

수학 교수-학습을 위한 컴퓨터 응용 프로그램 모형설계에 따른 대화형 실행매체(IMTs)의 작성에 관한 소고*

허만성** · 박용범*** · 김부윤****

컴퓨터를 활용한 수학 교수-학습 자료 및 방법에 대해 다양한 접근이 시도되어지고 있다. 그러나 최근 복합 매체 기술의 접목으로 개인 사용자를 위한 매체가 주를 이루면서 ‘누가 제어를 하는가?’ 라는 문제에 부딪히게 되었다.

본 논문에서는 이러한 문제를 해결하기 위해 집단 사용자들이 실시간 직·간접으로 연결된 대화형 매체에 접속하여 실시간으로 과정을 실행할 수 있을 뿐만 아니라, 제한적이거나 변화를 통한 학습정보의 재구성을 기할 수 있는 컴퓨터 대수 체계기반(CASME¹⁾)과 연계한 응용 프로그램의 개발모형에 대해 알아보고, 이를 사용하여 작성된 대화형 실행 매체를 통한 수학 학습의 모형을 제시하고자 한다.

1. 문제 제기

수학교육에서 ‘제3의 길’이란 무엇을 뜻하는가? 그것은 아마도 학생들이 수학적 개념과 주제에 흥미를 갖도록 하는데 주요한 역할을 담당할 테크놀로지의 출현을 의미하고 있

다. 과거 10년 동안 테크놀로지를 사용해서 시각적, 실험적, 탐구적인 수학이 널리 퍼졌으며, 이러한 것은 종이와 연필의 사용과 함께 과학 기술을 사용하는 쪽으로 가속화되었다.

최근에는 컴퓨터 기술의 급속한 발달에 따라, 컴퓨터 기술과 수학교육이 결합된 ‘수학교육공학’이라 부를 만큼 많은 응용 프로그램이 나타난 것을 비롯하여, 컴퓨터를 활용한 수학 교수-학습에도 현저한 진보가 있었다. 그러나 컴퓨터의 구현 기술이 오히려 수학교육에 그것을 적용하는 것보다 상대적으로 더 많은 주목을 받았다. 따라서 수학교사는 다음과 같은 문제 — 수학교육에서 컴퓨터의 역할은 무엇인가? — 에 직면할 수밖에 없었고 그 답을 구해야 하였다.

수학교육에서 컴퓨터의 역할은 수학을 가르칠 때에 다음과 같은 준거에 따라 수학교육용 프로그램을 수업에 활용하는 것이다²⁾.

- 준거 1. 교실 수업에서 직관적으로 설명될 수 없는 문제에 접근할 수 있는가?
- 준거 2. 학습자의 생각으로 과정 수행에 참여할 수 있는가?

* Interactive Mathematics Texts (IMTs)

** 한국 카이 시스템

*** 부경대학교

**** 부산대학교

1) Computer Algebra System as Math. Engine

2) 여기서 ‘수업에 활용한다’라는 말은 학습자의 입장에서 역할의 반전 — 학생이 교사의 역할을, 컴퓨터가 학생의 역할을 수행 — 이 가능한가를 의미한다.

- 준거 3. 학습자의 실수나 의문에 즉각 답할 수 있는가?
- 준거 4. 다음 단계로의 이행에 필요한 생각의 시작점을 제공하는가?
- 준거 5. 단순모델로부터 좀더 복잡하고 동적인 문제로 일반화가 가능한가?

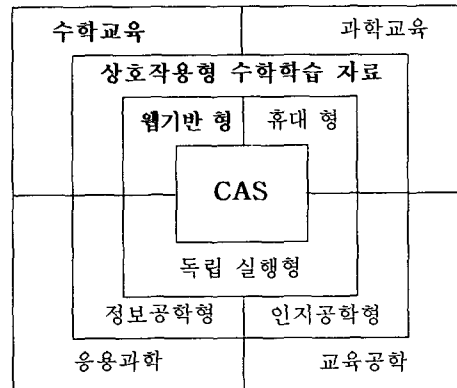
이 경우 현재 널리 퍼져 있는 오해 중의 하나가 수치계산보다 기호대수 연산의 방법이 상대적으로 새로운 방식으로 인식되어지고 있다는 것이다. 그러나 사실은 기호대수 연산 방법은 매우 오랜 기간 유년기를 가졌었다. 1844년경, Lovelace의 미망인인 Ada Augusta에 의해서 최초로 기호연산 실행(Symbolic Manipulation)과 컴퓨터 대수(Computer Algebra)의 개념이 제안되었는데, 이것을 다음과 같이 요약하여 설명하고 있다 :

‘수학을 공부하려고 애쓰는 많은 사람들은 Babbage’s Analytical Engine이 수치적 표기로 결과를 나타내기 때문에, 결과적으로 과정의 본질이 대수 또는 해석적이기보다는 오히려 산술 또는 수치적일 것이다 라고 상상한다. 이것이 오류이다. Babbage’s Engine은 문자나 일반화된 기호처럼 수치적 양을 조정하거나 결합한다. 그러나 장래에는 점점 대수적 표기로 결과를 나타낼 것이다’

이러한 생각은 1960년대에 이르러서야 실현되었고, 이후 응용수학의 분야에서 매우 제한적인 용도로 사용되었으며, 1980년 후반에 이르러서는 사용자 환경, 다양한 함수의 탑재, 그리고 여러 종류의 컴퓨터 하드웨어의 운용 가능 등으로 인해 단일 분야에서 일반적인 용도로서 사용되어지면서 계속 발달하고 있다.

그러면 수학 교수 — 학습의 컴퓨터 응용

프로그램을 고안할 때 컴퓨터 대수 체계기반의 사용의 당위성은 어디서 찾을 수 있을까? 그리고 컴퓨터 대수체계 기반에 연계된 컴퓨터 응용 프로그램을 사용하면 교수 — 학습의 효율성을 높일 수 있는가? 하는 문제가 발생한다.



<그림 1> CAS의 수학교육에 활용 및 응용분야 연계

여기에 대한 답은 <그림 1>에서 찾을 수 있다. <그림 1>은 컴퓨터 대수 체계가 과학과 응용공학 분야에서도 널리 사용되고 있다는 사실을 수학교육의 연장선에서 고려하여야 함은 물론, 컴퓨터 대수체계와 연동된 응용 프로그램, 웹 기반형(WBI³) 및 휴대형 테크놀로지 (Hand-held Graphing Calculator)를 사용하는 것이 교수-학습의 효율성을 높일 수 있음을 보여 주고 있다.

또 컴퓨터 대수체계를 교수-학습을 좀더 향상시킬 수 있는 도구 중의 하나로 고려할 수 있는 이유는 컴퓨터 대수체계로부터 제공될 수 있는 수학 학습과 교수 사이에 일어나는 수학적 지식 체계에 대한 상호작용을 이해하려는데 초점을 두고 있기 때문이다. 즉 수학 세계를 탐구하고, 학습의 단서를 제공하는 도구가 되기 때문이다.

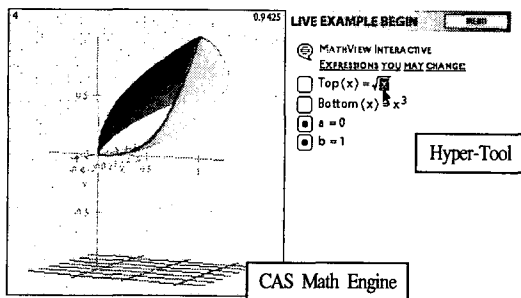
3) Web-based Instruction

그러면 다음절에서는 수학교사가 직접 컴퓨터 대수체계 기반과 연계한 응용 프로그램을 직접 개발하여야 하는가, 아니면 대화형 실행 매체를 작성할 수 있어야 하는가? 대화형 실행 매체를 작성할 때 수학 교사는 어떤 점에 유의하여야 하는가? 수학 교사의 수업진행 방법 및 역할에 어떠한 변화가 예상되는가? 에 대해 알아보자.

2. 문제 인식

가. 응용 프로그램의 개발과 대화형 실행 매체의 작성

수학 교사 가운데 소수만이 응용 프로그램의 구성 요소에 대한 경험을 가지고 있다. 만약 수학 교사가 프로그래머, 교수학습 지도안 및 자료 작성자, 교과서 저자 등으로서의 경험을 가졌다면 대화형 실행 매체의 작성이 훨씬 더 쉬울 것이지만 실제로는 그렇지 않다.



<그림 2> 컴퓨터 대수체계 기반과 순간 장면 설명 기법(Flash)으로 웹 환경에서 구현된 학습자료⁴⁾

따라서 컴퓨터 대수 체계와 연계된 응용 프로그램을 활용한 대화형 실행 매체의 작성은 궁극적으로 이론에 근거한 방법보다는 위에서 언급한 분야의 경험을 토대로 고안하고, 발전시켜야 한다(Scheftic, 1993).

그러나 응용 프로그램의 개발과정에 대한 이해 및 그 기능의 이해 정도에 따라 사실을 다른 쪽으로 가져갈 가능성이 있음에 유의하여야 한다. 예를 들면, 수학 교과서의 특징을 고려하지 아니한 멀티미디어 방식의 한 가지인 프리젠테이션 기법이 여기에 해당된다. 최근의 경향은 <그림 2>에서 보는 것처럼 여기에 컴퓨터 대수체계 기반을 연동시키는 개선을 시도하고 있다. 결국 교사는 대화형 실행매체의 작성을 용이하게 하는 응용 프로그램의 체계의 선택에 초점을 두어야 할 것이다.

나. 대화형 실행매체의 작성 시 유의점

대화형 실행매체는 수학 교사나 학생들에게 있어 교과서와 유사하다고 생각하기보다는 새로운 매체라고 여길 것이다. 대화형 실행매체가 교과서와 다른 점은 양방향 의사소통 체계를 지니며, 개인적으로 응용할 수 있다는 것이며, 따라서 대화형 실행매체의 제작에 초래될 혼란이나 교육적 방해 요소에 적절히 대처할 수 있음을 의미한다. 즉 기존의 매체와는 이론의 적용, 연습, 응용, 그리고 해석 및 이해와 같은 일련의 과정에 차이점을 있다.

다음은 대화형 실행매체를 작성할 때 수학 교사가 유의해야 할 점이다 :

- (1) 상호작용 매체의 중심요소는 문자, 수식

4) Web Primitive Inc.

본 논문에 나오는 구체적인 예들은 MathView(Maplesoft의 등록상표이다)와 ON-Math(On Networking Mathematics ; 한국 카이(CAI) 시스템 작성)를 사용하여 작성하였다.

및 도형의 표시이다. 이때 기억하여야 할 것은 기존의 교과서에서 구현된 문장, 그림 및 수학에 관한 정보와 어떻게 다른가 — 예를 들면 자유롭게 여백을 활용할 수 있다 — 하는 것과, 전통적인 교과서는 완성된 문장을 통하여 정보를 전달하려고 하는 반면, 대화형 실행매체는 완결된 문장을 피하여 학습자의 주의를 끌도록 스크린에서 변화를 추구하고 있다는 점이다.<그림 3>

(2) 대체로 기존의 학습 매체는 정적인 제시형으로 설명적인 형식을 취하는 반면, 대화형 실행매체는 학습자에게 실질적인 활동을 요구하며, 이런 활동은 현 단계 이전과 이후를 추론하는 연결 고리가 된다는 점이다. 대화형 실행매체는 산문 형식으로 질문 형식이 구성되며, 이것의 실행 과정으로부터 자기 자신을 스스로 평가하고, 질의와 응답을 통하여 제2의 정보도 획득할 수 있다. 이때 유의해야 할 것은 순간적인 재치에 의존하여 답을 구할 수 있는 질문을 피하여야 한다는 점이다.<그림 3>

$$\Delta y = \frac{k}{x-p} + q \quad \text{Appb}$$

$k=1$
 $p=2$
 $q=0$ $(\frac{1}{x-2})$

$$\Delta y = \frac{1}{x-2} + 0 \quad \text{Substitute}$$

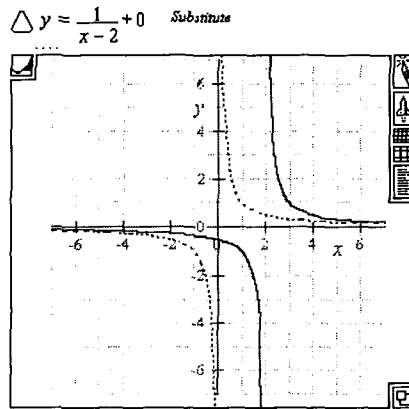
- ☞ x 값의 범위와 y 값의 범위를 구하여라.
- ☞ 그래프에서 x 값이 무한히 증가할 때, y 값은?
 x 값이 무한히 감소할 때, y 값은?
 x 값이 p 에 가까워질 때, y 값은?

<그림 3> 기호연산조작과 실질적인 활동

(3) 컴퓨터의 그래픽 기능(수식, 그래프)을 최대한 활용하여야 한다. 수학적 의미를 지닌 문장에서 그래프를 그리고, 또 그래프의 해석

에서 수식의 뜻을 이끌어낼 수 있어야 한다. 또한 두 요소를 적절히 혼용하여 과정을 반복 수행할 수 있어야 하며, 처음 결과와 최종 결과를 비교·대조할 수 있어야 한다.<그림 4>

(4) 겹치레 관계를 내포하는 특정 색상의 사용은 학습자로 하여금 혼란을 일으키기 때문에, 색상의 사용에는 매우 유의하여야 한다. 신중하지 못한 색상 조합의 선택은 차라리 흑백을 사용하는 환경보다도 못한 결과를 초래한다. 예를 들면 미분에 관한 색을 푸른색으로 선택하였다고 하더라도 도함수를 푸른 색 조합 중의 한 색으로 택할 수는 없다. 어쩌면 이전의 화면에서 도함수가 붉은 색 조합 중의 한 색이었다면, 이번 화면에서도 그러하여야 한다. 이때 학생은 미분과 도함수의 관계를 상상하는데 색상이 방해 요소가 될 수도 있다. 따라서 색상 선택의 기준은 개념 연결 고리를 고려하여 미리 설정되어 있어야 하며, 문자 기호의 경우도 마찬가지로 생각되어야 한다.<그림 4>



<그림 4> 수식과 그래프, 색상, 표식의 대조 및 비교에 따른 연결고리

(5) 응용 소프트웨어의 사용자 연결고리와 학습내용물을 구별하도록 구성하여야 한다. 이

것은 컴퓨터 기술 및 기술자의 문제이기도 하지만, 학습과정 저작자도 영역 설정을 통하여 구분함으로써 학생의 활동 영역을 제시받을 수 있게 해 주기 때문에, 양방향 의사소통의 기초가 될 뿐만 아니라, 학습 활동의 수동적 양태에서 능동적인 자세로의 변화 및 태도의 수정도 기대할 수 있다. 따라서 간결하고 힘찬 형태가 요구될 것이다. 단순하고도 직접적인 표현이 연속적으로 필요할 때도 있을 것이다.

결론적으로 대화형 실행매체의 작성자는 매체를 통하여 탐구활동이 특정 주제에서 일반화로 이행하도록, 그리고 반복을 통한 복습 및 재구성이 가능하도록 구성하여야 한다. 또한 학습자가 부담을 느끼지 않고 대처할 수 있도록 하여야 하며, 외부적 흥미보다 수학 자체의 개념으로부터 즐거움을 느끼도록 하여야 한다. 바꾸어 말하면, 대화형 실행매체의 작성자는 기계가 답을 계산하는 환경에서 학생이 배우는데 필요한 것이 무엇일까? 하는 것을 명심하여야 한다.

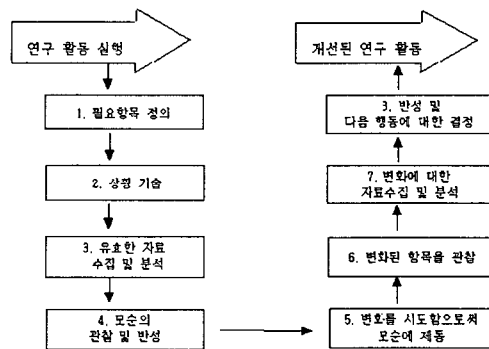
다. 수학 교사의 수업진행 방법 및 역할에 있어서의 변화

인류의 긴 역사를 고려한다면, 오늘날의 학습자는 많은 양을 학습하게 된다. 여태껏 교사의 임무는 가능한 한 많이 가르치는 것이었으며, 교사에 의해서 학생에게 전달되는 지식의 일부는 대단히 중요하게 여겨졌다. 전달 체계가 항상 교사로부터 학생에게로 진행되었으며, 그 역 과정은 존재하지 않았기 때문에, 학생은 교사로부터만 지식을 획득하였다. 그러나 언제부터인가 이러한 지식의 전달 체계에 있어서 교사의 역할에 의문이 나타나기 시작했다. 이제는 교사의 역할이 지식을 전달하는 것이 아니라, 학생의 배움에 부담이 된다면 역할은 바

뀌어야 하며, 그것은 교실에서 도움을 주는 지식 전달의 반사 매체가 될 것이다.

컴퓨터를 활용한 교수 방법에서 교사의 역할은 학생들의 배우는 과정을 도와줄 수 있도록 교사 자신이 가르치는 것으로부터 배우는 쪽으로 변해야 할 지도 모르겠다. 다시 말하면 가능성이 많은 학생들에게 창조적인 생각을 접목시키는 것이 교사의 역할이 되어야 함을 의미하고 있다. 이제 교사는 수학 문제의 풀이법을 학생들에게 전수하지 않아도 될 것 같다.

이러한 변화의 추세에 따라 수학교육의 방법도 바뀌어야 할 것이다. 여기서는 <그림 5>과 같이 수업 향상을 위해 다음 모델을 소개한다(Bassey, 1998, p. 95). 이 모델은 연구 활동의 실행에 관한 모델인데, 교사가 교실 수업연구에 필요한 학습자료를 만들 때의 틀이 8단계로 이루어져 있으며, 특히 다음과 같이 세 가지 점에 중점을 두고 있다.



<그림 5> 연구 활동의 실행 틀

첫째, 현재 교육상황에서 어떠한 문제가 발생하고 있는가? (1~4단계)

둘째, 방법적인 변화를 추구함으로써 상반된 문제를 다룰 수 있는가? (5단계)

셋째, 변화를 시도한 후 관찰되는 문제에 대한 개선안은 무엇인가? (6~8단계)

이에 따라, 학생들이 주도하는 문제풀이는 다음과 같은 교수단계 — 단계 1: 능동적인 도입 설정 - 문제제기, 단계 2: 개별적 탐구시도 - 가정, 단계 3: 소그룹 비교 토론 - 증명, 단계 4: 표준화에 접근 시도 - 정리, 단계 5: 문제 풀이 - 다른 문제에도 적용 —를 적용하게 된다.

오늘날 교실 수업과 비교해 보면, 특별히 강조되어야 할 것으로는 교사의 기다림을 들 수 있다. 학생이 지식에 대한 탐구 및 재구성에 소요되는 시간 동안 교사는 어려운 기다림을 지속하되, 도움을 주는 한 사람의 학생이 되어 수업을 진행하여야 한다. 이것이 바로 새로운 도구를 활용하는 수업에서 교사의 주요한 역할이라고 하겠다.

3. 문제 해결

앞에서 우리는 수학교사가 컴퓨터 응용 프로그램을 활용한 대화형 실행 매체를 작성할 때에는 응용 프로그램의 체계의 선택이 중요하다고 했는데, 이를 위한 컴퓨터 대수체계와 연계한 수학 교수-학습의 응용 프로그램의 설계는 어떻게 해야 하는가? 이를 위해 수학 교과를 위한 대규모 지식 정보 제공체계의 구축이 선행되어야 하는가? 그리고 이것은 원거리 학습자 편의 통신규약을 포함한 웹에서의 동적 구현이 가능할까? 에 대해 알아보자.

가. 컴퓨터 대수체계와 연계한 수학 교수-학습용 프로그램의 설계(CASME⁵⁾)

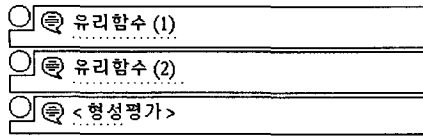
(1) 강의 준비용으로 편집 가능하여야 한다.

하지만 너무 많은 키보드를 사용하는 것은 교사가 지속적인 교재 연구 활동을 바라는 경우 경제성에 도움이 되지 않는다. 왜냐하면 사용에 익숙해져 있는 문서편집기와 같은 친근감을 교사들이 느낄 수 있어야 하는데 그렇지 못하기 때문이다. 수학 교사의 바램은 이러한 문서편집기에 수식 및 그래프 기능이 추가되기를 원한다. 즉 현재의 정적인 수식편집기의 결과는 복사 및 붙이기 기능으로 교사를 성가시게 하기 때문에, 적은 시간으로 수학 학습의 중심 요체를 한 연습장에 모형 설계할 수 있는 컴퓨터 기술이 집중된 수학 전용 워드프로세스를 요구한다. 따라서 동적인 수식 기호와 이를 바탕으로 한 그래프 그리기도 구현될 수 있어야 한다.

(2) 학생들도 같은 이유로 편집기를 사용할 수 있어야 한다. 교사의 강의를 노트에 그대로 베끼는 것은 필수 불가결한 것이 아니다. 교사의 강의를 수학적 결과를 예견하지 아니한 상태에서 제시될 때, 조심스럽게 한 단계씩 전개해 그 결과를 추론할 수 있는 도구가 될 수 있어야 한다.

(3) 강의할 내용을 수록한 파일이 여러 페이지일 경우 이것은 강의에 제한적인 요소로 나타날 지 모르며, 학생과 교사가 제한된 화면 영역에 때문에 수업진행 및 교재 작성에 불편함을 느낄 지도 모른다. 그래서 마우스의 움직임만으로 전체 영역의 이동이 가능하여야 한다. 즉 여러 개의 파일 내용이 한 화면에 주제 설명의 순서 및 교사의 의도에 따라 분산 배치될 수 있어야 한다. 이것은 가상 데스크탑과의 기능과 유사하다.<그림 6>

5) Computer Algebra System in Math. Education (CASME)



<그림 6> 독립영역으로서의 가상 데스크탑

(4) 입력 영역과 출력 영역의 구분이 분명하여야 한다. 입력으로부터 수식 표현과 그래프의 영역도 보장되어야 하며, 입력으로부터 적용된 연산 결과도 보장되어야 한다.<그림 7>

$$\Delta y = \frac{k}{x-p} + q \quad \text{Apply}$$
 $k = 1$
 $p = 2$
 $q = 0$

$$\Delta y = \frac{1}{x-2} + 0 \quad \text{Substans}$$

<그림 7> 입력, 출력 영역 및 적용된 결과

이상의 요소들이 만족될 경우, 컴퓨터 기술이 수학 교수-학습의 개선에 일익을 담당할 수 있을 것으로 생각되며, 동일 주제를 다룬 경험에 따라서 다소 차이는 있을 수 있지만 수학교육을 위한 공통분모로 더 많은 요소들이 존재할 것이다.

나. 수학 교과를 위한 대규모 지식 정보제공 체계⁶⁾의 구축

표준적인 수학 교육과정에 따른 전자 교과서를 제공함으로써 교사와 학생이 필요에 따라 참고할 수 있도록 한다. 이때 Hypertext 기능은 자료 연동에 꼭 필요한 요소이며, 수식에 따른 개별정보도 처리할 수 있는 기능도 추가되어야 하며, 앞에서 언급한 편집기를 사용한 자료의 재편집도 가능해야 한다. 이것은 학생 입장에서 보면 개별화 학습을 가능케 하고, 탐구학습도 구현할 수 있게 해 줄뿐만 아니라, 교사의 입장에서는 언제나 새로운 자료로 재구성할 수 있음을 뜻한다.

다. 원거리 학습자 편의 통신규약⁷⁾을 포함한 웹에서의 동적 구현

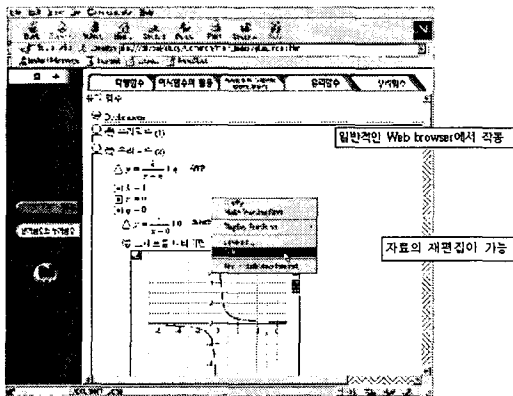
교육의 경제적인 측면을 고려할 때 웹에서 수식과 그래프를 구현할 수 있고, Off-line 상태에서 컴퓨터 대수 체계기반의 일부 기능을 사용할 수 있을 정도이면 충분하다고 하겠다. HTML 및 XML⁸⁾, Plug-ins가 이러한 것의 구현을 가능하게 한다. 다음 <그림 8>는 후자의 예이다. 정적인 측면에서 Adobe사에 의한 Acrobat Reader(PDF format), IBM사의 TechExplorer(Tex format), Geometry Center의 WebEQ(MathML, WebTex) 그리고 Microsoft사의 Word Viewer(RTF format) 등이 있다. 동적인 구현이 가능한 MathSoft사의 MathCAD 전용 MathExplorer가 있으나 On-line에서만 동작한다. 반면에 MapleSoft사의 MathView Plug-in은 제한적이거나 Off-line 상태에서 동적 구현이 가능

6) Large scaled knowledge Data base
 7) Easy-Protocol
 8) HyperText Mark-up Language
 eXtensible Mark-up Language

하며, 일반적인 Web browser에서도 잘 작동되므로 가장 경제적이며 사용이 편리하다. 편집기를 가지고 있다면 Web Plug-ins 영역의 해당 부분은 재편집이 가능하다.

이러한 것을 이용하면 시간과 공간을 초월한 유연성의 확보로 원거리 학습자는 다음과 같은 이점을 가질 수 있다 :

1. 학생의 평균 수업능력 이상으로 교사의 노력을 활용한다.
2. 학생은 교육과정을 재구성할 수 있는 기회를 가질 수 있다.
3. 수업의 연장선상에서 수업내용을 개별적으로 탐구할 수 있다.



<그림 8> Web-Browser에서 MathView Plug-in으로 구현한 ON-Math 공통수학

4. 결 론

앞에서 우리는 수학교사가 컴퓨터 대수체계와 연계한 응용 프로그램을 활용한 대화형 실행 매체를 작성할 때에는 응용 프로그램의 체계의 선택이 중요하다고 했으며, 이를 위한 컴퓨터 대수체계와 연계한 수학 교수-학습의

응용 프로그램의 설계는 어떻게 해야 하는가? 이를 위해 수학 교과를 위한 대규모 지식 정보 제공 체계의 구축이 선행되어야 하는가? 그리고 이것은 원거리 학습자 편의 통신규약을 포함한 웹에서의 동적 구현이 가능할까? 등에 대해 알아보았다.

오늘날 인간과 컴퓨터의 상호관계는 사용자와 방편의 역할로 구분된다. 교육수단 매체로 컴퓨터를 활용함에 우리가 속한 사회의 문화 및 구조에 변화를 요구하게 된다. 특히 교육비용의 효율적 측면과 더불어 오랜 기간 동안 관습화된 매체에 익숙한 교육자들의 우려는 컴퓨터의 유용성을 널리 보급하려는 시스템의 고안자들에게 완벽한 시스템의 소프트웨어를 요구하는 등 기술적으로 어려움을 가져오고 있다. 예를 들면 '교사가 없는 상황에서 학습이 진행됨에 조정 역할이 가능한가?', '미리 결정된 과정을 따라 학습하게 되는 구속성은 점점 더 수동적 학습 양상을 보여 주는 것은 아닌가?' 등이다.

여기에 대해서는 다음의 관점에서 접근하여 보면 답을 구할 수 있을 것이다. 모든 학습자는 실제로 별개의 요구를 하고 있기 때문에, 서로 다른 학습 전략을 가지게 되며, 이러한 전략에 적합한 틀을 가지는 것이 대단히 중요하다. 그렇게 되기 위해서는 개별학습 효과가 보장되는 시스템 및 응용 프로그램을 조심스럽게 고안하고, 질의 응답의 기회가 부여되는 통신 수단의 확립이 무엇보다도 우선 되어야 하며, 이렇게 함으로써 컴퓨터는 교육수단으로서의 역할을 부여받게 될 것이다.

5. 제 언

이를 위해서는 앞으로 수학 학습용 사용자

환경을 고안하는 전문가 그룹의 조직의 구성이 필요하며, 컴퓨터 대수 체계기반의 국외 동향으로부터 나아가야 할 방향 모색이 필요하며, 수학 교수-학습을 위한 수식과 그래프의 전송이 자유로운 전용망 형성 등이 앞으로의 숙제이다.

가. 수학 학습용 사용자 환경⁹⁾을 고안하는 전문가 그룹의 조직

현재까지 국내 동향은 수학교육용 응용 프로그램의 사용자 환경을 연구한 보고는 없다. 수학 교육과정상 독립 단원과 단원의 연계로부터 관계 설정이 다양해지기 때문에, 교육용 응용 프로그램의 사용자 환경은 기본적으로 다중형을 지향하고 있다. 따라서 이것은 수학 교육과정 전문가와 컴퓨터 기술을 보유한 그룹에 의해 많은 연구과정을 거쳐 설정 기준과 방법을 고안하여야 한다. 예를 들어 방정식의 입력 영역은 식으로 분류할 것인지, 아니면 함수로 분류하여 $y=0$ 로 설정할 것인지를 고려하여야 한다. 삼각비는 식의 개념에서 출발하여 함수로 이행되고 또한 도형으로 접근되므로 사용자 환경은 다중 설정이 고려되어야 한다. 덧붙여서 컴퓨터 기능이 설정된 제어 통로와 통신도 고려하여야 하며, 학습 연결고리 구현단계도 고려하여야 한다.

또 많은 선행 연구자들이 작성한 수학용 혹은 수학교육용 컴퓨터 응용 프로그램을 학습자 편의상에서 볼 때 하나의 사용자 환경에서 연동시킬 수 있다면 교수-학습의 효과는 증가될 것이다. 이것은 컴퓨터 기술 분야의 전문가가 참여한다면 개방형 문서연결 개념¹⁰⁾을 적용하여 구현될 수 있다.

나. 컴퓨터 대수 기반체계의 국외 동향으로부터의 영향

여기서 '컴퓨터 기술에서 수학의 역할은 무엇인가?' 라는 물음에 대한 답을 생각하여 보자. 잘 정리된 수학의 체계를 특정언어를 통하여 구현하는 컴퓨터 대수 기반체계는 1990년대에 이르러 보편적인 추세로 가고 있다. 이런 추세는 컴퓨터 및 응용프로그램을 활용한 과학과 공학 분야의 결과라 할 수 있지만, 국내의 경우 대부분 수입 완제품에 의존하여 사용하고 있으며, 대학 및 연구 기관에서 수치 해석적 방법에 편중되어 있는 다소 미흡한 접근을 시도하고 있다. 국가적 차원에서 산업계의 동향과 무관하지 않음을 외국의 많은 경우로부터 보아왔기에, 이러한 것을 수학교육에서 활용하는 것이 균형 회복을 위한 출발점이 될 수 있을 것이다.

다. 수학 교수-학습과정에서 발생하는 질의, 응답에 대한 통신 방법

수학교육의 특성상 원거리 통신도구에서 필요한 구성요소는 수식과 그래프의 전송이 자유워야 한다는 것이다. 이것은 실시간 동영상회의 방법을 구현하는 기술과는 구별되며, 앞에서 언급한 수학 전용 문서편집기 기능에 추가하여 이것을 실현하는 것이 좋다. 특히 교육 전용망 서버에 이 특정 기능을 보유함으로써 전국적인 망을 형성할 수 있을 것이다.

참고 문헌

9) UI (User-interface)

10) Open-Documents

- 구광조, 오병승, 류희찬 (공역)(1997). 수학교육 과정과 평가의 새로운 방향. 경문사.
- 김민경 (1997). 수학교육에서 멀티미디어 활용과 교수전략에 있어서 그 효과. 대한수학교육학회 논문집. 7(1), 369-379.
- 김연식, 김수미 (1996). 메타인지 개념의 수학교육적 고찰. 대한수학교육학회 논문집. 6(1), 111-123.
- 김인수, 고상숙, 박승재, 김영진 (1998). 이차함수와 타원의 문제해결 지도를 위한 멀티미디어 학습자료 개발. 대한수학교육학회 - 열린 수학교육의 이론과 실제. 483-501.
- 김정원, 류희찬, 예홍진 (1998). 수학교육에서의 멀티미디어 교수/학습 자료의 유형 분류. 한국수학교육학회지 시리즈 E, 7(2), 407-422.
- 민세영 (1997). 역사 발생적 원리에 따른 로그 단원의 지도에 관한 연구. 대한수학교육학회 논문집. 7(2), 381-396.
- 박경미 (1995). 수학교육에서의 구성주의. 대한수학교육학회 논문집, 5(1), 217-224.
- 박경미 (1996). 수학교육학의 학문적 정체성 탐구를 위한 소고. 대한수학교육학회 논문집, 6(2), 115-127.
- 박달원, 김승동, 김응환 (1998). 인터넷용 중학교 수학과 학습자료 개발. 한국수학교육학회지 시리즈 A, 37(2), 239-244.
- 박영배 (1996). 수학 교수-학습의 구성주의적 전개에 관한 연구. 서울대학교 대학원 박사학위 논문.
- 신향근 (1997). 컴퓨터 이용을 통한 대학 교양 수학 교수법의 개선방안. 대한수학교육학회 논문집, 7(1), 171-197.
- 우정호 (1998). 학교수학의 교육적 기초. 서울대학교 출판부.
- 이근백, 예홍진, 방승진 (1998). 수학교육에서의 WBI를 위한 교수/학습 자료의 개발 - 중학교 수학과 도형영역을 중심으로. 한국수학교육학회지 시리즈 E, 7(2), 373-387.
- 이종영 (1998). 컴퓨터 환경에서 교수학적 변환의 가능성. 대한수학교육학회 논문집, 8(2), 475-484.
- 장경윤 (1997). 수학교육에서의 Hypermedia의 활용에 관한 연구 - 문제해결 지원체제로서의 효율성을 중심으로. 대한수학교육학회 논문집, 7(2), 73-90.
- 전영국 (1995). 일차방정식을 컴퓨터에게 가르쳐보는 과정을 통한 문제풀이 : 시스템 개발과 형성평가. 교육공학연구 논문집, 11(2), 143-166.
- 전영국 (1996). 서버 운영을 중심으로 고찰한 교육망의 사례조사. 교육공학연구 논문집, 12(2), 57-79.
- 전영국 (1998). 교수 설계자동화 시스템 개발을 위한 이론적 고찰. 한국컴퓨터교육학회 논문집, 1(1), 127-138.
- Abelson, H., Sussman, G. J., & Sussman, J. (1996). *Structure and interpretation of computer programs*. The MIT Press.
- Bassey, M. (1998). Action research for improving educational practice. In R. Halsall (Ed.), *Teacher Research and School Improvement* (pp. 94-108). Bristol: Open University Press.
- Coyne, R. (1995). *Designing information technology in the post modern age*. The MIT Press.
- Fitz-Gerald, G. F., & Healy, W. P. (1997). Maple and the World-Wide Web at RMIT. In Wei-Chi Yang, Yahya Abu Hasan (Eds.). *Computer Technology in Mathematical Research and Teaching* (pp. 146-158). University Sains Malaysia.

- Foley, G., & Schuck, S. (1998). Exploring the potential of a web-based conferencing tool in mathematics education. In H. S. Park., et al. (Eds.). *ICMI-EARCOME 1 Proceedings, Vol. 3*, 167-179.
- Geddes, K. O., Czapor, S. R., & Labahn, G. (1992). *Algorithms for computer algebra*. Kluwer Academic Publishers.
- Harper, D., Wooff, D., & Hodgkinson, D (1991). *A guide to computer algebra systems*. John Wiley & Sons.
- Jun, Youngcook. (1998). Web-based Computer-Managed Instruction for High School Mathematics. In Han Shick Park. et al. (Eds.). *ICMI-EARCOME 1 Proceedings, Vol. 3*, 181-192.
- Kajler, N. (1990). Building graphic user interfaces for Computer Algebra Systems. In A. Miola (Ed.). *Lecture Notes in Computer Science 429. Design and Implementation of Symbolic Computational Systems. International Symposium DISCO* (pp. 235-244). New York, Springer-Verlag.
- Kaput, J. J., & Roschelle, J. (1999). The mathematics of change and variation from a millennial perspective: New content, new context. In C. Hoyles, C. Morgan, & G. Woodhouse (Eds.). *Studies in Mathematics Education Series 10 : Rethinking the Mathematics Curriculum* (pp.155-170). London. Falmer Press.
- Knuth, D. E. (1973). *The art of computer programming (2nd Ed.)*, Vol. 1. Addison-Wesley.
- Krantz, S. G. (1993). *How to teach mathematics*. American Mathematical Society.
- Lewin, J. (1997). The roles of scientific workplace and scientific notebook as an instructional tool in a mathematics curriculum. In Wei-Chi Yang, Yahya Abu Hasan (Eds.). *Computer Technology in Mathematical Research and Teaching* (pp. 146-158). University Sains Malaysia.
- Nakahara (1993). Study of the constructive approach in mathematical education. *Hiroshima Journal of Mathematics Education, Vol. 1*, 75-88.
- Pinchback, R. M. (1997). Maple and the World Wide Web. *Maple Tech, Vol. 4, No. 3*, 8-12.
- Sammet, J. E. (1996). Symbolic computation : The early days(1950-1971). In D. V. Chudnovsky, R. D. Jenks (Eds.). *Computers in mathematics* (pp. 351-366). Marcel Dekker.
- Scheftic, C. (1993). Interactive mathematics texts: ideas for developers. In T. Lee (Ed.). *Mathematical computation with maple V : Ideas and applications* (pp. 57-65). Birkhäuser Boston.
- Scitt, C., & Usher, R. (1999). *Researching education*. London: Cassell.
- Watanabe, S. (1998). Teaching mathematics with technology. In Wei-Chi Yang, Kiyoshi Shirayanagi, Sung Chi Chu, & Gary Fitz-Gerald (Eds.). *Proceeding of the Third Asian Technology Conference in Mathematics* (pp. 170-176). Springer -Verlag.

A Note on the Relationship between IMTs and the Prototype Design of Computer Applications in the School Mathematics.*

Huh, Man Sung • Park, Yong Beom • Kim, Boo Yoon

This article made overtures of the relationship between interactive mathematics texts and the prototype design of computer application with Computer Algebra System Math. Engine, linking together in the school mathematics. School teachers and researchers would try to construct mathematical materials with computers in educating students in the middle and high school grades. As the individual users come to manage hyper-media materials, so they meet with the

problem of 'Who does control?'. A mass user would be concerned with interactive mathematics materials directly or off-line at realtime and manipulate the process of problem-solving symbolically with MathView¹¹⁾ and ON-Math¹²⁾. Discussion was made in developing the factor in the domestic situation and reaching out their hands for it. In conclusion, a user may reform the information of math-curriculum limitedly.

* Interactive Mathematics Texts

11) MapleSoft, Inc.

12) On Networking Mathematics, CAI Systems Korea