

트림 곡면상에서 사각형 요소망의 자동 생성

김형일*, 채수원**

Automatic Generation of Quadrilateral Meshes on Trimmed Surfaces

Hyung-Il Kim* and Soo-Won Chae**

ABSTRACT

An automatic mesh generation scheme with unstructured quadrilateral elements on trimmed surfaces has been developed. Trimmed surfaces are often encountered in modeling of structures with complex shapes such as aircrafts, automobile structures, pressure vessels and etc. For unstructured mesh generation with quadrilateral elements, a domain decomposition algorithm employing loop operators has been used. Mesh generation on trimmed surface is performed in three steps. First, trimmed surfaces with holes or cuts are transformed to the largest projection planes in which the meshes are constructed. The constructed meshes are transformed to the u - v parametric planes and then finally to the original 3D surfaces. The exact locations of holes or cuts in projection planes are determined by the Newton-Raphson method. Sample meshes are constructed to demonstrate the effectiveness of the proposed algorithm.

Key words : Trimmed surfaces, Unstructured quadrilateral elements, Loop operators, Newton-Raphson method, Domain decomposition, Hole geometry

1. 서 론

자동차, 항공기, 압력 용기 등과 같이 얇고 복잡한 형상의 판으로 구성되어 있는 구조물의 해석에는 대체로 판, 쉘 요소 등이 사용된다. 일반적으로 복잡한 형태의 구조물을 판, 쉘 요소들을 사용하여 모델링할 때, 전체 영역을 보통 많은 수의 작은 영역들 즉, 패치(patch)들로 나눈 후 각 패치에 대해 요소망을 생성하게 된다. 이러한 패치들을 구성하기 위해서는 보통 경계곡선으로 표현되는 블렌딩 곡면(blending surface)이나 회전 곡면(surface of revolution)등이 많이 사용된다. 곡면이 복잡한 형태일수록 사용되는 패치의 수는 많아지게 되는데, 곡면이 구멍(hole)을 포함하는 경우 패치의 수는 더욱 증가하게 되어 하나의 모델에 수백 개의 패치가 필요한 경우도 흔히 발생한다. 따라서 전체 모델을 작은 패치들로 나누

는 작업 또한 요소망 생성과 함께 많은 노력이 소요되는 작업으로 모델링을 자동화시키는 데 커다란 장애가 되고 있다. 본 논문에서는 유한요소 모델링에 많이 사용되는 블렌딩 곡면과 회전 곡면이 경계곡선상이나 곡면내부에 구멍을 포함하는 경우 구멍 주위에 여러 개의 패치를 구성하지 않고, 구멍을 포함하는 커다란 패치를 사용함으로써 즉, 트림곡면으로 취급함으로써 패치의 수를 크게 줄이고 전체 모델링을 쉽게 하고자 하였다.

곡면 위에 요소망을 생성하는 방법은 크게 직접 접근방식과 간접 접근방식으로 나눌 수 있다^[1-4]. 직접 접근방식에서는 3차원 곡면 위에 요소망을 직접 생성하나, 간접 접근방식에서는 3차원 곡면을 2차원의 평면으로 변환하여 요소망을 생성한 후 이를 3차원 곡면으로 변환하는 방법을 사용한다. 일반적으로 직접 접근방식을 사용하면 3차원 곡면으로 변환할 때 발생하는 요소망의 찌그러짐이 없는 장점이 있으나 요소망 생성에 많은 계산이 소요되는 문제가 있으며, 간접 접근방식을 사용하면 요소망 생성은 간

*학생회원, 고려대학교 대학원

**중신회원, 고려대학교 기계공학과

단하나 생성된 요소망을 3차원 곡면으로 변환할 때 추가적인 찌그러짐이 발생하는 단점이 있다.

간접 접근방식에 기초한 연구로는 매개변수 평면을 요소망 생성을 위한 평면으로 사용하는 방법이 많이 사용되었으며^{13,14}, 이는 3차원 곡면으로 변환할 때 요소망의 추가적인 찌그러짐이 많이 발생하게 된다. 이러한 단점을 개선하기 위하여 전개 가능한 곡면은 전개한 평면을 사용하고, 전개가 불가능한 곡면은 매개변수 평면을 사용하는 방법도 제안되었다¹⁶. 최근 들어 전개 불가능한 곡면에서 발생하는 찌그러짐을 줄이기 위해 요소망 생성 평면으로서 투영평면을 이용하는 방법^{17,18}, Riemann 곡면을 이용한 방법¹⁹, 곡면의 펼쳐진 형상을 근사적으로 표현한 평면을 이용하는 방법²¹ 등이 연구되고 있다.

한편 트림곡면의 기저곡면(basis surface)으로는 NURBS 곡면이나 기타 3차원 곡면을 이용하고 있으며, 트림곡면의 경계에 대한 매개변수 값들을 미리 알고 있는 경우에 대해서만 연구가 이루어졌다^{13,15,21}.

본 연구에서는 계산의 효율성과 방법의 실용성을 고려하여 간접 접근방식을 사용하였으며, 3차원 곡면으로 변환할 때 발생하는 찌그러짐을 최대한 줄이기 위해 곡면의 최대 투영평면(projection plane)을 사용하였다^{17,18}. 일반적으로 서로 다른 형상 모델러와 해석 시스템 사이에서 형상 정보를 전달하는 경우 트림영역 경계곡선의 3차원 좌표값만 전달되고 매개변수 좌표값(parametric coordinates)은 전달되지 않는 경우가 많다. 따라서 트림곡면에 요소망을 생성하기 위해서는 트림영역 경계곡선의 매개변수 좌표값을 정확히 구하는 일이 선행되어야 한다. 본 연구에서는 Newton-Raphson 방법을 사용하여 트림영역 경계곡선의 3차원 좌표값으로부터 매개변수 좌표값을 구하는 기법을 개발하였다.

또한 트림곡면의 기저곡면(basis surface)으로는 경계곡선에 관한 정보만으로 쉽게 곡면을 정의할 수 있는 쿤스(Coons) 곡면을 사용하였으며, 이는 사용이 간편하므로 대부분의 유한요소 모델러들에서 많이 사용되는 방법이다.

2. 평면에서의 요소망 생성

평면에서 사각형 요소망을 생성하는 기법으로는 그동안 많은 연구가 이루어져 왔다^{12,17}. 본 연구에서는 투영 평면에 요소망을 생성하기 위해, 영역 분할법(domain decomposition)을 기초로 하고 기본 오퍼레이터들을 사용하여 해석영역 전체를 사각형 요소

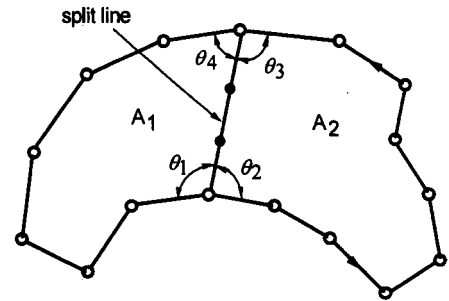


Fig. 1. An Example of a candidate split line.

망으로 구성하는 사각분할법을 사용하였다^{13,14}. 이 방법에 따르면, 먼저 절취선(cut line)을 사용하여 해석영역 전체를 하나의 연속루프(continuous loop)로 구성하고 영역의 경계에 주요 절점들을 생성한다. 해석영역 경계의 절점들은 사용자가 지정한 요소 개수와 요소 크기 변화율에 따라 생성되므로 국부적인 요소망의 밀도 조절이 가능하게 된다. Fig. 1에서와 같이 분할선(split line)은 하나의 가시 절점 짝(visible node pair)으로 구성되며 이 연결선에 의해 하나의 루프가 두 개의 부루프로 분할된다.

모든 후보 분할선(candidate split line) 중에서 분할 각도, 분할 면적, 분할선 길이 및 절점 간격의 오차들로 이루어진 값을 최소로 하는 최적 분할선(best split line)으로 루프를 분할하므로써, 생성되는 요소들의 내각이 90°에 가깝고 요소의 형상이 정사각형에 가까우며 분할선에 의해 얻어지는 두 부루프의 면적이 가급적 같고 생성될 요소 크기에 대한 오차가 최소가 되도록 한다. 이와 같은 방법으로 최초의 연속 루프를 분할해 가다가 부 루프가 6절점 또는 8절점 루프 등이 되면 각각 6-절점 루프 오퍼레이터(6-node loop operator)와 8-절점 루프 오퍼레이터(8-node loop operator) 또는 레이어 오퍼레이터들을 사용하여 요소망을 생성한다.

3. 트림 곡면에서의 요소망 생성

트림 곡면에서의 유한 요소망 생성은 크게 세 단계로 이루어진다. 우선 3차원 트림영역의 경계 곡선은 매개변수 평면을 거쳐 2차원 투영평면으로 변환된다. 이와 같이 변환된 2차원 투영평면에 사각 분할법에 의해 사각형 요소망이 생성된다. 그리고 생성된 요소망은 매개변수 평면을 통해 원래의 3차원 곡면상으로 변환되어 트림 곡면상에서 유한 요소망이 얻어진다.

본 논문에서 사용하는 트림 곡면은 자동차나 압력 용기 등의 구조해석 모델링에 많이 사용되는 것으로 기저 곡면(basis surface)이 세개 또는 네개의 경계곡선으로 정의되는 블렌딩 곡면과 곡선의 회전으로 얻어지는 회전 곡면(surface of revolution)을 포함한다. 따라서 유한요소 모델링시 구성되는 각 패치들은 이러한 곡면들을 기저곡면으로 하며 곡면의 내부 또는 경계에 구멍을 포함할 수 있다.

3.1 네개의 경계곡선으로 이루어진 블렌딩 곡면

Fig. 2(a)와 같이 네개의 경계곡선으로 정의되는 블렌딩 곡면은 보통 쿤스(Coons) 곡면이라 하며, 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}
 P(u, v) &= (X(u, v), Y(u, v), Z(u, v)) \\
 &= (1-v) P(u, 0) + v P(u, 1) \\
 &\quad + (1-u) P(0, v) - uv P(0, 0) - uv P(1, 1) \\
 &\quad + uv P(1, 0) + uv P(0, 1) \quad (0 \leq u, v \leq 1)
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

위와 같은 기저 곡면상의 트림영역을 2차원의 평면으로 변환하기 위해 다음과 같은 투영평면을 사용하였다. 우선 기저 곡면의 네 꼭지점중 세개를 선택하여 만들어지는 삼각형 가운데 면적이 가장 넓은 삼각형을 포함하는 평면을 투영 평면으로 결정한다. 그리고 이 평면에 기저 곡면의 네 꼭지점을 투영시켜 얻는 사각형의 영역을 투영평면(projection plane) 영역으로 결정하며 이를 매개 변수 식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 T(u, v) &= (x(u, v), y(u, v)) \\
 &= (1-u)(1-v) T(0, 0) + u(1-v) T(1, 0) \\
 &\quad + uv T(1, 1) + (1-u)v T(0, 1) \\
 &= T(0, 0) + (T(1, 0) - T(0, 0))u \\
 &\quad + (T(0, 1) - T(0, 0))v \\
 &\quad + (T(0, 0) - T(1, 0) + (1, 1) - (0, 1))uv \\
 &\quad (0 \leq u, v \leq 1)
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

매개변수 식으로 표현된 곡면 식(1)과 평면 식(2) 사이의 정확한 매핑을 위해서 곡면을 매개 변수평면으로 변환하고 이를 투영평면으로 변환하는 방법을 사용한다. 트림영역을 매개 변수평면으로 변환하기 위해서는 트림영역 경계곡선의 3차원 좌표값 $P(X, Y, Z)$ 에 해당하는 매개변수 좌표값 (u, v) 을 구해야 하

며 이는 식 (1)에서 매개변수 u, v 에 대한 비선형 연립방정식을 풀어서 얻을 수 있다. 본 논문에서는 Newton-Raphson 방법을 사용하였다. 먼저 식 (1)을 점 (u_i, v_i) 기준으로 Taylor급수 전개하고 1차 미분계수를 포함하는 항만 취하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 P(u, v) &= P(u_i, v_i) \\
 &\quad + P_u(u_i, v_i)(u - u_i) \\
 &\quad + P_v(u_i, v_i)(v - v_i)
 \end{aligned}
 \tag{3}$$

여기서 P_u, P_v 는 각각 곡면식 (1)의 매개변수 u, v 방향 편미분값으로 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 P_u(u, v) &= (X_u(u, v), Y_u(u, v), Z_u(u, v)) \\
 &= (1-v) P_u(u, 0) + P_u(1, v) \\
 &\quad + v P_u(u, 1) - P_u(0, v) \\
 &\quad + (1-v) P_u(0, 0) - (1-v) P_u(1, 0) \\
 &\quad - v P_u(1, 1) + v P_u(0, 1) \\
 P_v(u, v) &= (X_v(u, v), Y_v(u, v), Z_v(u, v)) \\
 &= -P_v(u, 0) + u P_v(1, v) \\
 &\quad + P_v(u, 1) + (1-u) P_v(0, v) \\
 &\quad + (1-u) P_v(0, 0) + u P_v(1, 0) \\
 &\quad - u P_v(1, 1) - (1-u) P_v(0, 1) \\
 &\quad (0 \leq u, v \leq 1)
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

또한, 반복계산의 초기값 (u_0, v_0) 을 구하기 위해 트림 영역의 경계곡선을 투영평면으로 투영한다. 그러면, 투영된 트림영역 경계곡선의 좌표값 (x_0, y_0) 와 식 (2)로부터 초기 값 (u_0, v_0) 이 구해진다. 이때 투영평면의 사각형 영역밖에 투영된 절점들은 식 (2)에 의해 보간이 불가능하므로 구해진 (u_0, v_0) 값이 $0 \leq u_0, v_0 \leq 1$ 영역 이외의 값일 때 이들을 0 또는 1로 바꾼다.

식 (3)을 행렬형태로 다시 쓰면 다음과 같다.

$$A \cdot \Delta U = \Delta P \tag{5}$$

여기서,

$$\begin{aligned}
 A &= \begin{bmatrix} X_u(u_i, v_i) & X_v(u_i, v_i) \\ Y_u(u_i, v_i) & Y_v(u_i, v_i) \\ Z_u(u_i, v_i) & Z_v(u_i, v_i) \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} \frac{\partial X}{\partial u}(u_i, v_i) & \frac{\partial X}{\partial v}(u_i, v_i) \\ \frac{\partial Y}{\partial u}(u_i, v_i) & \frac{\partial Y}{\partial v}(u_i, v_i) \\ \frac{\partial Z}{\partial u}(u_i, v_i) & \frac{\partial Z}{\partial v}(u_i, v_i) \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

$$\Delta U = \begin{bmatrix} u - u_i \\ v - v_i \end{bmatrix}$$

$$\Delta P = \begin{bmatrix} X(u, v) - X(u_i, v_i) \\ Y(u, v) - Y(u_i, v_i) \\ Z(u, v) - Z(u_i, v_i) \end{bmatrix} \text{ 이다.}$$

식 (5)의 양변에 A^T 를 곱하여 정리하면 ΔU 가 다음과 같이 얻어진다.

$$\Delta U = (A^T A)^{-1} A^T \Delta P \tag{6}$$

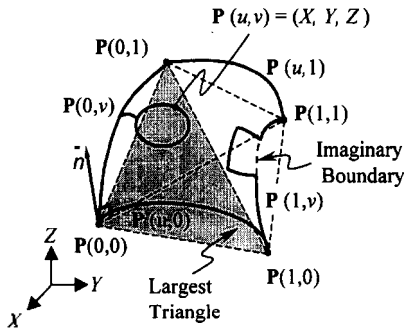
본 논문에서 사용한 반복 계산의 수렴 기준은 다음과 같다.

$$\varepsilon = \frac{|P(u_i, v_i) - P(u, v)|}{|P(u, v)|} \tag{7}$$

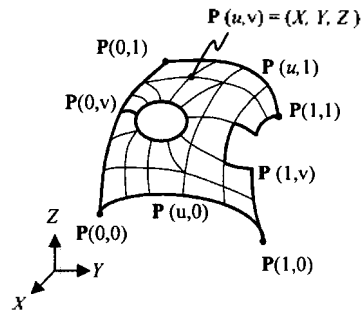
식 (7)의 $\varepsilon < 1.0 \times 10^{-4}$ 일 때까지 식 (6)의 계산을 반복하여 트림영역 경계곡선의 3차원 좌표값 $P(X, Y, Z)$ 에 해당하는 매개변수 좌표값 (u, v) 이 구해지면, Fig. 2(b)와 같이 트림영역과 매개 변수평면사이의 변환이 이루어진다. 이와 같이 구해진 매개변수 좌표값 (u, v) 를 식 (2)에 대입하면 Fig. 2(c)와 같이 매개변수 평면과 투영평면사이의 변환이 이루어진다.

트림영역이 매개변수 평면을 거쳐 투영평면으로 변환되면 Fig. 2(d)와 같이 사각 분할법에 의해 요소망을 생성한다.

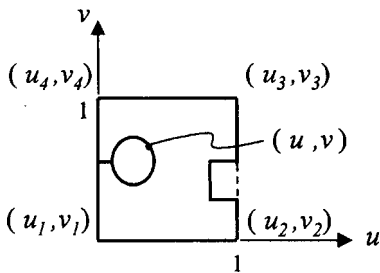
생성된 요소망을 매개변수 평면으로 변환하기 위



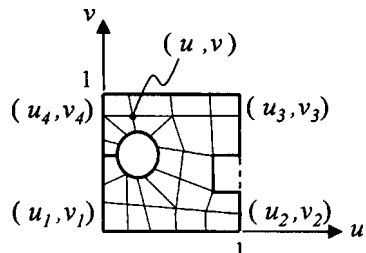
(a) 3D Surface (Geometry)



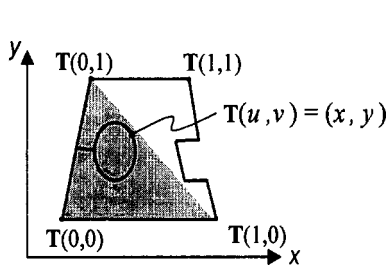
(f) 3D Surface (Mesh)



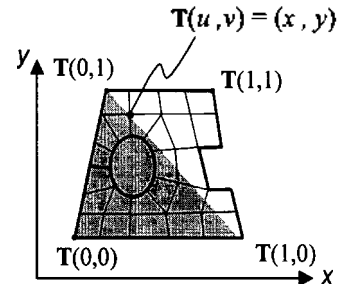
(b) Parametric Plane (Geometry)



(e) Parametric Plane (Mesh)



(c) Projection Plane (Geometry)



(d) Projection Plane (Mesh)

Fig. 2. Mesh generation on blending surface with four boundary curves.

해서는 각절점의 좌표값 $T(x, y)$ 에 해당하는 매개변수 좌표값 (u, v) 를 구해야하며, 이는 식 (2)에서 매개변수 u, v 에 대한 선형 연립방정식을 풀어서 쉽게 얻을 수 있다. 각 절점의 매개 변수 좌표값 (u, v) 가 구해지면, 생성된 요소망은 Fig. 2(c)과 같이 매개변수 평면으로 변환된다. 매개 변수평면으로 변환된 요소망은 마지막으로 식 (1)을 통해 3차원 곡면으로 변환되고 이렇게 해서 쿤스 곡면을 기저 곡면으로 하는 트림 곡면 상에서의 요소망 생성이 완료된다.

3.2 세개의 경계곡선으로 이루어진 블렌딩 곡면

세개의 경계곡선으로 정의되는 블렌딩 곡면에서의 요소망 생성은 네개의 경계곡선으로 정의되는 블렌딩 곡면에서 하나의 꼭지점과 경계곡선을 이웃한 다른 꼭지점에 통합하여 사용함으로써 가능하다. 식 (1)의 곡면 식에서 $P(1, 1)=P(0, 1)=P(u, 1)$ 로 두 점과 하나의 경계곡선을 하나의 점으로 통합하면 세개의 경계곡선으로 구성되는 블렌딩 곡면은 다음과 같은 매개 변수식으로 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned}
 P(u, v) &= (X(u, v), Y(u, v), Z(u, v)) \\
 &= (1-v) P(u, 0) + u P(1, v) \\
 &\quad + (1-u) P(0, v) - (1-u)(1-v) P(0, 0) \\
 &\quad - u(1-v) P(1, 0) \quad (0 \leq u, v \leq 1)
 \end{aligned} \tag{8}$$

또한, 곡면의 각 매개변수 방향으로의 편미분 값은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 P_u(u, v) &= (X_u(u, v), Y_u(u, v), Z_u(u, v)) \\
 &= (1-v) P_u(u, 0) + P_u(1, v) \\
 &\quad - P_u(0, v) + (1-v) P_u(0, 0) \\
 &\quad - (1-v) P_u(1, 0) \\
 P_v(u, v) &= (X_v(u, v), Y_v(u, v), Z_v(u, v)) \\
 &= -P_v(u, 0) + u P_v(1, v) \\
 &\quad + (1-u) P_v(0, v) + (1-u) P_v(0, 0) \\
 &\quad + u P_v(1, 0) \quad (0 \leq u, v \leq 1)
 \end{aligned} \tag{9}$$

기저 곡면의 세 꼭지점으로 이루어지는 삼각형의 평면영역을 투영평면으로 결정하면 매개변수 식으로 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 T(u, v) &= (x(u, v), y(u, v)) \\
 &= (1-u)(1-v) T(0, 0) \\
 &\quad + u(1-v) T(1, 0) + T(1, 1)
 \end{aligned}$$

$$(0 \leq u, v \leq 1) \tag{10}$$

여기서도 쿤스 곡면과 마찬가지로 트림영역을 매개변수 평면으로 변환하기 위해 Newton-Raphson 방법을 사용하였다. 이때 곡면의 각 매개변수 방향의 편미분 값은 식 (9)에서 구한 값을 사용하며, 반복 계산의 초기 값은 투영된 트림영역 경계곡선의 좌표값 (x_0, y_0) 와 식 (10)으로부터 구한다. 이렇게 해서 트림영역 경계곡선의 3차원 좌표값 $P(X, Y, Z)$ 에 해당하는 매개변수 좌표값 (u, v) 가 구해지면 Fig. 3(b)와 같이 트림영역과 매개 변수평면사이의 변환이 이루어진다. 이와 같이 구해진 매개변수 좌표값 (u, v) 를 식 (10)에 대입하면 Fig. 3(c)와 같이 매개변수 평면과 투영평면사이의 변환이 이루어진다. 트림영역이 매개변수 평면을 거쳐 투영평면으로 변환되면 사각분할법에 의해 요소망을 생성한다.

마지막으로, 생성된 요소망은 변환 평면에서의 좌표값 $T(x, y)$ 와 식 (10)으로부터 구해진 매개 변수값

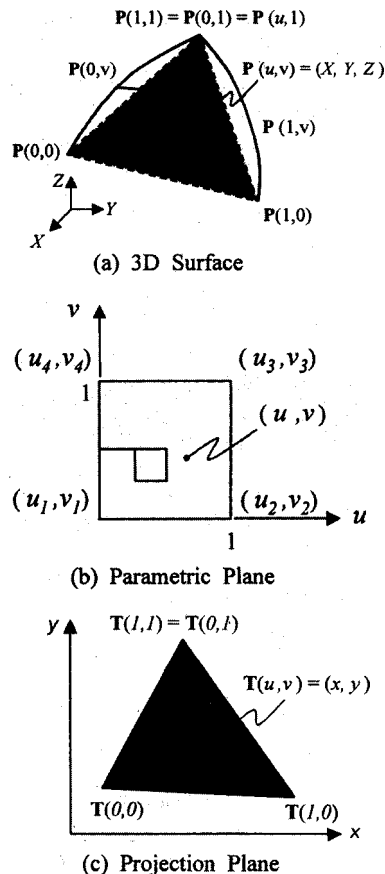


Fig. 3. Mesh generation on blending surface with three boundary curves.

(u, v)에 의해 매개변수 평면으로 변환되고, 식 (8)에 의해 원래의 곡면으로 변환된다.

3.3 회전 곡면 (Surface of revolution)

회전 곡면은 블렌딩 곡면과 함께 유한요소 모델러에서 많이 사용되는 곡면으로, 보통 주어진 곡선을 회전축(axis of revolution)중심으로 원하는 각도 만큼 회전하여 얻게 된다.

회전축을 Z축과 일치시키고, 각변위 $\alpha(rad)$ 에 위치한 곡선 $P(\alpha, v)$ 를 $\beta(rad)$ 만큼 회전하여 생성되는 곡면은 식 (11)과 같은 매개 변수식으로 나타낼 수 있다. 일반적으로 회전의 대상이 되는 곡선은 회전축을 포함하는 평면위에 있는 곡선이 아니고 3차원 곡선이므로 초기 각변위는 $\alpha=\alpha(v)$ 가 되며, 곡선 위의 각 점과 회전축과의 거리는 $r=r(v)$ 가 된다. 이들은 곡선의 형상으로부터 얻어진 식 (12)에 의해 결정된다.

$$P(\theta, v) = (X(\theta, v), Y(\theta, v), Z(\theta, v)) \\ = (r(v) \cos \theta, r(v) \sin \theta, Z(0, v)) \\ (\alpha \leq \theta \leq \alpha + \beta, 0 \leq v \leq 1) \quad (11)$$

$$r(v)^2 = X(\alpha, v)^2 + Y(\alpha, v)^2 \\ \tan(\alpha) = \frac{Y(\alpha, v)}{X(\alpha, v)} \quad (12)$$

위의 식에서 $\alpha \leq \theta \leq \alpha + \beta$ 이므로 $\theta = \alpha + \beta u$ 로 정의하면 곡면을 식 (13)과 같이 표현할 수 있다.

$$P(u, v) \\ = (X(u, v), Y(u, v), Z(u, v)) \\ = (r(v) \cos(\alpha + \beta u), r(v) \sin(\alpha + \beta u), Z(0, v)) \\ (0 \leq u \leq 1, 0 \leq v \leq 1) \quad (13)$$

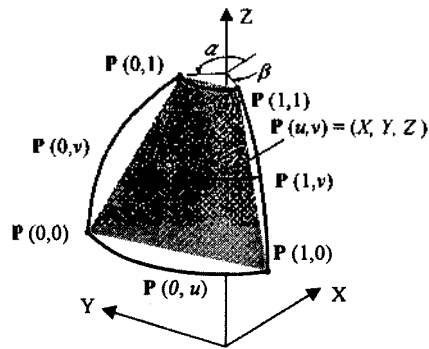
여기서, $r(v) = \sqrt{X(0, v)^2 + Y(0, v)^2}$ 이다.

또한, 곡면의 각 매개변수 방향으로의 편미분값은 다음과 같다.

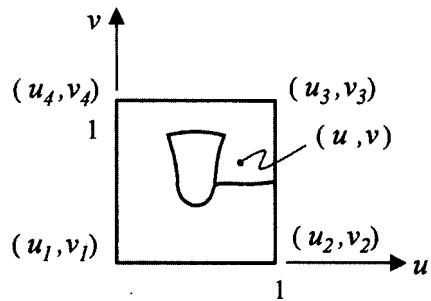
$$P_u(u, v) \\ = (X_u(u, v), Y_u(u, v), Z_u(u, v)) \\ = (-\beta r(v) \sin(\alpha + \beta u), \beta r(v) \cos(\alpha + \beta u), 0) \\ P_v(u, v) \\ = (X_v(u, v), Y_v(u, v), Z_v(u, v)) \\ = (r_v(v) \cos(\alpha + \beta u), r_v(v) \sin(\alpha + \beta u), Z_v(0, v)) \\ (0 \leq u \leq 1, 0 \leq v \leq 1) \quad (14)$$

여기서,

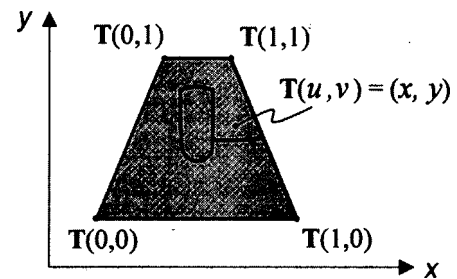
$$r_v(v) = \frac{X(0, v)X_v(0, v) + Y(0, v)Y_v(0, v)}{\sqrt{X(0, v)^2 + Y(0, v)^2}}$$



(a) 3D Surface



(b) Parametric Plane



(c) Projection Plane

Fig. 4. Mesh generation on surface of revolution.

이다.

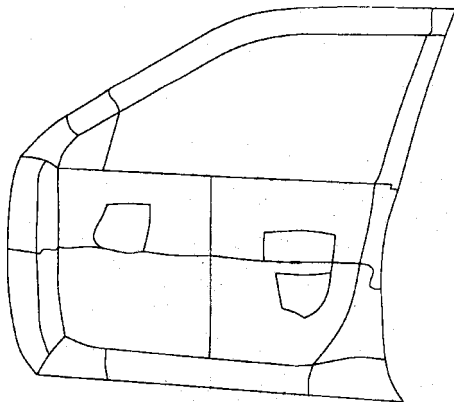
회전곡면의 네 꼭지점은 한 평면위에 있으므로 이들로 이루어지는 사각형의 영역을 투영평면으로 결정한다. 그러면 투영평면 영역은 쿤스 곡면과 마찬가지로 식 (2)와 같은 매개 변수식으로 표현할 수 있다.

앞에서와 마찬가지로 트림영역을 매개변수 평면으로 변환하기 위해서는 Newton-Raphson 방법을 사용하였다. 이때 곡면의 각 매개변수 방향 편미분 값은 식 (14)에서 구한 값을 사용하며 반복계산의 초기 값은 투영된 트림영역 경계곡선의 좌표값(x_0, y_0)와 식 (2)로부터 구한다. 이와같이 트림영역 경계곡선의 3차원 좌표값 $P(X, Y, Z)$ 에 해당하는 매개변수 좌표

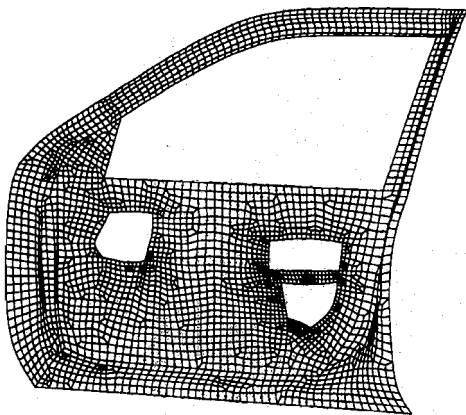
값(u, v)가 구해지면 Fig. 4(b)와 같이 트림영역과 매개변수 평면사이의 변환이 이루어진다. 이렇게 구해진 매개변수 좌표값(u, v)를 식 (2)에 대입하면 Fig. 4(c)와 같이 매개변수 평면과 투영평면사이의 변환이 이루어진다. 트림영역이 매개변수 평면을 거쳐 투영평면으로 변환되면 사각 분할법에 의해 요소망을 생성한다. 마지막으로, 생성된 요소망은 변환 평면에서의 좌표값 $T(x, y)$ 와 식 (2)로부터 구해진 매개변수값(u, v)에 의해 매개변수 평면으로 변환되고, 식 (13)에 의해 원래의 곡면으로 변환된다.

4. 적용사례

본 논문에서 제시한 요소망 생성 기법을 적용한 예는 다음과 같다. Fig. 5는 충돌 해석시에 사용되는 자동차 도어의 안쪽 모델이다. 이 모델의 경우 매우 골목이 심한 곡면들로 이루어져 있어서, 블렌딩 곡

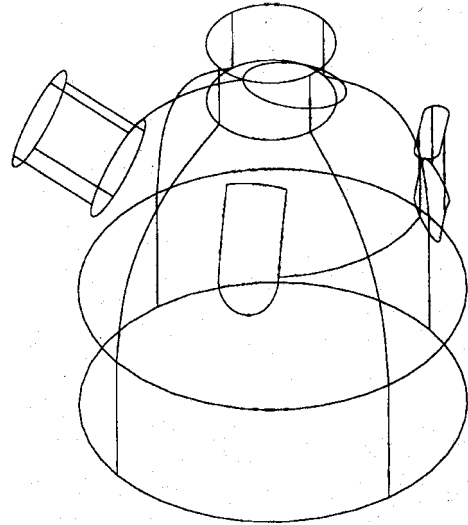


(a) 19 loops with blending and trimmed surfaces

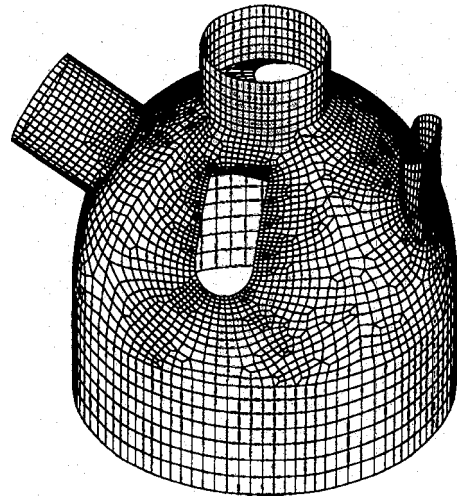


(b) Constructed mesh with 2907 elements

Fig. 5. An automobile inner door model.



(a) 20 loops with blending and trimmed surfaces



(b) Constructed mesh with 5135 elements

Fig. 6. A pressure vessel model.

면과 트림 곡면으로 이루어진 19개의 루프를 사용하였으며, 2907개의 사각형 요소가 생성되었다. Fig. 6는 압력용기 모델로 블렌딩 곡면, 회전 곡면 및 트림 곡면으로 이루어진 20개의 루프를 사용하였으며, 5135개의 사각형 요소가 생성되었다. 특히 Fig. 5와 Fig. 6에서 보는 바와 같이, 사용자가 루프경계 위에 요소의 개수와 크기 변화율을 지정할 수 있으므로 극부적인 요소망의 밀도 조절이 가능하다. 이상의 예를 통해, 트림곡면에서 생성된 유한 요소망이 큰 찌그러짐 없이 만족 할 만한 결과로 얻어졌음을 알 수 있다.

5. 결 론

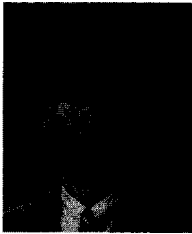
본 논문에서는 얇고 복잡한 형상의 판재로 이루어진 구조물의 모델링에 사용하기 위하여 트림 곡면에서 사각형 쉘 요소망을 자동 생성하는 기법을 개발하였다. 계산 효율과 실용성을 고려하여, 3차원 곡면을 2차원 평면으로 변환하여 요소망을 생성하고 이를 원래의 곡면으로 변환하는 간접접근 방식을 사용하였다. 변환 평면에서 생성한 요소망을 곡면으로 변환할 때 발생하는 찌그러짐을 최소화하기 위해 투영 평면을 사용하였으며, 평면에서 요소망 생성을 위해 사각분할법을 사용하였다. 또한 트림곡면과 투영평면사이의 변환을 위해 매개변수 평면을 이용하였다. 이를 위해서는 트림영역 경계곡선의 매개변수 좌표값을 구하는 일이 선행되어야 하는데, 서로 다른 형상 모델러와 해석 시스템 사이에서 형상 정보를 전달하는 경우 트림곡면의 매개변수 정보가 전달되지 않는 경우가 많다. 따라서 본 논문에서는 트림영역 경계곡선의 3차원 좌표값으로부터 매개변수 좌표값을 구하는 기법을 개발하였다. 본 논문에서 개발한 방법을 복잡한 형상의 경계곡선과 구멍을 포함한 곡면에 적용해 본 결과 형상비가 우수한 사각형 요소망이 얻어졌다.

후 기

본 논문은 한국과학재단 특정기초연구(과제번호: 97-0200-0501-3)에 의해 이루어진 연구결과이며 이에 감사드립니다.

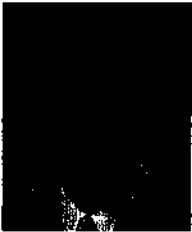
참고문헌

1. Cass, R.J., Benzley, S.E., Meyers, R.J. and Blacker, T.D. "Generalized 3D Paving: An Automated Quadrilateral Surface Mesh Generation Algorithm", *Int. J. Num. Eng.*, Vol. 39, No. 9, pp. 1475-1490, 1996.
2. Lee, C.K. and Lo, S.H. "A New Scheme for the Generation of a Graded Quadrilateral Mesh", *J. Computers and Structures*, 1994, Vol. 52, pp. 847-857.
3. Piegl, L.A. and Richard, A.M. "Tessellating Trimmed NURBS surfaces", *Computer-Aided Design*, Vol. 27, No. 1, pp. 16-26, 1995.
4. Sheng, X. and Hirsch, B.E. "Triangulation of trimmed surfaces in parametric space", *Computer-Aided Design*, Vol. 24, No. 8, pp. 437-445, 1992.
5. Shimada, K. and Gossard, D.C. "Automatic triangular mesh generation of trimmed parametric surfaces for finite element analysis", *Computer Aided Geometric Design*, Vol. 15, pp. 199-222, 1998.
6. 이재영, "원시곡면 위의 유한요소망 자동생성 기법", 한국 CAD/CAM 학회 논문집, 제 1권, 제 3호, pp. 189-202, 1996.
7. 채수원, 손창현, "3차원 곡면에서 삼각형 유한요소망의 자동생성", 한국CAD/CAM학회 논문집, 제 1권, 제 3호, pp. 224-233, 1996.
8. Chae, S.W. and Jeong, J.H. "Unstructured Surface Meshing Using Operators", *Proceedings of the 6th International Meshing Roundtable*, pp. 281-291, 1997.
9. 정중환, 채수원, "트림 곡면에서 유한 요소망의 생성", 한국CAD/CAM학회 학술발표회 논문집, pp. 165-170, 1998.
10. Joseph R. Tristano, Steven J. Owen and Scott A. Canann, "Advancing Front Surface Mesh Generation in Parametric Space Using a Riemannian Surface Definition", *Proceedings of the 7th International Meshing Roundtable*, Session 6A3, 1998.
11. Lee, M.C and Joun, M.S "General Approach to Automatic Generation of Quadrilaterals on Three Dimensional Surfaces", *Comm. Num. Meth. Eng.*, Vol. 14, No. 7, pp. 609-620, 1998.
12. Yerry, M.A. and Shepard, M.S. "A Modified Quadtree Approach to Finite Element Mesh Generation", *IEEE Comp. Graphics, Applic* Vol. 3, pp. 39-46, 1983.
13. George, P.L. "Automatic Mesh Generation-Application to Finite Element Method", John Wiley & Sons, 1991.
14. Blacker, T.D. and Stephenson, M.B. "Paving: New Approach to Automated Quadrilateral Mesh Generation", *Int. J. Num. Eng.*, Vol. 32, pp. 1441-1483, 1991.
15. 채수원, 신보성, 민중기, "사각형 유한요소망의 자동생성", 대한기계학회 논문집, 제 17권, 제 12호, pp. 2995-3006, 1993.
16. David R. White, "Redesign of the Paving Algorithm: Robustness Enhancements through Element by Element Meshing", *Proceedings of the 6th International Meshing Roundtable*, pp. 323-335, 1997.
17. Gengdong Cheng and Hua Li, "New Method for Graded Mesh Generation of Quadrilateral Finite Elements", *Computers & Structures* Vol. 59, No. 5, pp. 523-529, 1996.



김 형 일

1998년 고려대학교 기계공학과 학사
1998년 - 현재 고려대학교 기계공학과
석사과정
관심분야 : Mesh Generation, 유한요소해
석



채 수 원

1977년 서울대학교 기계공학과 학사
1979년 한국과학기술원 기계공학과 석사
1988년 미국 M.I.T 기계공학과 박사
1979년 ~ 1991년 한국 기계연구원 선임
연구원, CAD/CAM실 실장
1991년 ~ 1996년 홍익대학교 기계공학과
부교수
1996년 ~ 현재 고려대학교 기계공학과
부교수
관심분야 : 유한요소해석, Mesh Gen-
eration, CAE, 충돌해석, 생체
역학