大韓數學敎育學會誌 數學敎育學硏究 第 9 卷 第 1 號
The Journal of Educational Research in Mathematics
Vol. Ⅸ, No.1, 229-237. July 1999

접선 개념의 교육적 연구

조 영 미*

1. 서 론

수학사는 일견 수학자들이 풀려고 한 '문제들의 기록'이라는 측면을 가지고 있다. 문제들을 해결하는 과정에서 새로운 수학적 개념의 싹이 나고 자라게 되었다고 볼 수 있다. 수학 교과서에서 다루고 있는 문제들 중에 상당수는 이러한 역사성을 지니고 있다. 교과서의 많은 문제들은 한 때 수학자들이 해결하려고 애쓴 것이었다. 따라서 수학사적으로 개념의 발생과정을 살펴볼 때, 문제가 우선 등장하고 이후에 개념이 발생하는 측면을 찾아 볼 수 있다.

한편, 수학 교과서는 이 순서와 반대로 기술되어 있는 것이 대체적인 양상이다. 먼저 개념이 등장하고 문제는 이 개념을 적용하고 공고히 하는 데에 쓰인다. '개념에서 문제로'의 교과서 기술 방식이 갖고 있는 한계 중에 하나는 왜 이러한 개념이 생겨났는지에 대한 설명이 '문제에서 개념으로의' 방식보다 자연스럽게 이루어지기 힘들다는 점일 것이다.

또 다른 한계로는, 수학적 개념의 '역동성'을 보여주기 힘든 점이라고 생각된다. 해결하려는 문제가 변하면서 동일한 이름의 수학적 개념이 확장 혹은 변형되어 온 모습을 수학사에서 확인할 수 있다. 수학적 개념이 일단 어떤 것으로 정해지면 그대로 그 개념이 지속되는 것이 아니라, 해결하려는 문제의 성격이 바뀜에 따라 문제해결을 가능하게 하는 방향으로 변형된다는 점은 교육적으로 가치가 있다고 보여진다. 수학 교육이 형식적으로 이루어지기 쉬운 이유는 여러 가지가 있지만, 수학적 개념이 고정되어 있다는 관점 역시 한 몫을 한다고 여겨진다. 따라서 수학적 개념이 지닌 '역동성'이 제대로 드러날수록, 그만큼 형식적인 수학 교육에서 탈피할 수 있는 가능성이 높아질 것이다.

이 글의 소재인 접선은 17세기에 미적분학을 출현하게 한 문제 중에 하나이다. 이 문제를 해결하는 과정에서 미분 개념이 등장하였다고 볼 수 있다. 한편, 현 교육과정에서는 먼저 미분 개념을 도입하고, 이후에 '미분계수의 기하학적 의미'라는 부제를 붙여 접선을 구하는 문제에 미분개념을 활용하도록 되어 있다. 그런데, 접선을 구하는 것은 비단 17세기 뿐 만이 아니라 고대 그리스 수학에서도 관심을 가졌던 문제이다.

이 논문은 고대 그리스 시대와 17세기 전반기의 역사를 통해 접선을 구하는 문제가 바뀜에 따라 접선을 구하는 방식이 달라지고 또한 접선을 구하려면 고려하지 않을 수 없는 곡선의 성격, 혹은 개념이 달라짐을 살펴보려는 것이다. 이를 통해 미흡하나마 수학적 개념의 역동성을 살펴 보려는 것이다.

* 서울대학교 대학원

2. 본 론

(1) 접선에 대한 史的 접근

가. 원의 접선

고대 그리스 수학의 절정을 이루는 유클리드 <원론>(Mortimer, 1990)에서 '접한다'에 대해 정의하고 있다. 아마도 관련된 문헌들 중에서 '접한다'를 표현해 놓은 최초의 책일 것이다. 먼저 총 13권으로 이루어진 유클리드 <원론>의 제 1권에 수록된 원에 대한 정의를 보자.

> 15. 어떤 선이 있어 한 점으로부터 이 선에 내려진 모든 직선들이 서로서로 같을 때, 이 선으로 둘러싸인 평면도형이 원이다. [1](Mortimer, 1990, 1쪽)

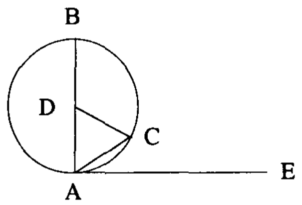
III 권의 '정의2'에서 '접한다'에 대해 정의하고 있으며, '정리16'에서는 원의 접선을 그리는 방법을 적고 있다.

> 2. 직선이 원과 만나며 길게 늘여서 이 원을 자르지 않을 때 이 직선을 원에 접한다고 말한다. [2](Mortimer, 1990, 41쪽)

> 16. 원의 지름에 직각이 되도록 그린 직선은 그 극단[3]에서 그 원의 바깥에 놓인다 [4](Mortimer, 1990, 51쪽).

정리16의 증명은 대략 다음과 같다.

<그림1>처럼 만약 직선 AE가 AC와 같이 원 안을 지나간다고 하자. 주어진 조건에서 각 DAC와 각 DCA는 직각으로 같다(역주 : 삼각형ACD는 이등변삼각형이다). 한편, 삼각형은 세 내각의 합은 180° 이다. 그런데 삼각형 ACD의 세 내각은 합은 180° 를 넘는다. 이는 모순이다. 따라서 AE 는 AC처럼 원 안을 지나갈 수 없다



<그림 1>

이 정리는 명시적으로 말하고 있지 않을 뿐, 접선 그리는 방법을 암암리에 제시하고 있다. 그런데 이는 어디까지나 '원'의 접선을 그리는 방법이다. 또한 '접한다'에 대한 정의 역시, 오늘날 관점으로 보면, 원을 포함해 이차곡선에 한정적으로 적용될 수 있는 것이다.

하필이면 원과 직선이 접하는 것을 굳이 정의하려고 하였을까? 이 궁금증을 직접 풀어줄 수 있는 것은 아니지만, 파스칼의 다음의 일화는 간접적으로 시사하는 바가 있다고 보여진다.

> 그(파스칼)는 허약한 체질 때문에 과로하지 않도록 집에만 갇혀 있었다. 아버지는 아이들 교육은 처음에는 언어 공부에 한하여야 하며, 어떠한 수학도 포함되어서는 안된다고 결정하였다. 학습에서 수학을 배제시킨 것이 오히려 소년의 호기심을 불러 일으켜 가정교사에게 기하학의 특성에 관하여 질문하도록 하였다. 가정교사는 그것은 정밀한 도형과 그것의 다른 부분의 성질을 공부하는 것이라고 알려 주

---

1) A circle is a plane figure contained by one line such that all the straight lines falling upon it from one point among those lying within figure are equal to one another.
2) A straight line is said to touch a circle which, meeting the circle and being produced, does not cut the circle.
3) 원과 직선이 만나는 점을 가리킨다.
4) The straigt line drawn at right angles to the diameter of a circle from its extremity will fall outside the circle

었다. 가정교사의 설명과 아버지의 금지 명령에 자극받아서 그는 노는 시간을 포기하면서까지 몇 주 만에 스스로 기하학적 도형의 많은 성질을 은밀히 발견하였다(이우영, 1995, 295쪽).

이 인용문은 한편으로 파스칼의 천재성을 여실히 보여준다. 다른 한편으로 그 역시 인간이며 단지 더 특출할 뿐이었다고 볼 때, 이 인용문은 '순수하게' 성질을 찾고 그 성질 사이의 관계를 탐구하려는 자세는 인간의 본성이라는 생각을 갖게 한다. 아이인 파스칼이 외부에 존재하는 문제를 해결하기보다는, 순전히 자신의 호기심을 채우기 위해 도형 사이의 관계를 탐구한 것은 '순수'한 행동이라고 표현해야 할 것 같다.

유클리드 <원론>의 내용은 이른바 실제적인 문제를 해결하는 것보다는 美를 찾는 것, 다시 말해 도형과 도형 사이의 관계를 찾는 것으로 볼 수 있을 것 같다. 이런 관점에서 볼 때, 직선과 이상적 아름다움을 갖춘 원이 서로에게 전혀 영향을 주지 않다가 처음으로 관계를 맺게 되는, 접하는 상태에 대한 관심은 당연한 것일 지도 모른다.

나. 곡선 전반에 걸친 접선

접선을 주제어로 하여 수학사를 검토해 보면, 고대 그리스의 유클리드 <원론>에서 한꺼번에 많은 역사를 건너뛴 17세기에 접선을 그리기 위한 다양한 시도들이 있었음을 발견하게 된다. 수학의 발전에 있어 17세기는 그 어느 시기보다 풍요로운 시기이다. 이 시기에 가장 주목할 만한 수학적 업적은 세기말로 접어들면서 뉴튼과 라이프니츠가 만든 미적분학이다. 이 발명으로 창조적인 수학은 고등 수준으로 올라서고 기초수학의 역사는 본질적으로 마감됐다(이우영, 1995, 344쪽). 사실 미적분학의 출현을 가져온 역사적 문제들은 흔히, 최대 · 최소 구하기, 넓이 · 부피 · 길이 구하기 등이며, 이 논문의 주제인 접선 역시 이러한 문제 중에 하나이다. 이 시기에 왜 접선을 구하려고 하였는가라는 질문에 대해 Kline의 다음과 같은 말을 참조할 수 있을 것이다.

광학은 17세기 과학계의 주요한 관심거리 중에 하나였다. 렌즈의 모양에 대해 페르마, 데카르트, 호이겐스, 뉴튼 등이 관심을 보였다. 렌즈를 통과하는 빛의 경로를 연구하려면, 굴절의 법칙을 적용하기 위해서라도 빛이 렌즈를 통과할 때의 그 각도를 알아야만 한다. 이를 위해 결정적인 각은 빛과 법선이 이루는 각이다. 따라서 여기서 법선이나 접선을 찾는 방법이 중요해 진다.

운동에 대한 연구에서도 접선을 포함한 중요한 과학 문제가 등장하였다. 움직이는 물체의 한 위치에서의 운동방향은 그 물체가 만드는 궤도 위의 바로 그 위치에서의 접선의 방향이라는 사실이 밝혀지면서 접선을 구하는 문제가 중요시 된 것이다(Kline, 1972, 342-343쪽).

미적분학 출현 이후 접선을 구하는 방법은 대략 무한소 방법과 극한 방법이었을 것이다.[5] 이 절에서는 이러한 본격적 미적분학이 출현하기 이전에 여러 수학자들이 접선을 구하기 위해 강구한 세 가지 방법-벡터 방법, 해석적 방법, 암묵적 무한소 방법-을 살펴본다. 이를 통해 본격적으로 미적분학의 역사가 펼쳐지기 전에, 수학자들이 접선을 구하기 위해 들인 정신적 노력들을 엿볼 수 있다.

(1) 벡터 방법

로베르발은 <Traité des indivisible>(1634)에

5) 무한소 방법과 극한 방법에 대해서는 우정호(1998)의 <학교수학의 교육적 기초> 378-385쪽 참조

서 주어진 두 운동으로 합성된 운동을 하는 점에 의하여 만들어지는 곡선을 고찰하려고 노력하였다. 여기서 주목할 만한 점은, 곡선을 여러 가지 속도의 영향을 받으면서 움직이는 점의 궤적으로 보았다는 점이다. 그 결과 주어진 두 운동의 속도벡터의 합성이 그 곡선의 접선, 곧 운동방향이 됨을 알았다. 한편 토리첼리도 접선에 관한 이러한 착상을 했으며, 이 둘 사이에는 선후 논쟁이 있었다고 한다.

요컨대 이들이 사용한 방법에서는 곡선을 여러 가지 운동의 합성 결과로 보고 있으며, 이러한 관점을 바탕으로 접선을 구하는 방법을 제시하고 있다. Roberval은 다음과 같이 말하고 있다.

> 곡선의 속성을 잘 살펴본다. 그리고 나서 당신이 접선을 그리려고 하는 위치에서 곡선을 만들어내는 점이 가지고 있는 여러 가지 운동들을 잘 살펴본다. 이러한 모든 운동들을 하나로 합성한다. 그리고 이렇게 합성한 운동의 방향선을 긋는다. 그러면 당신은 그 곡선에 대한 접선을 구하게 될 것이다(Mancosu, 1996, 95쪽).

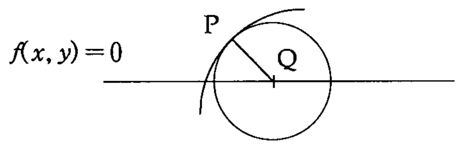
> 앞서 살펴본 고대 그리스에서는 접선을 '접하는 것'(touch)으로 정의하였다. 그런데 이들은 접선을 '합성된 속도벡터의 방향을 가지는 선(a line having the directions of the resultant velocity)'으로 정의하였다. 이 정의는, 다소 복잡하지만, 그리스 식의 정의로는 구할 수 없었던 곡선에 대해 접선을 그릴 수 있게 하였다. 이는 한편으로 순수기하와 역학을 연결하였다는 측면에서 가치를 가질 수 있지만, 다른 한편으로 이 개념은 수학적인 입장에서 보았을 때 달갑지 않은 것이었다. 접선에 대한 이 정의는 물리 개념에 기초하고 있기 때문에, 물리현상과 관련이 없는 다른 많은 곡선들에는 적용이 불가능하였다(Kline, 1972, 344쪽).

(2) 해석적 방법

데카르트(1596-1650)의 방법은 순전히 해석적이라고 볼 수 있을 것이다. 접선을 작도하는 방법은 다음과 같다(이우영, 1995, 314-315쪽). 주어진 곡선의 임의의 방정식을 $f(x,y)=0$ 이라 하고, (x_1, y_1) 이 접선을 그으려는 곡선 위의 점 P의 좌표라 하자. Q는 좌표가 $(x_2, 0)$ 인 x축 위의 점이라 하자. 그러면 Q를 중심으로 하고 P를 지나는 원의 방정식은 다음과 같다.

$$(x-x_2)^2+y^2=(x_1-x_2)^2+y_1^2$$

이 방정식과 $f(x,y)=0$ 에서 y를 소거하면 원이 주어진 곡선과 만나는 x좌표를 나타내는 x만의 방정식을 얻는다. 이제 이 방정식이 x_1과 같은 중근을 갖도록 x_2를 결정한다. 한편 원이 P에서 주어진 곡선과 접하기 때문에, Q는 P에서의 곡선의 법선과 x축과의 교점이 된다. 이 원이 그려지면 구하려는 접선을 쉽게 그릴 수 있다.



<그림 2>

예를 들어 포물선 $y^2=4x$ 위의 점 P(1, 2)에서의 접선을 구해 보자.

$$(x-x_2)^2+y^2=(1-x_2)^2+4$$

이고 y를 소거하면

$$(x-x_2)^2+4x=(1-x_2)^2+4$$

즉,

$$x^2+2x(2-x_2)+(2x_2-5)=0$$

이 이차방정식이 중근을 가지려면 판별식이 0이 되어야 하므로,

$$(2-x_2)^2-(2x_2-5)=0$$

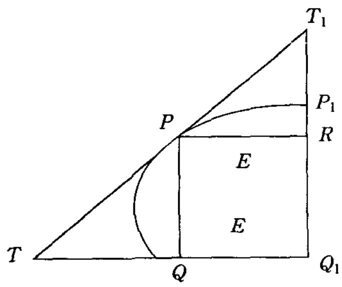
즉, $x_2 = 3$

이제 중심이 (3,0)이고 곡선 위의 점 (1, 2)를 지나는 원을 그릴 수 있고, 따라서 구하려는 접선도 그릴 수 있다.

(3) 암묵적 무한소 방법

이 이름은 무한소 방법을 암암리에 사용하고 있다는 의미에서 붙여 보았다. 이 방법을 사용한 사람들로는 페르마와 바로우를 꼽을 수 있다.

페르마(1601?-1665)는 1629년에 접선을 구하는 방법을 구하여, 1637년 *Mothodus ad Disquirendam Maximam et Minimam*(최대 최소를 찾는 방법)에 적고 있다(Kline, 1972, 344-345쪽).



<그림 3>

직선 PT가 곡선 위의 점 P에서의 구하려는 접선이라고 하자. 선분 TQ를 접선영(subtangent)라고 하자. 페르마의 계획은 TQ의 길이를 구하려는 것이다. 이 길이를 알면 T의 위치가 구해지며 따라서 TP를 그릴 수 있다. QQ_1을 TQ 위에서 크기 E만큼의 증가량이라고 하자. 삼각형 TQP는 삼각형 PRT_1과 닮았으므로,

$$TQ:PQ = E:T_1R$$

이다. 그런데, T_1R은 거의 P_1R과 같다.

따라서

$$TQ:PQ = E:(P_1Q_1 - PQ)$$

이다. 현대적인 표현으로 사용하여 PQ를 $f(x)$라고 하면,

$$TQ:f(x) = E:[f(x+E) - f(x)].$$

따라서

$$TQ = \frac{E \cdot f(x)}{f(x+E) - f(x)}$$

페르마가 다룬 $f(x)$에 대해서 분모 분자를 E로 나누는 것이 곧장 가능하다. 그리고 나서 그는 E=0로 놓음으로써 TQ를 얻었다.

예를 들어 $f(x) = x^2$ 위의 (2, 4)에서의 접선을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} TQ &= \frac{E \cdot f(2)}{f(2+E) - f(2)} \\ &= \frac{4E}{(2+E)^2 - 2^2} \\ &= \frac{4E}{4E + E^2} \\ &= \frac{4}{4+E} \end{aligned}$$

E=0 이므로 TQ=1. 따라서 접선의 기울기는 4이다.

바로우 (1630-167)는 미분소삼각형(differential (characteristic) triangle)을 사용하고 있는 것이다. 미분소삼각형은 이미 파스칼이 사용한 적이 있는 개념으로, 대략 다음과 같이 설명할 수 있다(그림3 참조). 먼저 삼각형 PRT_1에서 시작한다. 이 삼각형은 삼각형 TQP와 닮았다. 따라서 접선의 기울기는 $\frac{PQ}{TQ}$와 같다. 그런데, 여기서 호 PP_1이 $\frac{T_1R}{PR}$충분히 작으면, 점 P에서의 접선인 선분 PT_1과 같다고 놓을 수 있다. 여기서 PRP_1을 미분소삼각형이라고 한다.

바로우는 접선을 찾기 위해 다음과 같이 한다. 예를 들어 $y^2 = px$라고 하자. 그리고 x는 $x+e$로, y는 $y+a$ (여기서 $e = PR$, $a = P_1R$이다)로 바꿔 대입한다. 그러면

$$y^2+2ay+a^2=px+pe$$

이다.

$$y^2=px \text{ 를 빼면,}$$

$$2ay+a^2=pe$$

이다. 그리고 a, e의 고차들은 없앤다. 그러면

$$\frac{a}{e}=\frac{p}{2y}$$

이다. 여기서 $\frac{a}{e}=\frac{PM}{NM}$ 이기 때문에,

$$\frac{PM}{NM}=\frac{p}{2y}$$

이다. PM은 y이므로 NM을 계산할 수 있다. 이 값이 바로 subtangent이다. 따라서 N의 위치를 알 수 있다.

페르마의 방법에서 예로 든 함수에 바로우의 방법을 적용해 보자.

$$y+a=(x+e)^2$$

$$y+a=x^2+2ex+e^2$$

$$a=2ex+e^2$$

e의 고차는 없앤다.

$$\frac{a}{e}=\frac{PM}{NM}=2x$$

$$NM=\frac{4}{2x}=\frac{2}{x}=1$$

유클리드 <원론>에서 다루고 있는 '원'의 접선에 비해, 이 시기에는 다양한 곡선들에 대해 접선을 구할 수 있는 방법들이 강구되었다. 그 방법들을 연구자가 임의로 세 가지로 나누어 지금까지 살펴보았다.

세 가지 방법은 독특하다. 먼저 '벡터 방법'에서 로베르발이나 토리첼리는 곡선 위의 점을 여러 가지 운동들이 합성된 점으로 보았다. 곡선을 '단순한' 점으로 이루어진 것으로 보지 않고, 그 점에 '운동의 합성'이라는 물리적 의미를 부여하여 그 결과로 새로운 접선 구하는 방법을 찾았다.

'해석적 방법'은 해석기하학의 선구자다운 면모를 잘 보여 주고 있다고 여겨진다. 현행 교육과정에서 이차곡선의 경우, 대체로 직선과 이차곡선이 접하면 중근을 갖는다는 원리를 이용하여 접선을 구한다. 그 원류를 여기서 발견할 수 있을 지도 모른다.

'암묵적 무한소 방법'은 17세기 이후에 본격적으로 발달하는 '무한소 방법'을 암암리에 보여주고 있다. 페르마가 증가량 E를 처음에는 0이 아닌 것처럼 취급하다가 나중에는 0으로 취급하는 것이나, 바로우가 응용한 '미분소 삼각형'을 비슷한 맥락에서 파악할 수 있을 것이다.

(2) 현행 수학교육과정에서의 접선 개념

학교수학의 개념들 중에는 전체 교육 과정 속에서 단계가 높아지면서 정의가 확장되는 개념들이 있다. 예를 들어, 각은 중학교에서 두 반직선으로 이루어지는 도형으로 정의된다. 고등학교 공통수학에서 일반각으로 확장되면서, $360^\circ \times n+a^\circ$ (단, n은 정수)로 정의된다.

이 글에서 다루고 있는 접선도 마찬가지이다. 중학교 1학년에서 원의 접선을 통해 접선 개념이 최초로 지도되며, 이는 고등학교 공통수학에서 반복된다. 그런데 수학1에서는 원에 굳이 한정하지 않고, 곡선에 대한 접선을 미분을 사용하여 일반적으로 정의한다. 이를 앞 절에서 다룬 내용과 관련지어 살펴보자.

접선 개념은 중학교 1학년 <수학>에서 처음 도입된다. 도형의 성질에서 '원의 접선'을 통해 접선개념이 지도된다. 우선 그 과정을 간략하게 정리하면 다음과 같다.

먼저 원을 정의한다.

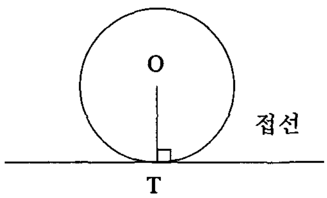
> 평면 위에서 한 점 O로부터 일정한 거리에 있는 점들로 이루어진 도형을 원이라고 한다(박두일, 1994, 245쪽).

대략 7 쪽 정도 지난 후에, 접선개념이 소개된다.

> 직선 l이 원 O와 한 점에서 만날 때, 직선 l은 원O에 접한다라고 한다. 이 때, 직선 l을 원 O의 접선이라 하고, 직선과 원이 접하는 점을 접점이라고 한다.[6]

같은 쪽에 원의 접선을 그리는 방법이 소개된다.

아래 그림과 같이 원의 접선 l은 접점 T를 지나는 반지름 또는 지름에 수직임이 알려져 있다. 따라서, 원 O위의 점 T를 지나고, 반지름 OT에 수직인 직선은 접선이다.



유클리드 <원론>의 관련 부분의 내용 전개와 비교해 보면, 비슷한 점과 다른 점이 동시에 눈에 띈다. 우선 비슷한 점으로는, 일단 원을 정의하고, 원의 접선이 정의되며, 접선을 그리는 방법이 정리로 등장한다. 다른 점은 원의 정의이다. 유클리드 <원론>에서는 원이 '선으로 둘러싸인 평면도형'인 반면에, 학교수학에서는 '점으로 이루어진 도형'이다. 접선의 경우도, 유클리드 <원론>에서는 원과 만나고 원을 자르지 않는 직선으로 정의되지만, 학교수학에서는 '한 점에서 만나는 직선'으로 정의된다.

고등학교 <공통수학>에서 원의 접선이 다시 한 번 소개된다.

> 원과 직선이 만나는 점이 1개 뿐일 때, 그 직선은 원에 접한다. 이 때, 그 직선이 원의 접선이고 만나는 점이 접점이다(박두일, 1995, 163쪽).

중학교 1학년에서 다룬 내용과의 차이점이라면, 원, 직선을 방정식으로 표현하고 접선에 해당하는 직선의 방정식을 구하는 것이다. 한편, 현행 교육과정 상 수학 II에서 포물선, 타원, 쌍곡선에 대한 접선의 방정식을 다루도록 되어 있다. 그런데, 앞서 배운 원을 포함하여 포물선, 타원, 쌍곡선은 모두 이차곡선이다. 각각의 곡선에 대한 접선의 정의는 동일하다 : '…와 직선이 한 점에서 만날 때, 그 직선을 …의 접선이라 한다.'[7] 따라서 공통수학과 수학 II의 이차곡선에서 다루는 접선의 정의는 어느 정도 동일한 것으로 볼 수 있을 것이다.

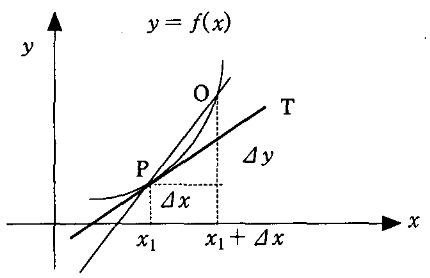
접선 개념이 중요하게 다루어지는 또 다른 곳은 <수학 I>의 미분법 단원에서 '미분계수의 기하학적 의미' 부분이다.

> 함수 $y=f(x)$의 그래프에서 $x=x_1$과, $x=x_1+\Delta x$에 대응하는 점을 각각 P, Q라고 하면, 평균변화율
>
> $$\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{f(x_1+\Delta x)-f(x_1)}{\Delta x} \quad PQ$$
>
> 는 직선 PQ의 기울기를 나타낸다.
>
> 여기서 $\Delta x \to 0$이면 점 Q는 곡선을 따라서 점 P에 한없이 가까워지며, 직선 는 직선 PT에 한없이 가까워진다. 이 때, 그 극한의

6) 교과서에서는 대략 '접한다', '접선', '접점'에 한하여 진한 글자체를 사용하고 있지만, 사실 '원O에 접한다', '원 O의 접선' 등으로 진한 글자체가 늘어나야 할 것이다. 어디까지나 이는 원이라는 도형에 있어 '접한다', '접선' 등을 정의하는 것이기 때문이다.

7) 포물선과 쌍곡선의 경우, 전제가 따라 붙는다. 포물선에서는 '포물선의 축과 평행하지 않은 직선이 포물선과 한 점에서 만날 때, 그 직선은 포물선에 접한다'라고 말하며, 쌍곡선에서는 '점근선과 평행이 아닌 직선이 쌍곡선과 한 점에서 만날 때, 그 직선을 쌍곡선의 접선이라고 한다'라고 말한다.

경우인 직선 PT는 점 P에서의 이 곡선의 접선이고, 점 P는 접점이 된다(우정호, 1995, 124쪽).



이 방식으로는 $y=f(x)$ 라고 표현되는 대부분의 곡선 위 점에서 접선의 방정식을 구할 수 있다. 이 장점이야말로 미적분학이 가지고 있는 응용력을 보여주는 예 중에 하나일 것이다. 이 방법은 유클리드 <원론>에서 다루고 있는 원의 접선도 포괄한다. 이 정의에서 볼 수 있는 또 다른 독특함은, 이 곡선에는 운동개념이 들어 있다는 사실이다. $x=x_1+\Delta x$가 x축 위에서 x_1에 한없이 가까워지면, 점 Q는 곡선을 따라 점 P에 한없이 가까워진다.

3. 결 론

유클리드 <원론>의 원의 접선에 대한 연구자의 해석에서 언급하였듯이, '접한다'라고 말할 수 있는 상황에 대한 관심은, 애초에 규칙을 발견하고 탐구하려는 성향을 지닌 인간의 본성의 한 표현일 지도 모른다.

한편, 이로부터 밀레니엄 정도 지난 후에, 비단 '원'을 포함하는 이차곡선 뿐 만이 아니라, 전반적인 곡선에 대해 접선을 구해야 할 필요성이 대두되면서 여러 가지 방법들이 등장하게 되었다. 유클리드 <원론>의 '원의 접선'과 비교하여, 새로이 등장한 방법들의 독특함을 여러 측면에서 볼 수 있지만, 그 중에 하나로 곡선에 대한 관점의 변화를 꼽을 수 있을 것이다.

유클리드 <원론>의 '원'은 선으로 이루어진 것이다. 곡선을 결국 선으로 보고 있다. 그런데, 17세기 이후, 로베르발의 '벡터 방법'에서는 곡선을 여러 가지 운동이 합성된 점으로 본 것이며, 이에 따라 그 곡선에 대한 접선을 구하는 방법 역시 독특하였다. 그리고 결론 바로 윗 부분에서 언급하였듯이, '곡선 위의 점이 움직인다'는 식의 표현은 곡선에 대한 새로운 관점을 드러내고 있는 것이다. 한편, '암묵적 무한소 방법'은 운동 개념이 표면화되어 있지 않을 뿐, 운동 개념이 그 배경으로 깔려 있다고 보여진다. 처음에는 0이 아닌 것으로 다루다가 나중에 0으로 처리하는 방식은 운동을 수학적으로 다루려는 한 가지 노력으로 볼 수 있을 것 같다. 결국, 데카르트의 해석적 방법은 이 맥락에서 동떨어져 있기는 하지만, 접선과 관련된 역사적 맥락의 대체적인 흐름은, 곡선에 대한 개념의 변화를 보여주고 있다. 유클리드 <원론>에서 원에 대한 관점은 정적이었던 반면에, 17세기 이후의 방법에서는 곡선을 동적으로 보았다.

이는 현재 교육과정에도 그대로 반영되어 있는 것으로 보여진다. 중학교의 평면도형의 성질에서 원은 정적으로 정의되며 접선 역시 정적으로, 다시 말해 '한 점에서 만나는 것'으로 정의되고 있다. 이에 반해 고등학교 <수학 I>에서는 곡선을 동적으로 보고 있다. 곡선 위에서 점을 움직여 가며 접선을 구한다.

수학교과서에 나오는 문제 중에는 접선 관련된 문제들이 상당하기 때문에 교사나 학생들은 자주 접선을 대한다. 위에서 살펴본 바에 따르면, 중학교 1학년과 고등학교 2학년에서

다루는 두 가지 접선은 같은 단어를 사용하고 있기는 하지만, 다른 역사적 맥락을 가지고 있다. 해결하려는 문제나 곡선을 보는 관점의 변화를 수반하고 있다. 중학교 1학년에서 학생이 접하는 접선이 고대의 것이라면, 고등학교 2학년에서 다루는 접선은 17세기 이후의 것이다. 교과서에 명시적으로 드러나지는 않지만, 고등학교 2학년에서 배우는 미적분을 통해, 중학교에서 원의 성질을 통해 얻게 된 접선에 대한 관점이 새로워지고 확장된다고 볼 수 있다. '개념에서 문제로'의 기술방식을 따르고 있는 교과서에서 이런 변화- 역동성-을 읽어 내는 것은 형식적인 수학교육에서 벗어나는 한걸음이 될 것이다.

참고문헌

박두일, 신동선, 강영환 (1994). 중학교 수학 I. 교학사.

박두일, 신동선, 김기현, 박복현 (1995). 고등학교 공통수학. 교학사.

우정호 (1998). 고등학교 수학I. 지학사.

______ (1998). 학교수학의 교육적 기초. 서울대학교 출판부.

Eves, H. (1953). An introduction to the history of mathematics.

이우영, 신항균(공역). (1995). 수학사. 경문사.

Adler, M. J. (1990). *Euclid, Archimedes, Nichomachus.* Geat books of the western world. the Uni. of Chicago.

Ronald, C. (1996). *Vita mathematica.* The mathematical association of america.

Morris, K. (1972). *Mathematical thought from ancient to modern times*, Oxford University Press.

Paolo, M. (1996). *Philosophy of mathematics & mathematical practice in the seventeenth century.* Oxford University Press.

On the Educational Study on Tangents of curves

Young Mi, Cho

In this paper I examined the tangents to curves through the history of mathematics, expecially that of the Greek geometry and seventeenth century. The purpose of this examination is to show that the mathematical concept of curves is changed by the problems. And I analyzed the text books from the junior to high school. I found that the tangents which aretaught in junior school correspond to those of Greece, and the tangents in high school those of seventeenth century.