

특정 자기 상관 함수를 갖는 이진 부호를 이용한 빠른 수렴 속도를 이루는 등화방법의 성능 분석

Performance Analysis of Fast Start-Up Equalization Using Binary Codes with Specific Autocorrelation Functions

양상현 · 한영열

Sang-Hyun Yang · Young-Yearl Han

요 약

유럽의 GSM에서는 시간 분할 다중 접속(TDMA) 프레임에 정보 신호와 함께 한 프레임당 페이딩 채널의 임펄스 응답 측정과 학습 구간 동안의 등화기의 빠른 수렴을 목적으로 한 16비트 길이의 프리앰블을 사용하고 있다. 이러한 전송 프리앰블과 수신기에 저장된 프리앰블에 일정 조건을 만족하는 동일한 이진 부호를 전송하여 등화기의 탭 계수(tap coefficients)를 빠르게 수렴시키고, 그 상호 상관 함수를 구함으로써 임펄스 응답을 측정한다. 본 논문에서는 기존의 의사 잡음 부호를 이용하는 방식과는 달리 0번 자리 이동(shift)일 때와 반 주기만큼의 자리 이동일 때 상관 값을 가지고, 나머지 자리 이동에서는 0값인 특정 자기 상관 함수를 갖는 이진 부호를 이용한 정확한 임펄스 응답 측정과 초기 빠른 수렴 속도를 지니는 등화기(equalizer) 구현의 수학적 접근과 기존의 의사 잡음 부호를 학습 시퀀스로 이용한 경우와의 수렴 속도 비교, 그리고 임펄스 응답 측정이 논의된다.

Abstract

In the global system for the mobile communication (GSM) system, the class of training sequences used in a TDMA frame is a preamble sequence with a period of 16 bits for the channel impulse response measurement and the start up equalization during the training period. If the transmitted preamble sequence and the binary sequence in the receiver properly satisfy a condition, this training sequences used for fastly adjusting the tap coefficients and impulse response can be measured by calculating the crosscorrelation function.

In this paper, it is used that training sequences have zero values of the autocorrelation at all delays except zero and middle shifts. A comparison of convergence rate, a mathematical approach for fast start-up equalization and correctly channel impulse response measurement are proposed.

한양대학교 전자통신·전자전기공학부(Dept. of Electronic Communication Eng., Hanyang Univ.)

· 논문 번호 : 990629-055

· 수정완료일자 : 1999년 10월 6일

I. 서 론

셀룰라 이동 무선 통신의 기지국에서 송신된 전파는 자연 장애물과 이동국 주위에서 인공 건축물에 의해 반사, 회절, 산란되므로 이동국에 도달할 때에는 다중파를 이루게 된다. 따라서 수신 점에서의 전계 강도가 변화하는 페이딩 현상이 발생한다. 또한 채널의 대역폭 제한으로 인접 심벌간 간섭이 생겨 송신 신호가 왜곡되는 ISI(Intersymbol interference)가 발생하게 된다. 이러한 페이딩 채널을 보상해 주기 위하여 각 순간의 임펄스 응답과 ISI를 제거할 수 있으며, 등화기의 탭 계수를 빠르게 조정할 수 있는 프리엠플 학습시퀀스의 선택과 이동 통신 시스템의 설계가 필요하다. 페이딩 채널의 임펄스 응답은 도심 지역, 교외 지역 등의 페이딩 현상의 수준을 알려주고 있으며, 등화기의 정확한 구현에 직접적 영향을 미친다. 이를 구하는 방법에는 의사 잡음 부호 사용법이 있다. 이 방법은 주기적인 의사 잡음 부호의 상관 특성을 이용하는 방법으로 주기를 N 이라 할 때, 자기 상관 함수값이 지연이 없을 때 1이고 다른 지연에서는 모두 $-1/N$ 이 되는 특성을 이용하여 송신된 의사 잡음 부호와 수신단에서의 기준 부호와의 상호 상관 함수 값을 구함으로써 임펄스 응답을 얻어낸다. 하지만 의사 잡음 부호 사용법은 자리 이동이 없을 때를 제외하고 전 주기에 대한 모든 자리 이동에서 자기 상관 함수 값이 정확히 0이 되지 않기 때문에 채널의 임펄스 응답 측정에 오차가 발생하게 된다. 이런 문제점으로 인하여 수신단에서 세 개의 상관기를 이용하여 보다 정확한 임펄스 응답을 측정하기 위한 학습 시퀀스으로써 특정 자기 상관 함수를 가지는 부호를 이용한다^[1]. 또한 학습 기간 동안에 등화기의 탭 계수의 초기 수렴을 빠르게 적응시키기 위한 부호로 의사 잡음 부호를 송신한다. 그 수렴율은 송신된 의사 잡음 부호의 자기 상관값의 고유치 확산과 수신측에서의 신호 성분과 잡음 성분의 전력의 합에 영향을 받는다. 탭 계수의 수렴은 등

화기 입력 신호의 자기 상관 행렬 (R_{YY})의 고유값(eigenvalue)의 최대값과 최소값의 비값으로 나타나는 고유치 확산과 신호와 잡음 전력의 합($x_0 + N_0$)에 의해서 결정되는 적응상수(step parameter)의 선택에 영향을 크게 미친다^[3]. 앞에서 언급한 것처럼 지연이 없을 경우와 반주기의 지연에서의 상관값을 가지고 나머지 자리 이동에서는 상관값이 0인 특정 자기 상관 값을 가지는 부호의 초기 탭 계수의 적응 속도가 의사 잡음 부호를 이용한 경우보다 훨씬 빠르다는 것을 논한다.

본 논문은 다음과 같이 구성된다. II장에서는 특정 자기 함수를 가지는 부호가 발생하는 조건, 유형과 몇 가지 모의 실험에 의한 부호의 배열과 그 자기 상관 특성 그래프에 대하여 설명한다. III장에서는 의사 잡음 부호와 특정 자기 함수를 가지는 부호의 입력 신호에 의한 자기 상관 행렬 (R_{YY})의 고유값(eigenvalue)의 최대값과 최소값의 비에 의해 결정되는 적응 상수를 통한 등화기 초기 수렴 속도 비교의 주요 결과들을 논의한다. IV장에서는 특정 자기 함수를 갖는 부호를 입력 신호로 사용했을 경우의 수신 측에서의 신호 전력과 잡음 전력의 합에 의해 결정되는 적응 상수를 통한 등화기의 수렴 속도 분석과 수학적 접근을 보이며, 마지막으로 V장에서 결론을 맺는다.

II. 특정 자기 상관 함수를 가지는 부호

이동 무선 채널에서 페이딩 채널의 임펄스 응답 측정용으로 사용되는 의사 잡음 부호의 경우에 자기 상관값의 지연이 있을 경우에 대한 오차를 감소시킬 수 있는 적합한 부호를 찾기 위한 조건은 다음과 같다.

[조건 1] 자기 상관 함수의 값이 0번 자리 이동일 때를 제외하고 모든 자리 이동에서 0이 될 수 있는 비트 길이는 4의 배수이다. 즉 4, 8, 12, 16, 20 ... 비트가 된다.

〈조건 1의 증명〉 N비트의 이진 배열이 가질 수 있는 자기 상관 함수값들은 모든 τ (지연 시간)에 대해서 다음과 같은 자기 상관 함수값을 가질 수 있다.

$$R(\tau) = N - 4(k - m)$$

N : 비트 수

k : N 비트 이진 부호 중에서 1의 개수

m : 자리 이동된 배열과 원래 배열을 비교했을 때 '1'이 서로 만나는 것의 개수

위의 자기 상관 함수값의 표현식에 의해 [조건 1]에서 언급한 것처럼 비트수(N)는 4의 배수가 되어야만 0번 자리 이동을 제외한 나머지 자리 이동에서 자기 상관 값이 0이 될 수 있다.

[조건 2] 0번 자리 이동일 때를 제외한 나머지의 자기 상관 함수의 값이 0이 되기 위해서는 비트 수가 N^2 의 형태를 가져야 한다. 즉 4, 16, 36, 64 ... 비트가 된다.

〈조건 2의 증명〉 이진 배열을 0에서 $(N-1)$ 번까지 자리 이동시켰을 때의 자기 상관 함수값들을 모두 합한 것은 이 배열의 각각의 수를 더한 것의 제곱과 같다.

$$\begin{aligned} \sum_{\tau} R(\tau) &= (a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_N)^2 \\ &= (N - 2k)^2 \quad (k = 0, 1, \dots, N/2) \end{aligned}$$

이진 배열에서

$$\begin{cases} 1 \text{의 개수} : k \\ -1 \text{의 개수} : N - k \end{cases}$$

일 때

$$\begin{aligned} (a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_N) &= k - (N - k) \\ &= -(N - 2k) \end{aligned}$$

가 된다.

따라서, 자기 상관 함수값들의 합은 임의의 정수(N)의 제곱의 형태를 가져야 한다.

[조건 3] 이진 부호 (a_1, a_2, \dots, a_N) 의 자기 상관 함수의 값이 0번 자리 이동일 때를 제외한 모든 자리 이동에 대하여 0이 되기 위해서는

$$\begin{aligned} &a_1(a_2 + a_3 + \dots + a_N) \\ &+ a_2(a_3 + a_4 + \dots + a_N) + \dots + a_{N-1}a_N = 0 \end{aligned}$$

이어야 한다.

〈조건 3의 증명〉 자기 상관 함수의 값이

• 0번 자리 이동일 때 :

$$a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_{N-1}^2 + a_N^2$$

• 1번 자리 이동일 때 :

$$a_1a_2 + a_2a_3 + \dots + a_{N-1}a_N + a_Na_1$$

⋮

• $(N-1)$ 자리 이동일 때:

$$a_1a_N + a_2a_1 + \dots + a_{N-1}a_{N-2} + a_Na_{N-1}$$

0번 자리 이동일 때를 제외한 모든 자리 이동에 대해 그 상관값이 0이 되기 위해서는

$$\begin{aligned} &a_1(a_2 + a_3 + \dots + a_N) + a_2(a_1 + a_3 + \dots + a_N) \\ &+ \dots + a_N(a_1 + \dots + a_{N-1}) = 0 \end{aligned}$$

위 식을 전개하면 [조건 3]의 식으로 전개된다^[7].

페이딩 채널의 임펄스 응답 측정에 적합한 이진 부호, 즉 지연이 없을 때를 제외한 모든 지연에 대하여 자기 상관 함수값이 0이 되는 부호를 앞의 조건에 의해 찾아봤으나 4비트를 제외하고는 16비트와 36비트에서는 존재하지 않았다. 차선책으로 이진 부호의 길이를 N 이라 할 때, 0번 자리 이동 이외에 $N/2$ 번 자리 이동에서 한 번 더 자기 상관값이 0이 아닌 것을 가지는 부호를 찾을 수 있다. 이러한 특정 자기 상관 특성을 갖는 이진 부호는 다음과 같다^[7].

$$R(\tau) = \begin{cases} N & ; \tau = 0, \pm N, \pm 2N, \dots \\ -(N-4) & ; \tau = \pm N/2, \pm 3N/2, \dots \\ 0 & ; \text{그 외의 모든 자리이동} \end{cases} \quad (1)$$

표 1. 식(1)과 같은 자기 상관 특성을 가지는 부호의 유형

Table 1. Pattern of sequence with specific autocorrelation function.

이진 부호의 길이 [bits]	8	12	16	20	24	28	32	36
1의 개수 / 0의 개수	3/5	5/7	7/9	9/11	11/13	13/15	15/17	17/19

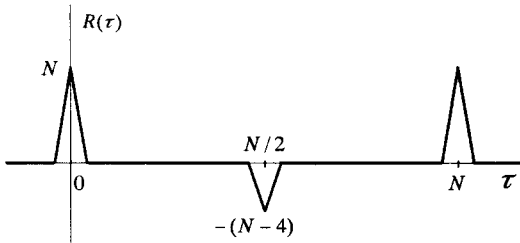


그림 1. N/2번 자리 이동에서의 함수 값이 $-(N-4)$ 인 자기 상관 함수 특성.

Fig. 1. Characteristic of correlation function with mid-value $-(N-4)$ at the $N/2$ shifted version.

표 2. 0번 자리 이동 이외의 자리 이동에서 한번 이하 자기 상관 함수 값이 0이 아닌 것을 가지는 이진 부호.

Table 2. Binary sequence with three-valued autocorrelation function.

8 비트	
함수 값	8 0 0 0 -4 0 0 0
이진 배열	0 0 0 0 1 0 1 1 0 0 0 0 1 1 0 1 등
12 비트	
함수 값	12 0 0 0 0 0 -8 0 0 0 0 0
이진 배열	0 0 0 0 1 0 0 1 1 1 0 1 0 0 0 0 1 0 1 1 1 0 0 1 등
16 비트	
함수 값	16 0 0 0 0 0 0 0 0 -12 0 0 0 0 0 0 0
이진 배열	0 0 0 0 0 1 0 0 1 1 1 0 1 0 1 1 등

이상과 같이 16 비트까지의 0번 자리 이동과 N/2 번 자리 이동에서의 자기 상관값을 가지고 나머지

자리 이동에서의 상관값이 0인 특정 자기 함수를 가지는 이진 부호를 구할 수 있었다. 이러한 이진 부호를 이용해 수신 단에서 세 개의 상관기를 이용해 0 번 자리 이동을 제외한 나머지 자리 이동에서는 그 상관값이 0이 되는 특성을 페이딩 채널의 임펄스 응답 측정에 이용할 수 있다^[1]. 기존의 등화기의 초기 탭 계수를 적용시키는 시퀀스로써 앞에서 찾아낸 특정 시퀀스를 이용한 그 수렴율을 알아본다.

III. 특정 자기 상관 함수를 가지는 이진 부호를 이용한 채널 임펄스 응답 측정과 자기 상관 행렬의 고유값을 통한 등화기 초기 수렴 속도 분석

GSM에서의 프리엠플 학습 시퀀스로 의사 잡음 시퀀스를 쓰는 경우와 앞에서 설명한 특정 자기 상관값을 가지는 시퀀스를 학습 시퀀스로 사용하는 경우의 등화기의 탭 계수 수렴 속도를 분석한다. 이런 경우 등화기의 탭 계수가 빠르게 수렴하게 되는 원인에 대해 간단히 설명한다.

의사 잡음부호에 비해 특정 자기 상관 함수를 갖는 부호를 사용할 경우, 수신단의 적절한 설계에 의한 -상관기의 적절한 배열 [1]- 시간에 따라 변하는 채널의 임펄스 응답이 더 정확하게 측정됨에 따라 등화기의 설계가 정확하게 구현된다. 또한 아주 짧은 주기를 가지는 시퀀스를 초기 탭 계수를 수렴시키는 시퀀스로 사용해도 학습 모드에서 정보 전송 모드로 전환되어도 그 시스템의 성능 열화가 적다^[2]. 등화기의 탭 계수를 수렴시키는 방법으로 선택한 LMS (Least Mean Square) 방식에서의 그 수렴 속도를 좌우하는 인자인 Δ (적응 상수)의 선택에

있어 등화기 입력 신호의 자기 상관 행렬의 최대 고유값과 최소 고유값의 비가 작을수록 빠르게 수렴하게 된다^[3]. 그 비를 계산한 결과, 표 3에서 의사 잡음 시퀀스보다 특정 자기 함수를 갖는 시퀀스에서 그 비가 작다는 것을 알 수 있었다.

먼저 채널 임펄스 응답 측정에 관하여 설명한다. 채널의 임펄스 응답이 $h(t)$ 로 표현될 때 송신자가 $d(k)$ 를 전송하면 수신신호는 $d(k)$ 와 $h(t)$ 의 컨벌루션이 되고 수학적으로 표현하면

$$r(t) = d(k) * h(t) \quad (2)$$

가 된다. 이 신호를 수신 측에서 다시 $d(k)$ 로 상관시키면

$$\begin{aligned} d(k) * h(t) \otimes d(k) &= R(\tau) * h(\tau) \approx \delta(\tau) * h(\tau) \\ &= h(\tau) \end{aligned} \quad (3)$$

가 된다. $d(k)$ 는 앞에서 언급한 특정 자기 상관 함수를 가지는 이진 부호이며, \otimes 는 수신 신호의 $d(k)$ 의 상관을 의미하며, $R(\tau)$ 가 지연이 0일 때 임펄스이면 상관시켜 나온 출력이 바로 임펄스 응답 $h(t)$ 가 된다.

하지만 II장에서 언급한 것처럼 자리 이동이 없을 경우를 제외하고 나머지 자리 이동이 생길 경우 정확히 자기 상관값이 0값을 가지는 부호는 4 비트를 제외하고는 36비트까지 존재하지 않았다. 따라서 표 2에서 처럼 차선택으로 구한 특정 자기 상관 함수를 가지는 이진 부호를 수신 단에서의 상관기의 적절한 배열로 임펄스 응답을 측정하게 된다. 그림 2는 임펄스 응답 측정의 수신기 상관기 배열의 블록도이다. 그 아래에 나와 있는 특성 그래프는 표 2에 나와 있는 특정 자기 상관 함수를 갖는 유형 부호 $d(k)$ 를 이용한 최종적인 C단에서의 그 상관 특성을 나타내는 그림이다.

그림 2에 나타나는 상관 특성을 정규화 시키면 거의 임펄스에 가깝게 된다. 이런 임펄스와 페이딩 채널을 컨벌루션 시키게 되면 임펄스 응답을 측정

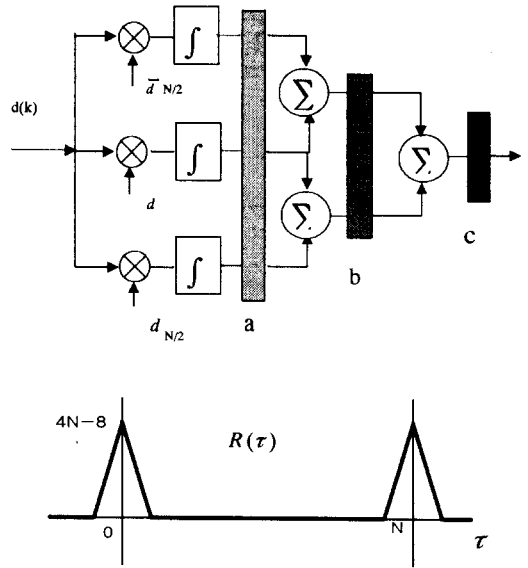


그림 2. 채널의 임펄스 응답 측정의 블록도와 그 특성.

Fig. 2. Block diagram of the channel impulse response measurement and characteristic.

할 수 있다. 따라서 지연이 생길 경우의 자기 상관값이 $-1/N$ 값을 가지는 기존의 의사 잡음 부호를 임펄스 응답의 측정에 이용한 경우보다 그 응답 측정이 더 정확하다^[7].

다음으로 등화기의 탭 계수를 결정하는 방법으로 선택한 LMS에 대해 설명한다. 등화기의 탭 계수를 결정하기 위해 등화기 출력의 MSE(Mean Square Error)를 최소화하는 방식에서 최적의 계수를 결정하는 식은 다음과 같다.

$$[R_{YY}][C] = [R_{YD}] \quad (4)$$

$[R_{YY}]$: $N \times N$ 자기 상관 행렬

$[C]$: N 등화기의 계수

$[R_{YD}]$: N 채널의 상호 상관 계수

최적의 등화기 초기 탭 계수를 구하는 방법은 자기 상관 행렬 $[R_{YY}]$ 의 역행렬을 구함으로써 얻어진다. 여기서 직접적으로 역행렬을 구해 탭 계수를

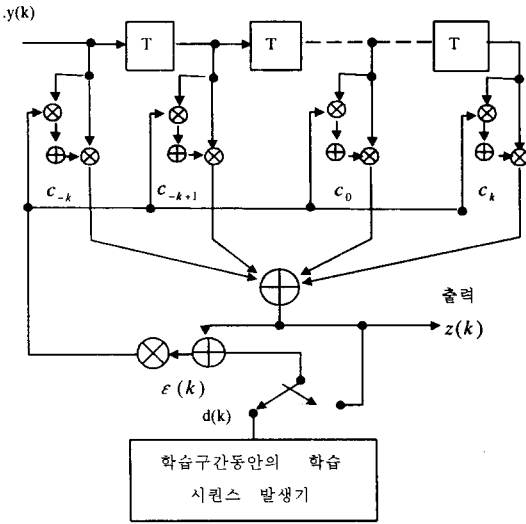


그림 3. LMS방법에 의한 선형 등화기의 탭을 결정하는 블록도.
Fig. 3. Block diagram of the linear adaptive equalizer based on LMS criterion.

언어내는 것보다는 반복 과정을 통한 급경사 방법 (Steepest descent method)에 의해 그 수렴을 결정한다. 급경사 방법에 의한 연속적인 탭 계수 벡터 C 는 다음 관계에 의해 얻어진다.

$$C_{k+1} = C_k + \Delta \epsilon(k)y(k), \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (5)$$

C_{k+1} : k 번째 반복을 통해 얻어진 탭 계수
 $\epsilon(k)$: $d(k) - z(k)$ k 번째 반복에 의한 에러
 $y(k)$: 수신 신호 벡터
 Δ : 적응 상수

위의 논의에서, 원하는 신호와 그 신호의 추정값으로부터 오류 신호를 형성하는 송신 정보 신호를 수신단에서 알아야 한다. 이런 사전 정보는 짧은 학습 기간 동안에 이미 알고 있는 정보 시퀀스를 수신단에 초기 전송함으로써 탭 가중치를 조정하게 된다. 이런 학습 시퀀스의 길이는 채널의 대역이 충분히 등화될 수 있는 스펙트럼을 가질 수 있게 등화기의 길이와 같게 된다. 여기서도 마찬가지로 특정 자

기 상관 함수를 갖는 이진 부호의 한 주기만큼의 길이를 가진 등화기를 구현했다.

다음으로 앞에서 언급한 것처럼 LMS 알고리즘의 수렴성질중 적응 상수 Δ 의 선택이 수렴 속도에 미치는 영향을 고려해 본다^[3].

$$\begin{aligned} C_{k+1} &= C_k + \Delta \epsilon(k)y(k) \\ &= C_k - \Delta ([R_{YY}]C_k - [R_{YD}]) \\ &= (I - \Delta [R_{YY}])C_k + \Delta [R_{YD}] \end{aligned} \quad (6)$$

$k=0, 1, 2, \dots, N$ (I : 단위 행렬)

$$[R_{YY}] = SAS^{-1} \quad (7)$$

S : $[R_{YY}]$ 의 정규화된 고유 벡터(eigenvector) 행렬,
 Λ : $[R_{YY}]$ 의 고유값 성분을 갖는 diagonal 행렬.

식 (7)을 식 (6)에 대입하고 난 후, $C_k^0 = S^{-1} \cdot C_k [R_{YD}]^0 = S^{-1} [R_{YD}]^0$ 로 변환하면

$$C_{k+1}^0 = (I - \Delta \Lambda)C_k^0 + [R_{YD}]^0 \quad (8)$$

이 된다. 수렴은 다음 일차 동차(homogeneous) 미분 방정식에 의해 결정된다.

$$C_{k+1}^0 = (I - \Delta \Lambda)C_k^0 \quad (9-1)$$

$$C_k = (I - \Delta \Lambda)^k C_0 \quad (9-2)$$

반복 관계에 의해 (9-2)식의 모든 극점(pole)이 단위원내에 존재한다면 수렴을 하게 된다.

$$|1 - \Delta \lambda_k| < 1, \quad k = 0, 1, \dots, N \quad (10)$$

$\lambda_k > 0$: $[R_{YY}]$ 의 고유값

결과적으로, 반복 관계에 의한 수렴은 적응 상수 Δ 가 식 (8)에 의해 다음과 같은 부등식을 만족한다.

$$0 < \Delta < 2/\lambda_{\max} \quad (11)$$

λ_{\max} : $[R_{YY}]$ 의 최대 고유값

표 3. 의사 잡음 부호와 특정 자기 상관 함수를 갖는 부호의 $[R_{YY}]$ 와 $\lambda_{\max}/\lambda_{\min}$ 값의 일반적인 표현.

Table 3. Autocorrelation matrix $[R_{YY}]$ and $\lambda_{\max}/\lambda_{\min}$ of sequence with specific autocorrelation function and PN sequence.

주기(N)	$[R_{YY}] (N \times N)$	$\lambda_{\max} / \lambda_{\min}$
의사 잡음 부호	$\begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{N} & \cdots & -\frac{1}{N} \\ -\frac{1}{N} & 1 & \cdots & -\frac{1}{N} \\ & & \vdots & \\ -\frac{1}{N} & -\frac{1}{N} & \cdots & 1 \end{bmatrix}$	$\frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}} = N+1$
특정 자기 상관 함수를 갖는 부호	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdot & -\frac{N-4}{N} & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & 1 & \cdot & \cdot & -\frac{N-4}{N} & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{N-4}{N} & \cdot & \cdot & 1 \end{bmatrix}$	$\frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}} = \frac{N-2}{2}$

$\therefore [N+1 > (N-2)/2]$

식 (9)과 식 (10)에서 $|1 - \Delta\lambda_k|$ 가 작을 때, 빠른 수렴을 할 수 있다. 하지만 식 (9)과 식 (10)을 만족하지만, $[R_{YY}]$ 의 최대 고유값과 최소 고유값의 차가 크게 된다면 식 (11)을 만족하지 못하는 경우가 있다. 다시 말해서, $[R_{YY}]$ 의 최대 고유값과 최소 고유값 사이의 비가 작을 때, 빠른 수렴율을 가지게 되고, 그 비가 크면 채널의 임펄스 응답이 깊은 스펙트럼 공간(deep spectral nulls)을 가지므로 그 수렴율이 느려지게 된다^[3].

표 3에서는 주기 N을 가진 의사 잡음 부호와 특정 자기상관 함수를 갖는 이진 부호의 등화기 입력 자기 상관 행렬 $[R_{YY}]$ 의 값의 일반적인 표현과 $\lambda_{\max}/\lambda_{\min}$ 의 값을 나타내었다.

특정 자기 상관 함수를 가지는 부호가 의사 잡음 부호에 의한 경우보다 $\lambda_{\max}/\lambda_{\min}$ 값이 작다. 표 3에 나와 있는 것처럼 PN부호 15 비트와 특정 자기 상관 함수를 갖는 부호 16 비트 각각의 등화기 입력 신호에 의한 자기 상관 행렬을 통한 고유값의 최대값과 최소값의 비를 비교한 결과 본 논의에서 제기

한 특정 자기 상관 함수를 가지는 부호를 등화기 입력으로 하는 학습 시퀀스로 사용한 경우의 탭 계수의 적응 속도가 빠르다는 수학적인 접근을 보였다. 그림 4는 주기 15 비트의 의사 잡음 부호와 주기 16 비트의 특정 자기 상관 함수를 가지는 이진 부호의 LMS방법에 의한 그 수렴 속도를 비교한 그래프이다. 그림 4에서 보는 바와 같이 반복 횟수가 증가됨에 따라 MSE가 감소하며, 앞에서 언급해 왔던 것처럼 의사 잡음 부호를 사용한 경우보다는 특정 자기 상관 함수를 갖는 부호를 사용한 경우의 수렴 속도가 훨씬 더 빠름을 알 수 있다. 식 (19) 적응 상수 결정식에서 그림 4의 모의 실험한 적응 상수는 각각 의사 잡음 부호를 사용한 경우에는 $\Delta = 0.0133$, 특정 자기 상관 함수를 갖는 이진 부호를 사용한 경우 $\Delta = 0.0125$ 를 적용하였다. 적응 상수의 값이 특정 자기 상관 함수를 가지는 부호를 이용한 경우가 더 작은데도 불구하고 그 수렴율이 250번 반복에서 빠르게 나타난다는 것을 알 수 있다.

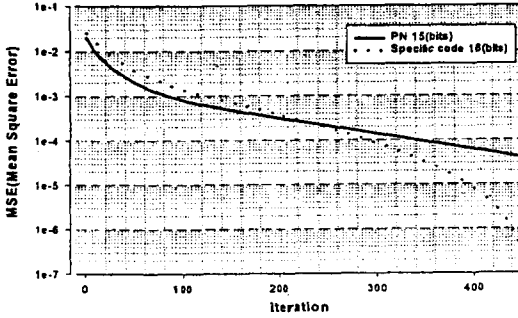


그림 4. 의사 잡음 부호와 특정 자기 상관 함수를 가지는 부호의 등화기의 초기 탭 계수 수렴 속도 비교.

Fig. 4. Convergence rate of sequence with specific autocorrelation function and PN sequence.

IV. 특정 자기 상관 함수를 가지는 부호를 등화기 입력 신호로 한 경우의 신호와 잡음 전력에 따른 수렴 속도 비교

등화기의 입력 신호에 더해지는 잡음 성분이 적을 상수 Δ 에 미치는 영향과 의사 잡음 부호와 특정 자기 상관을 가지는 부호를 학습 구간 동안 초기 동기 학습 시퀀스로 이용한 경우의 수렴율을 비교, 분석해 본다. 초기 신호 전력과 잡음 성분의 전력의 합은 LMS 알고리즘에 의한 빠른 수렴을 이루는 등화기를 구현하는 인자인 적응 상수의 상한 경계값 선택에 크게 영향을 미친다^[3].

식 (11)에 나타난 λ_{max} 는 A 행렬의 모든 고유값(eigenvalue)의 합보다는 작다. 따라서 다음의 상한 경계식을 만족한다.

$$\lambda_{max} < \sum_{k=1}^N \lambda_k = trace\{R_{yy}\} = NR_{yy}^{kk} = N(x_0 + N_0) \tag{12}$$

$$R_{yy}^{ij} = \begin{cases} x_{i-j} + N_0\delta_{i-j}, & |i-j| < (N-1)/2 \\ 0, & \text{그외의 경우} \end{cases}$$

$x_0 + N_0$: 수신 신호의 전력과 잡음 전력의 합

$trace\{R_{yy}\}$: R_{yy} 의 고유값 (eigenvalue) 성분 의 합

잡음 성분은 등화기 출력의 MSE(Mean Square Error)를 증가시킬 뿐 아니라 탭 계수의 랜덤(random)한 동요(fluctuations)를 야기한다. 즉, 최종적인 평균 자승 오류(MSE)는 다음과 같이 표현된다.

$$MSE = \epsilon_{min} + \epsilon_{\Delta} \tag{13}$$

ϵ_{min} : 최소 자승 오류값

ϵ_{Δ} : 측정된 잡음의 분산

임의의 탭 계수 C 에 의한 등화기 출력의 전체 평균 자승 오류는

$$\epsilon = \epsilon_{min} + (C - C_{opt})^T R_{yy} (C - C_{opt}) \tag{14}$$

C_{opt} : 최적의 탭 계수

식 (14)의 평균 자승 오류를 간단하게 다시 선형 직교 변환(Linear orthogonal transformation)에 의해 변환하면 다음과 같은 결과를 얻는다.

$$\epsilon = \epsilon_{min} + \sum_{k=1}^N \lambda_k E |C_k^0 - C_{k opt}^0|^2 \tag{15}$$

따라서 측정된 잡음 성분의 분산값 ϵ_{Δ} 을 다시 표현하면

$$\begin{aligned} \epsilon_{\Delta} &= \sum_{k=1}^N \lambda_k E |C_k^0 - C_{k opt}^0|^2 \\ &= \Delta^2 \epsilon_{min} \sum_{k=1}^N \frac{\lambda_k^2}{1 - (1 - \Delta \lambda_k)^2} \end{aligned} \tag{16}$$

이 된다.

모든 k 에 대해서 $\Delta \lambda_k \ll 1$ 인 적응 상수를 선택하면 다음과 같은 근사식을 얻게 된다.

$$\epsilon_{\wedge} \approx \frac{1}{2} \Delta \epsilon_{\min} \sum_{k=1}^N \lambda_k \approx \frac{1}{2} \Delta N \epsilon_{\min} (x_0 + N_0) \quad (17)$$

$\epsilon_{\wedge} < \epsilon_{\min}$ 이어야 바람직하다. 따라서 적응 상수는 식 (18)에 의해 상한 경계값 부등식에 의해 결정된다.

$$\frac{\epsilon_{\wedge}}{\epsilon_{\min}} \approx \frac{1}{2} \Delta N (x_0 + N_0) < 1$$

$$\therefore \Delta < \frac{2}{N (x_0 + N_0)} \quad (18)$$

식 (18)에 의해 수신된 신호 성분의 전력과 잡음 성분의 전력의 합이 커지면 적응 상수값의 상한값이 작아져 특정 자기 상관 함수를 갖는 부호를 사용한 경우 등화기의 초기 수렴율이 늦어지게 된다. 이 논문에서는 느린 변화의 페이딩 채널 환경에서의 모의 실험 과정에 적용한 적응 상수 결정식은 다음과 같다.^[8]

$$\Delta = \frac{1}{5N(x_0 + N_0)} \quad (19)$$

그림 5에서는 특정 자기 상관 함수를 가지는 부

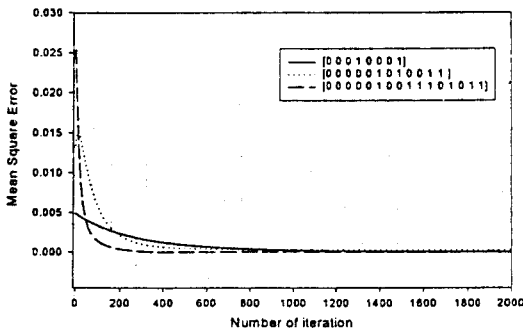


그림 5. 주기 8, 12, 16 비트의 특정 자기 상관 함수를 가지는 부호의 수렴 속도 비교.

Fig. 5. Convergence rate of binary sequence of auto-correlation function with period of 8, 12, 16 bits.

호의 주기에 따른 수렴율을 보여주는 그림이다. 신호전력과 잡음전력을 1로 정규화시킨 후 각각의 주기에 대한 식 (19)의 경우에 의한 적응상수를 적용하였다. 주기가 늘어날수록 그 수렴이 빠르다.

V. 결 론

본 논문은 기존의 의사 잡음 부호를 이용한 GSM의 프리앰블 시퀀스의 경우보다 특정 자기 상관 함수를 가지는 이진 부호를 이용한 경우에 등화기의 초기 탭 계수의 수렴 속도가 훨씬 빠르다는 것을 알 수 있었다. 수렴 속도를 결정하는 중심적 인자인 정확한 임펄스 응답 측정과 적응 상수의 선택이 수렴 속도에 영향을 미친다는 사실 또한 논하였다. 등화기의 입력에서 자기 상관 행렬의 최대 고유값과 최소 고유값의 비와 입력 신호 성분의 전력과 잡음 성분의 전력이 적응 상수를 결정하는 경계값에 미치는 영향을 고려해야 한다. 앞으로 임펄스 응답을 측정할 수 있는 학습 시퀀스로 서론에서 언급한 것처럼 이상적인 자기 상관값을 가지는 시퀀스를 찾는 알고리즘을 개발하고, 지금까지 사용한 주기가 아주 짧은 특정 자기 상관 함수를 가지는 부호를 사용한 등화기의 탭 계수를 초기에 빠르게 수렴시킬 수 있는 방법으로 LMS(Least Mean Square) 방법 이외의 MLSE(Maximum Likelihood Sequence Estimation) 방식을 통한 최적의 수신기를 구현하는 방법을 연구해 볼 필요가 있다.

참 고 문 헌

- [1] Y. Y. Han, "On the minimization of Overhead in Channel Impulse Response Measurement," *IEEE Trans Vehicular Tech.* vol. 47, No 2, May, 1998.
- [2] R. W. Chang and E. Y. Ho, "On Fast Start-up Data Communication Systems Using Pseudo-Random Training Sequence," *The Bell*

System Technical Journal, Nov., 1972.

[3] John G. Proakis, *Digital Communications*, McGraw Hill 1995.

[4] R. E. Ziemer & R. L. Peterson, *Digital Communications and Spread Spectrum*, Macmillan Publishing Co. 1985.

[5] R. E. Ziemer & W. H. Tranter, *Principles of communications*, Houghton Mifflin Publishing Co. 1995.

[6] Gilbert Strang, *Linear Algebra and its Applications*, Harcourt Brace Jovanovich, Inc. 1988.

[7] 김동석, 한영열, 특정자기상관함수를 갖는 이진부호를 이용한 페이딩 채널의 임펄스응답 추정, 석사학위논문 한양대학교, 1994.

[8] J. G. Proakis and Masoud Salehi, *Contemporary communication Systems using matlab*, PWS Publishing Co. 1998.

양 상 현



1972년 6월 14일 생
 1998년 3월: 한양대학교 전자통신공학과(공학사)
 1999년~현재: 한양대학교 전자통신공학과 디지털 통신 연구실(석사과정)

[주 관심분야] 확률/통계통신, 디지털 통신이론, 이동통신 통신시스템

한 영 열



1938년 6월 10일 생
 1960년 2월: 서울대학교 전자공학과(공학사)
 1976년 5월: Univ. of Missouri 통신공학(공학석사)
 1979년 5월: Univ. of Missouri 통신공학(공학박사)

1985년~1987년: 전자통신에 관한 국제기구 국내 연구단(운영위원)
 1998년~1987년: 미국 콜로라도 주립대(교환교수)
 1991년~1994년: 체신부 전파 육성 협의회(운영위원)
 1981년~1995년: 한국통신학회(이사, 상임이사, 부회장)
 1995년~1996년: 미국 오레곤 주립대학(교환교수)
 1997년~현재: 한국통신학회(감사)
 1993년~현재: 특허청(객원심사위원)
 1980년~현재: 한양대학교 전기전자공학부 교수
 [주 관심분야] 확률/통계통신, 디지털 통신이론, 이동통신 통신 시스템