

## Edge Detection using Statistical Hypothesis Testing

Dong Hoon Lim<sup>1)</sup> · Sin Hee Sung<sup>2)</sup>

### Abstract

We use statistical tests which are useful for two-sample problem for detecting edges in gray-level images. An edge is detected by examining changes in gray-level value between adjacent pixel neighborhoods.

Some experimental results show that nonparametric detectors such as Mann-Whitney test, Median test and Kolmogorov-Smirnov test perform effectively in both noisy and noise-free images, while parametric T test is sensitive to noise.

### 1. 서론

에지 검출은 영상분석(image analysis)에서 가장 기본적인 단계중의 하나이다. 사람은 종종 물체를 단지 에지 성분들로 이루어진 윤곽선에 의해 인식하고 또한 영상이 명확하지 않은 물체를 포함하는 경우 영상을 이해하는데 에지를 검출함으로써 물체의 모양분석(shape analysis)이나 인식이 용이하다. 그러나 실제로 많은 영상은 영상 입력 장치인 디지털 카메라에 의해 불필요한 잡음이 포함될 수 있고 이 경우 잡음 영향을 받지 않으면서 에지 정보만을 검출하는 것은 어려운 일이다.

지금까지 에지를 검출하는 보편적 방법은 영상을 먼저 필터링하고 그리고 나서 단순한 방법을 사용하는 것이다. 그러나, 이 경우 잡음을 필터링하는 것은 잡음이 고주파이므로 상을 흐리게 하는 경향이 있다. 본 논문에서는 Huang and Tseng (1988), Bovik, Huang and Munson (1986), Lim and Park (1999) 등 처럼 통계적 가설 검정에 의해 필터링과 에지 검출을 동시에 수행하려고 한다. Huang and Tseng (1988)와 Lim and Park (1999)은 변화점 문제(change-point problem)에 대한 통계적 방법을 적용하여 에지를 검출하였고 Bovik, Huang and Munson (1986)는 에지-높이 모수(edge-height parameter)와 임계값 모수(threshold parameter)를 사용하여 이표본 위치문제에 대한 여러 가지 검정법에 의해 에지를 검출하였다. 그러나, 에지 검출이 위 두 모수에 의존함으로써 적절한 모수를 선택하는데 어려움이 있다. 본 논문에서는 유의수준에 의해 결정된 임계값을 사용하여 이표본 위치문제에 대한 Mann-Whitney 검정, Median 검정, T 검정과 두 분포함수의 동일성을 검정하는 Kolmogorov-Smirnov 검정 등 여러 가지 검정법을 이용하여 에지 검출을 하고자 한다. 이를 위해 Rosenfeld (1970), Bovik, Huang and Munson (1986)의 "difference-of-boxes" 방법을 이용하여 인접한 화소근방에 있는 명암값들의 차이 변화를 조사함

---

1) Assistant Professor, Department of Statistics, Gyeongsang National University, Chinju, 660-701, Korea

2) M.S.student, Department of Statistics, Gyeongsang National University, Chinju, 660-701, Korea

으로서 예지를 검출한다.

그림 1과 같은 두 개의  $n \times n$  근방영역을 생각하자.  $n$ 은 홀수, 여기서는  $n=3$ 인 경우를 고려한다. 왼쪽 근방영역  $A_L$ 의 명암값  $X_1, \dots, X_N$  과 오른쪽 근방영역  $A_R$ 의 명암값  $X_{N+1}, \dots, X_{2N}$ 들은 각각 연속분포  $F_L(x) = F(x - \theta_L)$ 와  $F_R(x) = F(x - \theta_R)$ 로부터 확률표본이고 서로 독립이라 하자. 여기서  $N = n^2$  이고  $\theta_L, \theta_R$ 은 각각 왼쪽 근방영역과 오른쪽 근방영역의 명암값들에 대한 위치모수들이다. 그러면 예지의 존재여부를 검정하기 위한 귀무가설과 대립가설은 다음과 같다.

$$H_0: \theta_L = \theta_R \text{ versus } H_1: \theta_L \neq \theta_R$$

제 2 절에서는  $H_0$ 를  $H_1$ 에 대하여 검정하기 위한 유용한 검정법들에 대해 논의하고 제 3 절에서는 예지 검출을 위한 실험 설계 및 결과를 비교하고 제 4 절에서 결론을 맺는다.

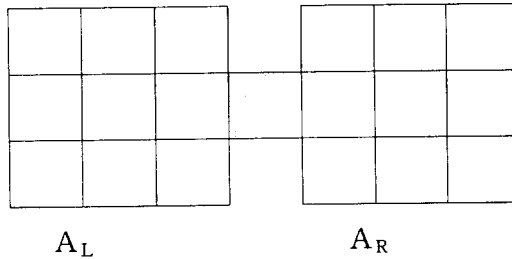


그림 1. 수직 예지 검출을 위한 두 개의  $3 \times 3$  근방영역

## 2. 통계적 검정법들

### 2.1 Mann-Whitney 검정

두 근방영역에서 명암값  $X_1, \dots, X_N$ 와  $X_{N+1}, \dots, X_{2N}$ 로 부터 계산된 Mann-Whitney 통계량은 다음과 같다.

$$U = \sum_{i=1}^N \sum_{j=N+1}^{2N} \psi_{ij}$$

여기서,  $\psi_{ij} = \begin{cases} 1, & X_i < X_j \\ 0, & X_i > X_j \end{cases}$ ,  $1 \leq i \leq N, N+1 \leq j \leq 2N$  이고 통계량  $U$ 의 귀무분포(null distribution)는 Mann and Whitney (1947)에 주어져 있고  $N$ 이 충분히 크면 표준화된  $U$  통계량

$$Z_U = \frac{U - E_0(U)}{[Var_0(U)]^{1/2}}$$

의 정규분포의 근사를 이용하여 검정한다. 여기서  $E_0(U) = N^2/2$ 이고  $Var_0(U) = N^2(2N+1)/12$ 이다. 혼합표본에서 동점이 있는 경우 통계량  $U$ 를 다음과 같이 수정하여 사용한다.

$$U = \sum_{i=1}^N \sum_{j=N+1}^{2N} \left\{ \psi_{ij} + \frac{1}{2} I_{ij} \right\}$$

다만,  $I_{ij} = \begin{cases} 1, & X_i = X_j \\ 0, & X_i \neq X_j \end{cases}$  이다. 따라서, 유의수준  $\alpha$ 에서  $|Z_U| \geq z_{\alpha/2}$  이면  $H_0$ 를 기각하고 두 근방영역 사이의 화소에 에지가 있다고 결론을 내린다.

## 2.2 Median 검정

두 근방영역에서 명암값  $X_1, \dots, X_N$ 와  $X_{N+1}, \dots, X_{2N}$ 의 혼합표본으로부터 표본중앙값을 계산하고 첫 번째 명암값들중에서 표본중앙값보다 큰 표본의 개수를  $A$ 이라 하고 두 번째 명암값들중에서 표본중앙값보다 큰 표본의 개수를  $B$ 라 할 때  $H_0$ 을 검정하는 통계량은 다음과 같다.

$$M = \frac{A}{N} - \frac{B}{N}$$

통계량  $M$ 의 귀무분포는 Mood (1950)에 주어져 있고  $N$ 이 충분히 크면 정규분포의 근사를 이용한 검정통계량은 다음과 같다.

$$Z_M = \frac{\frac{A}{N} - \frac{B}{N}}{[\hat{p}(1-\hat{p})(\frac{2}{N})]^{1/2}}$$

여기서  $\hat{p} = (A+B)/(2N)$  이다. 따라서, 유의수준  $\alpha$ 에서  $|Z_M| \geq z_{\alpha/2}$  이면  $H_0$ 를 기각한다.

## 2.3 T 검정

첫 번째 근방의 명암값  $X_1, \dots, X_N$ 은  $N(\theta_L, \sigma_L^2)$ 에서 추출한 확률표본이라 하고, 두 번째 근방의 명암값  $X_{N+1}, \dots, X_{2N}$ 은  $N(\theta_R, \sigma_R^2)$ 에서 추출한 확률표본이라 하자. 여기서  $\sigma^2 = \sigma_L^2 = \sigma_R^2$ 라 하자. 그러면  $\sigma^2$ 을 모를 때  $H_0$ 을 검정하는 T 통계량은 다음과 같다.

$$T = \frac{\overline{X}_L - \overline{X}_R}{S_p(2/N)^{1/2}}$$

여기서  $\overline{X}_L = \sum_{i=1}^N X_i / N$ ,  $\overline{X}_R = \sum_{i=N+1}^{2N} X_i / N$  이고  $S_p^2 = \left\{ \sum_{i=1}^N (X_i - \overline{X}_L)^2 + \sum_{i=N+1}^{2N} (X_i - \overline{X}_R)^2 \right\} / (2N-2)$  이다. 따라서, 유의수준  $\alpha$ 에서  $|T| \geq t_{\alpha/2}(2N-2)$  이면  $H_0$ 를 기각한다.

## 2.4 Kolmogorov-Smirnov 검정

앞에서 살펴본 Mann-Whitney 검정, Median 검정 또는 T 검정은 두 모집단간 위치모수의 동일성 여부를 알고자 하는 검정인데 반해 여기서 다룰 Kolmogorov-Smirnov 검정은 두 모집단간 위치모수 뿐 만 아니라 척도모수를 동시에 고려한 분포함수간 동일성 여부에 대한 검정으로 상당히 유용하고 실용성이 뛰어난 검정이다.

첫 번째 명암값  $X_1, \dots, X_N$ 의 표본분포함수를  $F_{LN}(x)$ , 두 번째 명암값  $X_{N+1}, \dots, X_{2N}$ 의 표본분포함수를  $F_{RN}(x)$ 라 할 때  $H_0$ 을 검정하는 통계량은 다음과 같다.

$$D = \max_x |F_{LN}(x) - F_{RN}(x)|$$

유의수준  $\alpha$ 에서  $D \geq d_{\alpha/2}$ 이면  $H_0$ 을 기각하고 두 근방영역 사이의 화소에 예지가 있다. 여기서  $d_{\alpha/2}$ 는 Hollander and Wolfe (1973)의 부록에 수록되어 있다.

### 3. 예지 검출 실험과 비교

이 절에서는 지금까지 논의된 통계적 검정법들, Mann-Whitney 검정, Median 검정, T 검정과 Kolmogorov-Smirnov 검정의 예지 검출 성능을  $256 \times 256$  Lenna 영상(sample image)을 이용하여 실험하고자 한다. 또한 잡음 분석을 위해 잡음영상은 원영상에 정규분포  $N(0, 30^2)$ 를 따르는 잡음을 추가하여 얻었다 (그림 2).

그림 1과 같은 두 개의  $3 \times 3$  근방영역을 영상의 왼쪽 끝에서 부터 선택하여 한 화소씩 오른쪽으로 이동하면서 두 근방영역 사이의 예지 존재 유무를 조사하였으며 오른쪽 끝에 이르면 다시 한 화소 아래 왼쪽 끝으로 되돌아가 위의 과정을 반복하였다. 전체 영상의 수직 방향 예지를 검출하기 63,500번 조사하였으며 최종 예지는 수평 및 수직 방향에서의 예지들의 "OR"로서 결정하였다. 유의수준  $\alpha=0.005$ 에서 검정하였으며 실험결과는 그림 3과 그림 4에 나타나 있다. 그림 3의 원영상에 대한 실험 결과 본 논문에서 논의한 검정법들의 예지 검출이 큰 차이 없이 잘 수행되고 있음을 알 수 있다. 그러나, 그림 4의 잡음영상에 대한 실험 결과 모수적인 T 검정을 적용하여 얻은 예지맵은 잡음으로 인해 예지들이 많이 소멸된 반면 비모수적인 Mann-Whitney 검정, Median 검정과 Kolmogorov-Smirnov 검정은 잡음영향하에서도 비교적 예지들이 잘 보존됨을 알 수 있다. 특히, Kolmogorov-Smirnov 검정을 적용하였을 때 가장 선명한 예지맵을 얻을 수 있었다. 이것은 다른 검정법들은 위치모수들의 차에 대한 검정인데 반해 Kolmogorov-Smirnov 검정은 위치모수와 척도모수를 동시에 고려한 분포함수간의 차에 대한 검정이기 때문이다.



(a)



(b)

그림 2 : (a)는 잡음이 없는 원영상이고 (b)는 (a)에 잡음  $N(0, 30^2)$ 이 추가된 영상이다.



(a)



(b)



(c)



(d)

그림 3 : (a)는 그림 2의 원영상 (a)에 Mann-Whitney 검정을 적용하여 얻은 에지 맵 (b)는 Median 검정을 적용하여 얻은 에지 맵 (c)는 T 검정을 적용하여 얻은 에지 맵 (d)는 Kolmogorov-Smirnov 검정을 적용하여 얻은 에지 맵이다.



(a)



(b)

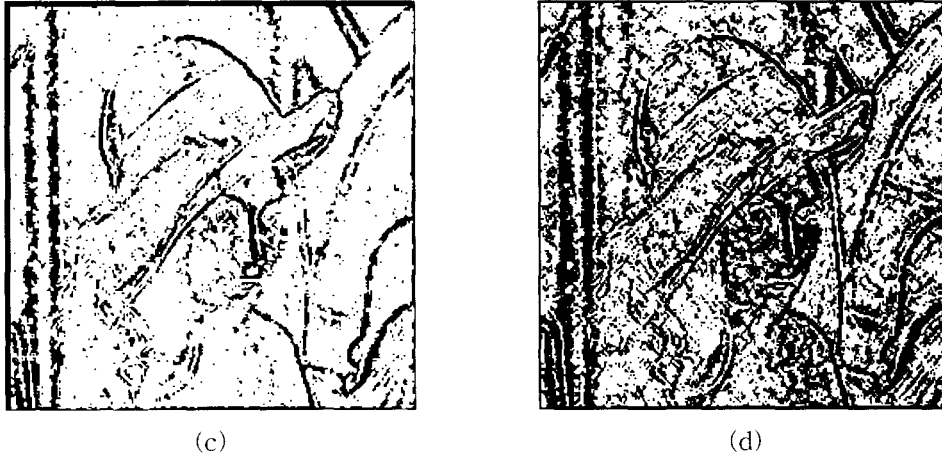


그림 4 : (a)는 그림 2의 잡음영상 (b)에 Mann-Whitney 검정을 적용하여 얻은 에지 맵 (b)는 Median 검정을 적용하여 얻은 에지 맵 (c)는 T 검정을 적용하여 얻은 에지 맵 (d)는 Kolmogorov-Smirnov 검정을 적용하여 얻은 에지 맵이다.

#### 4. 결 론

우리는 잡음영상과 잡음 없는 영상 모두에 대해 에지를 검출하기 위해 두 개의 근방영역  $3 \times 3$  사이 명암값들의 차이 유무를 통계적 가설 검정에 의해 조사하였다. 실제 영상처리 응용을 위해 통계학에서 유용한 검정법만을 택하여 실험하였으며 수직 및 수평 방향에서 에지를 고려하였다.

에지 검출을 위한 검정법들의 성능을 비교 실험한 결과 원영상에 대해서는 여러 검정법들의 에지 검출이 큰 차이 없이 잘 수행됨을 알 수 있었다. 그러나, 잡음영상에 대한 실험 결과 모수적인 T 검정의 에지맵은 잡음으로 인해 에지들이 많이 소멸된 반면 비모수적인 Mann-Whitney 검정, Median 검정과 Kolmogorov-Smirnov 검정은 잡음영향을 거의 받지 않고 비교적 에지들이 잘 보존됨을 알 수 있다. 따라서 우리는 모수적인 T 검정은 잡음에 민감한 반면 Kolmogorov-Smirnov 검정을 포함한 비모수적 검정법들은 잡음에 로버스트(robust)하게 반응함을 알 수 있었다.

#### 참 고 문 헌

- [1] Bovik, A. C., Huang, T. S. and Munson, D. C.(1986), "Nonparametric tests for edge detection in noise", *Pattern Recognition*. Vol.19, No.3, 209-219.
- [2] Hollander, M. H. and Wolfe, D. A.(1973) *Nonparametric statistical methods*, John Wiley & Sons, New York.
- [3] Huang, J. S. and Tseng, D. H.(1988) "Statistical theory of edge detection", *Computer Vision, Graphics, and Image processing* 43, 337-346.

- [4] Lim, D. H. and Park, E. H.(1999). 변화점 문제에 대한 통계적 방법을 이용한 에지 검출. 정보처리논문집 심사중.
- [5] Mann, H. B. and Whitney, D. R.(1947). On a test of whether one of two random variables is stochastically larger than the other. *Ann. Math. Stat.* 18, 50-60.
- [6] Mood, A. M.(1950). *Introduction to the theory of statistics*. McGraw-Hill, New York.
- [7] Rosenfeld, A.(1970). A nonlinear edge detection technique. *Proceedings of the IEEE* 58, 814-816.