The Korean Communications
in Statistics Vol. 6, No. 1, 1999
pp. 159-168

Conditional Signed-Rank Test for the Tree Alternatives in the Randomized Block Design[1)]

Wan-Youn Yang[2)]

Abstract

We introduce a new conditional signed-rank test for the tree alternatives comparing several treatments with a control in the randomized block design. We demonstrate its performance by comparing with 3 classes of signed-rank tests, proposed by Park et al.(1991), in some general situations. In most cases, the proposed procedure is simpler to compute and has better power than others.

1. 개 요

Friedman(1937), Kruskal과 Wallis(1952) 이래로 실험에서 구체적인 모집단 분포를 가정하지 않고 순위(rank)나 부호(sign)를 사용하여 모집단들의 특성을 파악하려는 다양한 비모수적 방법들이 제안되었다. 비모수적 방법들은 대게 모집단의 분포가 연속분포라는 간단한 가정하에서 전개되므로, 모집단의 확률구조에 대한 정보가 부족하거나 적용하고자 하는 통계적 방법론의 가정이 타당하지 않을 경우, 모수적 방법들에 비하여 이해하기 쉬우며 사용이 간편하다는 장점을 가지고 있으나 모수적 방법들에 비해 임계값 등의 확률계산이 조금 지루하다는 단점이 있다. 그러나 이러한 단점이 컴퓨터의 발달과 해당 통계량의 근사분포 도출 등을 통해 극복됨에 따라 그 응용 분야가 점차 확대되어 가고 있는 추세이다. 본 논문에서는 이러한 비모수적 검정 이론을 근거로 하나의 대조군(control)과 여러 처리군(treatment)들에 대한 동일성 검정문제를 고려해 보기로 한다. 이러한 문제는 공학이나 의학 등의 다양한 분야에서 논의되고 있는 중요한 관심 사항 중의 하나이며, 특히 집단간의 순서성(orderness)에 대한 검정을 동시에 고려할 경우 그리고 실험의 정도(precision)를 높이기 위해 확률화 블록설계에 적용될 경우에 매우 중요한 의미를 갖는다.

Page(1963)는 Friedman(1937)이 제시한 통계량을 확률화 블록설계의 경우로 확장해서 처리효과의 순서성을 검정하는 순위검정방법을 논의했으며, Hollander(1966, 1967) 역시 부호순위 검정통계량을 이용해서 처리효과의 순서성을 다중 비교하는 일반적인 절차를 제안했다. 그리고 Mehra와 Sarangi(1967)는 Docsum(1967) 그리고 Hollander(1967) 검정에서 확률 계산의 복잡성을 개선하고 처리효과의 순서성을 검정하기 위해 Hodges와 Lehmann(1962)이 제안한 조건부 논리를 이용하여

---

1) The present research has been conducted by the Research Grant of Kyungwon University in 1997.

2) Assistant Professor, Department of Applied Statistics, Kyungwon University, Sungnam, 461-701, Korea.

조정된 순위검정(aligned rank tests)을 소개한 것 중심으로 최근까지 다양한 순위검정들이 제시되어 왔는데, 이는 크게 블록내의 순위를 이용한 Friedman형식의 통계량에 의한 검정군을 의미하는 W-검정, 블록간의 순위를 이용한 Doksum이나 Hollander 형식의 통계량에 의한 A-검정, 그리고 조건부 논리를 사용한 Mehra와 Sarangi 형식의 C-검정, 3개의 범주로 나눌 수 있으며, 이에 대한 특징과 장단점은 Park et al.(1991)에 의해 자세히 고찰되었다.

본 논문에서는 이 중 C-검정에 해당하는 조건부 논리에 의한 새로운 부호순위검정에 대해서 논의해 보고, Park et al.(1991)이 제시한 3 범주의 검정 방법들과 그 특징 및 검정력을 상호 비교해 보고자 한다. 제 2절에서는 새로운 조건부 부호순위검정과 비교될 검정절차에 대해 간단히 소개하고, 제 3절에서는 이에 대한 실제 예제를 통해 해당 검정절차를 그리고 제 4절에서는 모의실험을 통하여 제시된 각 검정방법들의 검정력을 상호 비교하여 그 결론을 논의하기로 한다.

2. 조건부 부호순위 검정

$n(n \geq 1)$ 개의 블록을 갖는 확률화 블록설계에서 $k(k \geq 1)$개의 처리군과 한 개의 대조군을 고려할 경우의 모형은 (2.1)과 같으며, 여기서는 블록과 처리를 고정효과(fixed effect)로 가정한다. (2.1)에서 X_{ij}는 i번째 블록의 j번째 처리를 받는 실험대상의 반응치, μ는 전체 평균, β_i, $i=1,2,\cdots,n$는 블록효과, τ_0는 대조군의 효과, τ_j, $j=1,2,\cdots,k$는 각각 k개의 처리군의 효과를 나타내며, 오차 ε_{ij}는 서로 독립이고 동일한 연속분포 F를 따른다고 가정한다.

$$X_{ij} = \mu + \beta_i + \tau_j + \varepsilon_{ij}, \quad i=1, \cdots, n\ ;\ j=0,1,\cdots,k, \quad \varepsilon_{ij} \sim iid\ F \tag{2.1}$$

주어진 모형하에서 대조군과 처리군들의 처리효과의 동일성과 처리군들의 효과가 대조군보다는 부분적으로 우수하다는 순서성을 고려할 수 있는 (2.2)의 나무대립가설(tree alternative hypothesis)을 고려할 경우의 새로운 조건부 부호순위검정을 고려해 보자.

$$H_0 : \tau_0 = \tau_1 = \cdots = \tau_k \quad \text{vs.} \quad H_1 : \tau_0 \leq \{\tau_1, \cdots, \tau_k\} \ (\text{적어도 하나의 부등호 성립}) \tag{2.2}$$

먼저, 반응치 X_{ij}를 이용하여 처리효과의 동일성과 순서성(또는 나무성)을 검정하기 위해서 장애모수인 블록효과의 영향을 제거하여 (2.3)의 통계량들을 정의하고, 가능한 $nk(k-1)/2$개 값들의 순위를 R^i_{uv}라고 정의하자.

$$Y^i_{uv} = |X_{iu} - X_{iv}|, \quad i=1,2,\cdots,n\ ;\ u=0,1,\cdots,k\ ;\ v=u+1,u+2,\cdots,k \tag{2.3}$$

(2.3)에서 정의된 모든 가능한 i, u, v에 대하여 각각 (2.4)와 같은 함수를 정의하고, $T^i_{uv} \equiv \psi^i_{uv} R^i_{uv}$라고 하면, $T^i_{uv} = -T^i_{vu}$를 만족한다.

$$\psi_{uv}^{i} = \begin{cases} 1 & X_{iu} \geq X_{iv} \\ -1 & X_{iu} < X_{iv}, \end{cases} \quad i=1,2,\cdots,n\,;\ u=0,1,\cdots,k\,;\ v=u+1,u+2,\cdots,k \qquad (2.4)$$

여기서, 다시 $T_{u\cdot}^{i} = \sum_{v=0,\, v\neq u}^{k} T_{uv}^{i}$로 정의하면, 이 값들은 i번째 실험단위가 u번째 처리를 받은 후 계산된 상대적인 점수로 해석될 수 있다. 이 값들이 이미 주어져 있다는 상황(conditional situation)하에서 $T_{u\cdot} = \sum_{i=1}^{n} T_{u\cdot}^{i}$ 라고 하면, 가설 (2.2)에 대한 검정통계량은 (2.5)와 같이 정의할 수 있으며, 가설 (2.2)는 W (W_1)이 클수록(작을수록) 귀무가설을 기각할 가능성이 커지게 된다.

$$W = \sum_{u=1}^{k} T_{u\cdot} \quad \text{또는} \quad W_1 = T_{0\cdot} \qquad (2.5)$$

귀무가설하에서 각 블록은 독립이며 블록내에서 순열을 이용하면, $P(T_{u\cdot}^{i} = t_{u\cdot}^{i}) = 1/(k+1)$를 얻을 수 있으며, 확률변수 T_{uv}^{i}에 대한 평균과 분산 그리고 공분산을 (2.6)과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} &E_0(T_{u\cdot}^{i}) = 0, \\ &Var_0(T_{u\cdot}^{i}) = \sum_{u=0}^{k}(t_{u\cdot}^{i})^2/(k+1), \\ &Cov_0(T_{u\cdot}^{i}, T_{v\cdot}^{i}) = -Var_0(T_{u\cdot}^{i})/k, \ (u \neq v) \end{aligned} \qquad (2.6)$$

Fidler와 Nagelkerke(1986)는 이러한 조건부 논리에서 만들어진 일반적인 통계량 $T_{u\cdot}$ 들이 점근적 정규분포를 따름을 증명하였으며, 이들의 선형결합으로 이루어지는 검정통계량 (2.5) 역시 점근적 정규분포를 따름을 알 수 있다. 따라서, 고려되는 실험단위의 수가 충분히 클 때, 복잡한 계산과정을 거치지 않고, 원하는 확률값들을 계산할 수 있으므로 비모수 방법론에서 일반적으로 발생하는 계산의 복잡성을 피할 수 있다.

그럼 여기서, (2.5)에서 제시된 새로운 검정통계량 W(또는 W_1)과 비교 검증을 위해, Park et al.(1991)이 논의한 3가지 검정군에 대해 논의해 보도록 하자. 첫 번째 검정군은 블록내의 순위를 이용한 Friedman(1937) 형식의 통계량에 의한 W-검정군으로, R_{ij}를 i번째 블록의 j번째 처리를 받은 실험단위의 관측치 X_{ij}의 순위라고 할 때, $D_i = \sum_{j=1}^{k}(R_{ij} - R_{i0})$는 각 블록내에서 처리와 대조간의 차이를 나타내는 통계량으로 가설 (2.2)의 검정통계량으로 (2.7)을 고려할 수 있고, 이 값이 크면 클수록 귀무가설에 대한 기각 가능성은 커진다고 할 수 있다.

$$V_1 = \sum_{i=1}^{n} D_i \qquad (2.7)$$

이 경우 역시 고려되는 블록의 수가 적당히 크다는 가정 하에서 (2.8)을 이용하여 표준화한 다음 정규분포를 이용하면 복잡한 계산을 피해 근사적으로 확률의 계산이 가능하다.

$$E(V_1) = 0, \qquad Var(V_1) = \frac{nk(k+1)^2(k+2)}{12} \tag{2.8}$$

두 번째는 A-검정군으로 블록간의 순위를 이용하는 Hollander(1966) 형식의 통계량을 들 수 있다. 이는 앞서 논의한 W-검정군의 통계량이 블록의 정보를 전혀 사용하지 못한다는 단점을 보완하기 위한 것으로, $Y_{ij} = |X_{ij} - X_{i0}|$, $i = 1, 2, \cdots, n$; $j = 1, 2, \cdots, k$를 정의하고, R_{ij}를 각 블록에서 처리가 할당된 n개의 관측치 중 Y_{ij}의 순위라 하면, j번째 처리군과 대조군간의 Wilcoxon(1945)의 부호순위 검정통계량은 (2.9)와 같이 정의할 수 있으며, 주어진 가설 (2.2)의 검정 통계량으로 (2.10)을 고려할 수 있고, 이 역시 V_2의 값이 클수록 귀무가설의 기각 가능성은 커진다.

$$T_{0j} = \sum_{i=1}^{n} R_{ij}\psi_{ij}, \quad 여기서 \quad \psi_{ij} = \begin{cases} 1 & X_{i0} < X_{ij} \\ 0 & X_{i0} \geq X_{ij} \end{cases} \tag{2.9}$$

$$V_2 = \sum_{j=1}^{k} T_{0j} \tag{2.10}$$

이에 대한 확률계산은 Hollander(1966)가 제시한 정리들을 이용해서 근사적으로 계산할 수 있다. 즉,

$$E(V_2) = \frac{kn(n+1)}{4}, \qquad Var(V_2) = \sum_{u=1}^{k} Var(T_{0u}) + 2\sum_{u=1}^{k}\sum_{u<v}^{k} Cov(T_{0u}, T_{0v}) \tag{2.11}$$

이 되고, $Cov(T_{0u}, T_{0v})$는 다음의 식을 이용해서 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} E(T_{0u}T_{0v}) = {} & \frac{n(n-1)}{6} + n(n-1)(n-2)\lambda(F) + \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{16} \\ & + 2\left[n(n-1)\mu(F) + \frac{n(n-1)(n-2)}{8} \right] \\ & + \frac{n}{3} + \frac{n(n-1)}{4} \end{aligned}$$

여기서 모수 $\lambda(F)$와 $\mu(F)$는 자료로부터 추정하거나 또는 이들의 취할 수 있는 최대값을 이용하여 보수적인 검정을 시행할 수 있다. Lehmann(1964)은 $\lambda(F)$의 최대값은 7/24임을 보이고, 따라서 $\mu(F)$의 상한값이 0.3089가 됨을 보였으며, 이를 이용하여 $E(T_{0u}T_{0v})$의 상한을 추정하여

근사적 분포를 도출할 경우, V_2에 기초한 보수적인 검정을 할 수 있다(Park et al.(1991)).

마지막으로 조건부 논리를 사용하는 Mehra와 Sarangi(1967) 형식의 C-검정군을 들 수 있다. Hodges와 Lehmann(1962)은 W-검정 절차의 다소 낮은 효율이 원래의 블록효과를 무시하고 처리효과를 비교하기 때문에 기인한다고 지적하고 블록효과를 적당하게 제거한 후 합동표본(combined samples)의 순위에 기초한 검정을 제시하고, 이에 대한 확률 계산은 블록효과를 제거한 후 합동표본에서 정의된 순위를 주어진 것으로 가정하는 조건부 검정을 제안하였다. 즉, 이는 블록내의 평균값을 계산한 후 이를 통해 관찰치를 수정하면, 모형 (2.1)에서 블록효과가 제거되므로 합동표본에서 계산된 순위가 의미 있다는 것으로 해석할 수 있다. Mehra와 Sarangi(1967)는 이를 활용하여 처리효과의 순서성을 검정하는 조정된 순위검정(aligned rank test)를 제안했는데, 이는 먼저 각 블록내에서 블록효과에 해당하는 평균 관찰치를 이용하여 블록내에서 관찰치를 조정(alignment)하게 되는데, 이 때 평균치 대신 중위수 또는 절삭평균 역시 사용이 가능하다. 그리고 계산된 관찰치를 이용하여 블록에 관계없이 총 순위를 정하게 된다. 이때 $\widehat{R_{ij}}$를 $n(k+1)$개의 조정 후에 관찰치의 순위라 하고 $\widehat{R_j} = \sum_{i=1}^{n} \widehat{R_{ij}}$ 라고 하면, 가설 (2.2)에 대한 통계량으로 (2.12)을 사용할 수 있고, 이 경우에도 V_3가 클수록 귀무가설의 기각 가능성은 커지게 된다.

$$V_3 = \sum_{j=1}^{k} (\widehat{R_j} - \widehat{R_0}) \tag{2.12}$$

또한 귀무가설하에서 조건부 평균과 분산, 그리고 공분산은 (2.13)와 같이 유도되며, $\widehat{E}(V_3) = 0$, $\widehat{Var}(V_3) = (k+1)^2 \sum_{i=1}^{n} \widetilde{\sigma_i^2}$가 된다. 또한 $n \to \infty$일 때 검정통계량 V_3는 근사적으로 정규성을 만족하는 성질을 이용하여, V_3의 근사적인 확률을 계산할 수 있다.

$$\widehat{E}(\widehat{R_j}) = \sum_{i=1}^{n} \overline{R_i}, \quad \sigma_j^2 = \widehat{Var}(\widehat{R_j}) = \sum_{i=1}^{n} \widetilde{\sigma_i^2}, \quad \sigma_{jj'} = \widehat{Cov}(\widehat{R_j}, \widehat{R_{j'}}) = -\sum_{i=1}^{n} \widetilde{\sigma_i^2}/k \tag{2.13}$$

$$\text{여기서, } \widetilde{\sigma_i^2} = \sum_{j=0}^{k} (\widehat{R_{ij}} - \overline{R_i})^2/(k+1) \text{ 그리고 } \overline{R_i} = \sum_{j=0}^{k} \widehat{R_{ij}}/(k+1)$$

3. 예 제

본 절에서는 V.Filder와 N.J. Negelkerke(1986)가 제시한 예제를 이용하여 제 2절에서 논의된 검정통계량들을 예증해 보기로 한다. 고려되는 자료는 간헐적으로 절름발이병을 앓고 있는 6명의 환자에게 서로 다른 세 가지 장기 훈련을 처방한 후 세 기간에 걸쳐 혈액의 흐름을 측정한 것으로, 대조군은 실제 처방을 받기 전에 측정된 혈액의 흐름으로 설정하였다. 실험에서 측정되는 반응치는 [표 3.1]과 같으며, 이는 $1 \le i \le 6$ 그리고 $0 \le j \le 3$으로 하는 모형 (2.1)로 설명할 수 있고, 서로 다른 3가지 훈련의 효과가 대조효과와 순서성에 유의한 차이가 있는지를 검정하고자 한다. 즉, 고려되는 가설은 (3.1)과 같이 나타낼 수 있다.

$$H_0: \tau_0 = \tau_1 = \tau_2 = \tau_3, \quad H_1: \tau_0 \le \{\tau_1, \tau_2, \tau_3\} \text{ (최소한 하나의 부등호 성립)} \tag{3.1}$$

[표 3.1] 6명의 환자로부터 측정된 혈액의 흐름(V. Filder and N. J. Negelkerke(1986))

환자	주기(집단)			
	0	1	2	3
1	26.86	20.29	26.99	23.64
2	24.10	33.23	33.51	41.25
3	26.50	27.58	31.50	39.23
4	24.75	32.18	24.86	30.85
5	15.91	20.50	20.00	17.84
6	12.56	18.91	16.83	13.42

먼저 본 논문에서 제시된 조건부 부호순위검정을 예증하면, 아래 [표 3.2]로부터 검정통계량 값은 $W_1 = -262$ 이 되고, 귀무가설하에서의 분산은 $Var(W_1) = 13388.5$ 이 되므로, 표준화된 정규근사값은 $W_1/\sqrt{Var(W_1)} = -2.2643$ 이 되고, 이에 대응되는 p-값은 약 0.012가 된다.

[표 3.2] T_{ij}의 부호순위와 T_{ij}의 점수

환자	각 집단간의 차이로부터 얻은 부호 순위						T_{i0}	T_{i1}	T_{i2}	T_{i3}
	0-1	0-2	0-3	1-2	1-3	2-3				
1	26	5	13	-22	-14	11	44	-62	28	-10
2	-32	-33	-36	-2	-31	-30	-101	-1	5	97
3	-6	-20	-35	-16	-34	-29	-61	-44	7	98
4	-28	-1	-24	27	7	-23	-53	62	-49	40
5	-19	-17	-8	3	12	10	-44	34	24	-14
6	-25	-18	-4	9	21	15	-47	55	24	-32
합계							-262	44	39	179

다음으로 제 2절에서 소개된 3 가지 검정군의 검정절차를 고려해 보도록 하자. 먼저 [표 3.3]은 [표 3.1]에서 주어진 자료의 블록 내 순위와 $D_i = \sum_{j=1}^{k}(R_{ij} - R_{i0})$값을 나타낸 것으로 이를 이용하여 V_1값과 귀무가설하에서의 분산은 각각 28과 120이 되고, 이의 표준화된 정규근사값은 $V_1/\sqrt{Var(V_1)} = 2.5560$으로, 이에 대응되는 p-값은 약 0.005로 얻어진다. 그리고 V_2의 경우는 [표 3.4]를 이용하여 그 값이 59임을 알 수 있고, 귀무가설하에서의 평균은 $E(V_2) = 31.5$이 되고, 분산은 $Var(T_{0j}) = 22.75$과 $\lambda(F) = 7/24$ 그리고 $\mu(F) = 0.3089$를 이용하여 도출한 $Cov(T_{01}, T_{02}) = 10.534$과 식 (2.11)을 이용하면 $Var(V_2) = 131.454$를 구할 수 있다. 따라서,

표준화된 정규근사값은 $(V_2 - E(V_2))/\sqrt{Var(V_2)} = 2.3985$가 되고, 이에 대응되는 p-값은 약 0.0083으로 얻어진다. [표 3.5]는 순위들과 식 (2.13)에서 정의된 $\tilde{\sigma}_i^2$과 $\overline{R}_i$의 값을 나타내었다. 여기서 $V_3 = 148$이고, 귀무가설하에서 계산한 $E(V_3) = 0$, $Var(V_3)$ = 3113.6이 되므로, 표준화한 정규근사값은 $V_3/\sqrt{Var(V_3)}$ = 2.6523이 되고 이에 대응되는 p-값은 약 0.0040로 얻어진다.

[표 3.3] V_1에 기초한 검정통계량의 계산

환자	블록 내의 순위				D_i
	1	2	3	4	
1	3	1	4	2	-2
2	1	2	3	4	6
3	1	2	3	4	6
4	1	4	2	3	6
5	1	4	3	2	6
6	1	4	3	2	6

[표 3.4] V_2에 기초한 검정통계량의 계산

환 자	2-1	3-1	4-1	R_{21}	R_{31}	R_{41}
1	-4.57	2.13	-1.22	-2	2	-2
2	9.13	9.41	17.15	6	6	6
3	1.08	5.00	12.73	1	5	5
4	7.43	0.11	6.10	5	1	4
5	4.59	4.09	1.93	3	3	3
6	6.35	4.27	0.86	4	4	1

[표 3.5] V_3에 기초한 검정통계량과 합동표본에서 조정된 순위

환 자	$1-\mu_i$	$2-\mu_i$	$3-\mu_i$	$4-\mu_i$	R_1	R_2	R_3	R_4	$\overline{R}_i$	$\tilde{\sigma}_i^2$
1	0.9	-3.66	3.04	-0.30	15	3	20	11	12.25	36.80
2	-8.92	0.21	0.49	8.23	1	12	14	24	12.75	32.17
3	-4.70	-3.62	0.30	8.03	2	4	13	23	10.50	51.19
4	-3.41	4.02	-3.30	2.69	5	22	6	19	13.00	41.50
5	-2.65	1.94	1.44	-0.72	8	18	16	10	13.00	10.75
6	-2.87	3.48	1.40	-2.01	7	21	17	9	13.00	22.19
합 계					38	80	86	96	74.5	194.6

4. 모의 실험 및 결과

이 절에서는 지금까지 고려된 n개의 블록과 k개의 처리군과 한 개의 대조군을 고려하는 확률화 블록설계하에서 제 2절에서 고려된 여러 검정법들의 근사검정력을 비교해 보도록 한다. 모의실험은 유의수준 5% 그리고 $k=3$인 경우를 고려하였으며, (4.1)의 3 종류의 대립가설을 고려하기로 하고 블록효과를 발생시키기 위해 임의로 매 블록마다 1/55씩 증가한 값을 발생된 난수값에 포함시켰다. 블록의 수는 [표 4.1]에서 20개 그리고 [표 4.2]에서 30개를 고려하였으며, 제시된 검정력은 1000번의 반복을 통해서 추정되었다. 임의 표본은 IMSL 부프로그램을 사용하여 정규(normal), 로지스틱(logistic), 이중지수(double exponential), 로그정규(lognormal)분포를 고려하였다.

$$H_0 : \tau_0=\tau_1=\tau_2=\tau_3 \quad \text{vs.} \quad \begin{aligned} H_{11} &: \tau_0=\tau_1=\tau_2=0,\ \tau_3=0.5 \\ H_{12} &: \tau_0=\tau_1=0,\ \tau_2=\tau_3=0.5 \\ H_{13} &: \tau_0=0,\ \tau_1=\tau_2=0.5,\ \tau_3=1 \end{aligned} \tag{4.1}$$

[표4.1] $k=3$, $n=20$인 경우의 근사검정력 추정치

		V_1	V_2	V_3	W_1
정 규 분 포	H_0	0.045	0.054	0.056	0.051
	H_{11}	0.125	0.138	0.139	0.153
	H_{12}	0.260	0.324	0.327	0.601
	H_{13}	0.865	0.937	0.937	0.783
로지스틱 분 포	H_0	0.052	0.045	0.052	0.051
	H_{11}	0.084	0.095	0.093	0.103
	H_{12}	0.146	0.159	0.178	0.169
	H_{13}	0.336	0.360	0.404	0.405
이중지수 분 포	H_0	0.045	0.051	0.055	0.055
	H_{11}	0.184	0.182	0.192	0.192
	H_{12}	0.469	0.452	0.466	0.472
	H_{13}	0.931	0.920	0.929	0.930
로그정규 분 포	H_0	0.049	0.053	0.052	0.049
	H_{11}	0.127	0.137	0.148	0.152
	H_{12}	0.266	0.278	0.279	0.292
	H_{13}	0.685	0.736	0.735	0.745

[표 4.2] $k=3$, $n=30$인 경우의 근사 검정력 추정치

		V_1	V_2	V_3	W_1
정 규 분 포	H_0	0.045	0.062	0.063	0.048
	H_{11}	0.1502	0.191	0.203	0.170
	H_{12}	0.386	0.465	0.460	0.747
	H_{13}	0.850	0.926	0.928	0.913
로지스틱 분 포	H_0	0.049	0.045	0.046	0.046
	H_{11}	0.085	0.094	0.096	0.098
	H_{12}	0.163	0.208	0.206	0.209
	H_{13}	0.432	0.540	0.531	0.540
이중지수 분 포	H_0	0.045	0.055	0.057	0.057
	H_{11}	0.212	0.198	0.197	0.207
	H_{12}	0.587	0.546	0.554	0.563
	H_{13}	0.988	0.981	0.985	0.983
로그정규 분 포	H_0	0.057	0.058	0.059	0.058
	H_{11}	0.150	0.187	0.199	0.201
	H_{12}	0.377	0.429	0.425	0.440
	H_{13}	0.849	0.901	0.894	0.912

모의실험을 통해 고려해 본 4가지 검정방법들 중 고려된 3가지 대립가설에 대하여 일관성 있게 뛰어난 검정력을 제공하는 방법은 찾을 수는 없었지만 다음과 같은 점을 확인할 수 있었다.

(1) 정규분포의 경우에는 통계량 V_2나 V_3에 기초한 검정들이 대립가설 1)과 3)의 경우에 검정력이 높게 나타나지만, 대립가설 2)의 경우에는 통계량 W_1에 기초한 검정이 매우 높은 검정력을 보여주고 있다.

(2) 로지스틱분포의 경우에는 전체적으로 통계량 W_1에 기초한 검정이 가장 높은 검정력을 보여주고 있다.

(3) 이중지수분포의 경우에는 통계량 V_1과 W_1에 기초한 검정이 비교적 높은 검정력을 보여주고 있다.

(4) 로그정규분포의 경우에는 전체적으로 통계량 W_1에 기초한 검정이 가장 높은 검정력을 보여주고 있다.

위의 결과는 제한된 확률모형과 대립가설을 가정해서 얻어진 결론이지만, 고려한 모형들과 가설이 일반적으로 널리 사용되는 것이라는 점에서 볼 때 일반적인 도출에는 제한이 없을 것으로 보이며, 제시된 조건부 부호순위검정이 검정력의 차원에서 다른 검정방법과 비교해 뒤떨어지지 않

고, 다른 방법론들과 비교해 볼 때 여러 확률모형에서 대체로 좋은 검정력을 보여 주고 있음을 알 수 있으며, 앞 절에서 예증된 바와 같이 점근적 정규성을 이용한 계산절차 역시 비교적 간단하여, 확률화 블록설계에서 동일성과 순서성을 검정하는데 좋은 비모수적 검정절차임을 확인할 수 있었다.

5. 참 고 문 헌

[1] Doksum. K.A.(1967). Robust procedures for some linear models with one observation per cell. *Annals of Mathematical Statistics,* 38, 878-883.

[2] Filder. V. and Nagelkerke N.J.D.(1986). A generalized signed-rank test for comparison of p treatments. *Statistica Neerlandica* 40, 145-155.

[3] Friedman. M.(1937). The use of ranks to avoid the assumption of normality implicit in analysis of variance. *Journal of the America Statistical Association* 32, 675-701.

[4] Hodges, J.L.Jr. and Lehmann, E.L.(1962). Rank methods for combination of independent experiments in analysis of variance. *Annals of Mathematical Statistics* 33, 484-497.

[5] Hollander, M.(1966). An asymptotically distribution-free multiple comparison procedure treatments vs control. *Annals of Mathematical Statistics* 33, 482-497.

[6] Hollander, M.(1967). Rank tests for randomized blocks when the alternatives have a prior ordering. *Annals of Mathematical Statistics* 38, 867-877.

[7] Kruskal, W.H. and Wallis, W.A.(1952). Use of ranks in one-criterion variance analysis. *Journal of the America Statistical Association* 47, 583-621.

[8] Lehmann, E.L.(1964). Asymptotically nonparametric inference in some linear models with one observation per cell. *Annals of Mathematical Statistics* 35, 726-734.

[9] Mehra, K.L. and Sarangi, J.(1967). Asymptotic efficiency of certain rank tests for comparative experiments. *Annals of Mathematical Statistics* 38, 90-107.

[10] Park, S., Kim, J. and Lee, E.(1991). Rank tests for comparing several treatments with a control in a randomized block experiment. *Journal of the Korean Society for Quality Management,* 19, 16-27.

[11] Page, E.B.(1963). Ordered hypotheses for multiple treatment : a significance test for linear ranks. *Journal of America Statistics Association* 58, 216-30.

[12] Wilcoxon, F.(1945). Individual comparisons by ranking methods, *Biometrics* 1, 80-3.