

수학 수업의 아이디어 찾기

이 경 화 (청주교육대학교)

I. 들어가는 말

요즈음 설명에만 의존하는 수업, 교사가 주도하는 권위적인 수업은 대부분 비판의 대상이 되고 있다. 대신에 학생들의 다양성을 반영하고 활동을 늘려서 재미있고 활기찬 수업을 해야 한다는 주장이 점점 많은 설득력을 얻고 있다. 수학을 가르치는 시간에도 과거처럼 계산 연습에 시간을 보내기 보다는 탐구하고 실험하며, 예상하고 추측하면서 학습을 하는 것이 바람직하다는 주장이 제기된다. 이러한 주장에 대체로 공감하면서도 수학 교사들은 어떻게 수업을 이끌어야 할지 고민하게 된다. 한 시간 한 시간의 수업시간마다 이러한 요구를 모두 고려하기는 현실적으로 어렵기 때문이다.

한 사람의 교사가 마주하고 있는 학생들은 수학적 개념과 관련된 배경나 기능·학습력에 있어서도 차이가 심하며, 성향에 있어서는 그 차이가 특히 더 심하다. 이렇게 서로 다른 특징을 갖고 있는 학생들 모두가 흥미를 느껴 활동에 참여해서 바람직한 수학적 소양을 지니도록 하기는 쉽지 않을 것이다.

물론 학생들의 차이를 고려하기 위해서는 수업의 내용과 방법의 측면에 있어서도 미리 분석하고 대처할 필요가 있다. 가르쳐야 할 학생들에게 적합하고, 수업하는 내용에 부합되어야 하며, 교수/학습 방법에도 적절한 아이디어를 찾지 못하면, 본래 의도하는 바와는 거리가 먼 결과에 이를 수 있기 때문이다. 흥미를 유발하지 못하거나, 교육적으로 가치가 없거나, 방법상의 문제 때문에 아이디어의 장점을 살려내지 못하면 교과서에 있는 그대로를 수업하는 것에 비하여 그리 나을 것이 없는 수업을 할 수도 있을 것이다.

이하에서는 먼저 수업 아이디어를 찾기 위하여 학생과 교사의 기본적인 역할 또는 활동 내용, 교수/학습 환경 또는 방법에 관하여 살펴보고, 실제로 수업 아이디어의 예를 찾아 제시하고자 한다.

Ⅱ. 펼치는 말

1. 수업을 받는 학생의 활동

수업을 받거나 특정 지식을 이해하는 학생의 입장에 관한 이론적 논의는 적지 않다. 요즘에는 대체로 학생들로 하여금 수동적인 자세를 벗어나 능동적인 참여를 하도록 수업을 계획하는 것이 강조되고 있다. 수학 교육에서 교사와 학생 간의, 학생과 학생 간의 의사소통은 중요한 역할을 하며 수업의 중요한 도구가 된다는 것은 특히 많은 이론에서 논의의 중심을 이루고 있다. 장상호(1987)의 다음과 같은 학생 활동 모형은 오래 전에 주장된 것이지만, 최근에 자주 논의되고 있는 의사소통 과정에서 학생의 모습에 관하여 시사하는 바가 있다(pp.90-91).

어떤 특정 수업에서 학생에게 대개 주어지는 투입 내용은 다음과 같다:

- (a) 담당 교사로부터 얻는 시간계획표, 교수요목, 여러 가지 행정적 절차 등에 관한 정보
- (b) 일련의 수업 또는 자습자료 형태를 이용한 수업
- (c) 토의집단 및 다른 형태의 집단활동에서 교사와 다른 학생으로부터 얻어내는 정보
- (d) 교사가 학생에게 주는 도서목록이나 참고자료의 세부사항
- (e) 교사가 학생에게 실습, 보고서, 또는 기타 과제에서의 수행정도를 평가한 정보
- (f) 학생이 얻은 학기말 시험 성적이나 수시로 본 시험성적에 관한 정보
- (g) 수업을 같이 듣고 있는 친구가 수업에서 놓칠 수도 있는 내용을 설명해 주거나 수업에 포함된 모종의 통찰을 제공하는 비공식적 투입
- (h) 학생이 수업에서 필요한 지식임에도 불구하고 자신이 부족하다고 느껴서, 또는 어떤 주제를 더욱 탐구하고 싶은 욕망에서 읽은 독서 내용
- (i) 교사가 대부분 무의식적으로 제공한 비언어적 정보

학생이 내놓는 산출 내용은 다음과 같이 교사와 다른 학생을 상대로 나누는 짤막한 언어적 교류, 발표, 보고서 작성 또는 시험의 형태를 취한다:

- (a) 학생이 교사나 다른 학생에게 묻는 질문이나 그들의 질문에 대한 대답
- (b) 학생이 집단 토론 과정에서 특정 주제에 관하여 짤막하게 발표하는 것
- (c) 숙제, 수필, 보고서, 실습의 일부를 완료하여 제출하는 것

(d) 시험이나 검사의 결과

학생에게 주어지는 내용은 과거에 이미 수학 교사들도 어느 정도 수업을 통하여 제공한 것이다. 이 가운데 (c), (g), (h)는 전통적인 수업에 비하여 '의사소통을 강조한 수업'에서 보다 많이 강조하는 내용이다. 학생의 참여를 늘린 수업에서 목표로 하는 많은 것은 이 세 가지 측면을 어떻게 효과적으로 조절할 수 있는가에 좌우된다고 해도 과언이 아닐 것이다. 집단 활동에서 교사나 다른 학생으로부터 얻는 정보를 유연하게 조정하는 능력, 교사가 아닌 다른 학생에게서 듣는 설명이나 수업의 본질에 대한 통찰, 스스로 좀 더 탐구할 의욕을 가지고 실제로 행하는 것은 인터넷과 컴퓨터, 계산기 등 최근 수학교육의 경향을 대표하는 여러 도구의 도입과 관련해서도 끊임없이 논의되는 사항이다. 학생들이 이러한 활동을 자연스럽게 추구하도록 수업을 계획하는 것이 현 시점에서는 가장 이상적이다.

질문에 대한 대답과 발표, 보고서는 학생의 성취 정도를 드러내는 중요한 자료로써 최근 '수행평가', '포트폴리오평가' 등의 주제와 관련된 논의에서 종종 발견되고 있다. 학생의 표현을 토대로 학생의 이해도를 추측하는 것은 이미 오래 전부터 교육 분야의 중요한 연구 방법이였다. 이제는 학생의 이해도를 분석하는 것에 그치는 것이 아니라 공식적인 평가에 반영한다는 것이다.

지금까지의 논의를 통하여 알 수 있는 것은, 수업 아이디어를 찾을 때 '학생들로 하여금 표현할 기회를 많이 주고, 교사로부터 또 동료 학생으로부터 들은 내용을 음미하고 평가할 기회를 제공하며, 스스로 탐구할 의욕을 가지도록 이끌어야 한다'는 것이다. 또한 이러한 '세부 행동 요소를 평가하여 바람직한 방향을 제시할 수 있도록' 수업을 계획해야 한다는 것이다.

2. 수업에서 교사의 역할

앞으로 시행될 7차 교육과정에서는 선택의 폭을 넓히고 학생들의 수준을 반영하여 운영한다고 한다. 이러한 운영 방침을 두고도 논란이 많이 일어나고 있지만, 적어도 전통적인 수업 환경에서 학생의 활동을 장려하는 환경으로 변화해야 한다는 것에는 대체적으로 동의가 이루어지고 있다. 그 배경에는 구성주의 철학과 열린 교육 철학이 상당히 들어있어서, 교사로서도 이에 대한 이해를 장려받고 있는 상황이다. 수업 아이디어를 찾을 때, 교사의 역할을 어떻게 설정해야 하는가에 관하여 생각하기 위하여, 먼저 구성주의에서 말하는 교사의 모습 또는 특징을 살펴보면 다음과 같다(Pirie & Kieren, 1992; 박영배, 1996, pp.106-107에서 재인용).

- (1) 비록 어떤 교사가 특별한 수학 학습 목표를 향해 학생들을 움직일 의도를 가지고 있을지라도, 그 교사는 그러한 진행이 어찌면 몇몇 학생들에 의해 달성되지 않을 것이라는 것과, 다른 사람이 기대하는 것처럼 달성되지 않을 지도 모른다는 것을 잘 알고 있을 것이다.
- (2) 학생에게 그들의 수학적 이해를 수정하도록 환경을 창조하고 기회를 제공하는데 있어서, 교사는 유사한 수학적 이해에 이르는 서로 다른 경로가 있다는 신념에 따라 행동할 것이다.
- (3) 교사는 학생들이 각각 서로 다른 수학적 이해를 할 것이라는 것을 알고 있을 것이다.
- (4) 교사는 어떤 주제든지 이해의 수준이 여러 단계라는 것을 알게 된다. 그리고 이것은 결코 한번에 모두 성취되지 않는다는 것도 알게 된다.

다음으로는 열린교육이론에서 교사에게 제시하는 수업운영의 특성을 살펴보자 (Armington, 1970; 이정선, 1997, p.48에서 재인용).

- (1) 학생들이 탐구할 수 있는 풍부한 학습자료가 구비되어야하고, 경험을 통해서 학습할 수 있는 기회가 많이 주어져야 한다.
- (2) 활동은 미리 규정된 교육과정에 의해서라기보다 학생들의 필요와 관심에 의해서 일어난다. 따라서 학생들의 학급환경에 대한 반응은 학습의 시작이 된다.
- (3) 교사의 지도로 학생들은 자신들이 선택 가능한 범위내에서 자신들의 활동계획을 세워야 한다.
- (4) 개개 학생들에게 자신의 관심사를 탐구할 수 있는 자유가 주어져야 한다.
- (5) 학생들은 자신의 흥미, 재능, 스타일에 따라 자신에게 적합한 방법으로 활동한다.
- (6) 교과와 학생들의 활동 사이에는 괴리가 거의 없다.
- (7) 학생들은 자신의 학습에 대하여 상호 이야기할 수 있고, 빈번히 공동학습을 한다.
- (8) 학생들의 언어적 표현이나 작품은 중시된다.
- (9) 교사는 감독관이 아니라 지원자이다.

두 이론에서 제시하는 교사의 역할을 압축하면 '안내하고 조언하는 것'이다. 이에 따르면 수업의 방향을 규정하거나 강하게 방향을 고정시키는 것은 바람직하지 않다. 그러나 이러한 주장에 전적으로 따르기는 어려운 점이 많다. 이들 이론에 의하여 교육 현실이 완전히 바뀔 것이라고 단정하기도 어렵다. 당장 수업을 해야하는 교사로서는 이들 이론적 주장을

실천하기 어렵다고 하여 무조건 거부하는 것도, 또 이론에서 제시하는 이상적인 상황을 단번에 구현하려는 의욕에서 이론을 무조건 따르는 것도 좋지 않으며, 나름대로의 안목과 현실에 비추어 재해석하고 재구성하는 지혜가 필요할 것이다. 수업 아이디어는 이러한 재해석과 재구성의 지혜에 의하여 만들어질 수 있으며, 이렇게 하여 만들어진 수업 아이디어 하나 하나는 그 어느 이론보다 강력하고 값진 이론을 발전시키는 토대가 될 것이다.

3. 교수/학습 환경

교육부의 홈페이지에 들어가보면 현재 우리 나라의 교육 환경, 특히 전산분야의 지원 정도에 관한 정보를 알 수 있다. 교육 정보화 기반 구축을 위하여 98년 교육부에서는 전국의 초·중등학교에 교육용 컴퓨터를 1개교당 1실습실(36학급 이상은 2실습실), 총 73,000대를 보급하여, 교육용 컴퓨터 보급률을 60%이상으로 확대하고, 연차적으로 2000년까지 100%로 끌어 올릴 예정이며, 2002년까지 전체 교원에게 컴퓨터 1대를 보급할 계획이라고 한다. 이를 위해 초·중등학교에 교사용 컴퓨터 236,000대(교단선진화 장비 107,000대 포함시 343,000대)를 보급할 계획이라고 한다. 또 2002년까지는 모든 초·중등학교에 전산망을 구축하고 인터넷 활용 환경도 구축할 계획이라고 한다.

그런데 교육부 자료는 아직도 많은 학교에서 인터넷은 물론이고, 교육용 컴퓨터 활용을 자유로이 하기 어렵다고 해석될 수도 있다. 40여명의 학생들을 교사 혼자서 감당해야 하며 계산기를 활용한다는 것에 관해서도 구체적으로 진전된 바가 없는 것이 우리의 교육 현실이다. 수학을 분필만으로 지도하지 말아야 한다는 주장이 나온 것은 오래 전이지만, 아직도 현실적으로는 많이 달라지기 어렵다. 그러나 앞으로 상황은 계속 변할 것이고, 특히 학생들은 가정이나 기타 다른 환경에서 학교와는 다른 조건에 접하기 때문에, 당장 변화하는 학생들을 이끌고 있는 교사의 입장에서는 현실적인 요인의 변화를 기다리지 말고 모험을 시도해야 할 때이다.

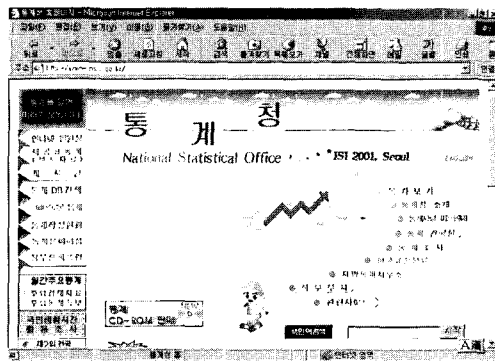
한편, 반드시 새로운 공학을 활용해야만 좋은 수업, 앞서가는 수업을 하는 것은 아니다. 기존의 교육 환경에서도 교사 나름의 지혜를 동원하면 변화된 수업을 할 수 있다. 다음 절에서는 예를 통하여 발전된 공학을 사용하여 수업을 계획하는 것과, 전통적인 수업 상황 내에서 수업을 계획하는 것을 시도하고자 한다.

4. 수업 아이디어의 예

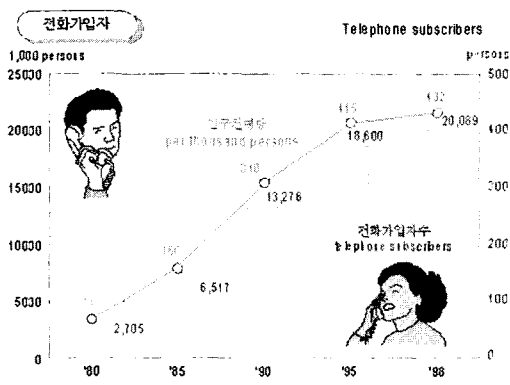
1) 초등학교 통계 영역 : 인터넷을 활용한 수업

현재 시행되고 있는 초등학교 6차 교육과정에서는 3학년부터 6학년까지 통계를 배우도록 하고 있으며, 표, 막대그래프, 꺾은선그래프, 그림그래프, 띠그래프, 원그래프, 사각형그래프, 도수분포표, 히스토그램 등이 주요 학습 내용이다. 자료를 수집하여 정리하고 분석함으로써 합리적인 주장을 할 수 있어야 하는 것이 통계 교육의 궁극적인 목표인 바, 이들 주요 학습 내용은 모두 이러한 목표와 직접간접적으로 관련되어 있다. 특히, 이들 학습 내용은 일상 생활과 밀접한 관련이 있는 것이어서, 교과서에서도 교실의 온도 변화, 식물의 자람 변화, 몸무게 변화, 텔레비전 시청 시간, 멀리뛰기 기록 등 다양한 상황을 설정하여 제시하고 있다. 그럼에도 불구하고 여전히 이들 상황은 학생들의 흥미를 유발하기에 부족하다. 본 영역에서의 수업 아이디어는 무엇보다 이러한 상황 설정과 관련된 것이어야 한다.

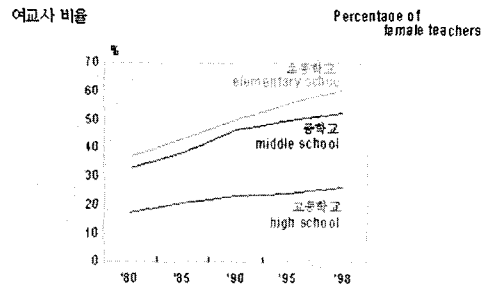
학생들의 현재 관심사를 반영하거나 특히 확인하고 싶은 자료를 수업에 어떻게 반영할 것인가의 문제가 수업 아이디어 개발에 있어 가장 중요하다. 먼저 다양한 자료를 제공하는 통계청 사이트(<http://www.nso.go.kr>)를 찾아가는 것이 한 가지 방법이다. 우리나라의 여러 가지 통계 자료가 다양한 모양의 그래프로 제공되어 있으므로, 그대로 다운 받아서 자료화하면 수업에 활



〈그림 1〉 통계청 사이트

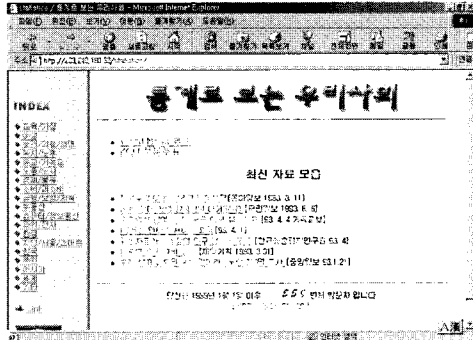


〈그림 2〉 전화 가입자



〈그림 3〉 여교사 비율

기를 불러 일으킬 수 있다. 오른쪽 그림과 같이 통계청 사이트에서는 '그래프로 본 통계' 외에도, '주요 경제지표', '국토의 크기와 활용률' 등 여러 통계 자료를 제공하고 있어 학생들이 관심을 가질만한 소재를 택할 수 있다. 아래 그림은 이 사이트에서 구한 자료이다.



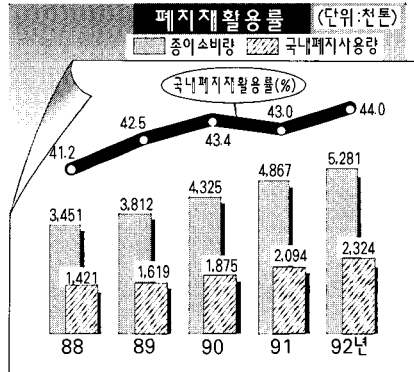
〈그림 4〉 통계로 보는 우리 사회

그래프로 제공되는 자료는 이미지를 저장하여 수정할 수 있으므로, 수준에 맞게 재구성하여 사용하는 것이 바람직하다. 마찬가지로 초등학교 교육에 활용할 수 있는 통계 자료를 얻을 수 있는 사이트로는 '한국 선교회'에서 운영하는 '통계로 보는 우리 사회' (<http://kcm.co.kr/statistics>)라는 곳이 있다. 이곳에서는 주로 신문에 실린 자료를 찾을 수 있어서 시사성이 더 있다고 할 수 있다.

인터넷 자료를 교육적으로 의미있게 사용하는 것이 아직은 어렵지만, 통계 영역의 경우, 자료를 많이 수정하지 않고도 수업에 반영할 수 있어서 그나마 유용한 경우가 많다. 이하에서는 이곳에서 얻은 자료를 초등학교 4학년 수업에 활용하는 방법에 관하여 생각하고자 한다.

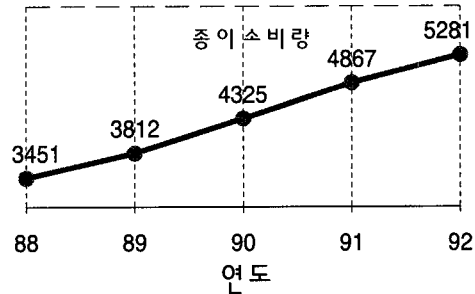
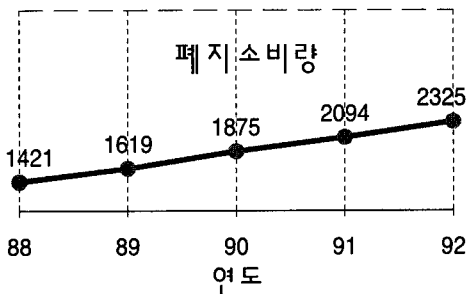
수업 아이디어를 찾는 단계에서는 아주 구체적인 수업 활동이나 탐구 문제의 형태로 수업을 계획하기 어렵다. 수업하고자 하는 학년 수준과 학습 내용, 교육 환경을 고려하여 대략적인 아이디어를 정리하는 것이 필요할 뿐이다. 다음 수업의 대상 학년은 4학년이고, 수업 내용은 꺾은선그래프를 읽고 이해하며, 그리는 방법을 탐구하는 것이다. 현재 상당수의 학교에서 인터넷을 활용할 수 있고, 미리 자료를 확인하여 재구성한 다음 모니터를 통하여 수업할 수 있으므로 다음과 같이 수업을 계획하는 것이 가능하다. 아래 수업에서는 학생들끼리의 토론을 권장하는 질문을 계속하여 제시하고자 한다.

※ 요즈음 환경문제가 지구촌 곳곳에서 중요하게 다루어지고 있습니다. 여러분은 얼마나 관심을 가지고 있습니까? 오른쪽 그림을 보고 다음 질문에 답해 보세요.



〈그림 5〉 페이지 재활용률

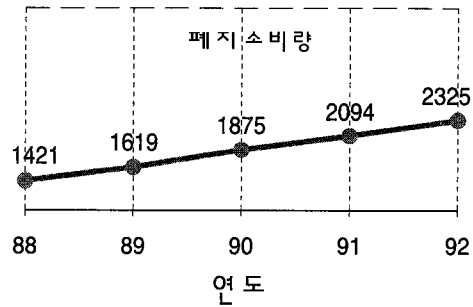
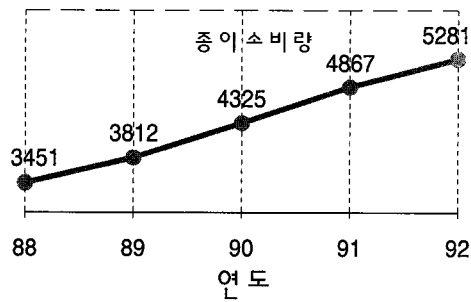
- 1) 무엇에 대한 그래프입니까?
- 2) 그래프를 보고 알 수 있는 것을 말해봅시다.
- 3) 그래프를 보고 알 수 없는 것은 무엇입니까?
- 4) 종이소비량은 늘어났습니까, 줄어들었습니까?
- 5) 폐지사용량은 늘어났습니까, 줄어들었습니까?
- 6) 종이소비량이 늘어났다면 왜 늘어났는지, 줄어들었다면 왜 줄어들었는지 생각해 보세요.
- 7) 종이소비량과 폐지사용량 중에서 어느 것이 더 많습니까?
- 8) 종이소비량과 폐지사용량 중에서 어느 것이 더 많이 늘어났거나 줄어들었습니까? 그렇게 생각한 이유는 무엇입니까?
- 9) 종이소비량과 폐지사용량에 대하여 다음과 같은 그래프가 제시되었다고 합시다. 위의 질문에 어떻게 답할 수 있을까요? 막대그래프를 이용하여 제시된 것과 아래 그래프와 같이 제시된 경우를 비교하여 봅시다. 어떤 점을 더 알기 쉽게 되었습니까?



※ 10번부터는 학생들이 직접 자료를 수집하여 활용할 수 있도록 한다. 예를 들어, 특정 학생의 키와 몸무게 변화에 대한 자료를 확보하여 수업에 활용하거나, 학생들이 주변에서 찾은 자료, 예컨대, 신문에서 제공하는 일주일 간의 최저 기온 변화에 대한 자료를 활용할 수 있다.

10) 다음 표를 이용하여 주어진 자료를 정리해보세요. 필요하면 줄이나 칸을 더 그려서 사용하세요.

11) 다음 꺾은선그래프를 참고하여 여러분이 그린 표를 보고 그래프를 그려보세요.



12) 자기가 그린 그래프를 아래에 올려붙이고 친구들에게 설명해봅시다.

13) 다시 그린다면 어떤 점을 고치거나 바꾸고 싶으세요?

14) 꺾은선그래프를 그릴 때, 가장 문제가 되는 것은 무엇인가요? 서로 이야기합시다.

- 15) 가로축과 세로축에는 어떤 자료를 사용하였나요?
- 16) 가로축과 세로축 가운데 눈금조정이 필요한 곳은 어디인가요?
- 17) 세로축 자료에서 최소값과 최대값을 각각 적어 보세요.
- 18) 세로축 눈금의 범위를 어떻게 정하는 것이 좋을까요?
- 19) 세로축 작은 눈금 한 칸의 크기는 어떻게 정하는 것이 좋을까요?
- 20) 자료점 사이를 선분으로 연결해 보았나요? 만약 안했다면 지금 연결해 보세요.
- 21) 각자 그린 그래프를 보고 결론을 내려보세요. 주어진 자료를 토대로 앞으로 일어날 일에 대하여 어떻게 예측할 수 있을까요?
- 22) 친구들의 예측에 대하여 어떻게 생각하나요? 찬성하는지, 반대하는지 적고 그 이유를 말해 보세요.

위의 수업 아이디어는 교과서에서 제시하고 있는 수업 내용을 상당 부분 변형한 것이다. 실제 교과서의 해당 부분에서는 교실의 온도변화를 정확한 눈금과 함께 나타낸 그래프 로 시작한다. 위에서는 이러한 접근이 학생들의 사고 방향을 너무 한 쪽으로 고정시키고, 문제 상황 자체도 실생활 소재로 보이지만 사실상 학생들에게 흥미나 관심을 유발하지 못한다는 점을 보완하고자 노력하였다. 수업 아이디어는 이와 같이 교과서의 특정 부분을 분석하고 수정 방향을 정하여 구체화하는 작업을 포함한다. 교과서의 상당 부분을 수정한 것으로 보이지만, 사실 구체적인 내용을 들여다보면 도입 부분에서 통계의 활용에 주목해야 하는 이유를 좀더 강조하고, 수업의 전개 과정에 학생들이 활동할 수 있는 여지를 두자는 것에 불과하다. 결과적으로는 가로축과 세로축에 어떤 자료를 배치할 것인지, 눈금은 어떻게 정할 것인지, 그래프는 어떻게 해석할 것인지, 그래프를 토대로 어떤 주장을 할 수 있으며, 다른 사람의 주장을 어떻게 평가할 것인지 등 통계 영역에서의 기본적인 목표에 충실하고자 한 것일 뿐이다.

2) 중학교 확률 영역 : 전통적인 수업 환경 내에서의 수업

전통적인 수업 환경에서 교사는 개인적인 경험이나 학생들의 흥미를 고려하여 이야기를 만들고 생각하게 할 수 있다. 물론 다양한 자료를 찾아야 이야기의 소재를 개발할 수 있을 것이다. 확률은 이러한 접근을 하기 쉬운 대표적인 영역이다. 동전을 직접 던져보게 하거나 주변에서 자료를 찾게 하는 것, 컴퓨터 시뮬레이션에 의한 접근 등 비교적 다양한 접근을 할 수 있는 영역이다. 이러한 시도외에도 다음과 같이 지필 환경내에서 도입할 수 있는 소재도 개발가능하다.

가. 확률의 정의를 가르치는 수업

교사 : 지난 시간에는 확률의 뜻을 배웠는데, 오늘은 반드시 일어나는 사건과 절대로 일어날 수 없는 사건의 확률에 대하여 공부하도록 하겠습니다. 선생님 이야기를 잘 들어보고 여러분이라면 어떻게 할 것인가 생각해봅시다. 옛날 어느 왕국에 욕심많은 왕과 어여쁜 공주가 살고 있었습니다. 왕궁의 근처에는 한 목동이 살고 있었지요. 이 목동은 아주 총명했어요. 어느 날 산책 나온 공주가 우연히 이 목동을 만나게 되었어요. 비극적인 사랑 이야기 같지요?

진우 : 목동은 물론 잘 생겼겠지요?

승현 : 어쨌든 목동은 좋겠다. 나도 어디가서 목동이나 할까?

교사 : 조금 더 들어보세요. 목동과 만난 공주는 매일매일 목동만 생각하게 되었어요. 하루는 왕이 이웃나라 왕자들을 초청했지요. 공주의 마음도 모르고 왕자와 결혼시키려고 한 것이지요. 공주는 왕자들을 거들떠보지도 않고, 왕에게 목동과 결혼하겠다고 했어요. 노발대발한 왕은 목동을 잡아서 죽이기로 했지요. 총명한 목동은 왕에게 기회를 달라고 했어요. 왕은 머리좋은 대신들을 불러 어떻게 할 것인지, 물론 그 목동을 죽일 수 있는 방법을 찾으려고 했어요. 드디어 운명의 날, 많은 백성들과 대신이 한 자리에 모인 자리에서 왕은 조그만 상자속에 “삶”과 “죽음”이라는 글자가 적힌 두 장의 쪽지를 넣고 목동이 선택하도록 했습니다. 그리고는 삶이라고 쓰인 쪽지를 선택하면 공주와의 결혼을 승낙하고, 죽음이라는 쪽지를 선택하면 그대로 죽이겠다고 했어요. 여러분 같으면 어떻게 하겠습니까?

명석 : 운명에 맡기는 거죠. 확률은 반반이니까 잘하면 살 수도 있잖아요.

홍식 : 뭔가 이상해요. 욕심많은 왕이 무슨 속임수를 썼을 것 같아요.

상철 : 맞아. 아무래도 죽음이라고 쓴 것이 더 많을 것 같아요.

승현 : 쪽지가 두 장이라고 했는데……, 그렇다면 혹시 죽음이라고 쓴 쪽지만 있는 것은

아닐까요?

교사 : 그래요. 역시 여러분도 목동만큼 총명하군요. 왕은 두 장 모두에 죽음이라고 써놓았어요. 절대로 목동을 살리고 싶지 않았거든요.

명석 : 그런게 어딴어요. 목동은 어떻게 해도 죽겠네요. 반드시 죽게 해놓고 무슨 기회를 준 거예요?

교사 : 여러분은 이 상황을 어떻게 해결하겠어요? 쪽지를 안 뽑을 수도 없고.

홍식 : 참 황당하네요.

……(잠시 학생들에게 생각할 시간을 준다.)

교사 : 목동은 심각한 표정으로 쪽지를 선택하고, 얼른 삼켜버렸어요. 왕과 대신들, 백성들은 순식간에 일어난 일이라 놀랐지요. 그리고는 목동은 남은 한 장의 쪽지를 펴 보자고 했지요. 그 뒤의 이야기는 다 알겠지요? 목동은 아름다운 공주와 결혼해서 행복하게 잘 살았답니다.

승현 : 그런 방법이 있었구나. 선생님 종이 먹으면 안 죽나요?

교사 : 자, 처음에 목동이 쪽지를 선택할 경우에 목동이 살 확률은 얼마였지요?

학생들 : 없어요. 0이요.

교사 : 불가능한 일이었죠? 두 장 가운데 삶이라고 적힌 쪽지가 없었어요. 전체 두 장 가운데 삶이라고 적힌 쪽지가 없으니까 확률은 0이에요. 죽을 확률은 얼마죠?

학생들 : 100%요. 반드시 죽어요.

교사 : 우리가 앞에서 배운 확률의 뜻에 맞게 표현하면 어떻게 될까? 100%도 맞기는 맞는데…….

홍식 : 1이요. 두 장 중에 두 장이니까 1이죠.

교사 : 그래요. 우리가 보통 퍼센트를 사용하는데, 지난 시간에 배운대로 전체 경우의 수분에 특정한 사건이 일어나는 경우의 수로 생각하면, 전체 경우도 죽는 경우도 똑같이 2니까 확률이 1이겠지요?

학생들 : 예.

교사 : 지금 선생님이 설명한 것을 누가 다시 한 번 정리해볼까?

현종 : 살 확률은 0이구요, 죽을 확률은 1이에요.

교사 : 잘 했어요. 그 이야기에서 일반적으로 어떻게 말할 수 있을까?

영철 : 불가능한 사건의 확률은 0이구요, 반드시 일어날 수밖에 없는 사건의 확률은 1이에요.

교사 : 잘 했어요. 우리 책에는 어떻게 표현하고 있는지 알아보까요? 교과서를 보세요.

자, 현종이가 다시 말해볼까?

현종 : 반드시 일어나는 사건의 확률은 1이구요, 절대로 일어날 수 없는 사건의 확률은 0이예요.

교사 : 아주 잘했어요. 사건은 불가능한 경우도 있고, 반드시 일어날 수도 있어요. 여러분 주변에서 이에 대한 예를 생각해 보세요.

상식 : 내일 해가 뜰 확률은 1, 내일 해가 뜨지 않을 확률은 0.

제민 : 수학 시간에 숙제 안 해오면 맞을 확률은 1, 안 맞을 확률은 0.

경철 : 엄마가 이번 시험 성적표 보고 기뻐할 확률은 0, 슬퍼할 확률은 1.

교사 : 그래요. 아주 많은 예가 있어요. 자, 우리 교과서에 어떤 문제가 있나 살펴보자. 잘 읽어 보고 같이 생각해봐요.

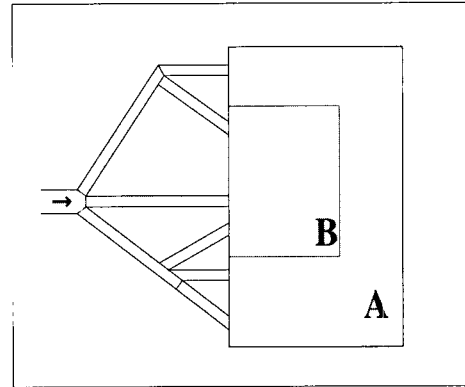
수업의 아이디어는 여러 가지 형태로 정리할 수 있다. 반드시 교사와 학생의 활동을 구체적으로 적을 필요는 없다. 다만 예상되는 학생의 반응을 적어보면 수업에 대한 보다 구체적인 접근이 가능하다. 때에 따라 교사 나름대로 결정하여 대처하는 것이 필요하다. 위의 수업에서와 달리 학생들은 엉뚱하고 보다 다양한 반응을 보일 수 있다. 소집단 활동을 통하여 논의를 모아보게 하거나 좀더 발표의 기회를 줄 수 있다. 구체화는 언제나 해당 교사 자신의 몫이다.

나. 확률의 크기를 비교하는 수업

확률 계산의 목적은 사건이 일어날 가능성의 크기를 확인하고 비교하여 유리한 선택을 하는 데에 있다고 할 수 있다. 현재 교과서에서는 ‘합의 법칙’, ‘곱의 법칙’을 중요한 계산 원리로하여 확률 계산을 지도하고 있다. 그런데 학교에서는 이들 원리를 하나의 예로부터 일반화한 후에 예제를 다루고 문장제의 해결을 통하여 연습하도록 하고 있을 뿐, 서로 다른 가능성의 크기를 비교하고 유리한 선택을 하는 등의 확률적 사고는 다루지 않고 있다. 일상적인 상황에서 일어나는 문제는 서로 다른 가능성을 비교하고 유리한 선택을 하기 위한 전략 곧 확률적 판단을 필요로 하는데, 확률 단원에서조차 확률적 판단의 본래 의미를 살리지 못한다면 삶과 수학이 밀접하게 연결되어 있다고 하는 것을 가르치기는 어려울 것으로 생각된다. 학생들에게 여러 가지 가능성을 비교하고 합리적으로 결정을 내리도록 하기 위해서는 합사건, 곱사건 등으로 분리하여 확률 계산을 익히도록 할 것이 아니라 특정한 상황에서 타당한 계산 절차가 어떤 것인가를 확인하도록 해야 할 것이다. 그렇게 하면 합사건과 곱사건의 의미를 별도로 설명하지 않아도 이해하게 되고, 상황과 관련지어 파악하게 됨으

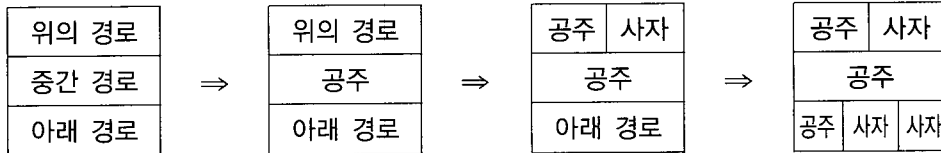
로써 적용 가능한 지식이 될 것이다. 이 절에서 제시하는 수업 내용은 현재 교과서에서 제공하고 있는 문제에 비하여 그리 어려운 문제는 아니지만, 합사건과 곱사건의 의미를 보다 잘 이해하게 하고, 학생들로 하여금 확률값을 비교하고 합리적으로 판단하게 하는 상황을 제공할 수 있을 것으로 기대한다.

앞의 예에서와 마찬가지로 왕은 목동에게 기회를 주기 위하여 그림과 같은 미로를 거쳐서 두 방 가운데 한 곳에 이르도록 하였다. 그러나, 목동은 이 지도를 가질 수 없었다. 그림에서 A 방과 B방 가운데 한 곳에는 공주가, 다른 곳에는 굶주린 사자가 기다리게 될 것이다. 왕은 공주에게 어떤 방에서 기다릴 것인지 선택하도록 하였다. A와 B로 들어오는 길은 각각 3개씩 있으므로, 목동이 각 방에 들어올 확률은 같은 것으로 보인다. 공주는 어느 곳에서 기다려야 할 것인가?¹⁾



〈그림 6〉 미로의 지도

아래 그림과 같은 방법으로 확률의 크기를 비교할 수 있다.



처음에 세 갈래의 길이 같은 가능성을 가지고 있다. 그런데, 위의 경로나 아래 경로와는 달리 중간 경로는 단번에 B에 도착하도록 되어 있다. 위의 경로는 다시 두 가지 가능성으로, 아래 경로는 세 가지 가능성으로 분리된다. 그러므로 최종적으로 두 방에 도착되는 각각의 경로는 서로 다른 확률값을 가지게 된다. 이를 확률 계산의 식을 이용하여 구하면, 목동이 B방에 들어갈 확률은

$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{11}{18}$$

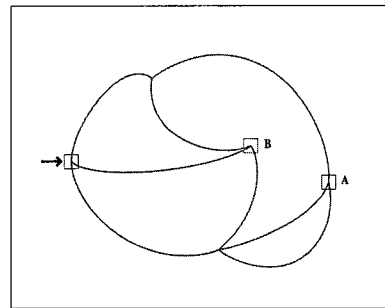
1) Armstrong, R. D., In Shulte, A. P., & Smart, J. R., 1981, pp.136-138를 참고하였음.

이다. 합사건의 확률과 곱사건의 확률의 의미를 알고 계산 방법도 안다면 아마 쉽게 이 문제를 해결할 수 있을 것이다. 그러나 단지 합사건의 확률, 곱사건의 확률을 고립된 주제로 가르치고 그 적용을 학생들에게 맡겨 둔다면, 이 문제를 해결하기는 쉽지 않을 것이다. 학생들로 하여금 스스로 결과를 추측하고 의사교환을 통하여 의견을 확인하게 함으로써 추측을 개선시켜 가게 한다면, 계산의 원리를 알지 못하더라도 공주가 B를 선택할 때 거의 $\frac{2}{3}$ 에 가까운 확률로 목동과 결혼할 수 있게 됨을 깨닫게 할 수 있다. 이렇게 할 때 계산의 원리는 학생들에 의하여 발견될 수 있을 것이다.

위에서 마지막에 제시된 그림을 오른쪽 그림과 같이 다시 분할하면 확률값의 비교를 보다 확실하게 표현할 수 있다. 공주가 B에서 기다린다면 목동이 공주와 만날 확률은 $\frac{11}{18}$ 이고, 사자와 만날 확률은 $\frac{7}{18}$ 이 된다. 비율 개념은 확률 개념의 지도에 필수적인 것으로 생각되고 있으나 그 자체로도 어려운 것이기 때문에 학생들이 종종 혼동을 일으킨다. 가능성의 분할이 이와 같이 구체적인 형태로 다루어지면 그 혼동을 어느 정도 막을 수 있을 것이다.

공	공	공	사	사	사
공	공	공	공	공	공
공	공	사	사	사	사

한편, 위의 지도는 아래 그림과 같이 표현될 수 있으며, A와 B에 도달할 확률을 계산하는 일반적인 방법에 관하여 좀 더 분명하게 다룰 수 있게 한다. 사실, 현재 중·고등학교에서는 예를 들어, “A에서 B로 가는 방법이 2가지, B에서 C로 가는 방법이 3가지라면, A에서 B를 거쳐 C로 가는 방법은 모두 몇 가지인가?”와 같은 문제를 풀도록 함으로써 곱사건의 의미를 지도하고 있다. 이 문제를 실세계와 관련된 모델로 바꾼 것이 기껏해야 “집에서 우체국으로 가는 방법이 2가지, 우체국에서 학교로 가는 방법이 3가지라면, 집에서 우체국을 거쳐 학교로 가는 방법은 모두 몇 가지인가?”의 형태이다. 그리고 다시 고등학교에서는 바둑판 모양의 도로망에서 어느 지점을 지나서 어느 지점으로 가는 최단 거리는 모두 몇 가지인가라는 한 수준 높은 문제로 바뀐다.



〈그림 7〉 단순화

이와 같이 학교에서 다루는 내용을 살펴보면, 곱사건의 의미를 문장제의 형태로 구성함에 있어 단순화한 형태, 실세계에 보다 가까운 형태, 일반화된 형태로 다루고 있다고 할 수 있다. 그러나 이 가운데 어느 형태이건 간에 문제의 바탕에 곱사건의 구조가 들어 있으나 그 구조를 학생들이 발견하는 식의 방법으로 다루기 어려운 점이 있다. 곱사건의 의미를 중심으로 문제를 이해하는 것이 어렵기 때문이다.

3) 고등학교 통계 영역 : 컴퓨터 소프트웨어를 활용한 수업

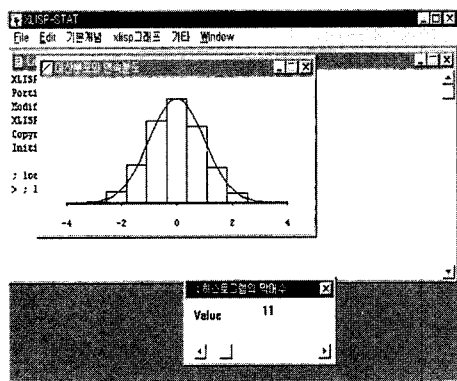
고등학교 통계 단원은 많은 학생들이 어려워하는 부분으로 알려져있다. 박영희(1997)에 의하면, 통계 영역에서는 실제 실험적인 상황에서 학생들이 그 의미를 이해하도록 하는 것이 학생들의 학습에 도움이 된다. 그러나 실제 실험적인 상황을 제한된 학교 환경에서 구현하기는 어려우므로 소프트웨어를 활용하는 것이 도움이 된다. 통계 교육에 활용할 수 있는 소프트웨어로서 박영희는 XPLISP-STAT를 소개하였는데, 이 프로그램을 활용하여 수업할 수 있는 부분을 간단히 소개하면 다음과 같다.

(1) 확률밀도함수 개념의 이해를 도울 수 있다.

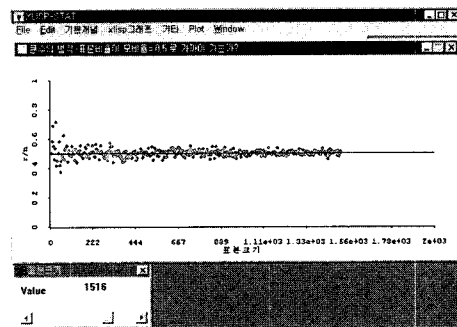
<그림 8>에서 히스토그램의 막대수를 점점 늘리면 배경의 곡선함수와 비슷한 모양을 가짐을 보고 이를 통해 확률밀도함수가 점근적 히스토그램을 이상화한 것임을 알게 한다. (김응환 외 1996; 박영희, 1997. p. 에서 재인용)

(2) 큰 수의 법칙에 대한 이해를 도울 수 있다.

다음 <그림 9>는 $X \sim B(1, 0.5)$ 인 확률변수 X 에 대하여 표본크기 n 을 점점 증가시키면서 표본비율을 의미하는 점들이 모비율 $p=0.5$ 를 의미하는 수평선 부근 가까이에서 나타나는지 관찰하는 것을 나타낸다. 이를 통하여 큰 수의 법칙을 이해하도록 할 수 있다.



<그림 8> 확률밀도함수의 이해



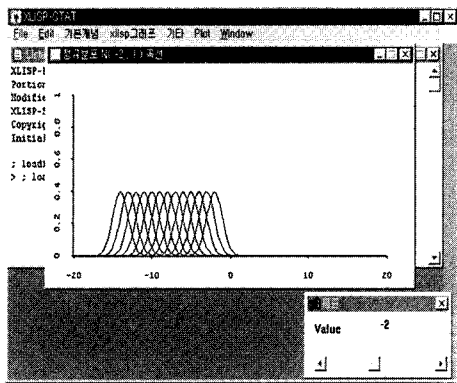
<그림 9> 큰 수의 법칙 이해

(3) 정규분포에서 평균 변화에 따른 정규분포곡선의 변화를 알아볼 수 있다.

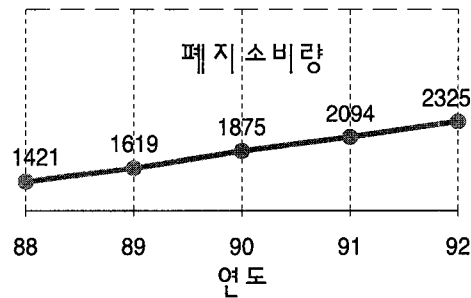
〈그림 10〉에서는 정규분포 $N(m, \sigma^2)$ 에서 평균 m 을 변화시킬 때 정규분포곡선의 모양은 변하지 않고 그 중심 위치만 m 을 따라 이동함을 알 수 있다.

(4) 정규분포에서 표준편차의 변화에 따른 정규분포곡선의 변화를 알아 보기

〈그림 11〉은 정규분포 $N(m, \sigma^2)$ 에서 표준편차 σ 가 점점 커지면 정규분포곡선은 그 중심 위치는 유지한 채로 옆으로 점점 퍼지는 모양을 나타낸다. 따라서 이 정규분포를 따르는 확률변수는 더 다양한 값을 나타낸다.



〈그림 10〉 평균변화에 따른 정규분포곡선의 변화



〈그림 11〉 표준편차변화에 따른 정규분포곡선의 변화

이 외에도 이항분포의 정규분포 근사, 표본크기가 커질 때 표본평균이 따르는 분포, 모평균의 추정과 신뢰도의 의미를 이해하도록 도울 수 있다.

Ⅲ. 맺는 말

수업을 계획하는 교사는 언제나 고민에 빠지게 마련이다. 가르쳐야 할 내용은 대부분 주어진 시간에 비하여 많고 복잡하다. 학생들의 반응을 고려한다면 더더욱 방향을 잡기가 어렵다. 다양성과 창의성을 추구하는 최근의 흐름을 제대로 반영하는 것은 포기하고라도 교사로서 보다 많은 학생들에게 기회를 주기 위해서는 전통적인 수업 형태를 다소간 수정해

야 함은 분명하다. 그러나 새로이 소개되는 공학을 이용하는 것이 교사 개인의 노력만으로는 쉽지 않을 것이다. 같은 고민을 하는 교사끼리 함께 논의하고 배워서 도입하는 것이 절실한 때이다. 현실적으로는 방법을 안다고 해도 쉽게 도입하기 어려운 상황이다. 더 나아질 미래를 위하여 준비하고 노력하는 것이 필요한 것이다.

한편, 새로운 방법을 사용해야만 바람직한 대처를 하는 것은 아니다. 현재 상황에서 다소간의 수정을 통하여 변화를 꾀하는 것은 성급한 변화보다 나올 수 있다. 소집단 구성의 방법이나 수업 내용의 재구성 방법, 수업 진행 방법 등에서 약간의 변화를 꾀하면 뜻밖에 새로운 경험을 제공할 수 있다. 수업 아이디어는 이러한 끊임없는 노력 가운데 발견될 것이며, 다양한 아이디어가 같은 소재에 대하여 계속적으로 소개될 때 의미있고 소중한 발전이 이루어질 수 있다. 본고에서는 수학적 소양을 갖춘 시민을 기른다는 변화된 수학교육 목표를 논할 때면 거의 언제나 거론되는 확률과 통계 영역에서의 소재를 대상으로 수업 아이디어를 개발하고자 노력하였다. 결과는 불완전하지만 논의를 거치면서 우리 상황에 맞는 아이디어로 발전되기를 기대한다.

참 고 문 헌

- 박영배(1996). 수학 교수학습의 구성주의적 전개에 관한 연구. 서울대학교 대학원 박사학위 논문.
- 박영희(1997). XLISP-STAT의 동적 그래픽을 이용한 통계 교육. 한국수학교육학회지 수학교육.
- 이경화(1996). 확률개념의 교수학적 변환에 관한 연구. 서울대학교 대학원 박사학위 논문.
- 이정선(1997). 왜 열린교육이어야 하는가 : 열린교육현장에 대한 문화기술적 접근. 교육과학사.
- 장상호(1987). 교수, 학습, 그리고 의사소통. 교육과학사.
- Armstrong, R. D., Shulte, A. P., & Smart, J. R. (1981). *Teaching statistics and probability*.