대한수학교육학회지<학교수학> 제1권 제2호
Journal of the Korea Society of Educational Studies in Mathematics
School Mathematics, Vol.1, No.2, 391~400 September 1999

수학 교육학의 제반 문제
- 새로운 교재개발을 중심으로 -

平林 一榮 (廣島大學 名譽敎授)

Ⅰ. 수학 교육학의 대두

히로시마대학 교육학부에 재직 중 나는 고등학교 교사 양성을 위한 일에 종사하였다. 이것은 옛날 히로시마 고등 사범학교의 전통을 받아 계속해 온 것이다.

일본에서는 역사적으로 1872년에 동경에 사범학교가 처음 생겼고, 이것이 1899년에 동경고등 사범학교가 되었다. 그 후 1902년에 히로시마 고등 사범학교가 생겨서 이 두 고등 사범학교가 제2차 대전 전까지 일본에서 남자 중등교원을 양성하는 일을 거의 독점해 왔다. 그러나 제2차 대전 후에 사범교육이 전쟁 책임을 떠맡는 형태로 대단히 輕視되어, 특히 중등교원 양성은 소위 교원 면허법의 「개방제」로 되어 어떤 대학에서도 일정 단위를 따면 중등교사 자격증을 취득할 수 있게 되었다. 그러나 히로시마 대학만은 최근까지 옛날의 중등교원의 전문성 이념을 중시한 교원 양성을 해왔지만, 시대의 변화에 저항하기 힘들어 옛날 제도를 유지하기 어렵게 되었다.

그러나 최근의 교육 황폐는 교원양성의 존재가치를 다시 생각하게 하였고, 나는 이것이 옛날 사범교육의 좋은 점 마저 버려 버린 탓으로 생각한다.

수학의 경우에 한정해서 말한다면, 어린이가 수학을 하지 않게 되었다는 것이다. 그 뿐 아니라 수학이 어린이를 非行을 하게 하는 원인인 것 같이 말하는 사람까지 나타나기 시작했다. 물론 교사 본인은 훌륭하게 수학을 할 수 있더라도, 어린이에게 수학을 잘 가르칠 수 없는 교사가 늘어난 것 같다. 그리고 이것이 전부는 아니더라도 이러한 경향을 생기게 한 하나의 원인인 것 같다.

오늘날에도 수학자나 수학의 과학 기술적 이용자의 양성은 필요하며, 그것은 거의 옛날 방법으로 좋지 않은가 하고 생각한다. 즉 재능이 있는 어린이를 우수한 수학자에게 맡기는

것이다. 그러나 모든 어린이에게 필요한 교과로써 수학을 가르치는 데는 옛날과 같이 극히 일부의 知的 엘리트만 중등교육을 받았던 시대와는 같지 않다고 생각한다. 수학을 알고 있는 것만이 아니라 수학과 인간과의 관계를 넓게 이해하고 어린이에게 접할 수 있는 수학교사가 필요하지 않을까 생각한다. 그렇지 않으면 수학은 일반 학생에게서 버림받을 뿐 아니라, 수학적 재능을 타고난 학생을 살릴 수도 없게 된다고 생각한다. 그래서 결국은 수학의 정도를 낮추어서 어린이에게 대응한다고 하는 안이한 방법밖에 취할 수 없게 된다.

현재 일본에서는 수학교육이 이러한 애처로운 상태에 빠져 있다. 문부성의 학습지도요령(course of study)은 개정할 때마다 정도를 낮추고 수학의 시간 수도 줄여버렸다. 그 주된 원인은 수학은 수험 과목으로써만 평가되고 교사는 受驗 지도에만 전념하여, 넓게 수학의 인간적인 측면을 볼 수 없었기 때문이라고 생각한다. 간단히 말하면, 「수학을 할 수 없으면 수학교사는 될 수 없지만, 수학을 할 수 있는 것만으로는 수학교사가 될 수 없다」고 하는 것이 교원 양성에서 간과되고 있었기 때문이라고 생각한다.

수학의 첨단 연구자로써의 수학자가 되기 위해서는 각각의 수학 분야에서 전문적 훈련이 필요하지만, 수학교사를 목표로 하는 사람도 獨自의 학문적 분야에서의 훈련이 반드시 필요하다. 그런데 이제까지는 대학에서 이러한 학문을 연구하는 강좌가 그다지 명확히 제도화되어 있지 않았다. 즉, 「수학교육학」이라는 강좌는 대학의 강좌로써 그다지 인정되어 있지 않았다. 그러나 최근에는 세계적으로 많은 나라의 여러 대학에서 「수학교육학」 강좌를 설치하게 되고 거기서 수학교육에 관한 훌륭한 연구가 행해져, 그 성과는 수학교원 양성에도 반영되게 되었다.

세계적으로 보면, 미국에서는 꽤 이전부터 수학교육학의 강좌가 있어 많은 수학교육학 박사 취득자를 배출해 왔다. 학문주의 전통이 강한 유럽에서는 이것이 꽤 난항을 겪었는데, 오늘날에는 많은 대학에서 수학교육학이 제도화되어 있다.

나는 독일의 Bielefeld대학에 잠시 체재한 적이 있는데, 거기에는「수학교육 연구소(IDM)」라는 하나의 학부에 해당하는 연구소가 설치되어 있다. 히로시마대학에는 1965년에 수학교육학 박사과정이 설치되어, 그 해에 나는 그 강좌의 조교수가 되었다.

이와 같이 수학교육도 대학의 교육과학 연구의 한 분야로써 독자적인 연구를 하는 시대가 되었다. 최근 이 분야의 모든 연구 중에서 주목되는 연구를 정리해 보면, 다음과 같은 주제들이 있다. (물론 이들에 들어있지 않는 훌륭한 연구도 있지만.)

① 수학 및 수학교육 인식론

② 새로운 수학 교재의 개발

③ 컴퓨터 환경에의 대응

아마도 「수학 교수법의 연구」도 여기에 넣어야겠지만, 생략한 이유는 이제까지의 수학교육 연구는 거의 교수법의 연구에 몰두하고 있었다고 말할 수 있다. 일본에서는 커리큘럼 내용의 설정은 거의 문부성이 하고 교사뿐만 아니라 수학교육 연구자도 그것을 어떻게 가르칠 것인가에 대한 연구에 전념하고 있다고 할 수 있기 때문이다. 즉 수학교육의 연구는 수학 지도법의 연구에 그치고 있기 때문이다.

여기서는 위의 3가지 과제 분야 모두를 이야기할 수는 없다. 특히 ①은 최근 눈에 띄게 발전한 분야로 내가 가장 관심이 많은 분야이지만, 이야기가 수학 이외의 분야인 철학・심리학・사회학에도 미치므로 여러분에게는 그다지 재미없을지도 모른다. 여기서는 이것을 다소 다루면서 ②를 중심으로 내가 이제까지 생각했던 구체적인 교재 예를 이야기하고 싶다. 또한 ③에 대해서는 나는 컴퓨터에 대해서는 잘 알지 못하므로 여기서는 다루지 않겠다.

Ⅱ. 수학 인식론의 발전

초등학교 수학은 확실히 누구에게도 일상생활에 없어서는 안될 지식이라는 것이 옛날부터 인정되어 왔지만, 그보다 정도가 높은 수학은 과학 기술에 종사하는 사람에게만 유용한 것같이 생각된다. 그런데도 꽤 높은 정도의 수학까지 모든 학생에게 필수로 되어 있는 것은 어떤 이유에서일까?

수학의 유용성이나 수학교육의 목적에 대한 논의는 옛날부터 어느 정도 열심히 논의되어 왔지만, 지금도 아직 충분하게 논의를 다했다고 말할 수 없다. 수학이나 수학교육의 관계자는 문과계의 사람과는 달리 그렇게 하는 논의에 능숙하지 못해서, 수학교육의 중요성에 대하여 행정당국이나 정치가를 충분히 설득할 수 없는 것이 일본의 학교에 있어서 산수와 수학의 정도를 낮추고 시간 수를 점점 적게 하도록 한 원인이라고 생각된다.

즉, 수학이란 무엇인가? 사람에게 있어서 더욱이 일반 사람에게 있어서 수학은 왜 중요한 것인가? 하는 문제는 수학 및 수학교육의 인식론으로써 여러 가지 각도에서 논하게 되었다.

우선 그 중에서 몇 가지 중요한 성과를 들aus 다음과 같다.

① 메타 인지와 메타 지식의 연구

② 수학적 개념의 본질론

③ 수학적 개념의 발생 機構

자세히 해설하면 꽤 많은 분량이 되므로 간단히 설명하기로 한다.

①에 대해서 : 우리들이 「안다」고 하는 활동은 그것과는 다른 사고 활동이나 지식에 의하여 지배되고 제어되고 있다고 생각된다. 그러한 활동이나 지식을 「메타(상위, 초)인지」 또는「메타지식」라고 한다. 예를 들면 방정식을 배웠을 때 이제까지 자기의 수학적 지식과 어떤 관계가 있는가? 그것은 언제 어떤 것에 필요한지? 그것은 자기에게 어떤 가치가 있는지? 어떻게 하면 잘 배울 수 있는지? 등은 방정식과는 다른 그것보다도 상위의 지식으로 게다가 그것이 학습되고서야 비로소 새로운 지식이 진정으로 몸에 붙는다고 생각된다. 메타인지, 메타지식이란 이러한 것으로, 우수한 교사라면 거의 무의식적으로 이러한 인지나 지식을 틀림없이 잘 가르쳤을 것이다. 그러나 그러한 메타인지나 메타지식의 전체 구조와 機能은 아직 충분히 알지 못하였으므로, 그것을 명확히 하려고 하는 연구가 많이 보여지고 있다. 여기서는 메타인지와 메타 지식에 관한 견지는 일반적으로 교사의 지도법 구성에 참고하려고 하는 의도가 있는 것 같다.

②에 대해서 : 수학이란 무엇인가? 라는 것은 그 자체가 큰 문제로 쉽게 답할 수 없지만, 최근 수학적 개념의 특이한 성질에 대하여 주목해야 할 연구가 몇 가지 나타나게 되었다. 그 하나는 수학적 개념의 相補性(complimentarity)라고 하는 것이다. 이것은 원래 원자 물리학에서 의식된 개념이지만 수학에도 가끔 보이고 있다. 예를 들면 「함수」라는 개념은 관계 개념으로 두 집합 사이의 어떤 특수한 관계를 의미한다. 그러나 「함수」공간이라고 할 때는 함수는 한 집합 속의 요소를 의미하는 실체 개념이다. 수학 개념은 관계와 實體라고 하는 양립되지 않는 측면을 함께 가지고 있어서, 그것이 오히려 수학적 사고를 강력한 것으로 하고 있다. 영국의 Tall, D.O. 등은 예를 들면 $a + b$ 는 「加法」이라는 절차 또는 과정을 나타내는 동시에 그 결과의 「합」이라는 실체 개념도 나타내고 있으므로 이러한 개념을「과정이념(procept)」라고 부르고 있다. 그리고 이 과정과 실체와의 교환이 유연하게 행해지지 않아서, 학생이 代數를 할 수 없는 큰 원인이 된다고 한다. 또 이스라엘의 Sfard, A. 여사는 이와 같은 수학적 개념의 특성을 화폐의 양면에 비유하고 있다. 어느 것도 수학적 개념의 상보성에 관한 견지로 말할 수 있다. 독일의 Otte, M. 등은 이것에 대하여 철학적으로 넓게 고찰하고 있는 데, 현재 그러한 事象의 전체도 그것과 수학의 사고적 위력과의 관계도 더욱이 지도법에의 적용에 대해서도 아직 충분히 해명되어 있지 않다.

③에 대해서 : 이 점에 대하여 스1위스 심리학자 Piaget, J.의 업적은 크고, 오늘날의 수학 인식론 연구에 많은 영향을 주고 있다. 그의 첫째 업적은 수학은 인간 지성의 본질적인 부분을 만들고 있다는 것을 명백히 한 것이다. 이것은 정도의 차이는 있지만, 수학은 누구에게나 필요하다는 것이다. 둘째는 수학은 교과서로써 쓰여진 것이 아니라, 인간의 지적 활동

이라고 하는 인식이다. 그것은 활동주의적 수학관으로도 말할 수 있지만, 오늘날의 구성주의적 수학교육관의 源流로 된 사상이다.

계산 기능의 습득이나 기초적인 개념의 이해는 확실히 어느 정도 필요하다. 그러나 진정한 수학은 문제해결을 합리적으로 행할 수 있는 활동성이라고 하는 것이 강조되게 되었다. 그리고 「문제해결」은 80, 90년대 수학교육 연구의 중심적 과제가 되었다. 거기에는 틀에 박힌 문제(routine problem)에 틀에 박힌 절차를 적용하는 것이 아니라, 어떤 새로운 문제에도 합리적으로 도전하는 사고 활동이 중시된다. 이른바 수학적 사고 방법이 강조되고, 수학 학습은 「수학을 하는 것(doing mathematics)」이라고 생각되게 되었다.

최근에는 수학은 교사가 학생에게 전해 주는 것이 아니라 학생 자신이 스스로 구성하는 것이라고 하는 생각, 즉 구성주의가 여러 가지 형태로 새로운 수학교육의 철학으로써 수학교육 연구자 사이에 공통적으로 이해되고 있다. 그리고 이러한 생각에 따라, 실천 단계에도 여러 가지 연구가 보이게 되었다. 특히, 급진적 구성주의자(radical constructivist)로 불리는 사람들에게는 수학 자체도 학생에게 만들도록 한다는 주장이 보인다. 그러한 것이 가능한지 어떤지는 아직 논의될 문제지만, 일본의 초등학교 교사 중에는 자주 「어린이 나름대로 생각하게 한다」든지 「어린이가 만드는 수학」이라든지 하는 말을 사용하고 있지만, 그러한 교사의 심정은 급진적 구성주의자와 통하는 것으로 생각된다.

이상은 약간 추상적·이론적인 얘기가 되었으므로, 이하에서는 좀더 구체적·실천적인 얘기를 하려고 한다.

이제까지의 수학 수업은 교과서의 장이나 절에 따라, 거기에 쓰여져 있는 지식이나 기능을 이해시키고 훈련하여 몸에 익힌다고 하는 것인데, 여기에는 적어도 다음과 같은 두 가지 결함이 있다.

① 학생에게 자주적인 활동을 시키는 것이 적다.
② 학습 내용에 맥락성·통합성이 적다.

①은 수학은 인간의 활동성에서 생겨난다, 수학을 한다(doing mathematics)는 것이야말로 수학 학습이라고 하는 최근의 수학 인식론에 위배되고 있다. 그러면 어떻게 하면 학생에게 활동시켜, 자주적으로 생각하게 하는 것이 가능할까? 그러기 위해서는 학생을 적당한 상황(situation), 문제상황에 처하게 하는 것이 좋다고 하는 것은, 금세기 초두의 유명한 교육학자 Dewey, J. 이래의 결론이다. 구체적으로는 학생에게 교구를 준다든지 작업을 시킨다든지, 이야기를 듣게 한다든지 하는 것이다.

②에 대하여 : 이제까지의 수업은 훈련에 의하여 技能을 습득시킨 후, 여러 가지 상황에

그것을 적용하는 연습을 시키는 것이 보통이었다. 그러나 그 상황은 각각 달라서 서로 필연적인 관련이 없었다. 인간의 사고는 계속적인 우연 속에서 전개되는 것이 아니라, 어떤 맥락에 따라 필연성을 가지고 진행되는 것이다. 오히려 하나의 상황에서 출발하여 거기에서 서로 관련이 있는 문제를 발견하고 그것을 해결하던가 확장하던가 수정하면서 지식을 넓혀가는 것이 자연스럽고 효과적인 학습법이라고 말할 수 있다.

이와 같이 유효한 학습으로써 학생의 활동성과 학습 내용의 연계성을 강조하면, 현행과 같은 교과서 중심주의는 기본적으로 반성된다. 그리고 무엇보다도 이와 같은 학습 조건을 충족시키는 교재 개발이 바람직하다. 이하에서는 내가 생각한 그와 같은 교재 예를 두세 개 소개하면서 최근 이 방면의 교재 구성의 동향을 말하겠다. 물론 학교 현장에서는 교과서를 완전히 떠나, 매일 이와 같은 교재만으로 수업을 진행할 수는 없지만, 한 달에 한 두 번 정도는 이러한 교재로 학생과 함께 수학을 즐길 수 있으면 좋을 것으로 생각한다.

1. 삼각추, 사각추의 모형 작성

최근은 수학 시간에 학생에게 細工이나 工作을 시키는 일은 적어졌다. 아마도 그런 것은 입학시험과 관계가 없다고 생각하기 때문일 것이다. 그러나 작도나 모형 제작은 기하학적 개념을 이해하는데는 빠뜨릴 수 없는 작업이다. 여기서는 이러한 작업을 통한 기하 학습의 한 예를 소개한다. 대상은 고등학생이지만, 나는 교사를 지망하는 대학생을 대상으로 해 보았다.

한 장의 마분지를 사용하여 삼각추를 만들게 한다. 놀란 것은 대학생이라도 삼각추를 만들라고 말한 것만으로는 밑면이 정삼각형이고 옆면이 이등변 삼각형인 삼각추만 만드는 것이다. 그래서 모든 면이 정삼각형도 이등변 삼각형도 아닌 삼각추를 만들라고 확실히 말하지 않으면 안 된다.

우선, 밑면을 임의의 삼각형으로 그리고 그 세 변 위에 각각 삼각형을 그린다. 그 때 하나는 임의로 그려도 좋지만, 다음 삼각형은 자유성이 조금 없어진다. 그러나 세 번 째 삼각형은 단 하나로 결정되어 버린다. 그리고 잘라서 변을 모아서 붙이면 완성된다.

다음에 사각추를 만들어 보자. 임의의 사각형을 밑면으로 하고, 그 네 변 위에 위와 같이 옆면인 삼각형을 만든다. 하나는 자유롭게 되지만 그 양 옆의 두 개는 완전히 자유롭게는 그릴 수 없고 가장 나중 것은 완전히 결정되어 버린다. 그리고 잘라서 붙이면, 이번에는 꼭지점이 잘 맞지 않아서 잘 안 된다. 왜일까?···여기서부터 기하학적 고찰이 시작된다.

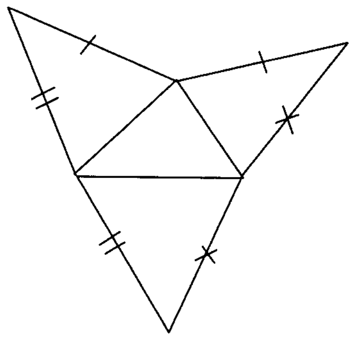
꼭지점이 잘 맞는다고 하는 것은 어떤 이유일까? 삼각형을 밑변을 축으로 하여 움직였

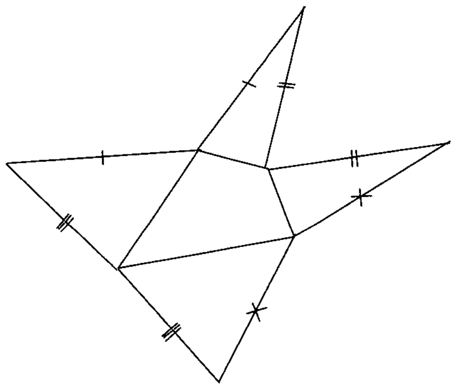
을 때, 꼭지점의 「정사영」은 어떤 궤도를 그릴까? (밑변에 수직인 직선이 된다.) 3개의 삼각형의 꼭지점의 궤적(직선)이 한 점 O에 만나도록 그리려면 어떻게 할까? 이렇게 그리면, 네 번째 삼각형의 꼭지점의 궤적은 필연적으로 그 교점 O를 지나는데 이것은 왜일까?

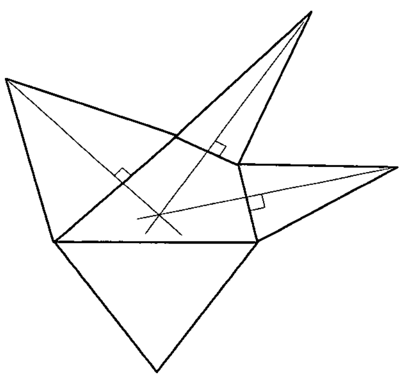
이 맨 나중의 현상에 대한 이유는 평면기하의 다음과 같은 정리에 관계하고 있다:

- 3개의 원이 2개씩 교차할 때 그 교점을 지나는 직선(根軸)은 한 점에서 만난다.
- n개의 원이 2개씩 차례로 교차할 때, 차례로 되는 $n-1$개의 근축이 한 점에서 만나면, n번 째의 근축도 그 점을 지난다.

나는 더욱이 이들 각추의 부피를 구하는 것도 시켜 보았다. 높이를 어떻게 구할 것인지는 중학생이라도 다룰 수 있는 문제이지만, 많은 대학생이 하지 못하였다. 그것은 오늘날 일본의 수학 과정에는 유클리드 기하를 다루지 못하는 데 원인이 있다. 모든 「논증기하」나 「직관기하」는 오늘날 첨단 수학에 직접 관련되지 않는다는 이유로 중·고교에서는 지극히 경시되고 있지만, 학교 수학에서는 여전히 중요하다고 생각한다. 일반적으로 학교의 교육과정은 대학 진학자만을 위한 것이 아니고 더 넓은 시점에서 결정되어야 한다고 생각된다.







2. 정육면체의 합동인 작은 정육면체로의 분할

초등학교 5학년의 수학 교과서에 다음과 같은 문제가 있었다. 물론 어린이를 위한 표현1이었지만, 어른을 위한 표현으로 바꾸어 쓰면: 「한 정육면체의 겉면 전체를 페인트로 색을 칠한 후 이것을 가로·세로·높이의 세방향으로 삼등분하면 얼마간의 작은 정육면체가 생

긴다. 이것을 색이 칠해진 면의 수에 따라 분류하면 각각 몇 개씩 되는가?」

답은 간단하고, 색이 칠해진 면은 0, 1, 2, 3 개인 작은 정육면체는 각각 1, 6, 12, 8개로 합해서 27개이다.

그러나 이 문제를 이대로 끝내지 말고 여러 가지 방향으로 확장하던지 유사한 문제를 만들어 생각하던지 하면, 교사의 수학연구나 교재연구가 된다. 자기가 가르치고 있는 학생을 위해 적절한 교재를 만들고 그것을 사용하여 학생에게도 수학적 활동을 체험시킬 수도 있다.

여기서는 내 자신 생각한 것을 얘기한다. 이 중에는 초등학생, 중학생, 고교생, 더욱이 대학생에 알맞은 題材가 있지만, 선생은 상대에 따라서 이용할 수 있다고 생각한다.

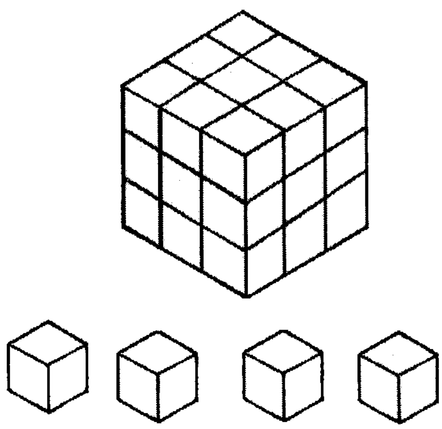
① 삼등분이 아니라 m등분하면 어떻게 될까? (중학생 용)

위의 41종류의 정육면체의 수는 각각 $(m-2)^3$, $6(m-2)^2$, $12(m-1)$, 8개로, 합해서 m^3개가 된다. 즉, $m^3=1(m-2)^3+6(m-2)^2+12(m-2)^1+8(m-2)^0$

주목하고 싶은 것은 이 식은 m^3을 $(m-2)$로 전개한 형태로 되어 있는 것이다. 각 계수는 정육면체의 각 차원의 옆면(변, 꼭지점 등)의 수로 되어 있다.

② 2차원, 1차원, 0차원으로 유추하면, 이 문제는 어떻게 될까? (초등학생 용)

3차원의 정육면체에 해당하는 2차원 도형은 정4각형, 1차원의 도형은 선분, 차원의 도형은 점이 된다. 정육면체의 옆면에 색을 칠하는 행위는 각각의 차원에서 어떻게 될까? 2차원에서는 3종류의 작은 정사각형, 1차원에서는 2종류의 작은 선분이 된다.



③ 4차원, 더욱 일반화하여 n차원의 정다면체의 경우로 위의 문제를 확장한다면 어떻게 될까? (고교생 용)

우선, n차원 정다면체의 개념이 필요하다. 그것은 「정사각형이 그것과 수직 방향으로 변의 길이만 평행하게 움직이면 정다면체가 된다」고 하는 사실에서 유추된다. 정육면체가 제4차원의 방향으로 그 변의 길이만큼 움직일 때, 4차원의 정다면체가 된다. 이렇게 생각하면, 4차원 정다면체의 각 차원의 옆면(꼭지점, 변 등)의 개수도 알 수 있다. 또 이것은 m^4를 $(m-2)$로 전개할 때의 각 계수로 된다는 것, 더욱이

그 식의 각 항은 색이 칠해진 면의 수로 분류했을 때의 작은 정육면체의 수를 나타내고 있을 것으로 예상할 수도 있다.

이 문제를 일반적으로 정식화하면, 다음과 같이 된다: n차원 정다면체의 $(n-1)$차원 옆면 모두를 색칠한 후에, 이것을 $(n-1)$차원의 평면에서 n개의 방향으로 각각 m등분했을 때, 이것에 의하여 생기는 작은 n차원 정다면체를 색이 칠해진 면의 수에 따라 분류하면 각각 몇 개인가?

인간은 4차원 이상은 직관이 되지 않으므로, 기호를 1써서 생각한다. 생각하는 힌트만 말해 둔다.

위의 문제는 작은 정다면체 각각에 n차원의 좌표를 도입하면, 하나의 정다면체는 $(x_1,\ x_2,\ x_3, \cdot\cdot\cdot\cdot, x_n)$ $(x_i = 1,\ 2,\ 3, \cdot\cdot\cdot\cdot\ , m)$ 로 나타내진다. x_i에는 1이나 m이 몇 개 있는가에 따라 색이 칠해진 면의 수를 알고, 그 개수의 면에 색이 칠해진 작은 정육면체의 수를 구하는 문제는 조합의 문제가 된다.

④ 위에서는 정육면체를 다루었지만, 다른 정다면체에 유추한다면 이 문제는 어떻게 될까?

나는 정사면체에 대하여 해 보았다. 그러나 정사면체를 네 개의 밑면에 평행한 면으로 몇 등분인가를 하면, 작은 정사면체가 되는데 실은 그것만이 아닌 것을 발견하고 놀랐다. 가장 간단한 경우, 이등분 해보시오. 작은 정사면체는 4개이지만, 다른 하나의 입체는 정팔면체이다! 더욱이 정팔면체를 각면에 평행한 면으로 이등분 해보시오. 이들 조작을 머리속으로 상상하는 것은 어렵다고 생각한다. 마분지로 모형을 만들어서 생각했다.

Ⅲ. 결론 · · · · 새 교수단원의 사상

위에서 내가 한 교재 개발은 다음의 두 가지 특질을 가지고 있다.

① 손으로 하는 작업을 함께 할 것

② 계속하여 생겨나는 문제의 전개

전자는 최근 일본의 학교 수학에서는 현저하게 무시되었다. 이것은 수학이 수험의 재료로 되어버린 것에 기인한다. 작도나 모형 제작은 별로 하지 않게 되었다. 이런 것은 학생의 지식을 연약하게 해 버린다.

후자에 관련하여 여기서는 독일인 Wittmann, E.C의 「교수단원(teaching unit)」에 대한 생각을 언급하고자 한다.

그는 학교 수학은 학문적 수학만이 아니라 광범위한 인간 활동이나 생활로부터 제재를 선택하여, 그것을 몇 가지의 「교수 단원」으로 부르고 있다. 개개의 단원은 내가 위에서 보인 것과 같이 서로 관련이 있는 몇 개의 문제나 화제로 되어 있다. 그 목적은 정해진 수학적 지식을 주입하는 것이 아니라 어린이에게 수학적 활동을 시키는, 말하자면, doing mathematics를 실현시키는 것에 있다. 이것을 만드는 것은 교사의 수학교육 연구이기도 하고 교수 활동이기도 하다. 또한 그것은 교사교육이나 교사연수의 재료도 된다. 이런 의미에서 교수 단원은 수학교육 연구의 핵심이라고 말할 수 있다. 그는 다음과 같이 말하고 있다:

「대학을 나와 교사가 되었을 때, 가방 속에 교수 단원집을 넣어 두자.」 일본에서는 그리고 아마 한국에서도 교과서에 써 있는 것을 어떻게 가르칠까? 하는 것은 옛날도 지금도 교사의 최대의 관심이지만, 나는 그런 연구에는 별로 흥미를 갖고 있지 않다. 교사가 스스로 이와 같은 교수 단원을 준비하고, 그것에 따라 학생과 함께 「수학을 한다」는 것이야말로 이제부터의 수학교육일 것이라고 생각하고 있기 때문이다.