		1400	60	15.1	3.87	
G-4256( $i=2$ )		1600	84	15.1	5.80	
Conduct	-	-	-	-	5.80	5.1
Ground	-	-	-	-	5.80	-

치와 계산치가 거의 일치하게 나타났다. 공진 주파수의 편이 정도는 설계치 2.38 GHz보다  $S_{11}$ 에서 50

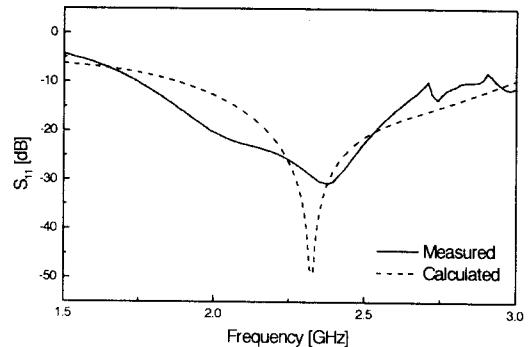
MHz 정도 측정치가 높게 나타났고,  $S_{21}$ 은 측정치가 30 MHz 정도 낮게 나타났다. 그리고 공진 주파

그림 5. 측정된  $S_{11}$ ,  $S_{21}$  과  $S_{31}$ Fig. 5. Measured  $S_{11}$ ,  $S_{21}$  and  $S_{31}$ .

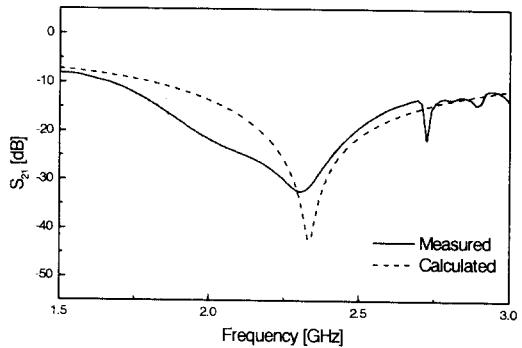
수보다 높은 주파수에서 특성이 일그러지는 현상이 나타났으나 이론 값과 유사한 결과를 보였다. 제작된 서큘레이터의 특성을 살펴보면 입력 단의 반사계수  $S_{11}$ 은 2.38 GHz에서  $-30$  dB, 아이솔레이션 단에서 입력 단으로의 전송계수  $S_{21}$ 은  $-28$  dB로 나타났고 출력 단의 전송계수  $S_{31}$ 의 전송 대역폭은 약 1.4 GHz인 광대역 특성을 보였다.

## V. 결 론

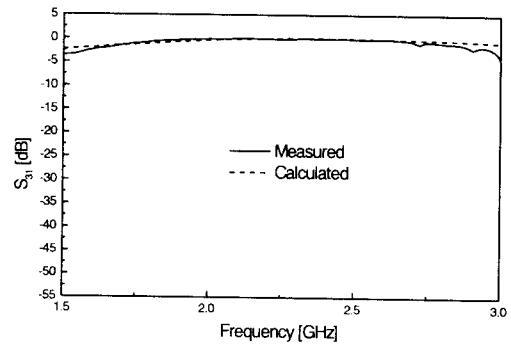
본 연구에서는 원형 페라이트 디스크와 두 개의 환 페라이트 디스크들로 구성된 스트립라인 구조의 서큘레이터를 설계하고 제작하였다. 원형 디스크와 환 디스크 두 개로 구성된 경우 디스크의 포화자화도가 원형 디스크에서 외부 환 디스크로 순서대로 증가하는 경우와 최외각 환 디스크의 포화자화도가 내부 환 디스크의 포화자화도와 원형 디스크의 포화자화도보다 클 때 양호한 서큘레이션 특성이 나타났다. 설계시 이러한 특성을 이용하여



(a)



(b)



(c)

그림 6. 측정치와 이론치의 산란 행렬 특성 비교

(a)  $S_{11}$ , (b)  $S_{21}$ , (c)  $S_{31}$   
Fig. 6. Scattering parameter compared the calculated data with the measured data.  
(a)  $S_{11}$ , (b)  $S_{21}$ , (c)  $S_{31}$ .

포화자화도가 다른 페라이트 매질을 적절히 배치하면 서큘레이션 특성을 유지하면서 공진 주파수의 위치를 설계하고자 하는 위치로 조정할 수 있다. 제작된 서큘레이터의 특성을 살펴보면 입력 단의 반사계수  $S_{11}$ 은 2.38 GHz에서 -30 dB, 아이솔이션 단에서의 입력 단으로의 전송계수  $S_{21}$ 은 -28 dB로 나타났고 입·출력 단의 전송계수  $S_{31}$ 의 전송 대역폭은 약 1.4 GHz로 나타났다.

본 논문에서 이용한 순환 그린함수는 여러 개의 페라이트 디스크 구조를 갖는 스트립라인 서큘레이터 설계뿐만 아니라 MMIC용 마이크로스트립라인 서큘레이터 설계에도 유용하게 이용될 수 있다. 또한 선택된 매질의 포화자화도에 의해 공진 주파수의 위치를 조정할 수 있기 때문에 원하는 주파수 대역을 갖는 서큘레이터를 쉽게 설계할 수 있다.

### 참 고 문 현

- [1] H. Bosma, "On stripline Y-circulation at UHF", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*,

### 김 동 현



1997년 2월: 제주대학교 통신공학과(공학사)  
1999년 2월: 제주대학교 대학원 통신공학과(공학석사)  
1999년 3월~현재: 제주대학교 대학원 통신공학과(박사과정)  
[주 관심분야] RF회로설계, 이동통신 및 위성통신 시스템 등

- vol. MTT-12, pp. 61-72, Jan., 1964.  
[2] C. E. Fay, R. L. Comstock, "Operation of the ferrite junction circulator", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-13, pp. 15-27, Jan., 1965.  
[3] Y. S. Wu, Fred J. Rosenbaum, "Wide-band operation of microstrip circulators", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-22, no. 10, pp. 849-856, Oct., 1974.  
[4] Douglas K. Linkhart, *Microwave Circulator Design*, Artech House, Inc., pp. 67-128, 1989.  
[5] Clifford M. Krown and Robert E. Neidert, "Theory and numerical calculations for radially inhomogeneous circular ferrite circulators", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 44, no. 3, pp. 419-431, March, 1996.  
[6] Harvey S. Newman and Clifford M. Krown, "Analysis of ferrite circulators by 2-D finite-element and recursive green's function techniques", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 46, no. 2, pp. 167-177, Feb., 1998.

### 양 두 영



1984년 2월: 제주대학교 통신공학과(공학사)  
1989년 2월: 한양대학교 대학원 전자공학과(공학석사)  
1992년 2월: 한양대학교 대학원 전자통신공학과(공학박사)  
1992년 3월~현재: 제주대학교 통신공학과 부교수  
[주 관심분야] RF회로설계, 이동통신 및 위성통신 시스템 등