

교량의 내진설계를 위한 사용자 중심의 해석 프로그램 개발



김 태 훈*



신 현 목**

1. 서 론

현행 우리나라 도로교 지방서의 내진설계를 위한 해석방법은 크게 단일모드 스펙트럼 해석법과 다중모드 스펙트럼 해석법으로 나누어 볼 수 있다¹⁾. 단일모드 스펙트럼 해석법은 기본 주기(T)만을 구하여 교량의 탄성지진력과 변위를 예측하는 비교적 간단한 방법으로서 질량, 강성 또는 지진을 따라 기하학적인 형상 등이 급격히 변화하지 않는 보통의 교량형식에 적용할 수 있다. 그러나 이를 만족하지 않는 교량에 대하여는 해석의 정확도가 떨어지는 약점이 있으므로 어떠한 진동에도 정확한 탄성응답을 얻을 수 있는 다중모드 스펙트럼 해석법을 적용하여야 하는데 이는 컴퓨터의 사용이 요구되는 보다 복잡한 방법이다. 우리나라는 지진의 발생확률이 작고 지진의 강도 또한 작은 점을 감안하여 해석의 정확도는 떨어지나 비교적 간단한 방법인 단일모드 스펙트럼 해석법을 사용하는 것을 원칙으로 하고 있다.

본 고에서는 이러한 단일 및 다중 모드 스펙트럼 해석법을 위하여 개발된 사용자 중심의 해석

프로그램을 제시하였다. 개발된 해석 프로그램(FEAP98)은 Windows98을 플랫폼(platform)으로 하며, Visual-Basic을 이용하여 그래픽 사용자 인터페이스에 의한 대화식 입력으로 작동하도록 되어 있다. FEAP98은 다른 범용 유한요소해석 프로그램과 같이 전처리 프로그램(pre-processor), 주 프로그램(main program), 후처리 프로그램(post-processor)으로 구성되었으며 Windows 환경에서 사용자 중심으로 개발되었다. 전처리 프로그램(pre-processor)은 구조물의 형상모델이 가능하게 하고 주 프로그램을 실행할 수 있는 입력데이터 파일이 자동 생성되도록 하였으며 후처리 프로그램(post-processor)은 구조해석 결과로 얻은 각 절점변위 및 부재력 등의 가시적 검토를 수행하여 결과의 검토를 용이하게 하며, 부재력에 따른 응력검토를 가능하게 하였다. 주 프로그램(main program)은 미국 California 대학의 Taylor에 의해서 개발된 FEAP²⁾을 수정, 보완하였으며 단면력의 산정을 위해서 교량을 공간 뼈대 구조물로 모델링하였다. 또한, 각 절점에서의 강성을 조절하거나 집중 질량을 가할 수 있게 하였고 내부 힌지

* 성균관대학교 토목공학과, 박사과정

** 정회원 · 성균관대학교 토목공학과, 교수

조건을 두어 교량의 상부구조와 하부구조의 연결부를 고려할 수 있게 하였다. 특히 주 프로그램의 각 해석 모듈은 독립된 서브루틴으로 작성하여 향후 모듈의 변경에 따른 전체 프로그램의 수정이 쉽게 되도록 하였다.

2. 동적해석방법

구조물의 동적거동을 해석하기 위해서는 구조물의 강성에 의한 탄성력 이외에 질량에 의한 관성력과 감쇠효과에 의한 감쇠력을 고려하여야 한다.

동적해석은 궁극적으로는 구조물의 동적거동을 나타내는 다음과 같은 운동방정식의 해를 구하는 것이다³⁾.

$$[M]\{\ddot{U}\} + [C]\{\dot{U}\} + [K]\{U\} = \{R(t)\} \quad (1)$$

여기서, $[M]$: 질량행렬 $[C]$: 감쇠행렬
 $[K]$: 강성행렬 $\{U\}$: 변위벡터
 $\{R(t)\}$: 하중벡터

2.1 단일모드 스펙트럼 해석법

단일모드 스펙트럼 해석법(single-mode spectral analysis method)^{4),5)}은 기본주기(fundamental frequency)만을 구하여 구조물의 탄성지진력과 변위를 구하는 방법이다. 이때 첫 번째 진동모드가 진동응답을 지배하는 것으로 가정한다. 그러므로 단일모드 스펙트럼 해석법은 구조물의 형상이 단순한 경우에 효율적으로 사용할 수 있는 방법이다.

단일모드 스펙트럼 해석법에서 종방향 및 횡방향 지진에 의한 부재의 단면력과 처짐을 계산하는 등가정적 지진하중 $P_e(x)$ 는 진동의 기본모드를 나타내기 위해 작용된 단위길위당 하중강도이며 다음 식으로 산정한다.

$$P_e(x) = \frac{\beta C_s}{\gamma} w(x) v_s(x) \quad (2)$$

여기서, C_s 는 탄성지진응답계수¹⁾로 다음의 식을 사용한다.

$$C_s = \frac{1.2AS}{T^{2/3}} \quad (3)$$

$w(x)$ 는 교량 상부구조와 이의 동적거동에 영향을 주는 하부구조의 단위길이당 하중강도, $v_s(x)$ 는 균일한 등분포하중 P_0 에 의한 정적 처짐, A 는 가속도 계수, S 는 지반계수, T 는 교량의 주기로 다음과 같이 계산된다.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\gamma}{P_0 g \alpha}} \quad (4)$$

여기서, g 는 중력가속도(9.81 m/s^2),
 $\alpha = \int v_s(x) dx$, $\beta = \int w(x) v_s(x) dx$,
 $\gamma = \int w(x) v_s(x)^2 dx$ 이다.

이와 같은 과정을 거쳐 탄성력과 탄성변위는 각 설계진동단위에 대하여 독립적으로 정하고, 두 개의 직교축에 대하여 각각 독립적으로 해석하여 규정된 방법으로 조합하여 구한다.

2.2 다중모드 스펙트럼 해석법

다중모드 스펙트럼 해석법(multi-mode spectral analysis method)^{4),5)}은 구조물의 기하학적인 형상이 불규칙하고 동적특성의 분포가 불규칙하여 진동의 각 모드내에서 3개의 좌표축 방향의 진동성분이 복합되는 비정형 구조물의 해석에 사용한다.

식 (1)과 같은 운동방정식의 해를 $\{U\} = [\Phi] \{Y\}$ 라 가정하여 대입하고 그 식의 양변에 $\{\Phi\}_n^T$ 을 곱하면 다음의 식이 얻어진다.

$$\{\Phi\}_n^T [M] [\Phi] \{\ddot{Y}\} + \{\Phi\}_n^T [C] [\Phi] \{\dot{Y}\} + \{\Phi\}_n^T [K] [\Phi] \{Y\} = \{\Phi\}_n^T \{P(t)\} \quad (5)$$

고유진동모드의 직교성에 의해 $i \neq j$ 일 때 모두 소거되고 운동방정식은 아래와 같이 쓸 수 있다.

$$M_i \ddot{Y}_i + C_i \dot{Y}_i + K_i Y_i = P_i(t) \quad (6)$$

여기서,

$$\begin{aligned} M_i &= \{\Phi\}^T [M] \{\Phi\}_i, \\ C_i &= \{\Phi\}^T [C] \{\Phi\}_i = 2 \omega_i \xi_i M_i, \\ K_i &= \{\Phi\}^T [K] \{\Phi\}_i = \omega_i^2 M_i, \\ P_i(t) &= \{\Phi\}^T \{P(t)\}_i \text{이다.} \end{aligned}$$

따라서, 식 (6)은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \ddot{Y}_i(t) + 2 \omega_i \xi_i \dot{Y}_i(t) + \omega_i^2 Y_i(t) \\ = -\frac{P_i(t)}{M_i} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \end{aligned} \quad (7)$$

첨자 i 는 진동모드의 번호이고, Y_i , ω_i , ξ_i 는 각각 진동모드의 진폭, 진동수, 감쇠비이다. 그리고, $P_i(t)$ 는 유효 모드 하중(effective modal load), M_i 는 일반화된 질량을 나타낸다¹⁾. 식 (6)에서 임의의 모드에 대한 유효 모드 하중 $P_i(t)$ 는 지반가속도에 대한 유효 모드 하중의 정규화한 값이므로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$P_i(t) = \{\Phi\}^T [M] \{B\} \ddot{y}_s(t) \quad (8)$$

여기서, $\ddot{y}_s(t)$ 는 지반의 운동 가속도, $\{B\}$ 는 운동가속도 방향으로의 성분과 그에 수직인 방향으로의 성분에 대응하는, 1과 0으로 구성되는 벡터이다.

따라서, 식 (6)의 선형해석에서 임의의 모드에 대한 응답은 다음과 같이 유추된다.

$$Y_i(t) = \frac{\{\Phi\}^T [M] \{B\} u_i(t)}{M_i \omega_i} \quad (9)$$

여기서, $u_i(t)$ 는 Duhamel적분 등에 의한 응답 적분 값이다.

스펙트럼 속도가 다음과 같은 응답적분의 최대치일 때

$$S_e(\xi, T) = u_i^{\max}(t) \quad (10)$$

최대 구조물응답은 주기와 감쇠값에 대한 응답 스펙트럼 값에서 직접 얻을 수 있다. 따라서, 임의의 모드에서의 전시간 이력을 통한 변위의 최

대값은 다음과 같이 얻어진다.

$$\begin{aligned} Y_i^{\max} &= \frac{S_a(\xi_i, T_i) \{\Phi\}^T [M] \{B\}}{\omega_i^2 \{\Phi\}^T [M] \{\Phi\}_i} \\ &= \frac{T_i^2 S_a(\xi_i, T_i) \{\Phi\}^T [M] \{B\}}{4\pi^2 \{\Phi\}^T [M] \{\Phi\}_i} \end{aligned} \quad (11)$$

여기서, $S_a(\xi_i, T_i)$ 는 규정된 지진운동에 대한 가속도 스펙트럼값이다. $S_a(\xi_i, T_i)$ 는 다음의 식으로부터 계산한다.

$$S_a(\xi_i, T_i) = g C_{sm} \quad (12)$$

여기서, g 는 중력가속도(9.81 m/s^2), C_{sm} 은 m 번째 모드에 대한 탄성지진응답계수로 다음과 같은 경험식으로 구한다¹⁾.

$$\begin{aligned} C_{sm} &= \frac{1.2AS}{T_m^{2/3}} \quad (T_m \leq 4.0), \\ C_{sm} &= \frac{3AS}{T_m^{4/3}} \quad (T_m > 4.0) \end{aligned} \quad (13)$$

결과적으로 식 (11)과 같은 각 모드에 대한 최대변위를 모든 모드에 대해서 중첩하여 전체의 최대 변위를 계산할 수 있다.

어떤 특정한 응답량의 최대값은 그것이 고유진동모드의 진폭과 선형적인 관계를 갖고 있다는 사실을 이용하면 다음과 같다.

$$Z(t) = \sum_{i=1}^n A_i Y_i(t) \quad (14)$$

따라서 부재의 단면력과 변위는 개별 모드들로부터 각각의 응답성분을 제공한 평방근방법으로 산정할 수 있다.

$$|Z(t)|_{\max} = \sqrt{\sum_{i=1}^n A_i^2 |Y_i(t)|_{\max}^2} \quad (15)$$

3. 사용자 중심의 프로그램 개발

3.1 개발도구 및 사용자 환경

프로그램 개발시 플랫폼과 사용자 환경(interface)

은 우선적으로 결정해야 한다. 개발된 FEAP98의 플랫폼은 Windows98이다. Windows98은 마이크로소프트사가 개발한 32비트 환경을 구현한 구동시스템(operating system)으로써, GUI(Graphic-User-Interface)⁶⁾를 기본적으로 지원하며, 무엇보다도 개인용 컴퓨터 시스템에 가장 많이 보급되어 있다는 장점을 갖고 있다. FEAP98은 GUI 구현을 위해 여러 가지 제어기와 도구를 제공하며 그래픽 사용자 환경을 충실하게 구현할 수 있는 최적의 언어인 마이크로소프트사의 Visual Basic 4.0판^{7,8)}과 컴퓨터언어 가운데서도 수치적 해석기의 개발이 용이한 Fortran을 개발도구로 사용하였다. 선택한 개발도구인 Visual Basic은 GUI 환경 구축을 위한 여러 가지 자원의 활용이 용이하며, 또한 사용자 중심의 프로그램(user-oriented program)의 특성을 고려한 측면에서 선택하였다.

3.2 FEAP98 프로그램

본 교량의 내진설계를 위한 해석 프로그램은 미국 California 대학에서 FEM을 교육하기 위해 만들어진 유한요소 해석용 범용 Program인 FEAP(Finite Element Analysis Program)²⁾을 수정하여 개발하였다.

개발된 FEAP98은 내진설계를 위한 복잡한 해석을 효율적으로 처리할 수 있는 유한요소해석 프로그램으로서 프로그램의 구성은 크게 전처리 프로그램(pre-processor), 주 프로그램(main program) 및 후처리 프로그램(post-processor)으로 되어 있으며, Fortran과 Windows용 프로그램인 Visual-Basic을 이용하여 개발한 후 Module화하였고 Windows 환경에서 Mouse를 이용한 간편한 메뉴선택에 의해서 유기적으로 상호작용을 하는 통합 시스템으로 개발되었다⁹⁾.

3.2.1 주 프로그램

개발된 FEAP98의 주 프로그램(main program)은 교량의 내진설계를 위한 해석 프로그램으로 다음과 같은 두 개의 기본적인 부분으로 나누어진다.

1) 데이터 입력부

2) 해석부와 출력부

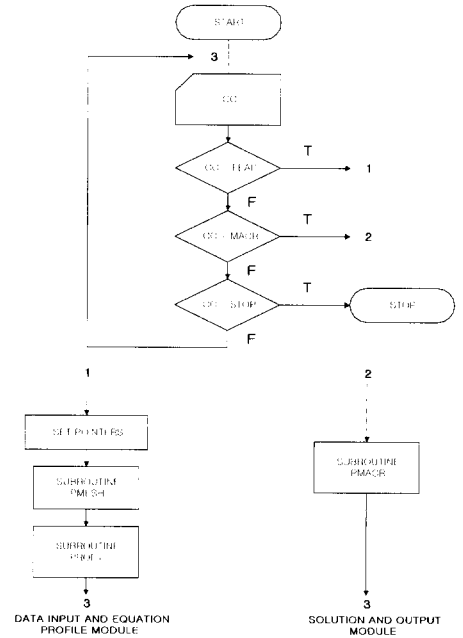


Fig. 1 Flowchart of control program procedures

각 부분은 복잡한 알고리즘에 의해 구성되어 있는데 기본적인 체계는 Fig. 1 에서와 같은 논리조건식에 의해 Subroutine을 선택적으로 판단 처리하게 되어 있다. 본 프로그램에서는 데이터 처리의 반복적인 작업이 줄어들도록 데이터 작성의 간편성을 추구하고 Fig. 1 과 같이 Macro command를 Data file에 작성하여 수행하도록 하였다.

이 프로그램이 계산한 결과의 Output file은 Post-Processing을 위한 *.GRP File로 저장되는데, 이 *.GRP File로 도화처리를 하게 된다.

3.2.2 전·후처리 프로그램

유한요소해석에 있어서 유한요소망은 해석 대상문제에 따라서 다양한 모양으로 구성되며, 많은 수의 요소를 포함하므로 수작업으로 작성하는 것은 시간적으로나 경제적으로 매우 비효율적일 뿐만 아니라 작성과정에서의 입력실수로 발생한 오류의 수정작업에도 많은 시간과 노력이 소요되므로 전처리 프로그램(pre-processor)을 이용한 요소망의 자동생성기능은 효율적인 유한요소해석을

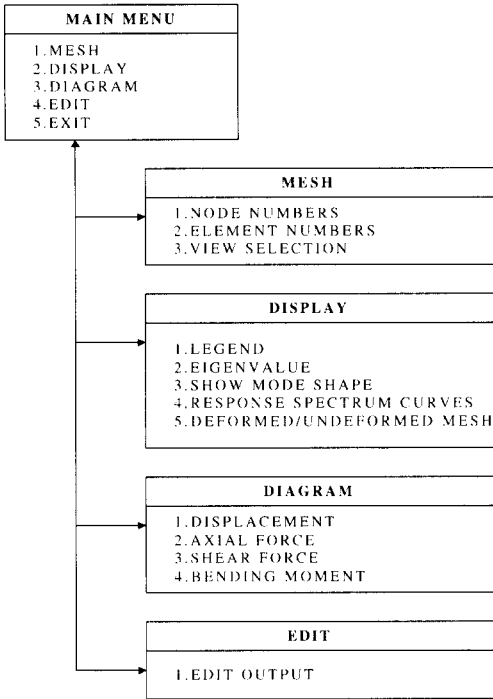


Fig. 2 Simplified schematic of post-processor program

위해서는 반드시 필요한 기능이다.

후처리 프로그램(post-processor)에서는 주 프로그램을 이용하여 얻어진 해석결과를 바탕으로 알고자 하는 정보를 그래픽으로 가시화함으로써 유한요소해석에 의한 결과의 분석을 보다 효율적으로 수행할 수 있도록 하였다. 본 후처리 프로그램에서는 사용자가 쉽게 해석결과를 평가할 수 있도록 모드형상, 단면력도, 변형도, 스펙트럼 응답 해석결과등을 도화처리한다. 본 후처리프로그램의 수행 Routine은 Fig. 2와 같다.

4. 해석 예

개발된 해석 프로그램의 검증을 위해 기존의 연구에서 수행된 문제를 해석하고 그 결과를 상용프로그램의 결과와 비교 분석하였다.

개발된 전처리프로그램을 사용하여 Fig. 3에 나온 검증예제의 입력데이터를 작성한 결과는 다음과 같다.

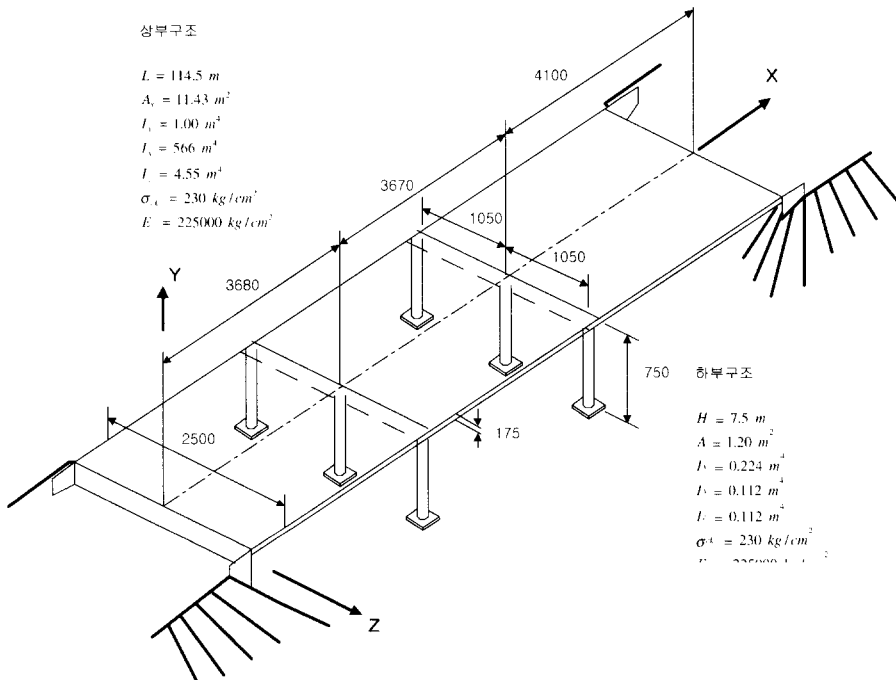


Fig. 3 Three-span bridge example

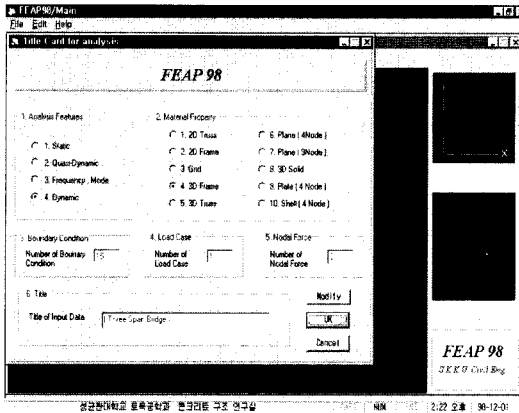


Fig. 4 Title card (Specify the type of analysis, problem identification)

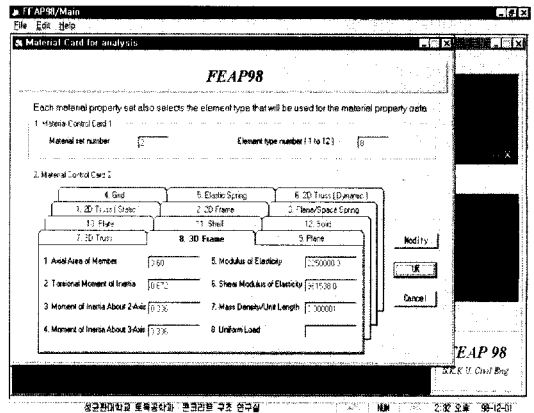


Fig. 7 Material card (Specify the material property)

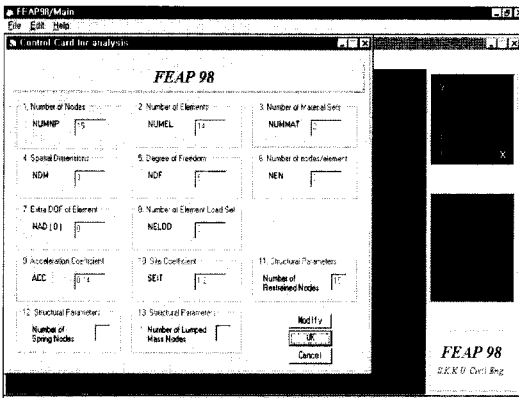


Fig. 5 Control card (Specify the variable names used in the program)

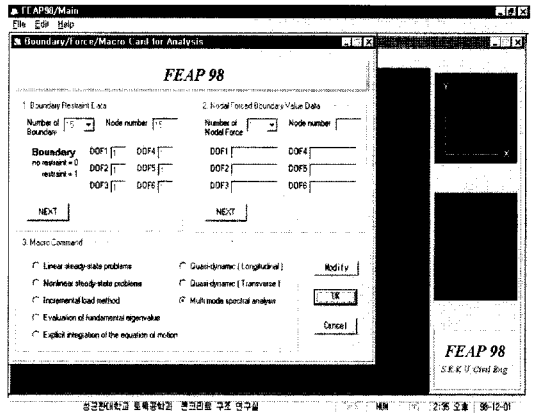


Fig. 8 Boundary / Force / Macro command card (Specify the boundary condition, force data, and solve many types of problems)

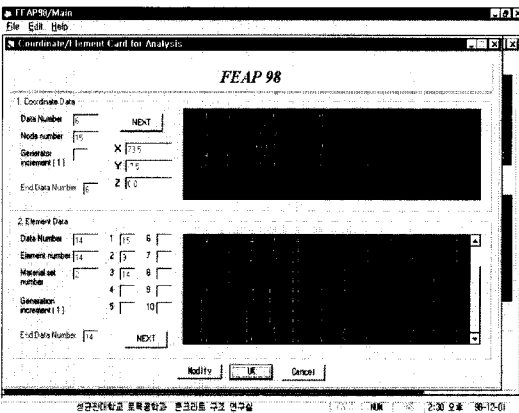


Fig. 6 Coordinate / Element card (Specify the coordinate and element geometry)

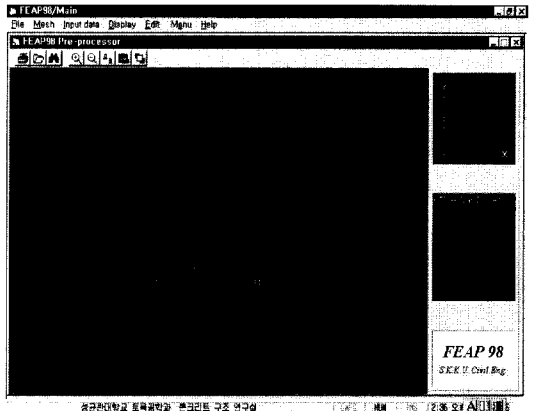


Fig. 9 Finite element mesh

전처리프로그램을 통해 입력을 마친 후 주 프로그램을 사용하여 해석 결과를 얻는다. 해석의 결과는 후처리프로그램을 통하여 다음과 같이 사용자가 쉽게 확인할 수 있다.

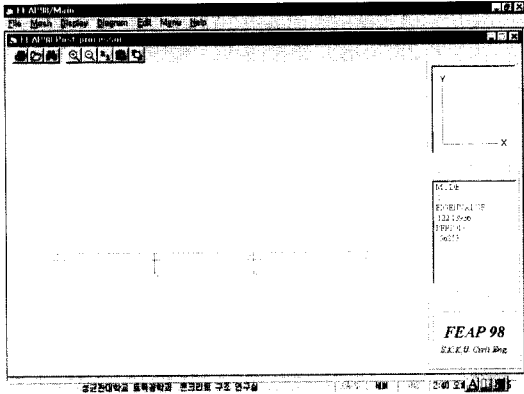


Fig. 10 Eigenvalues and mode shape (longitudinal)

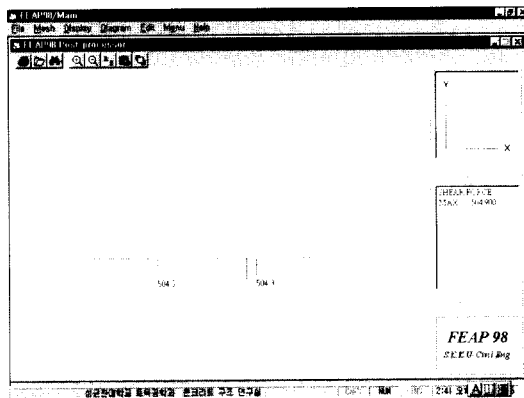


Fig. 11 Shear force diagram

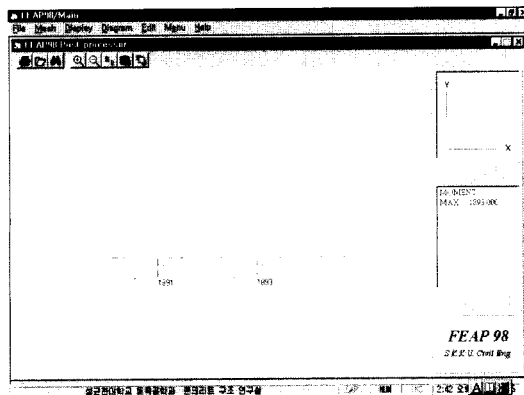


Fig. 12 Bending moment diagram

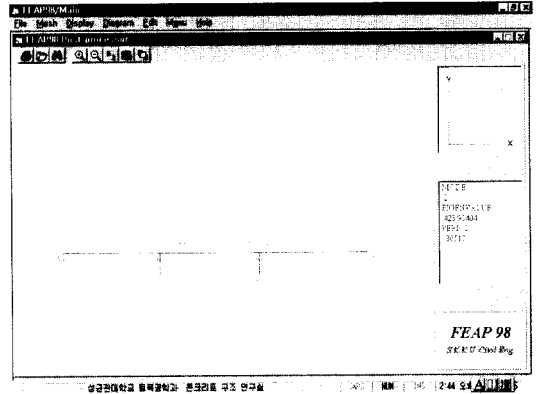


Fig. 13 Eigenvalues and mode shape (transverse)

Table 1 Comparison of numerical results

구 분		SAP90	FEAP98		오차 (%)	
		다중모드	단일모드	다중모드		
주기	종방향	0.568sec	0.568sec	0.568sec	None	
	횡방향	0.305sec	0.305sec	0.305sec	None	
종방향 변위		23.9mm	23.6mm	23.8mm	0.4	
진단력	종방향	교각1 (기둥당)	169.5ton	168.1ton	168.1ton	0.8
		교각2 (기둥당)	169.7ton	168.3ton	168.3ton	0.8
	횡방향	교대1	288.8ton	287.0ton	284.5ton	1.5
		교각1 (기둥당)	62.0ton	62.2ton	61.7ton	0.5
		교각2 (기둥당)	66.3ton	66.4ton	66.0ton	0.5
		교대2	298.6ton	294.8ton	294.2ton	1.5
모멘트	종방향	교각1 (기둥당)	635.7t·m	630.3t·m	630.3t·m	0.9
		교각2 (기둥당)	636.5t·m	631.0t·m	631.0t·m	0.9
	횡방향	교각1 (기둥당)	232.7t·m	233.3t·m	231.5t·m	0.5
		교각2 (기둥당)	248.8t·m	249.2t·m	247.5t·m	0.5

5. 결 론

본 고에서는 교량의 내진설계를 위하여 개발된 사용자 중심의 해석 프로그램인 FEAP98에 대하여 기술하였으며 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

- 1) Visual-Basic을 이용하여 입력자료의 작성을 용이하게 하는 전처리 프로그램과 해석결과의 그래픽 처리를 통한 가시화 기능을 갖는 후처리 프로그램을 개발함으로써 GUI(Graphic-User-Interface) 기능을 통해 FEAP98의 사용성을 극대화시켰다.
- 2) 개발된 후처리 프로그램을 사용함으로써 해석 프로그램에 의한 결과를 곧바로 내진설계에 반영할 수 있도록 하였다.
- 3) FEAP98을 이용하여 실무에의 적용성을 검토하는 과정을 통해서 타당성을 입증할 수 있었으며 올바른 적용방법에 관한 세부적인 적용 지침을 제시하여 실무자가 현장문제에 보다 합리적으로 개발된 프로그램을 사용할 수 있도록 하였다.

참 고 문 헌

1. 건설부, 도로교 표준 시방서, 1996.
2. Zienkiewicz, O. C., *The Finite Element Method*, 3rd ed., McGraw-Hill Book Company, 1972
3. Weaver, W. Jr. and Johnston, P. R., *Structural Dynamics by Finite Elements*, Prentice-Hall, Inc., 1987
4. AASHTO, *Standard Specifications for Highway Bridges*, 16th ed., 1996
5. Paz, M., *Structural Dynamics : theory and computation*, 3rd ed., Van Nostrand Reinhold, New York, 1991
6. Rod Stephens, *Visual Basic Graphic Programming*, John Wiley & Sons, Inc, 1998.
7. 이 형배, 비주얼베이직 4, 사이버출판사, 1996.
8. 전 병신, 비주얼베이직 4.0 윈도우 95 프로그래밍, 삼양출판사, 1997
9. 김 태훈, "범용 유한요소해석 프로그램 개발", 석사학위논문, 성균관대학교, 1998 