

교량의 시간장과 고속전철하중 유효타격간격 사이의 관계에 따른 공진현상

Resonance Phenomenon according to the Relationship between Span Length of the Bridge and Effective Beating Interval of High-Speed Train

김성일* 광종원** 장승필***
Kim, Sung Il Kwark, Jong Won Chang, Sung Pil

국문요약

이동하중에 의한 교량의 공진현상은 차량의 속도와 유효타격간격에 의해 결정되는 이동하중의 운행진동수와 교량의 고유진동수가 일치할 경우 발생하게 된다. 철도교의 경우에는 정해진 열차만 통행하게 되므로 이러한 유효타격간격이 정량적으로 정해져있다. 본 연구에서는 고속전철하중을 받는 교량의 시간장 변화에 따른 교량의 공진현상과 공진소멸현상을 분석하고자 한다. 강합성형 철도교에 대하여 판요소와 공간뼈대요소의 조합에 의한 3차원 모델링을 적용하였으며, 또한 고속전철하중은 이동집중하중 모델과 3차원 모델링 두가지 방법을 사용하였다. 수치예제로서 시간장 변화에 따른 수직처짐의 동적확대계수, 상판의 최대수직가속도, 단부회전각 등의 동적응답 분석을 통하여 고속철도 교량의 동적안전성에 적합한 시간장 설계기준에 대하여 논의하였다.

주요어 : 교량/열차 상호작용해석, 고속전철, 공진, 공진소멸, 유효타격간격, 시간장

ABSTRACT

Resonance of the bridge can be occurred with the coincidence between a natural frequency of the bridge and a crossing frequency of moving loads which is determined from the speed and effective beating interval of the vehicle. In case of the railway bridge, the effective beating interval of the vehicle is fixed under the passage of specific trains. In the present study, resonance and cancellation of the bridge subjected to moving high-speed train are analyzed with the variations of span length. A steel-concrete composite railway bridge is idealized by the combinations of plate elements and space frame elements. High-speed train is idealized with moving constant forces and a 3-dimensional full modelling. From analyzing dynamic responses of D.M.F of vertical displacement, maximum vertical acceleration of the slab, and end rotation according to the variations of span length of the bridge, design criteria of span length of the bridge which satisfies dynamic safety is discussed.

Key words : bridge/train interaction analysis, high-speed train, resonance, cancellation, effective beating interval, span length

1. 서 론

교량 위를 주행하는 차량이 고속화, 중량화됨에 따라 이동차량하중에 의한 교량의 동적

거동에 관하여 많은 연구자들의 관심이 집중되었다. 초기의 해석적, 실험적 연구에 이어 근래에 컴퓨터의 발달과 더불어 보다 실제에 가까운 교량 및 차량의 이상화를 적용한 연구가 활발히 진행되고 있다. 특히, 가장 불안정한 교량의 동적거동을 유발하는 공진현상은 매우 중요한 요소로서 인식되고 있다. 이동하중에 의한 철도교의 공진현상은 일정한 간격

* 학생회원 · 서울대학교 지구환경시스템공학부 박사과정

** 정회원 · 한국건설기술연구원 선임연구원

*** 정회원 · 서울대학교 지구환경시스템공학부 교수, 포스코 석좌교수
본 논문에 대한 토의를 9월 30일까지 학회로 보내 주시기 바랍니다. 그 결과를 게재하겠습니다.

을 가진 연행하중 하의 공진의 이론적 개념에서 알 수 있듯이 차량의 속도와 유효타격간격에 의해 결정되는 이동하중의 운행진동수와 교량의 고유진동수가 일치할 경우 발생하게 된다. 이러한 공진현상이 발생하게 되면 교량의 동적거동은 매우 불안정한 거동을 나타내어 동적증폭효과가 매우 클 수 있으며, 교량의 감쇠에 민감한 반응을 보인다. 고속철도 교량의 경우에는 정해진 열차만 통행하게 되므로 이러한 유효타격간격이 정량적으로 정해져 있으므로 교량의 고유진동수에 따라서 공진을 유발하는 열차의 임계속도가 정해진다.⁽¹⁾

고속철도 상의 교량의 경우 중량의 열차가 고속으로 주행하므로 공진을 일으키는 임계속도가 설계속도 내에 존재할 확률이 크기 때문에 이동열차하중에 대한 동적해석과 공진에 대한 고려는 필수적이라 할 수 있다. 장승필 등(1998, 1999)^{(1),(2),(4)}은 교량 및 고속열차(TGV-K)의 2차원 및 3차원 모델링을 적용하여 제동하중, 레일의 불규칙성 등을 고려한 연구를 수행하였으며, 유효타격간격에 따른 공진속도를 결정하여 이에대한 다양한 매개변수 연구를 수행하였다. Yang 등(1997)⁽³⁾은 이동집중하중과 단순보에 대하여 이동연행하중에 대한 해석적 해를 제시하여 공진과 공진소멸에 대한 해를 제시하였다.

본 논문에서는 판요소와 뼈대요소의 조합에 의한 강합성형 교량 모델과 일반열차와 달리 관절형 대차시스템의 특성을 지닌 TGV-K를 각방향 병진자유도와 회전자유도를 모두 고려하여 3차원 상에서 모델링하여 교량/열차 상호작용을 고려한 동적해석을 수행하며, 이러한 유한요소와 개발된 전산프로그램을 이용한 예해석을 통하여 공진현상과 공진소멸현상을 분석하여 고속철도 교량 설계 시 적합한 교량의 지간장에 대한 논의를 하고자 한다.

2. 공진과 공진소멸 (Resonance & Cancellation)

열차하중에 의한 교량의 동적거동은 교량

의 동적특성과 차량의 동적운동에 의해 결정되어진다. 즉, 교량의 고유진동수, 차량의 속도와 유효타격간격(effective beating interval)에 의해 교량의 공진현상을 예측할 수 있다. 즉, 다음식과 같이 교량의 고유진동수와 차량의 운행진동수가 일치할 경우 공진현상이 발생하게 되며 매우 불안정한 동적거동을 보인다.

$$\Omega \text{ (Hz)} = V/S_{eff} = \omega_1 \text{ (Hz)} \quad (1)$$

여기서, Ω 는 열차의 운행진동수, V 는 차량의 속도이며 S_{eff} 는 열차의 유효타격간격, ω_1 은 교량의 첫 번째 고유진동수를 나타낸다.

그러므로, 공진을 유발하는 차량의 임계속도(critical speed)는, 본 연구에서 사용된 고속전철(TGV-K) 하중의 경우, 유효타격간격은 18.7m로 산정할 수 있으므로 다음식과 같이 계산할 수 있다.

$$V_{cr} \text{ (m/sec)} = \omega_1 \times S_{eff} = \omega_1 \text{ (Hz)} \times 18.7 \text{ (m)} \quad (2)$$

여기서, V_{cr} 은 열차의 임계속도이다.

이 식에서 설계속도 350km/h를 초과해서 공진이 일어나도록 유도하려면 교량의 첫번째 고유진동수 ω_1 은 약 5.2(Hz)를 상회하여야 함을 알 수 있다.⁽⁴⁾

한편, Yang 등(1997)⁽³⁾은 단순보와 연행 이동집중하중에 대하여 수학적 정식화에 의한 해석적 해를 통하여 연행 이동하중에 의한 단순보의 공진현상과 공진소멸현상을 증명했다. 그가 증명한 공진현상은 위의 식 (1)과 기본적으로 동일하며, 공진소멸현상(cancellation)은 교량을 통과한 이동하중의 진동효과가 모두 소멸되는 항에 기준한 것으로 수학적으로 다음식과 같다.⁽³⁾

$$L \text{ (m)} = S_{eff} \text{ (m)} \times (i - 0.5) \quad (i = 1, 2, 3, \dots) \quad (3)$$

여기서, L 은 교량의 지간장이다.

윗 식은 열차의 속도, 교량의 물성치 및 고유진동수 등과 관계없이 유효타격간격과 교량의 지간장만으로 나타내어지며, 본 연구에서 고려한 고속열차의 유효타격간격을 적용하면 다음식과 같다.

$$L(m) = 18.7(m) \times (0.5, 1.5, \dots) \\ = 9.35(m), 28.05(m), 46.75(m), 65.45(m) \dots \quad (4)$$

3. 교량시스템 및 열차시스템

본 연구에서 다루어지는 교량시스템은 그림 1과 같은 2개의 I형 주형과 등간격의 가로보로 구성된 강합성형 교량이다. 본 연구에서는 상판은 각 요소마다 4개의 절점, 절점 당 5개의 자유도를 가진 Mindlin 판요소를 이용해 이상화하였으며, 강주형과 가로보는 요소 당 2개의 절점과 각 절점마다 6개의 자유도를 가지며 전단변형을 고려한 공간뼈대요소를 이용하여 모델링하였다. 상판의 중심면과 주형의 중심면의 연결은 완전합성의 가정 아래 강결요소라 불리는 구속방정식을 통해 판요소와 공간뼈대 요소 자유도 사이의 관계를 성립시킴으로써 가능하다.

일반적인 유한요소법의 정식화 과정에 따라 교량의 운동방정식을 구성할 수 있다.^{(4),(5)}

$$[M]_B \{\ddot{u}\}_B + [C]_B \{\dot{u}\}_B + [K]_B \{u\}_B = \{F_i\} \quad (5)$$

여기서, $[M]_B$ 는 교량의 질량행렬, $[K]_B$ 는 강성행렬, $[C]_B$ 는 감쇠행렬이며 $\{F_i\}$ 는 교량에 작용하는 하중벡터이다.

한편, 국내 고속철도에서 운행될 고속전철(TGV-K)은 각 객차마다 독립적인 대차시스템을 갖고 있는 일반 열차와 달리 그림 2와 같이 객차와 객차사이에 대차가 존재하는 관절형 대차시스템이다. 이러한 특성에 따라 보다 정확한 열차의 거동 모사를 위하여 열차 전체 시스템의 모델링이 필요하다. 본 연구에서 다루어지는 열차는 2PC+2MT+16IT 시스템으로 총 20개의 본체와 23개의 대차, 46개의 윤축으로 구성되어 있다. 교량-차량 간의 상호작용을 고려하며, 관절형 대차시스템의 특성에 의한 객차간 상호연결을 구속방정식을 이용하여 고려하였다. 본체와 대차에서 각 방향 병진자유도와 피칭(pitching), 롤링(rolling), 요잉(yawing) 등 회전자유도를 모두 고려하였으며, 교량과 접하는 각 휠에서 병진자유도를 고려한다. 차량의 운동방정식은 Hamilton의 원리에서 유도된

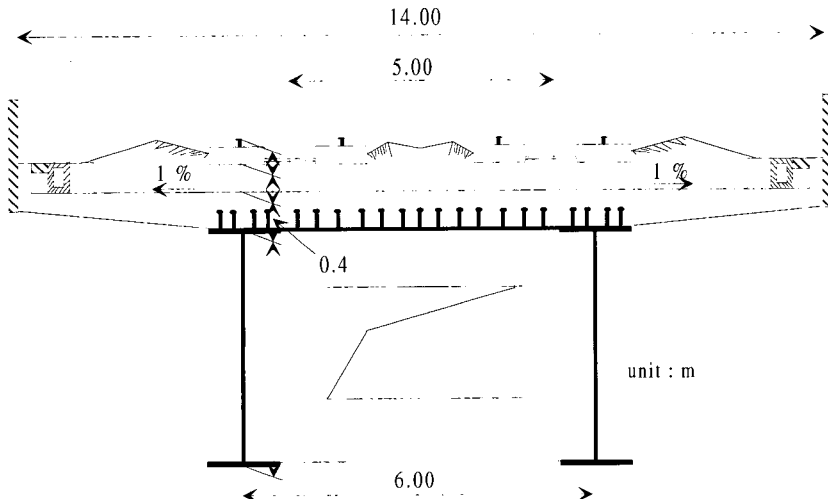


그림 1 고속철도 강합성형 교량 단면도

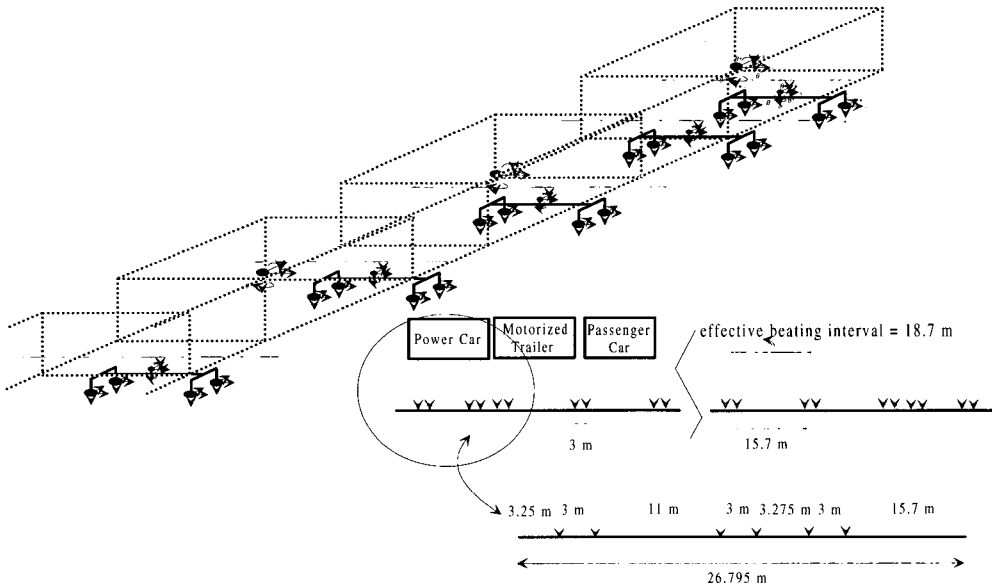


그림 2 TGV-K 3차원 동적해석모델

Lagrange 방정식을 이용하여 유도하였다. 다음은 일반화된 Lagrange 방정식이다.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial V}{\partial q_i} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_i} = P_i \quad (i=1 \sim n) \quad (6)$$

여기서, 차량의 전체 운동에너지 T는 차량시스템요소의 질량 및 각 자유도의 속도

벡터를 이용하여 구하며, 위치에너지 V와 분산에너지 D는 본체와 대차, 대차와 운축 사이의 상대변위 및 상대속도를 고려하여 구할 수 있다. 여기서, 동력객차와 객차의 위치에너지 및 분산에너지를 구하기 위해, 그림 3과 같이 앞, 뒤의 본체와 관절형 대차와의 상대변위를 다음과 같은 구속방정식으로 가정하였다.

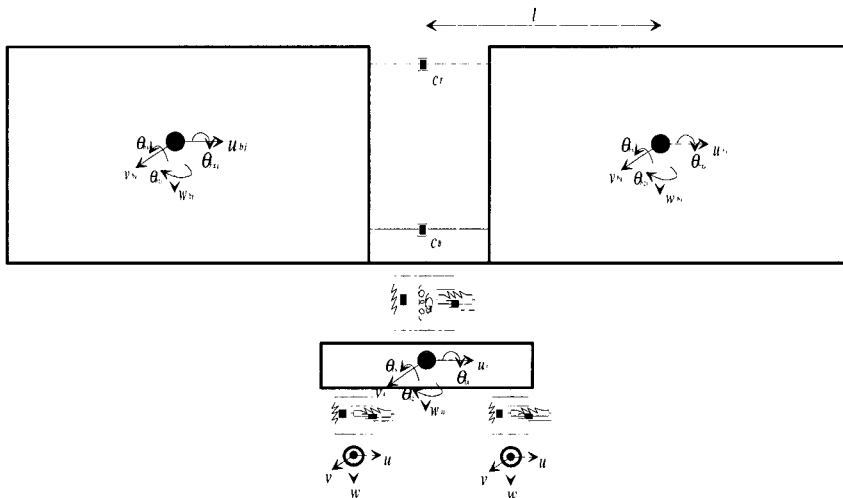


그림 3 관절형 대차시스템

$$\begin{aligned}
 u_r &= u_t - \frac{u_{bi} + u_{bj}}{2} \\
 v_r &= v_t - \left[\frac{v_{bi} + v_{bj}}{2} - l(\theta_{bzi} - \theta_{bzj}) \right] \\
 w_r &= w_t - \left[\frac{w_{bi} + w_{bj}}{2} + l(\theta_{byi} - \theta_{byj}) \right] \quad (7)
 \end{aligned}$$

자세한 정식화는 참고문헌^{(2),(4)}에 나타나있으며 사용된 열차의 특성치는 표 1과 같다. 결국, 다음식과 같이 열차의 운동방정식이 구성되며, Newmark-β 방법에 의하여 계산한다.

$$[M]_v \{ \ddot{u} \}_v + [C]_v \{ \dot{u} \}_v + [K]_v \{ u \}_v = \{ P \}_v \quad (8)$$

여기서, $[M]_v$ 는 열차의 질량행렬, $[K]_v$ 는 강성행렬, $[C]_v$ 는 감쇠행렬이며 $\{P\}_v$ 는 차량에 작용하는 하중벡터이다.

4. 예제 및 매개변수연구

식 (5)와 (8)에 나타난 열차와 교량의 운동방정식은 열차가 진행하는 시간간격마다 직접적분법인 Newmark-β 방법을 사용하여 각각

풀게되며, 상호작용력을 구하여 가정과 보정에 의한 반복법(predictor-corrector iteration)에 의하여 결합된 방정식을 푼다.

단순교의 지간장을 25m에서 50m까지 변화시키며 이상화한 각 교량의 제원은 표 2와 같으며 도상은 질량효과만 고려하여 모델링하였다. 해석에 사용된 교량의 감쇠는 Rayleigh partial damping 방법을 적용하였으며, 감쇠비는 각각 0.5%, 1.5%, 2.5%의 세가지를 가정하였다. 교량의 모델링 방법은 판요소와 공간뼈대요소의 조합에 의한 3차원 모델링 방법을 적용하였다. 사용된 교량의 제원과 자유진동해석에 의한 고유진동수 및 식 (2)에 따른 임계속도를 표 2에 나타내었다. 본 연구에서 사용된 유한요소의 정적 및 자유진동해석의 검증은 참고문헌⁽⁶⁾에 수록되어있다. 열차의 모델링 방법은 교량과의 상호작용을 고려하지 않는 이동집중하중에 의한 모델링(CF)과 교량과의 상호작용을 고려하며 열차 각 요소의 병진운동과 회전운동을 모두 고려한 3차원 모델링(KHST3D)의 두 가지 방법을 사용하였다.

표 1 TGV-K 열차의 주요 특성치

	Power Car	Motorized Trailer	Passenger Car
Mass of body (kg)	54960	48400	26000
Unsprung mass per axle (kg)	2050	2050	2000
Primary sprung mass per bogie (kg)	2420	2514	3050
Primary stiffness per axle box (kN/m) [k_{px}, k_{py}, k_{pz}]	40000,9000,1250	40000,9000,1250	55000,11000,800
Secondary stiffness per bogie side (kN/m) [$k_{bpx}, k_{bpy}, k_{bpz}$]	303,303,1270	100,150,370	100,170,303
Primary damper per axle box (kN.s/m) [C_{px}, C_{py}, C_{pz}]	0,0,10	0,0,10	0,0,6
Secondary damper per bogie side (kN.s/m) [$C_{bpx}, C_{bpy}, C_{bpz}, C_{p\phi}$]	0,100,20,4230	0,30,20,4230	0,0,0,240
Moment of Inertia of Car-Body (Mg-m ²) [I_{px}, I_{py}, I_{pz}]	59.4,1132.8,1112.9	55.5,1641.51,1694.89	33.94,971.81,971.81
Moment of Inertia of Bogie (Mg-m ²) [$I_{bpx}, I_{bpy}, I_{bpz}$]	1.645,2.593,3.068	2.07,3.26,3.86	2.03,3.20,3.79
Moment of Inertia of Wheel (Mg-m ²) [$I_{a0x}, I_{a0y}, I_{a0z}$]	1.03,0.0008,1.03	1.03,0.0008,1.03	1.03,0.0008,1.03

표 2 교량모델의 형식 및 제원

		지간장(m)							
		25	28.05	30	35	40	45	46.75	50
주형	높이(m)	2.0	2.5	2.5	2.9	3.3	3.5	3.5	3.7
	플랜지폭(cm)	80							
	플랜지두께(cm)	5.5							
가로보	갯수	7							
상판	폭(m)	14							
	두께 (cm)	40							
Mass Density	steel (ton/m ³)	7.85							
	concrete (ton/m ³)	2.50							
	ballast (ton/m ³)	1.90							
고유진동수 (Hz) 1st 모드=휨모드		4.666	4.622	4.071	3.502	3.084	2.605	2.419	2.248
임계속도 (km/h)		314.12	311.15	274.06	235.75	207.61	175.37	162.85	151.34

그림 4는 단순교의 지간장 변화에 따른 임계속도에서의 중앙부에서의 수직처짐의 동적확대계수와 상판의 최대수직가속도, 단부회전각을 나타내며, 또한 각 감쇠비와 열차 모델링 방법에 따른 차이도 볼 수 있다. 본 연구에서는 임계속도에서만 교량의 동적응답을 고려하였다. 일반적으로 이동질량의 고려는 교량의 진동주기를 늘리는 경향이 있어 공진점을 다소 변화시키는 효과가 있다⁽³⁾는 연구결과와 같이 열차의 3차원 모델링에 의한 응답이 이동집중하중 모델에 의한 응답보다 작은 경우가 발생하였다. 그러나, 임계속도구간을 제외한 대부분의 속도구간에서는 열차의 3차원 모델링에 의한 교량의 동적응답이 10%이상까지 증가하는 것으로 확인되었다.^{(2),(4)}

그림에서 각 감쇠비에 따른 동적응답을 보면, 감쇠비가 증가할수록 임계속도로 주행하는 이동하중에 의한 공진의 효과는 현저히 줄어들음을 확인할 수 있다.

식 (4)에서 미리 예측된 바와 같이, 공진소멸현상이 발생하는 지간장 28.05m와 46.75m인 단순교에서는 공진에 의한 효과가 확연히 소멸됨을 알 수 있다. 즉, 교량의 감쇠비와 관계없이 수직처짐 동적확대계수, 상판의 최대수직가속도, 단부회전각 등이 다른 지간장을 가진 교량에 비하여 매우 줄어들음을 알 수 있다. 지

간장 28.05m 교량은 열차의 임계속도 주행에도 불구하고 감쇠비 0.5%의 경우에도 동적확대계수 최대 1.318, 상판의 최대수직가속도 0.34g, 단부회전각은 최대 2.626×10^{-4} rad의 결과를 나타내며, 지간장 46.75m 교량은 같은 경우에서 동적확대계수 최대 1.231, 상판의 최대수직가속도 0.07g, 단부회전각은 최대 4.696×10^{-4} rad의 결과를 보인다. 이같은 결과는 0.5% 감쇠비에서 임계속도 주행시 공진에 의해 매우 불안정한 거동을 나타내는 다른 지간장을 갖는 교량들에 비하여 매우 안정적인 동적응답으로 판단된다.

그림 5는 예제에 사용된 각 단순교의 중앙부 수직처짐의 시간이력곡선을 나타내며 세가지의 감쇠비에 대하여 도시하였으며, 3차원 열차모델을 적용한 결과이다. 그림에서 알 수 있듯이, 열차가 임계속도로 주행할 때 교량은 감쇠비에 따라 증폭의 차이를 나타내며 공진이 발생하는 것을 확인할 수 있으나, 지간장 28.05m와 46.75m의 교량에서는 감쇠비와 상관없이 공진효과가 정확히 소멸됨을 알 수 있다. 즉, 교량을 통과한 축하중에 의한 교량의 자유진동 효과가 소멸되어 공진현상이 소멸되는 것이다. 한편, 공진소멸을 유도하는 지간장과 근접한 30m, 45m의 지간장을 갖는 교량에서도 동적응답은 공진의 형태를 보이고 있다.

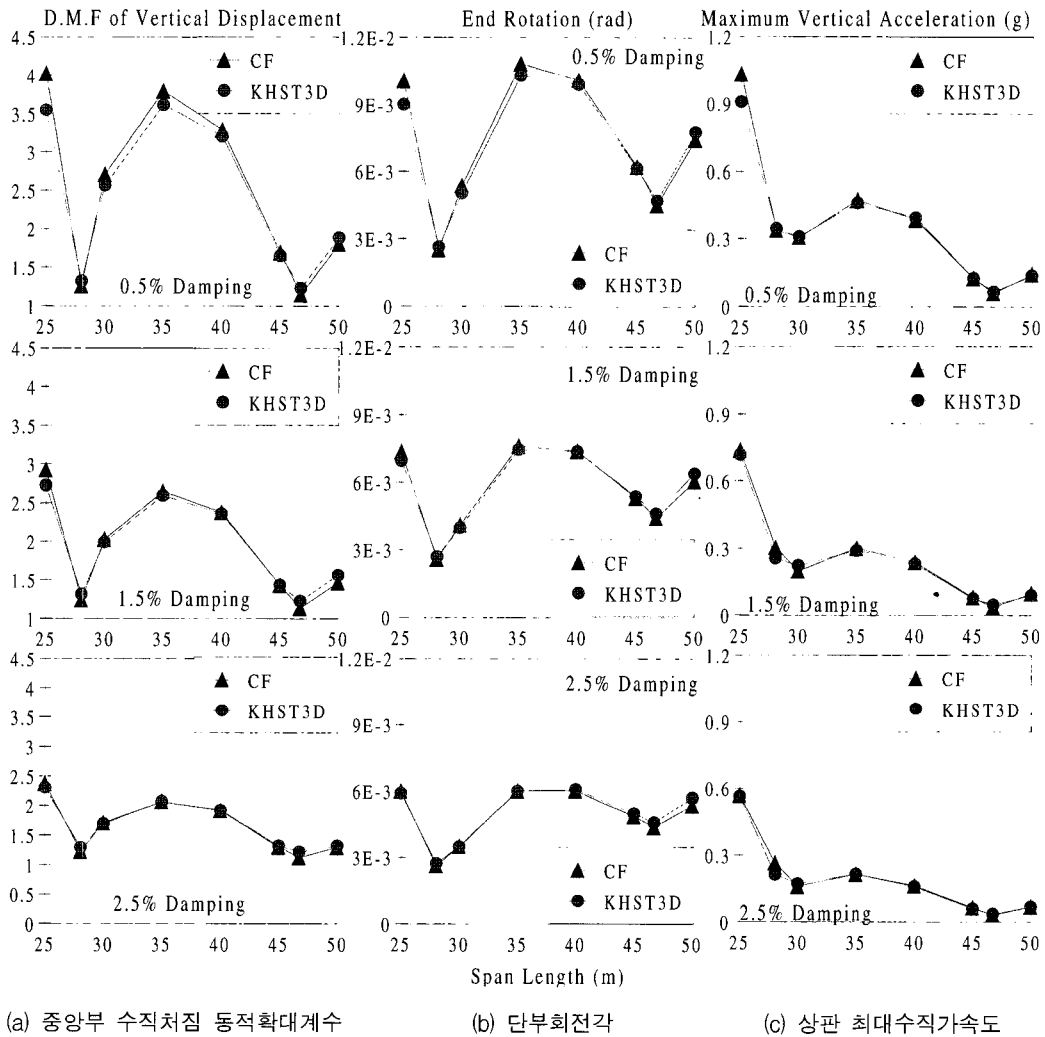


그림 4 지간장 변화에 따른 교량의 동적응답

5. 결론 및 향후 연구과제

본 연구에서는 교량과 고속전철의 3차원 모델링을 이용하여 일정한 유효타격간격을 가진 열차의 주행에 의한 교량의 공진현상과 공진소멸현상에 대한 연구를 수행하였다. 강합성형 철도교를 유한요소법에 의해 판요소, 뼈대요소, 강결요소 등을 이용하여 3차원 상에서 모델링하였으며, 한국고속철도에 사용될 TGV-K 열차의 관절형 대차시스템을 고려하여 3차원 상에서 모델링하였다. 개발된 프로그램을 적용하여 교량의 지간장을 변화시키

며 예제를 수행하여 다음과 같은 결론을 도출하였다.

열차가 임계속도로 주행할 때 교량은 감쇠비에 따라 증폭의 차이를 나타내며 공진이 발생하는 것을 확인할 수 있었다. 열차의 유효타격간격 18.7m와 교량의 지간장에 의해 공진소멸현상이 일어나는 지간장 28.05m와 46.75m의 교량에서는, 교량을 통과한 축하중에 의한 자유진동이 사라져 감쇠비와 상관없이 공진효과가 정확히 소멸되며, 교량의 동적응답이 열차의 임계속도 주행에도 불구하고 매우 안정적인 임을 알 수 있었다.

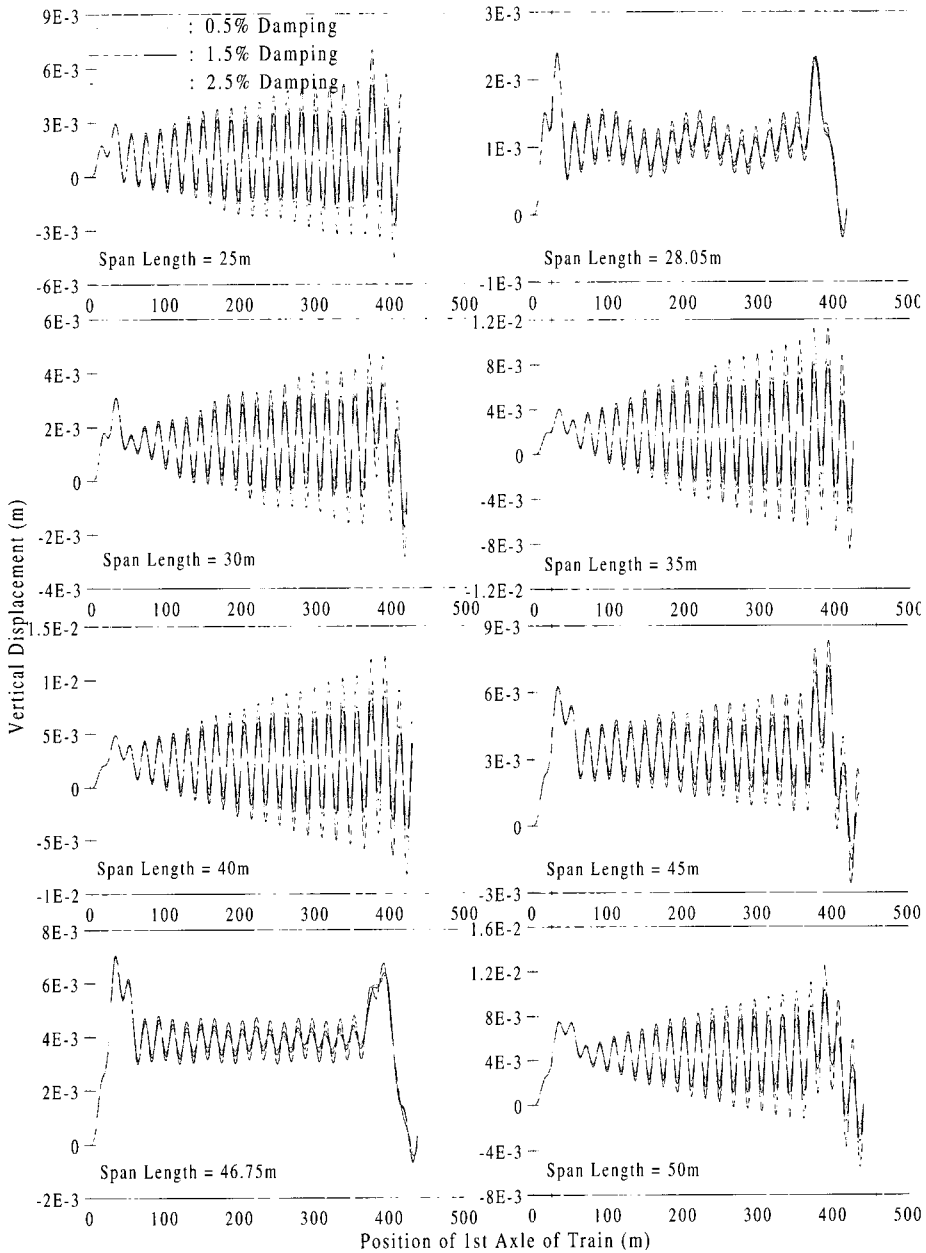


그림 5 시간장 변화에 따른 단선교 중앙부 수직처짐의 시간이력곡선

본 연구의 결과는 특정한 열차가 주행하는 철도교의 경우, 교량의 고유진동수와 열차의 유효타격간격에 따라 공진을 유발하는 임계속도의 예측과, 공진소멸 현상을 유도하는 특정 시간장을 예측할 수 있음을 보였다. 이러한 결과는 고속철도

교량 설계시 동적안정성을 확보하는데 있어서 유용하게 활용할 수 있을 것으로 판단된다. 본 연구에서는 열차가 한 개의 시스템만 주행하는 경우에 대하여 고려하였으므로 열차의 양방향 통행 등에 대한 연구도 이루어져야 할 것이다.

감사의 글

본 연구는 1998년도 고속전철기술개발사업의 연구비지원으로 수행되었으며 이에 감사의 뜻을 전합니다.

참고 문헌

1. 장승필, 곽종원, 하상길, 김성일, "고속열차 하중 하의 강합성형 철도교의 진동", 한국 강구조학회 논문집, 10권 4호, 통권 37호, 1998. 12, pp. 577-587.
2. 김성일, 곽종원, 장승필, "3차원 관절형 고속열차 모델을 이용한 교량/열차 상호작용 해석", 대한토목학회논문집, 19권 I-4호, '99. 7월 게재예정, 1999. 7.
3. Yang, Y. B., Yau J. D., and Hsu, L. C., "Vibration of simple beams due to trains moving at high speeds," *Engineering Structures*, 19(11), 1997, pp. 936-944.
4. 서울대학교 공학연구소, "고속전철 강합성형 교량의 차량하중 동적해석을 통한 최적구조 시스템의 결정에 관한 연구", 2차년도 연차 보고서, 1998. 10.
5. 곽종원, "차량의 제동을 고려한 교량의 동적 거동", 박사학위논문, 서울대학교, 1997.
6. Bulletin Ponts Métalliques No. 16, OTUA, 1993.
7. 장승필, 곽종원, 김성일, "TGV-K의 3차원 모델링을 이용한 강합성형 철도교의 이동하중해석", 대한토목학회 학술발표회 논문집, 1998. 10, pp. 121-124.