韓國港灣學會 第13卷 第1號, pp.79~85. 1999.

論 文

퍼지평가의 통합특성에 관하여

이 철 영* · 임 봉 택**

On the Fuzzy Approach to Integrated Evaluation of Complex Systems

C. Y. Lee · B. T. Lim

Key Words : 복잡시스템(Complex System), 계층구조(Hierarchical Structure), 평가 (Evaluation), 퍼지측도(Fuzzy Measure), 퍼지적분(Fuzzy Integral), 가역성(Reversibility), 항만경쟁력(Port Competitiveness), 선형통합평가(LI, Evaluation by Linear Integration), 퍼지통합평가(FI, Evaluation by Fuzzy Integration)

Abstract

This paper deals with the evaluation problem of complex systems by introducing a fuzzy approach. The authors are functionally supposing a hierarchical structure model of a complex system and give light on the following problems.

First, for the purpose of clarifying the characteristics of measures, the property and differences between two method, such as linear and fuzzy viewpoint, are discussed through two level-down evaluation processes.

Second, the integrated evaluation process which keeps reversibility between hierarchical levels is discussed and obtained some necessary conditions for reversibility of fuzzy evaluation.

From these results, it is expected that the fuzzy approach overcomes partly the limitation of reductionism at the hierarchical evaluation of complex systems.

* 정회원, 한국해양대학교 공과대학 물류시스템공학과 교수
** 정회원, 한국해양대학교 대학원 물류시스템공학과

1. 서 론

복잡한 시스템(Complex system)을 모델링할 경우, 시스템을 기능에 따라 세분 또는 분할하여 다루는 것이 일반적이다. 이 방법은 다음과 같은 이점을 지니고 있다. 첫째, 기능적인 표현에는 시스템의 목적이 포함되기 때문에 시스템을 세분 또는 분할함으로써 시스템의 기본적인 목적을 충분히 표현할 수 있다. 둘째, 시스템을 기능적인 계층구조로 표현함으로써 시스템의 목적을 계층의 집적화에 의해 쉽게 파악할 수 있다. 따라서, 실제로 복잡한 시스템을 취급할 경우에는, ① 시스템을 세분 또는 분할하는 문제(시스템의 모델링), ② 평가대상을 측정하는 기준을 설정하는 문제(평가척도의 설정) 등을 해결할 필요가 있다. 특히, ②의 평가척도는 하위레벨을 통합평가한 결과가 상위레벨의 평가를 재현할 수 있는 정합성 또는 가역성을 구비하지 않으면 안 된다.

본 논문은 ②에 초점을 맞추어 평가의 정합성 또는 가역성을 만족하는 척도의 특성을 검토하는 것을 목적으로 한다.

일반적으로 복잡한 시스템은 시스템이 처음부터 지니고 있는 복잡성으로 인한 애매성이 존재하므로, 시스템을 세분 또는 분할하는 것 자체도 애매성을 남긴 채 수행되어 왔다. 이 방법은 평가자의 가치판단에 탄력성을 부여하고, 세분 또는 분할 개수 및 계층 수를 줄여서 지수적으로 증가하는 평가작업의 수를 줄일 수 있다는 점에서 매우 바람직하다.

저자들은 지금까지 복잡한 시스템의 평가척도로서 시스템의 애매성을 고려하여 퍼지측도를 도입한 HFI[1] 및 HFP[2] 알고리즘을 제안하고, 항만경쟁력 평가를 비롯한 구체적인 시스템의 평가[3,4]에 적용하여 그 유효성을 확인하였다. 그러나, 통합평가의 정합성에 대한 문제는 검토과제로 남아있었다.

본 논문에서는, 이러한 점을 고려하여 시스템의 평가에 있어서 선형결합을 기초로 한 평가방법과 퍼지측도를 도입한 평가방법을 대상으로, 시스템 전체의 특성을 고려한 평가의 정합성 문제에 대하여 검토한다.

2. 시스템의 평가구조와 특성

2.1 시스템의 계층구조

복잡한 시스템을 기능적인 면에서 모델링하여 세분 및 분할하면 Fig. 1과 같이 각 계층별로 몇 개의 부분요소를 가진 계층구조로 표현할 수 있다.

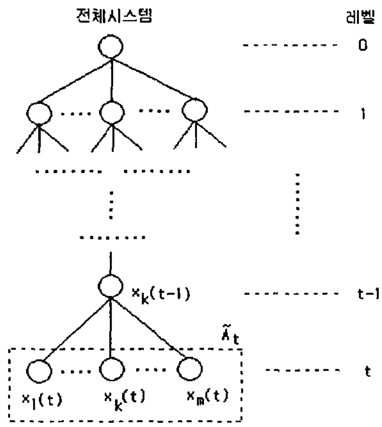

Fig. 1 A hierarchical structure of a complex system

시스템이 n개의 계층으로 표현된 경우, 제 t-1 레벨(t=1, 2, …, n+1)의 k번째 요소 $x_k(t-1)$은 제 t레벨에 있어서 분할된 제 k번째 요소 $x_k(t)$의 집합 $\widetilde{A_t}=\{x_k(t)\mid k=1,2,\cdots,m\}$에 대응한다.

제 t레벨의 요소 $x_k(t)$가 애매성을 포함하고 있을 경우, $\widetilde{A_t}$를 요소 $x_k(t-1)$의 기능을 충분히 표현하고 있는 요소의 집합이라고 하면, 기능공간 $\widetilde{A_t}$의 퍼지집합 A_t는 소속함수(membership function)

μ_{A_t}를 사용하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\mu_{A_t} : \widetilde{A_t} \rightarrow [0, 1] \quad (2.1)$$

$$A_t = \{x_k(t),\ \mu_{A_t}(x_k(t))\},\ x_k(t) \in \widetilde{A_t}$$

여기서, $\mu_{A_t}(x_k(t))$는 제 t레벨 제 k번째의 요소가 A_t에 속하는 정도(grade)를 나타내고 있다. 또, 기능공간 $\widetilde{A}_{t+1}$의 퍼지집합 A_{t+1}이 $x_k(t)$와 맺고 있는 조건부 관계를 $\mu_{A_{t+1}}(x_k(t+1) \mid x_k(t))$로 나타내면, 이 조건부 관계는 A_t로부터 $t+1$레벨의 퍼지집합 A_{t+1}로의 사상이 된다.

한편, 계층구조가 전체시스템의 특성을 충분히 표현하고 있다면, 부분요소의 통합에 의해 주어진 시스템의 특성을 재현할 수 있지 않으면 안된다. 실제로 시스템을 평가할 경우에는 이러한 재현성을 만족하는 척도를 도입하지 않으면, 평가구조는 재현성을 만족하도록 구성되어 있다고 하더라도 평가결과는 재현성을 만족할 수 없게 된다.

즉, 평가척도는 통합평가의 가역성을 만족하는 성질을 지니고 있어야 한다.

2.2 Level-down 평가

아래에서는 2개의 레벨을 대상으로 평가하는 문제에 대하여 살펴보기로 한다. 제 t레벨의 요소 $x(t)$는 객관적인 자료와 평가자의 주관적인 판단에 의해 평가되는 것으로 한다. 이 평가치는 벡터로 표현되는 몇 개의 대체안을 통합적으로 평가할 경우의 잣대가 된다.

요소 $x(t)$의 선형적인 평가는 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$B(x(t)) = \sum_i a^i(x(t)) \cdot B^i(x(t)) \quad (2.2)$$

단, $\sum a^i(x(t)) = 1$

$a^i(x(t))$는 요소 $x(t)$에 대한 제 i번째 평가기준의 중요도이며, $B^i(x(t))$는 제 i번째 평가기준을 적용한 결과로서 얻어지는 평가치이다.

식(2.2)에서 $a^i(x(t))$와 $B^i(x(t))$는 그 평가가 주관적인가 객관적인가에 따라 그 내용이 달라진다. 주관적인 판단에 의한 방법으로는 PATTERN[5], AHP[6] 등이 있다. 이들 방법에 있어서 레벨간의 누적 평가치(L-평가치)는 TDR(Total Direct Relevance) 개념을 이용하여 다음과 같이 정의한다.

$$TDR(x(n)) = \prod_{x(t),\ t=1,2,\cdots,n} B(x(t)) \quad (2.3)$$

단, $B(x(t)) \in [0, 1]$

한편, 퍼지이론에서는 계층구조의 요소 $x(t)$의 조건부 소속함수 $\mu_{A_t}(x(t) \mid x(t-1))$를 이용하여, 각 평가자의 제 n레벨의 요소 $x(n)$의 누적 평가치(F-평가치)를 다음과 같이 정의한다.

$$\mu_{A_n}(x(n)) = \bigwedge_{t=1,2,\cdots,n} \mu_{A_t}(x(t)|x(t-1)) \quad (2.4)$$

단, $\mu_{A_1}(x(1) \mid x(0)) = \mu_{A_1}(x(1))$;

$\mu_{A_t}(x(t) \mid x(t-1)) \in [0, 1]$

아래에서는 L-평가치와 F-평가치의 차이에 대하여 살펴보기로 한다.

$\prod_t B(x(t)) = K$(일정)라 두고,

$\mu_{A_n}(x(n))$과 $\prod_t B(x(t))$의 차를 최대로 할 경우, $\mu_{A_t}(x(t) \mid x(t-1))$의 관계를 살펴보면 다음 문제로 귀착된다.

$$\max(x_1, x_2, \cdots, x_n) |\mu_{A_n}(x(n)) - \prod_t B(x(t))| =$$
$$\max(x_1, x_2, \cdots, x_n) |\min(x_1, x_2, \cdots, x_n) - K| \quad (2.5)$$

단, $\prod_t x_t = K$;

$x_t = B(x(t)) =$

$\mu_{A_t}(x(t) \mid x(t-1)) \in [0, 1]$

먼저, n=2인 경우는 Fig. 2로부터 알 수 있는 것처럼 다음의 관계가 성립한다.

$$0 < \min(x_1, x_2) - K \leq \sqrt{K}(1-\sqrt{K}) \quad (2.6)$$

그리고, $x_1 = x_2$일 때,

$\max(x_1, x_2) \mid \min(x_1, x_2) - K \mid = \sqrt{K}$로 되어 그 차이가 최대로 된다. 또, K의 크기에 따른 영향을 살펴보면,

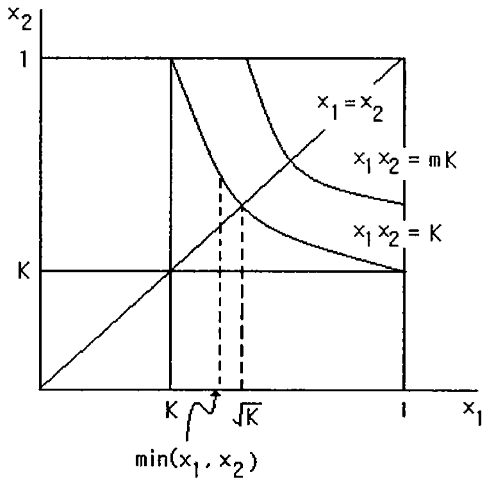

Fig. 2 The accumulated evaluation value of attributes

$x_1 \cdot x_2 = mK$일 때, $x_1 = x_2 = \sqrt{m}\sqrt{K}$에서

$\max \mid \min(x_1, x_2) - mK \mid = \sqrt{m}\sqrt{K} - mK$

이므로, $x_1 \cdot x_2 = K$인 경우에 비하면 그 차이는 $(\sqrt{m}\sqrt{K} - mK) / (\sqrt{K} - K)$ 배가 된다.[1)]

이상으로부터 L-평가치와 F- 평가치는

$\forall t,\ \mu_{A_t}((t) \mid x(t-1))$

$= \mu_{A_{t-1}}(x(t-1) \mid x(t-2))$ 일 때 그 차이가 최대로 되며, $\mu_{A_t}(x(t) \mid x(t-1))$과 $\mu_{A_{t-1}}(x(t-1) \mid x(t-2))$에 차이가 있는 요소열에 있어서는 그 차이가 작다는 것을 알 수 있다. 따라서, L-평가치와 F-평가치는 그 기본적인 성질이 다른 척도라는 것을 알 수 있다.

3. 통합평가의 가역성

제 t 레벨의 어떤 요소가 상위요소의 기능을 충분히 표현할 수 있다는 관점에서 r개의 대체안에 대한 평가치가 식(3.1)과 같이 주어져 있다고 하자.

$$h^p = [h_1^p(x_1(t)),\ h_2^p(x_2(t)),\ \cdots,\ h_m^p(x_m(t))] \quad (3.1)$$

단, t = 1, 2, ⋯, n ;

p = 1, 2, ⋯, r ;

$h_i^p(x_k(t)) \in [0, 1],\ i = 1, \cdots, m$

이 때, $h^p(x_k(t))$는 제 t 레벨, 제 k 번째의 요소에 대해 제 p 번째의 대체안에 대한 평가치로서, 상위레벨의 요소에 대한 공헌도의 정도를 나타낸다.

대체안을 상위레벨의 요소 및 전체시스템과 관련하여 평가하는 문제를 생각하기로 한다. 즉, 제 t 레벨에서 주어진 대체안을 통합평가하여 제 $t-1$ 레벨의 요소에 대한 대응을 살펴보기로 하자. 통합평가에 있어서 중요한 점은 각 레벨에서의

1) $x_1 = x_2 = \cdots = x_n$인 경우는, $x_1 = x_2$가 성립하므로 귀납법에 의해 일반적으로 성립한다.

통합평가가 전체시스템에 대해 정합성을 만족하는 가의 여부이며, 이 성질을 가역성이라고 부르기로 한다. 이 성질을 L-평가 및 F-평가에 대하여 조사하기로 한다.

L-평가치 및 F-평가치의 중요도로서 대체안을 측정하는 통합평가를 각각 LI, FI라 둔다. 제 t 레벨요소의 중요도를 나타내는 제 p번째의 대체안을 식(3.1)을 사용하여 평가하면, 제 $t-1$ 레벨에 통합되는 LI는 식(3.2)와 같이 정의할 수 있다.

$$LI^p(t-1) \equiv \sum_{k=1}^{m} W_k(t) \cdot h^p(x_k(t)) \qquad (3.2)$$

단, $\exists \beta \in R$,

$$\beta \sum_{k=1}^{m} \Pi\, B(x_k(t)) = \sum_{k=1}^{m} W_k(t) = 1$$

식(3.2)는 L-평가에서 얻은 각 요소의 평가치 $B(x_k(t))$로부터 $W_k(t)$를 구성하고, 이 $W_k(t)$를 제 k 번째의 요소에 대한 중요도로 두어 제 t 레벨의 제 p 번째의 대체안을 제 $t-1$ 레벨로 통합평가한 것이다.

한편, m 개의 요소가 구성된 제 t 레벨의 유한집합 A_t에 대해 FI는 퍼지적분을 도입하여 식(3.3)과 같이 정의한다[7].

$$FI^p(t-1) = \int_{A_t} h^p(x_k(t)) \circ g(\cdot)$$
$$= \bigvee_{k=1}^{m} [h^p(x_k(t)) \wedge g(\widehat{A_t^k})] \qquad (3.3)$$

단, $h^p(x_k(t) \le h^p(x_{k+1}(t))$,
$k = 1, 2, \cdots, m-1$;
$g(\widehat{A_t^k}) = \{x_1(t), x_2(t), x_3(t), \cdots, x_k(t)\}$

식(3.2), 식(3.3)을 중심으로 통합평가의 가역성을 2개 계층(t 및 $t-1$ 계층)에 관련지어 검토하기로 한다. 여기서, 제 $t-1$ 레벨 요소의 중요도를 $B_0(t-1)$, 소속함수를 $\mu_{A_{t-1}}(x_0(t-1))$라 두면, 제 t 레벨, 제 k 번째 요소의 L-평가치, F-평가치는 각각 식(3.4)와 식(3.5)로 나타낼 수 있다.

$$B_k(t) = B_o(t-1) \cdot B(x_k(t)) \qquad (3.4)$$

$$F_k(t) = \mu_{A_{t-1}}(x_o(t-1)) \wedge \mu_{A_t}(x_k(t) \mid x_0(t-1)) \qquad (3.5)$$

여기서, 식(3.2)와 식(3.4)에서 주어진 중요도 $W_k(t) = \beta B_0(t-1) \cdot B(x_k(t))$를 사용하여 제 t 레벨 요소의 LI를 구하면 식(3.6)과 같다.

$$LI^p(t-1) = \sum_{k=1}^{m} \{\beta B_o(t-1) \cdot B(x_k(t))\} \cdot B(x_k(t)) \qquad (3.6)$$

가역성을 만족할 경우, $LI^P = B_0(t-1)$이므로 식(3.6)의 LI는 임의의 $B(x_k(t))$에 대해 가역성을 만족하지 않는다는 것을 알 수 있고, 그 편차는 식(3.7)과 같다.

$$|LI^p(t-1) - B_o(t-1)| = B_o(t-1) \left| \beta \sum_{k=1}^{m} \{B(x_k(t)\}^2 - 1 \right| \qquad (3.7)$$

한편, FI^p는 $h^p(x_k(t)) = \mu_{A_{t-1}}(x_o(t-1)) \wedge \mu_{A_t}(x_k(t) \mid x_o(t-1))$로부터 식(3.8)로 된다.

$$FI^p(t-1) = \bigvee_k [\mu_{A_{t-1}}(x_0(t-1)) \wedge \mu_{A_t}(x_k(t) \mid x_0(t-1)) \wedge g(\widehat{A_t^k})] \qquad (3.8)$$

단, $\mu_{A_t}(x_k(t) \mid x_o(t-1)) \le$
$\mu_{A_t}(x_{k+1}(t) \mid x_o(t-1))$

$\mu_{A_{t-1}}(x_0(t-1))$는 k에 무관한 값이므로, $\mu_{A_{t-1}}(x_0(t-1)) = q$라 두어 정리하면, 식(3.8)은 식(3.9)로 된다.

$$FI^p(t-1) = \min(q, \bigvee_k [\mu_{A_t}(x_k(t) \mid x_0(t-1)) \wedge g(\widehat{A_t^k})]) \quad (3.9)$$

식(3.9)로부터,

① $g(\widehat{A_t^k}) \ge \mu_{A_t}(x_k(t) \mid x_o(t-1))$인 경우
$\exists k,\ \mu_{A_t}(x_k(t) \mid x_o(t-1)) \le$
$\mu_{A_{t-1}}(x_o(t-1)) \le \mu_{A_t}(x_{k+1}(t) \mid x_o(t-1))$
을 가정하고 있으므로,

$$\begin{aligned} FI^P(t-1) &= \min(q,\ \max[(\mu_{A_t}(x_k(t) \mid x_0(t-1))]) \\ &= q \\ &= \mu_{A_{t-1}}(x_0(t-1)) \end{aligned} \quad (3.10)$$

로부터 완전히 가역성을 만족한다.

ⓘ $g(\widehat{A_t^k}) < \mu_{A_t}(x_k(t) \mid x_o(t-1))$인 경우
$FI^P(t-1) = \min(q, \max g(\widehat{A_t^k}))$이 되지만, $\max g(\widehat{A_t^k})$의 값은 시스템의 계층구조가 평가특성을 충분히 표현하고 있을 때에 거의 대부분 $q \le \max g(\widehat{A_t^k})$이 된다.

따라서, $FI^P(t-1) = \mu_{A_{t-1}}(x_0(t-1))$을 만족한다고 할 수 있다. 다만, 이 경우에는 $\mu_{A_t}(\cdot)$ 및 $g(\cdot)$의 동정 및 상호작용계수 λ[8]를 결정할 때 이러한 점을 충분히 고려하여 값을 결정할 필요가 있다.

이상으로부터, 통합평가를 할 경우에 필요한 조건인 가역성은 LI에서는 만족하지 않으나, FI에서는 거의 만족한다는 것을 알 수 있다.

4. 결 론

본 논문에서는 계층구조로 분할된 복잡한 시스템을 평가할 경우, 평가척도의 유효성에 관한 문제를 검토하고 다음과 같은 결론을 얻었다.

첫째, 복잡한 시스템의 계층구조를 평가하는 척도를 구성하기 위한 필수적인 단계로서, 실용적으로 널리 사용되고 있는 선형평가와 퍼지평가의 차이점을 검토하였다. 이 2가지 평가척도는 선형평가치의 크기 및 퍼지 조건부 소속함수의 크기에 따라 차이를 보였다. 특히, 퍼지 조건부 소속함수의 크기가 전체레벨을 통하여 비슷한 값을 가질 때 그 차이가 최대가 된다는 점을 확인하였다.

둘째, 시스템을 모델링하여 부분평가와 전체평가의 정합성을 확인하기 위하여 선형통합평가와 퍼지통합평가를 대상으로 가역성의 필요조건을 검토하였다. 이 결과, 선형통합평가는 일정한 오차를 발생하여 가역성을 만족하지 않으나, 퍼지평가는 일정한 조건하에서 가역성을 만족하고, 그 이외의 경우에도 특별한 조건을 제외하고는 가역성을 만족하는 것을 확인하였다.

다만, 퍼지평가가 완전한 가역성을 만족하기 위해서는 본 논문의 결과를 바탕으로 중요도 및 상호작용계수를 보다 실용적으로 결정하는 방법에 대한 검토가 필요할 것으로 생각된다.

참고문헌

1) 이석태, 이철영, 퍼지계층평가 알고리즘의 개발과 그 적용에 관한 연구, 한국해양대학교 박사학위논문, 1994, pp. 15~29.
2) 여기태, 이철영, 퍼지적분을 도입한 계층구조의 평가 알고리즘, 한국해양대학교 박사학위논문, 1995, pp. 19~32.
3) 노홍승, 이철영, 계층퍼지 분석법을 이용한 항만물류 서비스의 평가에 관한 연구, 한국해양대학교 박사학위논문, 1997, pp. 34~73.
4) 여기태, 이철영, 항만의 경쟁상황을 고려한 동적모형 개발에 관한 연구, 한국해양대학교 박사학위논문, 1999, pp. 71~79.
5) 寺野壽郎, システム工學入門, 共立出版株式會社, pp. 197~205.
6) J. L. Saaty, Analytical Planning, Pergamon. Press, 1985, pp. 22~25.
7) M. Sugeno, Theory of Fuzzy Integral and Its Applications, Tokyo Institute of Technology, 1974, pp. 18~55.
8) 임봉택, 이철영, 대규모 다계층 MADM 문제의 퍼지평가 알고리즘에 관한 연구, 한국항만학회지 제12권 제1호, 1998, pp. 13~16.