대한수학교육학회지〈학교수학〉제1권 제1호
Journal of the korea society of educational studies in mathematics
School Mathematics, Vol.1, No.1, 39~58, March 1999

수학과 열린 교육의 방향성 재고

임 재 훈 (전남대학교)

I. 서 언

본고는 현재 수업 외적 조건의 변화와 교과 내용과 독립적인 수업 방법의 변화를 추구하고 있는 방법론 중심의 열린 교육 운동을 비판적으로 고찰하고, 수학과의 열린 교육 운동의 실제가 내용론에 좀 더 기반해야 함을 주장한 것이다.

교육의 실제를 개선하려는 모든 운동은 그 운동이 태동할 당시 교육의 실제에 대하여 불만에 가까운 문제 의식을 지니고 있다. Perry, Klein 등에 의해 일어난 금세기 초의 수학교육 개량 운동, Dewey의 영향을 받은 진보주의 교육 운동, 1950-60년대의 수학교육 현대화 운동, 1970년대의 기초로 돌아가기 운동, 1980년대의 문제 해결 중심 교육은 각각 그 시대에서 수학교육의 실제에 대한 불만이 바탕이 된 문제 제기와 반성의 결과로 일어났다.

이러한 수학교육 개선 운동 중에는 일반적인 교육 개선 운동의 직접적인 영향하에 이루어진 것이 있는가 하면 꼭 그렇다고 하기 어려운 것도 있다. 듀이와 그의 지지자들의 교육 사상을 수학 교육에서 구체화하려고 한 일련의 시도나 새수학으로 상징되는 수학교육 현대화 운동은 경험중심 교육과정(진보주의 교육 운동)과 학문중심 교육과정(구조주의 교육 운동)이라는 일반적인 교육 사조 속에서 수학교육이라는 교과교육의 변화를 시도한 것으로 볼 수 있다. 이에 비해 수학교육 현대화 운동 이후의 수학교육 개선 운동은 점차 일반적인 교육 개선 운동으로부터 자율성을 확보해 가고 있다. 기초로 돌아가기 운동이나 문제 해결 중심 수학교육은 당시의 수학 교육 실제에 대한 수학교육자 집단의 자율적인 반성의 결과로 일어난 것에 가깝다고 할 수 있다. 수학교육 개선 운동이 일반적인 교육 개선 운동으로부터 점차 자율성을 확보한 것은 수학 교육학이 학문적 정체성을 확보하고 수학교육 연구자 집단이 양성되어 이들에 의해 본격적인 수학교육 연구가 활성화된 것과 때를 같이 한다.

그러면 현재 초등학교를 중심으로 활발하게 전개되고 있는 수학과의 열린 교육은 어느

쪽에 가까운 것일까? 그것은 '일반적인 교육 개선 운동을 수학과에 적용시키는 것'에 가까운 것일까 아니면 '수학교육 고유의 자율적인 개선 운동'에 가까운 것일까? 지나친 단순화의 위험을 무릅쓰고 말한다면, 현재 수학과의 열린 교육은 수학교육 고유의 자율적인 교육 개선 운동이라기보다 일반적인 교육 개선 운동을 수학과에 적용시키는 것이 더 가깝다고 말할 수 있다.

Ⅱ. 일반적인 교육 개선 운동을 수학과에 적용한 '수학과 열린 교육'

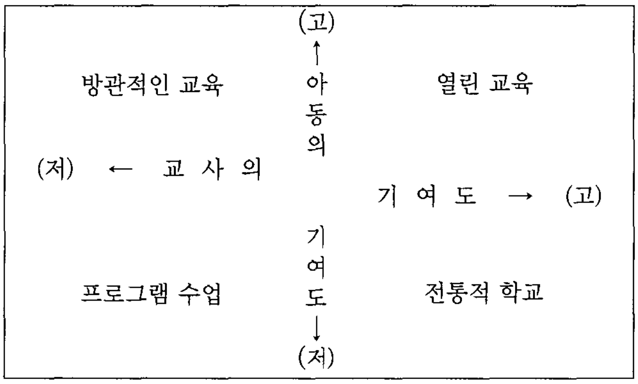
열린 교육은 현재 우리 나라에서 일어나고 있는 교육 개선 운동의 대표적인 것이다. 열린 교육은 교사들에게 지금까지 해오던 수업 방식을 벗어나 아동을 더 배려하는 새로운 교육 방법을 모색하는 데 노력을 기울이는 전기를 마련해 주었다.

현재 열린 교육을 실시하려는 다양한 움직임이 일어나고 있으며 이와 더불어 열린 교육을 이론적으로 정립하려는 시도도 이루어지고 있다. 그러나 열린 교육이 정확히 어떠한 것인지 명확히 규정되었다고 하기 어렵다. 이러한 상황은 20여 년 전에 Nyberg(1975) 등이 열린 교육에 대한 개념의 명료화를 시도하던 때와 크게 다르지 않다. 나이버그는 그 당시에 열린 교육이 전통적인 교육에 대비되는 이상적인 교육이라는 정도로 모호하게 이해되고 있다고 지적하고 있다. 어느 교육 운동이든 구체적인 실체와 그 범주를 뚜렷하게 밝힐 수 있는 경우는 드물지만 열린 교육은 더욱 그러한 것 같다. 교육에 대해 갖고 있던 온갖 불만이 해소된 상태를 열린 교육으로 생각하는 경향, 즉 이상적인 교육의 유토피아 상태를 투사하여 열린 교육이라는 범주에 포함시키는 경우도 적지 않게 발견할 수 있다. 자신이 수업에서 행하고 있는 무엇인가 기존의 것과 다른 시도들을 열린 교육이라고 명명하고, 그럴 듯한 교육적 시도는 모두 열린 교육이라고 칭하는 경우도 없지 않다. Hill(1975)도 열린 교육만큼 강력하면서도 동시에 구체적이지 못한 구호도 없으며, 열린 교육은 좋은 교육과 나쁜 교육으로 교육을 양분할 때 좋은 교육을 대변하는 것으로 이해되고 있다고 지적하였다. Tunnel(1975)은 열린 교육은 적극적으로 그 실체를 파악하기가 어려운 현상이기 때문에 열린 교육에 대한 적극적인 정의보다는 오히려 열린 교육이 아닌 것을 정의하는 것이 합당한 방법일지 모른다고 하였다.

우리나라에서 열린 교육은 학교교육의 규정된 양식을 깨뜨림으로써 새로운 교육적 성과를 기대하는 혁신적인 운동으로 그 모습을 드러내고 있다. 기존 학교에서 학생이 수동적으로 학습하는 객체라면 열린 교육에서는 주체로, 교사는 가르치는 사람에서 조력자로, 지식을 교과 내용에 한정하지 않고 학생이 가치를 발견할 수 있는 모든 것으로, 학교를 건물 안

으로 제한하는 것이 아니라 학습이 가능한 곳이면 어디든지, 수업 시간의 배분도 시간표에 매이는 것이 아니라 아동이 학습에 소요하는 시간으로 전환한다(이현남, 1994). 이와 같은 새로운 혁신이 열린 교육의 실제를 특징짓는다.

한편, 열린 교육은 교육 본연의 모습을 실현하며 시대를 초월하는 근본적인 운동으로 자신의 모습을 드러내기도 한다.



〈그림 1〉

위의 〈그림 1〉[1]처럼 교사와 학생의 기여도가 모두 높은 교육을 열린 교육이라고 규정한다면 열린 교육은 좋은 교육의 다른 표현이 되어 버린다. '열린 교육=좋은 교육'이 되는 것이다. 이러한 견해는 열린 교육의 사상적 기초로 거의 대부분의 위대한 교육 사상가들이 열거한 것에서도 찾아볼 수 있다. 소크라테스로부터 플라톤, 아리스토텔레스, 코메니우스, 루소, 페스탈로찌, 헤르바르트, 프뢰벨, 듀이, 몬테소리, 니일, 일리치에 이르는 저명한 학자들이 모두 열린 교육의 사상적 원류로 거론된다(김은산, 1994). 그러나 이 모든 학자들이 동의하는 주장이 있다면 아마도 그것은 교육에서 학습자를 존중해야 한다는 것과 같은 당위적인 명제 이상의 것이기 어려울 것이다. 또한, 이 학자들이 열린 교육이라는 이름으로 행해지는 모든 주장과 실제를 공히 찬성하기도 어렵다.

열린 교육에 관한 논의에서 자주 등장하는 용어로 학습자 중심, 학습의 개별화, 다양성, 자율성, 융통성과 같은 것이 있다. 조주연(1994)은 열린 교육은 학습자의 주체성, 자율성, 개성, 창의성을 중시하고 신장시켜 주며 집단 구성원에 대한 이해와 협동 정신을 높이도록 도와 주는 교육 방식이라고 하고 있다. 이용숙(1997)의 열린 교육을 간단히 정의한다면,

1) 〈그림 1〉의 원출처는 Bussis and Chittenden(1979). *Analysis of an Approach to Open Education.* 이현남(1994)에서 재인용.

"개별화된 학습자 중심 교육"이고, 개별화, 자율화, 적극적인 교수 학습, 다양화, 융통성을 열린 교육의 최소 조건으로 제시한 바 있다.

이와 같이 학습자 중심의 교육, 학습자 개개인에 적합한 교육이라는 이념을 가진 열린 교육은 구체적으로 어떤 실천적 측면에 초점을 맞추어 진행해 왔는가? 이인효 외(1996)의 다음 진술을 보자.

> 열린교육은 미리 결정된 교과 중심의 교육과정을 칠판과 백묵만을 주로 사용하여 교사 설명 위주의 방법으로 교육했을 때의 문제들을 해결해 보고자 하는 문제의식에서 시작된 것이라고 할 수 있다……
>
> …열린교육은 교육내용 자체를 아동이 제기하는 질문 중심으로 구성하는 아동 중심 교육이라기 보다는, 교과를 가르치되 그 방법에 있어서 아동 개개인의 독특성을 배려하고 학습에 대한 내재적 흥미를 불러 일으키기 위해 풍부한 자료를 제공하는 아동 존중 교육이라고 할 수 있다.

열린 교육은 (1) 미리 결정된 교과 중심의 교육과정을 (2) 칠판과 백묵만을 주로 사용하여 (3) 교사 설명 위주의 방법으로 교육했을 때의 문제들을 해결해 보고자 하는 문제의식에서 시작된 것이라는 진술은 열린 교육이 나아온 방향과 구체적인 실천적 모습의 윤곽을 짐작할 수 있게 하여 준다. 그 방향은 (1), (2), (3) 을 그 바깥을 향하여 여는 것이다. (1) 에 대하여 열어서 학생 개개인의 흥미와 필요를 고려한 교육과정(운영)을 모색하며, (2) 에 대하여 열어서 다양한 교수 학습 자료를 개발하여 제공하는 길을 모색하며, (3) 에 대하여 열어서 소집단 활동이나 개별학습, 팀티칭과 같은 기존과는 다른 교수 학습 방법을 모색한다.

현재 수학과에서 열린 교육에 관한 논의는 대체로 (2) 와 (3), 특히 (3) 의 방향에 초점이 맞추어져 있는 것으로 보인다. 류희찬(1996)은 열린 교육의 수학 수업으로 소집단 협력 학습이 주목을 받고 있다고 한 바 있으며, 임문규(1993)는 미완결된 문제를 과제로 사용하여 정답의 다양성을 적극적으로 이용하며 수업을 전개하는 open end approach 지도 방법을 열린 교실에서 초등수학교육의 수업 방안으로 제시하고 있다. 이남봉(1993)은 현재 열린 교육을 실시하고 있는 학교의 수학과 수업 형태를 보면 주로 개인차에 대응하는 학습 모형(일제 학습 보충 모델, 학습 도달도별 모델, 학습 속도 모델, 흥미 관심 모델, 자유 진도 모델, 복합 학습 모델 등)을 운영하고 있으며, 그것은 일반적으로 개별화 수업 모형과 자율적 학습 모형(주로 코너 학습시에 행함)과 능력별 자유 진도 학습 모형으로 구분할 수 있다고 본다. 현재 수학교육 분야에서 열린 교육은 대체로 수업 조건 및 수업 방식의 변화를 의미하는 것으로 받아들여지고 있다고 해도 과언이 아니다.

이러한 경향은 사실 일반적으로 열린 교육 운동이 지니고 있는 경향이다. 열린 교육은 외형적인 측면에서부터 다양한 열림을 추구한다. 예컨대 공간을 열기 위하여 복도 쪽의 벽을 허물거나 교과목실과 다목적실을 두기도 하며(open space), 수업시간을 열어서 두 시간 이상의 연속 수업을 하는 블록제 수업을 하기도 한다(open time). 그리고 한 학급을 한 교사가 담당하는 틀을 열어서 여러 학급이 연합하고 여러 명의 교사가 분담하여 지도하는 팀티칭을 하기도 한다. 일제식 수업이라는 수업방식을 열어서 수업을 시작할 때 학생 모두가 교실의 앞쪽에 모여 앉아 노래를 부르거나 학습목표를 복창해 보는 러그 미팅을 하고 소집단 협력학습이나 개별학습 등의 다양한 방식을 도입하기도 한다. 김만수(1997)는 열린 수업의 실제로 오름길 공부, 집단 공부, 주간 프로그램 공부, 통합 공부, open team 공부, 집단활동과 같은 기존의 방식과는 다른 수업방식을 열거하고 있다. 이 모두는 열린 교육의 주된 관심이 수업의 외적 조건이나 방법을 여는 데에 있음을 시사한다.

열린 교육에서 고려하고 있는 열린 수업은 학습내용 조직방식, 학습집단 조직방식, 학습활동, 교수학습자료의 네 차원이 결합되어 나타난다(이인효 외, 1997).

- 학습내용 조직방식
  - 교과분리형수업
    - 단일교과 단일활동 일제수업
    - 단일교과 단일활동의 수준별수업
    - 단일교과 복수활동수업
    - 복수교과 병행수업
  - 교과연합형수업
    - 동일주제 및 제재연속수업
    - 핵심교과중심 타교과제재이용수업
    - 제재중심교과 병합수업
    - 주제중심교과 병합수업
    - 주제중심교과 통합수업
    - 능력중심교과 병합수업
  - 교과초월형수업

- 학습집단 조직방식
  - 소집단지도 개별학습 병행수업
  - 대집단지도후 개별학습 개별지도 수업
  - 다학급분담지도수업(팀티칭)
  - 소집단협력학습수업

학습활동 — 강의, 문답, 발표, 토론, 문제풀기, 현장조사, 실험관찰, 작품감상, 보고서, 스크랩, 역할극, 퀴즈, 게임, 글쓰기, 공작, 그림그리기, 노래하기, 과제만들기

학습자료 — 백과사전, 각종 서적, 신문, 잡지, 실험실습 기자재, 오디오 자료, 비디오 자료, 멀티미디어 자료, 컴퓨터통신 자료, 생활 주변의 다양한 생물. 물건

이상과 같이 수업과 관련하여 고려해 볼 수 있는 다양한 열림의 측면이 유형화되어 있으나, 교과 내용적인 측면에 관한 논의가 빠져 있거나 적어도 표면에 드러나 있지 않은 느낌을 준다. 물론 열린 교육이 교과 내용과 관련된 논의를 전혀 하지 않는 것은 아니다. 열린 교육에서도 열린 교육과정(open curriculum)에 관한 논의를 찾아볼 수 있다. 그러나 현재 이루어지고 있는 열린 교육과정에 관한 논의의 초점은 대체로 교과를 분리하여 가르치는가, 통합하여 가르치는가, 혹은 초월하는 수준까지 나아가는가와 같은 교과 내용의 통합과 관련된 논의에 맞추어져 있는 것으로 보인다. 교과 내용의 통합은 열린 교육에서 추구하는 기본적인 방향 중의 하나로 이에 대해서는 여러 가지 유형화와 분류가 시도되고 있다. 통합의 접근 방법에 따라 논리적 · 구조적 통합과 심리적 · 기능적 통합으로 구분하기도 하고, 통합의 형태에 따라 합산적 통합, 기여적 통합, 융합적 통합, 종합적 통합으로 분류하기도 한다. 또 통합의 학습 요소에 따라 주제 중심 통합, 기초학습 기능 중심 통합, 탐구 중심 통합, 경험 중심 통합, 활동 중심 통합, 필요와 흥미 중심 통합, 문제 중심 통합의 구분도 가능하며, 통합의 대상이 되는 교과의 연결 방식에 따라 다학문적 통합, 간학문적 통합, 탈학문적 통합으로 분류하기도 한다(김종건 외, 1996).

이와 같이 통합을 바라보는 여러 관점이 있으나, 수학과 관련된 통합은 주로 수학을 과학이나 사회 과목 등 타교과와 통합하는 측면과 수학 교과내의 영역간에 통합하는 측면의 두 가지로 나누어 볼 수 있다. 미적분의 내용과 물리적 현상을 결부시키는 교과간 통합이나 대수 영역의 방정식과 해석 영역의 함수를 결합시키는 교과내 통합이 그 예가 될 수 있다. 교과내의 영역간 통합에도 충분한 고려가 있어야 하지만 교과간의 통합은 신중하게 접근되어야 한다. 초등학교 고학년 이후의 교과간의 통합 시도는 잘못하면 각 교과의 내용을 지나치게 초등화시킬 수 있다. 통합의 와중에 각 교과의 고유한 내용과 특징이 유지되지 못하고, 예컨대 수학이 산술로 변해버리는 경우도 있을 수 있다.

열린 교육에 대해 불안감을 갖게 되는 부분은 다름 아닌 교과내용과 관련된 측면이다. 수업의 외적 조건에 대한 변화를 추구하는 가운데, 수업 방법에 대한 변화를 추구하는 가운데, 통합 교육과정을 지향하는 가운데, 수학교과의 가치 있는 내용이 약화되고 제대로 가르쳐지지 못하는 상황이 전개되는 것은 아닌가 우려되는 것이다. 열린 교육을 냉소적으로 보는 사람들은 '풀린 교육'이라는 비유를 사용하기도 하고, 진보주의 교육과 같은 것이라고 비판하기도 하는데, 이 또한 열린 교육이 수업의 외적 조건과 방법에 대한 변화를 추구하는 가운데 교과 내용의 상당 부분이 간과되고 소홀히 되는 것은 아닌가 하는 우려가 바탕에 깔려 있다.

열린 교육이 이념상, 앞의 이인효 외의 인용문에 있듯이, 교과를 학생의 흥미로 대치하

려는 아동 중심 교육이 아닌 아동 존중 교육이라 하더라도, 열린 교육에 대한 이해를 바르게 갖지 못한 교사 중에는 뒷짐지고 다니며 방치하는 교육을 하면서 학생의 자기주도적 학습과 개별화 교육을 시키고 있다고 자부하는 경우도 없지 않으며, 상·중·하 수준에 따라 학습지를 만들고 이를 푸는 교육, 즉 학습지 교육을 열린 교육으로 해석하는 경우도 없지 않다.

Egan(1975)은 열린 교육의 특성으로 개별화, 탐구할 내용에 대한 아동의 선택권, 풍부한 학습환경 제공, 학제간 접근, 융통성 있는 시간계획, 협력학습, 토론과 놀이를 통한 학습, 아동의 흥미를 존중하는 활동, 학습집단 구성에 있어서의 유연성, 학습의 촉진자로서의 교사, 경험을 통한 학습 등을 열거하면서 – 이것들은 주로 수업 외적 조건 및 방법과 관련된 것이다 – 열린 교육이 취하는 낙관론에 대하여 아동의 흥미와 관심사를 존중하여 교육했을 때 과연 의도한 교육적 목표에 도달할 수 있을 것인지, 아동의 흥미와 관심을 무시한 채 이전 세대가 지닌 가치에 입각하여 의미 있다고 판단되는 내용을 가르치는 것도 경계해야 할 부분이지만 그 반대쪽 극단에 추를 옮겨놓아서도 안된다고 경고한 바 있다. 에간의 경고는 오늘의 우리에게도 시사하는 바를 지니고 있다. 열린 교육의 주요 관심사가 환경, 절차, 형식, 방법 등 교육이 일어나고 있는 조건의 측면에 치우치게 될 때 교과 내용이 본의 아니게 경시될 가능성은 열려 있다.

Ⅲ. 수학교육 고유의 내용론 중심의 '열린 수학 교육'

수학을 가르치는 교사는 어떤 사람이며 그는 어떤 일을 하고 있는가? 그는 학교를 다니는 동안 다른 학생에 비해 수학을 좋아했던 학생일 것이다. 그리고 수학을 좋아한만큼 아마도 수학을 잘 하는 학생이었을 것이다. 학창 시절 수학을 좋아하지도 잘 하지도 않았고 수학을 공부하고 가르치는 삶의 가치를 인정하지도 않은 사람이 여러 가지 현실적인 이유로 수학 교사의 길에 들어선 경우도 사실적으로 있을 수 있다. 그러나 교육이 성공한 경우의 정상적인 수학 교사의 전형은 학창 시절에 수학 교사를 통하여 수학을 공부하는 일과 수학을 가르치는 일의 '좋음'을 (막연히나마) 알아 자신도 그러한 삶에 헌신하고자 한 사람으로 규정될 수 있다. 그는 수학교육을 받은 결과로 알게 된 이 '좋음'을 자신의 이후 세대에게 전수하고자 하는 거룩한 열망을 가지고 있다.

그는 자신이 수학을 배우는 과정을 통하여 인간으로 성장하게 되었음을 알고, 이제는 교사가 되어 수학을 가르치는 과정을 통하여 학생을 인간으로 성장시키고자 한다. 그는 3+4=7, 일차함수 $y=ax+b$의 그래프의 기울기는 a, $(fg)'=f'g+fg'$와 같은 하나하나의 수학적 지식을 학생에게 가르친다. 하나하나의 수학적 사실을 가르치는 그의 일이 겉으

로 보기에는 학생의 머리 속에 지식을 쌓아 넣는 것처럼 보일지 모른다. 그러나 적어도 그는 학생의 머리 속에 지식을 쌓아 놓는 것을 최종 목적으로 생각하고 수학적 사실을 가르치지 않는다. 그는 학생을 지식의 창고가 아니라 '인간'이 되게 하려고 수학을 가르친다. 만일 수학적 지식을 학생의 머리 속에 기록해 주는 것을 수학 교육의 최종 목적으로 생각하고 있는 교사가 있다면 그는 그의 닫힌 목적을 열어야 한다. 학생의 머리 속에 쌓아둔 지식은 시간이 흐르면 소멸되어 수학 교사로서 행한 모든 노력이 무위로 돌아가기 때문이다.

여기에서 사용된 인간이 된다는 말에 대해 약간의 설명이 필요할 것이다. 인간이 된다는 말은 생물학적인 인간으로 태어난다는 뜻이 아니다. 학생을 생물학적인 인간으로 만들기 위해서 수학 교사가 해야 할 일은 아무 것도 없다. 수학교육을 통해 학생을 인간이 되게 한다고 할 때 인간이 되게 한다는 말의 의미는 '정신적으로' 인간의 자손이 되게 한다는 것이다. 정신적으로 인간의 자손이 된다는 것은 인류가 갖추고 있는 위대한 정신적 전통의 세계에 입문하여 그 세계를 유산으로 상속받고 그 세계의 일원이 되어 그 세계 속에서 사는 것을 의미한다. 인간이 인간이 되는 것은 육체적으로는 생물학적인 유전자 때문일지 모르나 정신적으로는 이 공적 전통에 입문시키는 교육의 덕분이다.

수학은 인간 정신이 이룩한 위대한 공적 전통의 중요한 한 부분이다. 수학을 포함한 공적 전통의 세계는 '理'의 지배를 받는다. 수학을 포함한 인간 정신의 위대한 유산의 대부분은 理를 따른 또는 理에 合한, 곧 合理性을 추구한 인간 정신 활동의 결과이다. 수학을 포함한 공적 전통의 세계가 理를 따른 합리적 활동의 산물이라는 것은 수학교육의 목적이 어디에 있어야 하는 지를 말해 준다. 수학은 합리성이 특정한 양상으로 표현된 것이므로 수학을 가르쳐서 궁극적으로 달성해야 할 목적은 학생을 수학이 나타내는 합리성의 양상에 접하게 하여 理를 따르는 합리적 인간이 되게 하는 것이다.

그러나 수학이 합리성을 추구한 결과로 만들어진 위대한 전통이요 유산이라는 것은 수학을 어떤 방식으로 가르치고 배우는 가에 관계없이 수학을 공부하기만 하면 합리적 인간이 된다는 것을 보장하지 않는다. 여기에 문제가 있다. 수학 교사는 학생에게 수학적인 사실을 가르친다. 예를 들어, 함수의 뜻에서 시작하여 1차함수, 2차함수, 3차함수, 역함수, 합성함수, 지수함수, 로그함수, 삼각함수에 이르는 여러 함수에 대한 여러 가지 사실을 가르친다. 그리고 가르친 결과로 학생들은 함수에 관한 전형적인 문제를 풀 수 있게 된다. 표면상 교사와 학생은 수학이라는 위대한 공적 유산을 물려주고 물려받는 일에 성공한 것으로 보인다.

그러나 이것으로 충분한가? 학생은 함수라는 합리성의 특정한 양상에 접한 결과 그것을 배우기 전에 비해 더 합리적으로 사고할 수 있게 되었는가? 함수적 사고를 할 수 있는 능력

을 갖추게 되었는가? 함수라는 개념으로 세계를 해석하고 우주의 현상을 관조할 수 있게 되었는가? 함수라는 인류문명의 유산을 사용하여 삶에서 부딪치는 문제를 해결할 수 있게 되었는가? 수학이라는 유산을 향유하고 그것으로 자신의 여가를 채우는 삶이 가치가 있다는 것을 조금이라도 더 느끼게 되었는가?

이러한 질문에 그렇다고 답할 수 없다면, 학생이 함수에 관한 여러 내용을 기억하고 있고 전형적인 문제를 해결할 수 있게 되었다고 하더라도, 학생과 교사는 겉으로는 함수라는 인류의 위대한 지적 유산을 물려주고 받은 것처럼 보이지만, 학생을 수학이라는 공적 전통의 세계에 입문시켜 그 세계에서 살아가게 하였다고 말하기에는 부족하다. 몇 년의 시간이 흐르면 그 교사와 학생이 사실상 아무 것도 물려주고 물려받지 못했음이 드러날 것이다.

실지로 오늘날 학교 수학 교육의 현실적 결과물이라 할 초등학교에서 고등학교까지 12년간 수학을 배우고 졸업하는 학생들을 보면, 학생들을 수학이라는 공적 전통의 세계에 입문시켜 위대한 유산의 상속자가 되게 하고 그 세계에서 살게 하는데 성공하고 있는지 의심스럽다. 우정호(1998)의 다음과 같은 견해에 동감하지 않을 수학 교사는 그리 많지 않을 것이다. "학교 수학을 개선하기 위한 적지 않은 노력에도 불구하고, 그리고 비록 입시 준비를 위해서라고 하지만, 그토록 열심히 수학을 가르치고 수학 공부에 매달려도 학생들의 수학에 대한 이해 정도와 수학적 사고 능력은 매우 우려할 만한 상황이다. 더욱 문제가 되는 것은 수학을 가르칠수록 그리고 배울수록 대다수의 학생들에게는 수학을 혐오하는 심성만이 더욱 증대된다는 사실이다. 우리는 학교 수학에서 무엇인가 중요한 것을 보지 못하고 있으며 그 결과 수학교육에서 중요한 것을 놓치고 있음에 틀림없다." "현실은 어떠한가? 불행히도 대부분의 학생들은 그 자신의 '수학하는' 경험을 하기 보다는 다른 사람들이 한 것을 다른 사람들이 한 대로 흡수하는 데 그 많은 시간을 보내게 되고, 말하자면 수학적 정보를 저장하는 기록장치로서 무거운 짐을 지도록 강요받고 있지 않은가?"

오늘 우리의 현실은 수학적 지식을 많이 가르치고 배움으로써, 교과서는 물론이요 여러 문제지와 참고서에 나오는 많은 내용, 많은 문제, 문제 풀이 방식까지 외우게 함으로써, 수학적인 합리성을 갖춘 인간을 길러내려고 하지만 그것이 잘 되고 있지 않는 상황이라고 할 수 있다. 우리는 이제까지 수학적 사실을 많이 가르치다 보면 그러는 가운데 언젠가 저절로 수학적 사고력이 향상될 것이라는 암묵적인 가정을 가지고 수학교육을 해온 것은 아닌가? 현재 우리의 수학교육, 보다 일반적으로, 지식교육의 밑바닥에 깔려 있는 것으로 보이는 이러한 가정이 사실적으로도 이론적으로도 잘못된 것일 가능성에 마음을 열 필요가 있다.

수학적 사실을 가르치는 것이 수학적 사고의 교육을 보장하지 못한다면 수학 교사는 무엇을 어찌해야 하는가? 가능하다면 수학적 사고를 '직접적으로' 가르치면 된다. 그러나 수

학적 사고는 수학적 사실을 가르칠 수 있듯이 직접적으로 가르칠 수 있는 것인가? 그렇다면 문제는 수학적 사고를 언어로 기술하여 명제적 지식화하는 것으로 환원되는 것이다.

그런데 사고교육의 가능성과 방법에 관련된 교육학 논의들을 보면, (수학적) 사고를 직접적으로 (수학적) 사실을 가르치는 것과 같은 방식으로 가르칠 수 없다는 데에 의견이 모아지고 있다. Oakeshott, Ryle, Passmore, Dearden, Dewey, Polya, 이홍우 등은 사고는 사실과 같은 방식으로 가르쳐지는 것이 아니라는 데에 공통된 견해를 표명하고 있는 것으로 보인다. Oakeshott(1967)는 인류의 문화 유산에는 '사실'과 동등한 범주가 아닌, 말로 명백히 표현할 수 없는 것이 있으며 – 오크쇼트는 이러한 것을 '판단'이라고 부른다 – 이러한 것은 사실을 가르치는 직접 전달의 과정 속에서 교사의 시범에 의하여 간접적으로 가르쳐질 수 있다는 견해를 제시하고 있다. Ryle(1967)은 방법적 지식은 '하는 것'에 관한 지식이기 때문에 명제적 지식과는 달리 실제로 해봄으로써만 배울 수 있다는 견해를 제시하고 있다. Passmore(1967)는 정직에 대한 사실을 일러주거나 정직한 사람들에 대한 이야기를 해주는 것이 정직한 사람이 되게 하는 데 충분하지 못한 것처럼 사실의 전달은 비판적 사고력을 길러주는 데 불충분하며, 비판적 사고는 자유로운 대화와 토론의 비판적인 분위기 속에서 비판적 사고가 깃들어 있는 각 학문의 위대한 전통에 참여함으로써 가능하다는 견해를 제시하고 있다. Dearden(1967)은 교육 내용을 학생들에게 직접 일러주는 직접 전달은 판단이나 적용을 가르치는 데 적절한 것이 아니며, 문제 상황에서 적절한 질문을 하는 것과 같은 언어의 미묘한 구사에 의해 경험을 안내하여 학생으로 하여금 원리를 사고하게 할 수 있다고 보고 있다. Dewey(1933)는 반성적 사고 습관은 사고를 유발하고 이끄는 요인을 통제하는 적절한 조건 속에서 간접적으로 훈련될 수 있다고 본다. Polya(1965)는 수학적 지식을 정보와 방법적 지식으로 구분하였는데, 방법적 지식은 일종의 성향 혹은 능력을 뜻한다. 폴리아가 말하는 방법적 지식은 모방과 실천을 통하여 가르쳐질 수 있다(정은실, 1995). 한편 Polya(1957)가 제시한 여러 가지 발견술은 방법적 지식을 가르치는 방안으로 제시된 것으로 볼 수 있으나, 발견술을 직접 가르침으로써 방법적 지식이 (더 잘) 가르쳐지는 지 분명하지 않다.

이홍우(1979)는 사고교육과 관련된 딜레마를 원리의 교육과 관련하여 다음과 같이 말하고 있다. "교사가 원리를 가르쳐주면 그것은 학생의 것이 아니며, 학생의 것이 되려고 하면 교사가 가르쳐 주어서는 안된다. 그러나, 그럼에도 불구하고 교사는 원리가 학생의 것이 되도록 가르쳐 주어야 한다." 이 딜레마는 플라톤의 '메논의 파라독스'와도 관련되는 것으로, 사고 교육의 가능성과 방안에 관한 문제는 인류가 교육을 시작할 때부터 이제까지 계속 제기되어 온, 어쩌면 완전한 해결이 없는 문제일지 모른다. 그렇지만 수학 교사는 이 문제

에 대하여 계속 마음을 열어 놓고 사고교육과 관련된 이 딜레마가 계속 자신의 정신을 일깨우게 해야 한다. 판단이 정보의 직접 전달 과정 속에 녹아서 간접적으로 전수되는 것이라면 이렇게 마음을 열어 놓는 것 자체가 판단의 전수가 더 잘 이루어지게 하는 데에 결정적인 역할을 할 가능성이 있다. 또 이 열어 놓음은 다음과 같은 오류에 빠지지 않도록 지켜주는 기능을 할 수 있다. "…학생들로 하여금 사태를 보도록 하는 데에는 특별히 도움이 될 것 같지 않은 어려운 용어(토픽)들을 가르쳐 주고, 학생이 거기서 모종의 중요한 내용을 학습했다고 생각하는 경향은 모든 교육수준에 걸쳐 상당히 널리 퍼져 있다…… 그 오류는 바로 어려운 용어를 가르치려 하면서도 그 용어가 가지고 있는 기능, 또는 그 용어의 이면에 들어 있는 안목이나 사고 방식을 가르치지 않는 데서 비롯된다(이홍우, 1979)."

수학적 사고가 수학적 사실을 가르치는 것과 별도로 가르쳐질 수 있는 것도 아니지만 수학적 사실을 가르치는 것과 동일한 방식으로 가르쳐지는 것도 아니라는 것은 그저 수학적 사실을 많이 가르치는 교육 또는 수학적 사실을 많이 가르치면 수학적 사고력이 향상될 것이라는 암묵적인 가정에 기초한 교육을 재고하게 만든다. 수학적 사고를 가르치기 위해서는 수학적 사실을 가르치지 않을 수 없지만 수학적 사고와 무관하게 그 자체가 목적인 양 수학적 사실을 많이 가르치는 것은 오류이다. 수학적 사실의 전달이 지나칠 정도로 강조되어 있고 그에 비해서 수학적 사고의 교육이 제대로 이루어지고 있지 못한 상황을 감안할 때, 나아가야 할 방향은 수학적 사고를 가르치는 교육에 대하여 더욱 문을 여는 것이다.

사고를 가르치는 교육에 문을 여는 구체적인 방안은 한 가지로 말할 수 없다. 여기서는 다만 한두 가지 견해를 간단히 소개하고자 한다.

첫째, 수학 교육을 포함한 모든 지식교육은 본질상 다음과 같은 문제를 지니고 있다. 피타고라스가 피타고라스 정리를 생각해 낸다. 그는 자신의 이 사고를 언어(문자)로 표현한다. 그리고 다른 사람에게 이 언어(문자)를 말이나 글로 전달한다. 언어를 전달받은 사람은 이 언어를 매개로 피타고라스가 했던 사고를 자신의 사고로 재사고한다. 이렇게까지 되면 교육은 성공한 것이다. 그러나 언어를 매개로 하는 지식교육은 항시 언어만 전달하고 사고는 전달하지 못하는 위험에 노출되어 있다. 사실 바보가 아닌 다음에야 누가 언어를 전달하는데 실패하겠는가? 책에 쓰여 있는 대로 읽어주고 밑줄 치게 하고 칠판에 요약해서 써주는 것으로 충분히 언어는 전달할 수 있다. 그냥 책을 주고 집에 가서 읽어보라고 해도 언어는 전달한 것이라고 할 수 있을 것이다.

언어(문자)를 매개로 하는 교육이 타락한 형태로 이루어지면, 쓰여 있는 문자를 의미도, 이유도 모르면서 외우고 또 단지 외워서 재진술할 수 있는 것을 마치 무엇인가 알고 있는 것으로 생각하는 상황이 초래된다. 이러한 암기의 위험에서 벗어나 언어 표현의 전달을 넘

어 사고를 가르치기 위해서는 언어 표현으로부터 그 이면에 있는 사고를 구체적으로 탐색하는 일이 필요하다. 만일 유클리드의 원론을 가르치려는 교사가 유클리드의 사고의 외적 표현인 원론으로부터 그 외적 표현의 안쪽을 이루는 '유클리드가 원론을 쓰기 위해서 한 생각'을 알아내지 못한다면, 그가 할 수 있는 일은 원론의 내용을 칠판에 착실히 재진술하고 학생들로 하여금 기록 내용을 기억하도록 하는 것뿐이다. 그러나 이렇게 하면 학생들이 그 교사로부터 원론을 통해 배울 수 있는 것은 얼마 안 되는 것으로 한정되어 버린다.

둘째, 사고는 속성상 사고하는 사람 자신의 것이므로 학습자가 직접 해야 하는 것이지 교사가 대신 해줄 수 없다. 교사가 할 수 있는 일은 오직 학생들로 하여금 생각하도록 '돕는' 일뿐이다. 그러면 어떻게 하여 학습자로 하여금 사고하도록 만들 수 있을까? 고대 희랍의 철학자 플라톤은 학습자가 학습하고자 하는 내용에 대하여 당혹감이나 경이를 느끼게 해야 한다고 말한다. 소크라테스가 메논의 노예 소년을 데리고 행한 기하 수업은 이를 잘 보여준다. 소크라테스는 노예 소년에게 넓이가 4인 정사각형의 넓이를 두 배인 8로 하려면 한 변의 길이를 얼마로 해야 하는지 묻는다. 아이는 변의 길이를 두 배인 4로 해야 한다고 대답하자 소크라테스는 변의 길이를 두 배로 하면 넓이가 네 배가 됨을 지적하여 아이의 의견을 격파한다. 노예 소년은 다시 한 변의 길이는 3이라고 대답한다. 소크라테스는 한 변의 길이가 3이면 넓이는 9가 된다는 것을 확인시켜 노예 소년의 의견을 다시 한번 부정한다. 이때 노예 소년은 자신의 무지를 깨달으며 당혹감을 느낀다. 플라톤에 따르면, 오직 자신의 무지를 깨달은 자만이 탐구하려고 한다.

전통적으로 또 오늘날에도 수학 교사들은 단순히 수학적 사실과 같은 명제적 지식의 전달만을 교육의 최종적이고 유일한 목적이라고 생각하지는 않았을 것이다. 그러나 명제적 지식을 가르치는 사이에 어느새 자신도 모르게 수학적 사실을 전달하는 것 자체를 교육의 목적의 전부인 양 여기게 될 수 있다. 이러한 닫힌 사고는 수학 교실을 수많은 수학적 사실만 이리저리 실어 나르고 쌓아 놓는 창고 작업장으로 만들어 버린다. 피타고라스 정리를 가르치되 피타고라스 정리를 전달하는 과정을 통하여 방법적 지식이라고 부르든 수학적 사고 방식이라 부르든 수학적 태도라고 부르든 문제해결능력이라고 부르든 수학적 심미안이라고 부르든 기하적 사고라고 부르든, '그 무엇'을 전수해야 한다는 것을 기억해야 한다. 수학 교사는 언제나 수학적 사실 이면의 그 무엇에 마음을 열고 있어야 한다.

수학적 사실과 수학적 사고와 관련된 완성된 산물로서의 수학 對 발생 과정으로서의 수학의 이분법은 내용론 중심의 열린 수학 교육과 관련해서 앞과는 조금 다른 맥락에서 시사를 준다. 폴리아(1957)가 수십년 전에 발생 상태 그대로의 수학, 발명되고 있는 과정에 있는 수학이 바로 그 방식 그대로 학생에게 또 교사에게 제시된 일이 지금까지 결코 없었다고

했지만, 오늘날 우리의 상황은 폴리아가 한탄했던 그 당시보다 나은지 자신할 수 없다.

기성 수학과 발생상태 그대로의 수학 둘 중에 어느 하나를 버리고 어느 하나를 취할 필요는 없다. 폴리아도 이 둘이 수학의 두 얼굴이라고 한 바 있거니와, 이 두 가지는 수학적 지식의 두 가지 양상이다. 둘 모두를 취해 조화시켜야 한다. 다만 현재의 현실은 완성된 산물로서의 수학 교육이 강한 상황이라는 점에서 발생 과정으로서의 수학에 문을 더 열어야 할 필요가 있다고 말할 수 있다.

발생 과정으로서의 수학에 문을 열어야 한다는 주장은 많은 수학교육 연구자들 사이에서 공유되고 있다. 역사 발생적 원리, 폴리아의 수학적 발견술, Lakatos의 오류주의, Freudenthal의 교수학적 현상학, 사회적 · 인류학적 구성주의와 같은 여러 수학교육 사상이 공통적으로 수학교육이 발생 상태의 수학에 문을 열어야 한다는 주장을 지지하고 있다. 발생 상태의 수학에 대해서 문을 연다는 것에는 수학을 사회, 역사, 문화, 다른 학문, (아동의) 생활 세계에 대하여 문을 연다는 뜻이 담겨 있다.

그러나 이 여는 작업은 단순한 작업이 아니다. 하나의 수학적 개념을 여는 작업은 그 개념에 대한 수학적, 역사적, 철학적, 심리학적, 사회 문화적 분석과 고찰을 요구할 뿐 아니라, 이 작업이 이루어진 후에 그것을 교육 실제에 사용가능한 형태로 변형하는 노력을 요구하기 때문이다. 이러한 작업은 한 두 명의 연구자나 교사에 의해 단기간에 완전한 형태로 이루어질 수 있는 것이 아니며, 수학교육의 이론적 연구자와 수학 교사와의 긴밀한 상호 공조 속에서 점차적으로 가능한 것이다.

현재까지 나와 있는 국내의 수학교육 연구 문헌들을 보면, 지난 몇 년 사이에 이러한 여는 작업이 이론적 수준에서 상당히 진척되어 온 것을 알 수 있다. 그 몇 가지 예로 박교식(1992), 유현주(1995), 이경화(1996), 김남희(1997), 정영옥(1998), 나귀수(1998), 우정호(1998)의 연구를 들 수 있다. 이들 연구는 함수 개념, 유리수 개념, 확률 개념, 변수 개념, 증명 등을 위와 같은 의미에서 여는 작업을 이론적으로 수행하고 있으며, 이 개념들을 열었을 때와 그렇지 않았을 때 실제 가르치는 장면에서 어떤 차이가 생겨날 수 있는가를 원리와 방향의 수준에서 예시하고 있다. 이들의 연구는 학교 수학 내용의 본질을 이해하는 것이 생각처럼 쉽지 않음을 보여 준다. 또, 학교 수학의 주요한 개념들이 다차원적이고, 우리가 이러한 다차원적인 측면을 가르치는 데 그다지 성공해 오지 못했음을 보여 주고 있다.

현재의 시점에서 수학교육 고유의 내용론 중심의 열린 수학 교육 운동이 시작될 수 있는 가능성이 생긴 것은 이러한 이론적인 여는 작업이 있었기 때문이다. 이러한 이론적인 여는 정지 작업이 없이는 진정한 의미에서 진보하는 실제적인 수학 교육의 변화는 있기 어렵다. 이론적인 여는 작업을 꾸준히 계속해 나감과 동시에 지금까지의 이론적인 여는 작업의 결

실을 방법의 수준에서 다양하게 구체화하여 열매맺는 일을 해나가야 한다. 여러 수학교육 연구자들의 노력으로 이루어진 이론적인 여는 작업의 결실이 이제부터 초중등 수학 교육의 현장에서 교사들에 의해 여러 가지로 자유롭게 구체화되어야 한다.

Ⅳ. 결 어

근래 초등학교를 중심으로 활발히 전개되고 있는 열린 교육 운동에 따라 열린 교육 방법으로 수학을 가르치려는 시도는 일반적인 교육 개선 운동이 제공하는 틀을 가지고 수학 교육의 변화를 도모하려는 것, 곧 일반적인 교육 개선 운동을 수학과에 적용시키는 것이라 할 수 있다. 이에 비하여 본고의 후반부에서 말한 수학교육 고유의 내용론 중심의 열린 수학교육은 수학교육 연구자 및 수학 교사의 수학교육 전문가로서의 전문성 없이는 이루어질 수 없는 수학교육 개선 운동이다. 이것은 본질상 수학 및 수학 교육의 고유한 성격의 이해에 바탕을 둔 것으로 일반적인 교육 개선 운동과는 지향하는 방향이나 실천의 구체적인 양상에서 구별될 수 있다. 예를 들어 러그 미팅이나 소집단 학습 활동 지도를 하기 위해서 학교 수학의 내용론에 정통한 '수학교육 전문가'가 될 필요까지는 없고 '교사'가 되는 것으로 충분하다. 그러나 함수의 역사적 발생 과정을 고려하여 점진적인 수학화 방식으로 함수를 지도하는 것은 '일반적인 교사'가 아니라 오직 학교 수학 교과 내용에 대한 고도의 전문적인 지식과 능력을 갖춘 '수학교육 전문가로서의 교사'만이 할 수 있다.[2)]

---

2) 이러한 본고의 주장은 우리의 현실을 감안하지 않은 '귀족주의적'인 발상으로 보일지 모른다. 본고의 주장이 귀족주의적인 것인지도 분명하지 않으나, 귀족주의적인 것이 나쁜 것과 동일한 것이 아니며 마찬가지로 비귀족주의적인 것이 좋은 것과 동일한 것도 아니다. 또 수학교육 전문가로서의 교사가 어떻게 만들어지는지, 위에 소개한 박교식 등의 연구와 같은 연구를 수행해본 사람만이 수학교육 전문가로서의 교사가 될 수 있다는 것인지, 아니면 그러한 연구들을 알고 이해하는 것으로 충분히 수학교육 전문가로서의 교사가 될 수 있다는 것인지 등의 의문이 생길 수 있다. 모든 교사가 박교식 등의 연구와 같은 연구를 수행할 수는 없을 것이다. 그러나 그러한 연구 결과를 반복하여 읽고 이해하는 데는 한두 달이면 충분하다. 또 이러한 연구들을 읽기만 하면 수학교육 전문가로서의 교사가 된다고도 말할 수 없다. 그러나 마찬가지로 어떤 교사가 아무리 수업을 재미있게 하고 학생들에게 깊은 인격적 감화를 주고 있다고 하더라도 그가 학교 수학 교과 내용에 대한 깊은 이해를 하지 못하고 있다면 그를 수학교육 전문가로서의 교사라고 부를 수는 없다.

부　　록[3)]

다음 예들은 수학적 개념이나 기호를 필요성과 유용성이라는 측면에서 열고자 한 시도로 볼 수 있다.

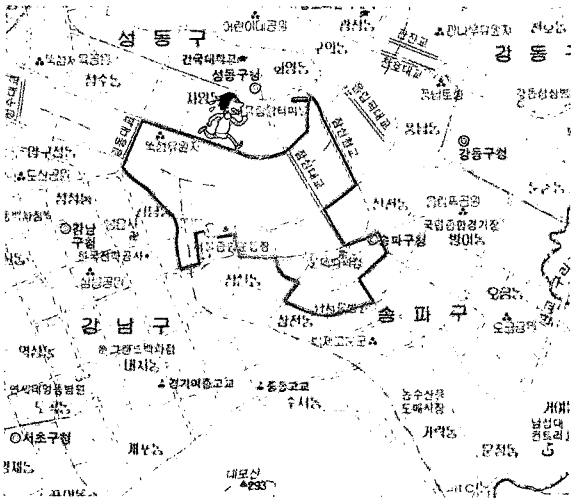
1. 좌표의 필요성과 유용성

OHP나 멀티미디어를 활용하여 직선, 평면, 공간에서 위치를 나타내는 방법에 대해 구체적인 상황과 예를 들어 설명한다. 이를 통해 평면 위에서 위치를 나타낼 때는 값이 2개 필요함을 자연스럽게 납득하도록 한다.

[물음]

다음과 같은 여러 가지 상황에서 위치를 어떻게 나타낼 수 있는지 알아보자.

(1) 잠실 경기장 주변에서 단축 마라톤이 열리고 있다. 13km지점을 지나고 있는 선수의 위치를 수직선 위에 나타내어 보자.



3) 본 부록은 남호영(대림여중), 김남희(문성중), 박경미(한국교육과정평가원)의 협조로 작성되었다. 학교 수학의 내용론에 기초하여 수학과 교수 학습 자료를 개발하려고 한 시도의 예로 한국교육과정평가원에서 나온 박경미(1998), 「제7차 교육과정 개정에 따른 수학과 수준별 교육 과정 적용 방안과 교수-학습 자료 개발 연구」가 있다.

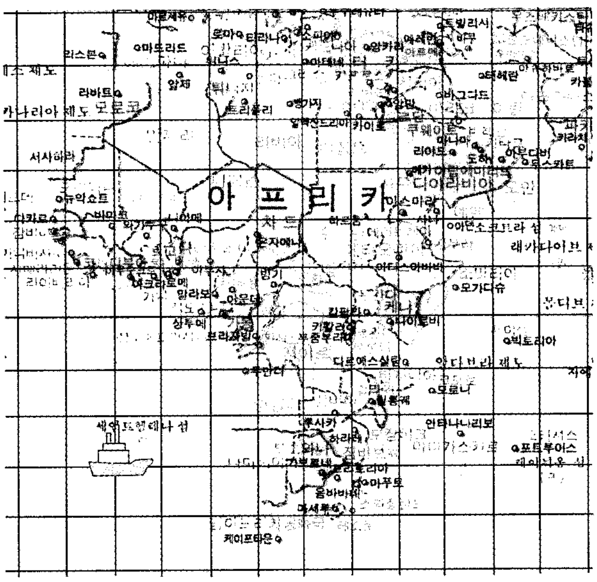
|-|-|-|-|-|-|-|-|-|-|-|-|-|-|-|-|-|-|-|-|-|-|-|

0 5 10 15 20(km)

☞ 이 마라톤 코스는 결국 직선으로 나타낼 수 있다. 각 선수들의 위치를 코스와 직선에서 각각 표시하면서 '출발점에서부터 ( )km 지점을 달리고 있다'는 답을 유도하여 직선에 나타난 값을 읽게 한다. 이를 통해 직선에서 위치를 나타낼 때는 값이 한 개만 필요함을 이해시킨다. 조금 더 나아가 수직선으로 확장하면 수직선 위에 점을 찍고 그 점의 위치(주로 정수)를 나타내게 한다. 직선이 1차원임을 설명한다.

(2) 배를 타고 항해하다가 조난을 당했다. 배의 위치를 어떻게 알려 줄 수 있을까?

☞ 위도, 경도와 같이 2 개의 요소가 필요함을 이끌어낸다. 이를 통해 평면 위에서 위치를 나타낼 때는 가로축, 세로축 2 개의 기준이 필요하고 이에 대응하는 숫자 2 개가 필요하다는 것을 이해시킨다. 따라서 평면이 2차원임을 이해시킨다.



(3) 구조대를 만나 헬리콥터를 타고 병원으로 가고 있다면 이럴 때는 위치를 어떻게 나타낼 수 있을까?

☞ 헬리콥터의 위치를 나타내려면 위도, 경도만이 아니라 헬리콥터의 높이까지 필요하

다. 즉, 가로, 세로, 높이를 나타내는 세 개의 숫자가 필요하며 이런 공간을 3차원이라 한다. 정육면체, 각기둥, 뿔, 구 등은 부피를 가지는 공간도형이며 인간 역시 부피를 가지므로 공간도형과 같은 차원임을 예를 든다.

[순서쌍] - 좌표 읽기

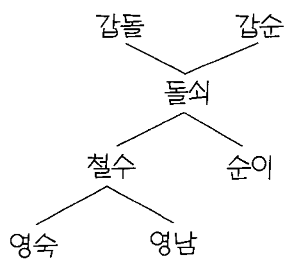
☞ 조별로 OHP나 괘도 등을 이용하여 글자나 그림을 써 넣은 좌표평면으로 보여주면서 좌표를 불러 주고 찾도록 게임식으로 수업을 진행한다. 이러한 활동을 통하여 좌표가 지닌 '정확한 의사소통의 수단' 으로써의 가치를 인식하도록 한다.

2. 문자의 필요성과 유용성

다음 예는 문자 사용의 필요성을 인식시키기 위한 교사의 설명이다.

여러분이 수학이 싫은 이유 가운데 하나는 "딱딱하게 보이는 기호 때문"이라는 말이 있는데 가령 그것이 없다면 얼마나 불편한 지를 한번 생각해 봅시다.

사람은 언어를 비롯해서 기호로 사고를 전개해 나가게 됩니다. 특히 무엇보다도 사고하는 일이 집중되는 수학에는 기호가 그만큼 많이 필요하다는 것은 당연한 이야기지요. 가령, 갑돌이와 갑순이의 아들은 돌쇠이고 그들의 손자는 철수와 순이, 그리고 철수의 아이는 영숙이와 영남이라고 하는 것 보다는 다음과 같이 도식(기호)으로 나타내는 것이 훨씬 알기 쉽지요.



또한 장황하게 늘어놓은 말은 아무리 의미있는 말이라도 그 내용이 머리에서 재빨리 파악되기 힘든 경우도 많습니다.

수학도 마찬가지지요. 아무리 훌륭한 수학 내용도 기호가 없으면 그 뜻을 전달하기가 어

렵습니다. 물론 수학이 처음 생길 때부터 지금처럼 많은 기호가 쓰였던 것은 아니고 수학이 발달함에 따라 그만큼 많은 기호, 편리한 약속이 쓰이게 되었습니다. 또 한편으로는 편리한 기호의 발명이 수학의 발전을 촉진시키기도 하였지요

"5에 어떤 수를 더하고 그것에 2배 하였더니 100이 되었다. 그 수를 구하여라"라는 문제가 주어졌을 때 $(5+x)\times 2=100$이라는 식만 세워 놓으면 일일이 그 뜻을 생각할 필요가 없이 기계적인 계산을 통해 답을 쉽게 구할 수가 있게 되었지요. 그러나 ( ), +, =, 문자 x 등의 기호를 가지고 있지 않았던 옛날 사람들은 이러한 문제를 푸는데 쩔쩔 매었어요. 다시 말하면, 수학 문제 풀이가 옛날에 비해 이처럼 쉬워진 것은 오로지 기호 덕분인 것입니다. 이와 같이 간단한 것도 그런데 하물며 이보다 몇 배 어려운 고등수학에는 얼마나 많은 기호가 필요한 지 짐작할 수 있을 것입니다.

누구에게나 어김없이 정확한 뜻을 전하기 위해서 군살을 뺀 기호를 사용하게 되는 것인데 여러분은 무표정한 기호 때문에 수학이 딱딱하다는 느낌을 받는지도 모르겠습니다. 그러나 그 사용법만 충분히 익힌다면 기호는 참으로 편리한 도구임을 알게 될 것입니다.

따라서 이번 단원에서는 문자기호를 사용해 식을 표현하는 방법을 알아보고 문자식을 어떻게 계산해 나가는지에 대한 규칙을 학습하기로 합시다.

참 고 문 헌

김남희(1997). 변수 개념의 교수학적 분석 및 학습-지도 방향 탐색. 서울대학교 대학원 박사학위 논문.

김만수(1997). 열린 수업 길잡이. 서울: 교육과학사.

김은산(1994). 열린 교육의 이론적 고찰 : 철학적 기초. 한국열린교육연구회 한국초등교육학회(편), 열린 교육의 이해(pp.29-37), 서울: 양서원.

김종건 외(1996). 통합교과의 교육과정교과서 구조개선 연구. 교육과정 개정 연구위원회.

나귀수(1998). 증명의 본질과 지도 실제의 분석 : 중학교 기하 단원을 중심으로. 서울대학교 대학원 박사학위 논문.

류희찬(1996). 열린 교육과 초등학교 수학과 교육: 소집단 협력 학습을 중심으로. 대한수학교육학회 추계 수학교육학 연구발표대회 논문집, 53-64.

박경미(1998). 제7차 교육 과정 개정에 따른 수학과 수준별 교육 과정 적용 방안과 교수-학습 자료 개발 연구. 한국교육과정평가원 연구개발 RDM 98-6-1.

박교식(1992). 함수 개념 지도의 교수현상학적 접근. 서울대학교 대학원 박사학위 논문.
우정호(1998). 학교수학의 교육적 기초. 서울 : 서울대학교 출판부.
유현주(1995). 유리수 개념의 교수현상학적 분석과 학습 - 지도 방향에 관한 연구. 서울대학교 대학원 박사학위 논문.
이경화(1996). 확률 개념의 교수학적 변환에 관한 연구. 서울대학교 대학원 박사학위 논문.
이남봉(1993). 열린교실에서의 초등수학교육의 수업방안에 대한 토론. 열린교실연구 2, (pp.107 - 108). 피아제 열린교실연구응용학회.
이용숙(1997). 열린교육의 이해. 중등 열린교육 연수자료집 : 수학편(pp.3 - 124). 덕성여대 열린교육연구소.
이인효 외(1996). 열린교육 현장연구. 한국교육개발원 연구보고 RR 96 - 10.
이인효 외(1997). 열린 학습의 다양한 형태. 중등 열린교육 연수자료집 : 수학편(pp.127 - 159). 덕성여대 열린교육연구소,
이현남(1994). 열린 교육의 유래와 개념. 한국열린교육연구회 한국초등교육학회(편), 열린 교육의 이해(pp.17 - 27). 서울 : 양서원.
이홍우(1972). 원리는 가르칠 수 있는가: 발견학습의 논리. 증보 교육과정탐구(pp.429 - 452). 서울: 박영사.
임문규(1993). 열린교실에서의 초등수학교육의 수업방안. 열린교실연구 2(pp.83 - 104). 피아제 열린교실연구응용학회.
정영옥(1997). Freudenthal의 수학화 학습 - 지도론 연구. 서울대학교 대학원 박사학위 논문.
정은실(1995). Polya의 수학적 발견술 연구. 서울대학교 대학원 박사학위 논문.
조주연(1994). 열린 교육의 이론적 고찰 : 사회적 기초. 한국열린교육연구회 한국초등교육학회(편), 열린 교육의 이해(pp.53 - 69). 서울: 양서원.
Dearden, R. F. (1967). Instruction and learning by discovery. In R. S. Peters(Ed.), *The concept of education*(pp.135 - 155). London: Routledge & Kegan paul.
Dewey, J. (1933). *How we think: A restatement of the relation of reflective thinking to the educative process.* Boston: D. C. Heath and company.
Egan, K. (1975). Open education: open to what? In D. Nyberg(Ed.), *The philosophy of open education*(pp.24 - 34). Routledge & Kegan Paul.
Hill, B. V. (1975). What's 'open' about open education?. In D. Nyberg(Ed.)., *The philosophy of open education*(pp.3 - 11). Routledge & Kegan Paul.

Lakatos, I(1996). *Proofs and Refutations : The Logic of mathematical discovery*. 우정호(역)(1991). 수학적 발견의 논리. 대우학술총서 번역 37. 서울: 민음사.

Oakeshott, M. (1967). Learning and Teaching. In R. S. Peters(Ed.), *The concept of education*(pp.156 - 176). London: Routledge & Kegan Paul Ltd.

Passmore, J. (1967). On Teaching to be Critical. In R. S. Peters(Ed.), *The concept of education*(pp.192 - 211). London: Routledge & Kegan Paul Ltd.

Polya, G. (1957). *How to solve it - A new aspect of mathematical method*. 우정호(역)(1986). 어떻게 문제를 풀 것인가. 서울: 천재교육.

Polya, G. (1962). *Mathematical discovery: On understanding, learning, and teaching problem solving. Vol I, II*. John Wiley & sons, Inc.

Ryle, G. (1967). Teaching and Training. In R. S. Peters(Ed.), *The concept of education*(pp.105 - 119) London: Routledge & Kegan paul.

Tunnel, D. (1975). Open education: An expression in search of a definition. In D. Nyberg(Ed.), *The philosophy of open education*(pp.14 - 23). Routledge & Kegan Paul.

Rethinking the Direction of Open Education in Mathematics

Yim, Jae-hoon(Chon Nam National University)

Nowadays, open education is popular in Korea. Various open education methods such as open time, open space, open curriculum, team teaching, small group learning are actively introduced into mathematics education.

Current 'open education in mathematics' in Korea can be characterized as *the application* general education reform movement (open education movement) to mathematics education. This movement is interested in teaching methods rather than contents.

In this article, I discussed with the limits and the problems of *this application* and argued that not the method-centered open general education reform movement but the content-centered mathematics education's own reform movement is necessary for the true mathematics education reform.