

論文99-36C-10-8

조합 최적화 문제 해결을 위한 통계적 홉필드 신경망의 일반화 모델에 관한 연구

(A study on the Generalized Model of Statistical
Hopfield Neural Network to Solve the Combinational
Optimization Problem)

金泰衡*, 金有信*

(Tae-Hyung Kim and Yoo-Shin Kim)

요약

이 논문에서는 잘 알려진 N-P complete 문제인 TSP를 풀수 있는 통계적 홉필드 신경망의 일반화된 모델을 제안한다. 정규화를 통한 형태의 목적함수를 가진 반 덴 바우트의 방법은 필요한 외란 효과를 다 고려하지 않은 심각한 단점이 있다. 제안된 모델에서는 향상된 목적함수가 사용되었고 반 덴 바우트가 고려한 2가지와 박찬익이 더 고려한 1가지를 포함하는 5가지의 외란 효과와 외란 효과들의 비를 이용하는 방법을 제안한다. 임의로 만든 10개 도시의 시뮬레이션을 통해 제안한 모델이 100가지의 경우에서 90가지가 최적이나 거의 최적에 도달함을 보여준다.(오차 5% 이내로) 30개와 50개도시의 큰 규모의 TSP에 대해 좋은 결과를 얻었다.

Abstract

In this paper, we propose a generalized model of statistical Hopfield neural network applicable to solving the well known NP-Complete problem, TSP. Van Den Bout's method to simplify the energy function through normalization has severe weak points that it does not consider the necessary perturbation effects. In proposed model, the improved energy function is used and 5 kinds of perturbation effects and the ratio between perturbation effects are considered including van Den Bout's 2 kinds and one more kind of Park. Through the simulation of randomly generated distribution of 10-city, it is found that our model shows 90 out of 100 cases reach the optimum and near optimum solution(within 5% error). We show the simulation of the large scale 30-city and 50-city.

I. 서론

순환 판매원 문제(TSP:Traveling Salesman Problem)

* 正會員, 釜山大學校 電子工學科

(Dept. of Electronics Eng., Pusan Univ.)

※ 이 논문은 1996년-1997년 한국 과학 재단의 연구비 지원에 의해 연구되었음

接受日字:1997年4月8日, 수정완료일:1999年9月15日

는 대표적인 조합 최적화 문제로서 잘 알려져 있다. 순환 판매원 문제는 n개의 각 도시가 주어졌을 때, 순환 판매원이 n개의 모든 도시를 단 한번씩만 방문하면서, 처음 출발지로 되돌아오는 가장 최소의 여행거리(최소 비용)를 가지는 여행 경로를 찾는 문제이다. 이 문제는 NP-Complete(Nondeterministic Polynomial-Complete) 문제로서, 최적해를 찾는 다항식 알고리즘이 알려져 있지 않다.

이 TSP문제를 푸는데, 신경망을 이용한 방법으론,

홉필드 신경망이 있고, 한편, 금속의 담금질과정을 조합 최적화문제로 관계를 정립한 시뮬레이티드 어닐링이 있다. 홉필드 신경망은 에너지 함수가 감소할 때, 지역 최소점(local minimum)에 쉽게 빠지는 결점이 있다.^[1-8] 그리고, 시뮬레이티드 어닐링은 최적해를 구하는데 걸리는 시간이 매우 길다는 단점이 있다.^[9, 12] 반 덴 바우트는 볼츠만 밀도를 홉필드 신경회로망의 TSP-에너지 함수의 제약 조건으로 사용하는 결합 모델을 제시하여, 이 둘의 결점을 해결하려 하였다.^[13, 14] 그는 이 결합 모델을 사용하여 어떤 온도로부터 점차 온도를 낮추어 가면 임계온도(critical temperature)에 이르면서부터 에너지 함수가 최소상태로 수렴하기 시작되어 모든 도시들이 제각기 적당한 방문 순서에 따라 정렬됨으로써 최적해 또는 거의 최적 해를 얻을 수 있도록 하였다.

본 논문에서는 이들 모델 중 반 덴 바우트의 홉필드와 시뮬레이티드 어닐링 결합 모델을 수정하여 일반화된 결합 모델을 제안하며, 이것을 HOPSA 모델이라고 명명한다. HOPSA 모델에서는 다음에 서술하게 될 반 덴 바우트의 에너지 함수를 개선하여 두가지의 제약 조건 외에

$$\sum_x \sum_i V_{x,i} = n \quad (1)$$

을 추가하여 지역 최소점에 빠지는 현상을 개선한 보다 일반적인 에너지 함수를 만들었다. 한편, 박찬익은 반 덴 바우트보다 뉴런들 사이의 외란효과를 한가지 더 고려하여, 임계온도의 이론적 예측을 정확히 하려 하였다. 에너지 함수의 수정으로 반 덴 바우트와 박찬익이 고려하지 못한 외란효과들을 고려하여, 임계온도의 결정시에 일반화된 외란효과를 다 고려하였다. 또한, 외란효과의 양을 표시하는 새로운 변수를 도입함으로써 일반화된 임계온도의 결정 방법을 보여주었다.

반 덴 바우트와 박찬익은 특정한 도시 분포를 가진 예에 대해서만 적용했지만, 이 HOPSA 모델은 임의의 도시 분포를 가진 경우에 대해 다 적용할 수 있는 일반성을 지닌다. 본 논문은 아래에 HOPSA 모델의 제안과 임계온도 결정에 외란 효과 고려, 임계 온도 결정, 시뮬레이션 방법과 결과, 그리고, 결론을 논할 것이다. 시뮬레이션에는 도 10개의 TSP에 대하여 무작위로 난수를 발행시켜서 얻은 100가지의 데이터를 사용하여 모든 도시 분포에 대해 HOPSA 모델이 다 적용 가능함을 보인다. 또한 큰 규모의 TSP에 대한 해결도 논의

한다.

II. 홉필드 신경회로망과 시뮬레이티드 어닐링의 결합 모델(HOPSA)

1. 조합 최적화 문제와 홉필드 신경회로망

조합 최적화 문제는 많은 독립 변수들로 구성된 목적 함수의 최소값이나 혹은 최대값을 얻을 수 있는 효과적인 해를 찾는 것이다. 최적화 문제로서 가장 널리 알려진 것은 순환 판매원 문제이다. 이를 해결하기 위해 방문해야할 도시의 수가 n개 일 때, 이 문제를 풀기 위한 행렬을 아래의 [그림 1]과 같이 나타낸다.

(a)/(b)	1	2	3	...	n
A	V _{A,1}	V _{A,2}	V _{A,3}	...	V _{A,n}
B	V _{B,1}	V _{B,2}	V _{B,3}	...	V _{B,n}
C	V _{C,1}	V _{C,2}	V _{C,3}	...	V _{C,n}
...
n	V _{n,1}	V _{n,2}	V _{n,3}	...	V _{n,n}

그림 1. TSP를 풀기 위한 조합 행렬(n×n)

n : 도시의 개수

V_{x,i} : 도시 x를 i번째에 방문

(a) 도시 (b) 방문순서

Fig. 1. Combinational Matrix to solve TSP

n : city number

V_{x,i} : x city with visited order i

(a) city (b) visiting order

이 행렬에서 V**는 0혹은 1의 값을 가지며 0은 도시를 방문하지 않음을 뜻하고 1은 도시를 방문함을 뜻한다. 여행경로는 위의 그림에서 0과 1의 값에 따라, A-C-D-...-n과 같은 식으로 결정되게 된다. 이 행렬에 따라 홉필드와 탱크는 목적 함수를 다음과 같이 정의하였다.^[3-5]

$$E = \frac{A}{2} \sum_x \sum_{j \neq 1} \sum_i V_{x,i} V_{x,j} + \frac{B}{2} \sum_x \sum_{y \neq x} \sum_i V_{x,i} V_{y,i} + \frac{C}{2} (\sum_x \sum_i V_{x,i} - n)^2 + \frac{D}{2} \sum_x \sum_{y \neq x} V_{i,dxy} v_{x,i} (V_{y,i} + 1 + V_{y,i-1}) \quad (2)$$

dxy : 도시 x와 y사이의 거리(Cost), A, B, C, D : 상수

위 식에서 첫 번째 항은 행렬의 각 행(row)에 1이 오직 한번만 있도록 해주어 모든 도시를 다 방문하도록 설정된 항이다. 두 번째 항은 행렬의 각 열(column)

에 1이 오직 한 개만 있도록 하여, 한번에 도시를 한 개씩만 방문하도록 설정된 제약조건이다. 그리고, 세 번째 항은 행렬 내의 1의 총 개수가 n개가 되도록 해주기 위한 것이며, 네 번째 항은 방문하는데 소요되는 거리가 최소가 되도록 하기 위해 설정된 항이다.

2.에너지 함수의 수정과 에너지 함수의 평균장

반 덴 바우트는 홉필드 신경회로망과 시뮬레이티드 어닐링을 결합시키기 위해 아래와 같이 볼츠만 밀도를 [그림 1]의 조합 행렬의 행에 대한 정규화로 사용하였다.^[13]

$$V_{x,i} = \frac{\exp(-E_{x,i}/T)}{\sum_j \exp(-E_{x,j}/T)} \quad (3)$$

$E_{xi} = \partial E / \partial V_{xi}$: 평균장(mean field)

그는 이 방법에 의해 홉필드와 탱크가 정의한 목적 함수 (2)식에서 다음과 같이 첫 번째 항과 세 번째 항을 없앨 수 있다고 하였다.^[13]

$$E = \frac{B}{2} \sum_i \sum_{x \neq y} V_{x,i} V_{y,i} + \frac{D}{2} \sum_{x \neq y} \sum_i dx_{y,x} V_{x,i} (V_{y,i+1} + V_{y,i-1}) \quad (4)$$

반 덴 바우트에 따르면, 볼츠만 밀도를 행렬의 행에 대한 정규화로 쓰면 각 행의 전체 총합은 결코 1을 넘지 못하기 때문에 목적함수 식의 첫 번째 항이 쓰여지는 제약 조건은 충족되므로 이 항은 없앨 수 있다고 했다. 또한, 냉각을 시작하는 초기 온도 T가 충분히 높은 곳에서는 $V_{**} \cong 1/n$ 이 되므로 목적 함수의 세 번째 항을 없앨 수 있다고 했다.

그런데, 냉각이 시작하여 온도가 생각보다 충분히 낮아 임계온도 부근에 오면 $V_{**} \cong 1/n$ 의 가정이 맞지 않는다. 또한, 세 번째 항이 에너지의 수렴 방식(에너지 수렴곡선의 형태)에 영향을 미치므로 이 항을 없애면 중대한 오류를 초래할 수 있다. 즉, 시스템이 임계온도 근처에까지 온도가 낮추어져서 어느 한 상태로 수렴해 들어가는 과정에서는 한 행의 n개의 뉴런들 중에서 1개가 '1'로 수렴하고 나머지 n-1개의 뉴런들은 모두 '0'으로 수렴해 들어간다. 이 때의 수렴과정에서는

$$\sum_x \sum_i V_{x,i} = n + \Delta n \quad (5)$$

이 되기 때문에 원래 목적 함수식의 세 번째 항을 제약 조건으로 추가해 주어야 한다. 그러므로, 목적 함수를 아래와 같이 정의해 주어야 한다.

$$E = -\frac{B}{2} \sum_i \sum_{x \neq y} V_{x,i} V_{y,i} + \frac{C}{2} (\sum_i \sum_x V_{x,i} - n)^2 + \frac{D}{2} \sum_{x \neq y} \sum_i dx_{y,x} V_{x,i} (V_{y,i+1} + V_{y,i-1}) \quad (6)$$

그리고, (6)식으로부터 평균장의 식을 구하면 다음과 같다.

$$E_{xi} = \frac{\partial E}{\partial V_{x,i}} = B \sum_i \sum_{y \neq x} V_{y,i} + C (\sum_i \sum_x V_{x,i} - n) + D \sum_{y \neq x} dx_{y,x} V_{x,i} (V_{y,i+1} + V_{y,i-1}) \quad (7)$$

따라서, (7)식과 (3)식을 이용하여 뉴런 출력값을 결정 한 뒤, (6)식이 전역적 최소점으로 가게 하면 된다. 즉, 어떤 온도로부터 점차 온도를 낮추어 임계온도에 이르면 모든 도시들이 제각기 방문 순서에 따라 정렬 되어 최적해 또는 거의 최적해를 얻을 수 있다. 그러므로, 임계온도를 미리 예측하여 임계온도의 근처에서 매우 천천히 어닐링시키면 수렴 시간을 단축시킬뿐더러 좋은 결과를 얻을 것으로 기대할 수 있다.

3. 임계온도의 결정

1) 외란효과

임계온도 부근에서는 뉴런들이 어떤 한 상태로 수렴해 들어가는데 이때 발생하는 외란효과를 고려해 보자. I+1번째 방문도시 $y(V_{y,i+1})$ 에 어떤 외란이 일어났을 때 i번째 방문도시 $x(V_{x,i})$ 에 나타난 변화(ΔV_{xi})는 (3)식으로부터 다음과 같이 계산된다.

$$\Delta V_{x,i} = \frac{dV_{x,i}}{dE_{x,i}} \Delta E_{x,i} = \frac{V_{x,i}(V_{x,i-1})}{T} \Delta E_{x,i} \quad (8)$$

여기에서 ΔE_{xi} 는 $\Delta V_{y,i+1}$ 에 의해 생긴 것이므로 결국 $\Delta V_{y,i+1}$ 에 의해서 ΔE_{xi} 가 만들어 지고 이로 인해서 ΔV_{xi} 가 유도된다. $\Delta V_{y,i+1}$ 는 아래의 [그림 2]과 같이 다섯가지의 방식으로 V_{xi} 에 영향을 미치는데, 그것에 대한 각각의 ΔE_{xi} 를 구하여 그들의 합으로써 총 ΔE_{xi} 를 구할 수 있다.

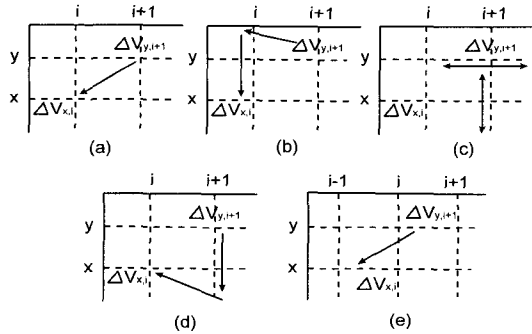


그림 2. $\Delta V_{y,i+1}$ 이 $V_{x,i}$ 에 영향을 미치는 방식
Fig. 2. How for $\Delta V_{y,i+1}$ to effect $V_{x,i}$.

[그림 2]에서 (c)와 (e)는 다음의 수식에서 알 수 있듯이 에너지 함수에 (1)식의 제약 조건을 고려해 주었기 때문에 나타난 것이다.

[그림 2](a) : $V_{y,i+1}$ 이 직접적으로 $V_{x,i}$ 에 영향을 미치는 것이다. 즉, $V_{y,i+1}$ 의 외란 $\Delta V_{y,i+1}$ 로 인하여 $\sum_i V_{x,i+1}$ 이 만족되지 못하므로 나타난 것이다. 이것은 평균장 (7)식으로부터

$$\Delta E_{x,i} \textcircled{1} = \frac{\partial E_{x,i}}{\partial V_{y,i+1}} \Delta V_{y,i+1} = (D_{xy} + C) \Delta V_{y,i+1}$$

로 구할 수 있다. 나머지 $\Delta E_{x,i}$ 는 평균장 (7)식으로부터 다음과 같이 이끌어 낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \Delta E_{x,i} &= \sum_{z \neq x} \sum_{\Gamma} \frac{\partial E_{x,i}}{\partial V_{z,1}} \Delta V_{z,1} \\ &= \sum_{z \neq x} B \Delta V_{z,i} + \sum_{z \neq x} \sum_{\Gamma} C \Delta V_{z,1} + \sum_{z \neq x} D_{dxz} \Delta V_{z,i} \\ &\quad + \sum_{z \neq x} D_{dxz} \Delta V_{z,i-1} \\ &= \Delta E_{x,i} \textcircled{2} + \Delta E_{x,i} \textcircled{3} + \Delta E_{x,i} \textcircled{4} + \Delta E_{x,i} \textcircled{5} \end{aligned}$$

이때,

$$\begin{aligned} \Delta E_{x,i} \textcircled{2} &= \sum_{z \neq x} B \Delta V_{z,i} \\ \Delta E_{x,i} \textcircled{3} &= \sum_{z \neq x} \sum_{\Gamma} C \Delta V_{z,1} \\ \Delta E_{x,i} \textcircled{4} &= \sum_{z \neq x} D_{dxz} \Delta V_{z,i} \\ \Delta E_{x,i} \textcircled{5} &= \sum_{z \neq x} D_{dxz} \Delta V_{z,i-1} \end{aligned}$$

[그림 2](b) : $\Delta V_{y,i+1}$ 로 인하여 i번째 열의 임의의 도지 ($V_{x,i}$)가 영향을 받고, 그로 인해서 $\Delta V_{x,i}$ 가 생긴 것을 나타낸 것이다.

$$\begin{aligned} \Delta E_{x,i} \textcircled{2} &= \sum_{z \neq x} B \Delta V_{z,i} \\ &= \sum_{z \neq x} B (D_{dzy} + C) \frac{V_{z,i}(V_{z,i-1})}{T} \Delta V_{y,i+1} \end{aligned}$$

[그림 2](c) : $\Delta V_{y,i+1}$ 로 인하여 $\sum_x \sum_i V_{x,i} = n + \Delta_n$ 이 되므로 Δ_n 을 0으로 하기 위해서 $\Delta V_{x,i}$ 가 생긴 것을 나타낸 것이다.

$$\begin{aligned} \Delta E_{x,i} \textcircled{3} &= \sum_{z \neq x} \sum_{\Gamma} C \Delta V_{z,1} \\ &= \sum_{z \neq x} \sum_{\Gamma} C \frac{\partial E_{x,i}}{\partial V_{y,i+1}} \frac{V_{z,i}(V_{z,i-1})}{T} \Delta V_{y,i+1} \end{aligned} \quad (9)$$

[그림 2](d) : $\Delta V_{y,i+1}$ 이 i+1번째 열의 뉴런들에 영향을 미치므로써 그것으로 인해서 $\Delta V_{x,i}$ 가 생긴 것을 나타낸 것이다.

$$\begin{aligned} \Delta E_{x,i} \textcircled{4} &= \sum_{z \neq x} D_{dxz} \Delta V_{z,i+1} \\ &= \sum_{z \neq x} (B + C) D_{dxz} \frac{V_{z,i+1}(V_{z,i+1}-1)}{T} \\ &= \Delta V_{y,i+1} \end{aligned}$$

[그림 2](e) : $\Delta V_{y,i+1}$ 이 i-1번째 열의 뉴런들에 영향을 미치므로써 그것으로 인해서 $\Delta V_{x,i}$ 가 생긴 것을 나타낸 것이다.

$$\begin{aligned} \Delta E_{x,i} \textcircled{5} &= \sum_{z \neq x} D_{dxz} \Delta V_{z,i-1} \\ &= \sum_{z \neq x} C D_{dxz} \frac{V_{z,i-1}(V_{z,i-1}-1)}{T} \Delta V_{y,i+1} \end{aligned} \quad (10)$$

박찬익은 [그림 2]의 다섯가지 외란 효과중에서 (a),(b),(d)의 세 가지만을 외란효과로 고려하여 줌으로써 정확한 임계온도를 구하지 못하였다.

총 $\Delta E_{x,i}$ 는 외란으로 인해 생기는 다섯가지의 효과들을 다 더하면 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \Delta E_{x,i} &= [(D_{dxy} + C) + \sum_{z \neq x} B (D_{dzy} + c) \frac{V_{z,i}(V_{z,i-1})}{T} \\ &\quad + \sum_{z \neq x} \sum_{\Gamma} C \frac{\partial E_{x,i}}{\partial V_{y,i+1}} \frac{V_{z,i}(V_{z,i-1})}{T} \\ &\quad + \sum_{z \neq x} (B + C) D_{dxz} \frac{V_{z,i+1}(V_{z,i+1}-1)}{T} \\ &\quad + \sum_{z \neq x} C D_{dxz} \frac{V_{z,i-1}(V_{z,i-1}-1)}{T}] \times \Delta V_{y,i+1} \\ &= \Delta E_x \Delta V_{y,i+1} \end{aligned} \quad (11)$$

따라서,

$$\Delta V_{xj} = \frac{V_{x,i}(V_{x,i-1})}{T} \Delta E_x \Delta V_{y,i+1} \quad (12)$$

한편, 박찬익은 $V_{y,i+1}$ 의 외란이 똑같은 양만큼 V_{xi} 에 영향을 일으킨다고 가정하였다.(즉, $\Delta V_{y,i+1} = \Delta V_{xi}$) 그러나, 임계온도에서 주어진 도시 분포에 따라서 $V_{y,i+1}$ 의 외란이 V_{xi} 에 미치는 영향은 서로 같다고 볼 수 없으므로 비례상수 α 를 다음과 같이 둘 수 있다.

$$\Delta V_{x,i} = \frac{\Delta V_{y,i+1}}{\alpha} \quad (13)$$

$\alpha=1$ 이면 $V_{y,i+1}$ 의 외란이 똑같은 양만큼 V_{xi} 에 영향을 일으킨다는 것이고(박찬익의 경우), $\alpha < 1$ 이면 V_{xi} 가 $V_{y,i+1}$ 의 외란에 대해 적게 영향을 받고 $\alpha < 1$ 이면 크게 영향을 받음을 뜻한다. 이것은 주어진 도시 분포에 해당하는 임계온도를 결정하는데 매우 중요한 역할을 한다.

2) 임계온도

주어진 도시 분포에 대해서 여행 경로를 형성할 때, 한 도시 x 가 다른 도시들보다는 자기와 가장 가까운 도시 y 에 대해서 경로를 더 잘 형성하도록 하게 되는 온도를 도시 x 에 대한 임계온도 T_x 라 한다.

$V_{xi} \leq 1$ 이기 때문에 두 도시 x 와 y 사이의 경로는 ΔE_x 가 0으로 될 때 형성되기 시작한다. 또한 여행 경로를 형성하기 전에는 각 도시들을 방문할 확률은 $1/n$ 이므로 $V^{**} \cong 1/n$ 으로 둔다.

$$T_x = \frac{d1(d2+d3)+d4}{d5} \quad (14)$$

where $d1 = D(B + 2C)$

$$d2 = \sum_{z \neq x} dz y \times \frac{n-1}{2}$$

$$d3 = \sum_{z \neq x} dx z \times \frac{n-1}{2}$$

$$d4 = C(n-1)(2B + Cn) \times \frac{n-1}{2}$$

$$d5 = Ddx y + C$$

한 도시 x 에 대한 임계온도 T_x 는 주위에 가장 가까이 위치하고 있는 도시(y)가 가까우면 가까울수록 값이 커진다. 주어진 도시 분포에 대해 가장 큰 임계온도를 갖는 도시는 가장 밀집된 지역의, 가장 서로 가까이 위치하고 있는 두 도시이다. 경로가 형성되기 시작하는 전체 도시에 대한 임계온도(T_c)는 (11),(12),(13),(14)식

으로부터 아래와 같이 구해진다.

$$T_c^2 + \alpha \frac{n-1}{n^2} (Ddx y + C) T_c - \alpha \frac{n-1}{n^2} [d1(d2+d3)+d4] = 0$$

$$T_c = \alpha \frac{n-1}{n^2} \left\{ -\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{n^2}{\alpha^2 C^2 (n-1)} [d1(d2+d3)+d4]} \right\} \quad (15)$$

여기서, (15)식을 α 에 대한 함수로 표현한 $T_c = f(\alpha)$ 의 그래프로 그리면 그림 3과 같다.

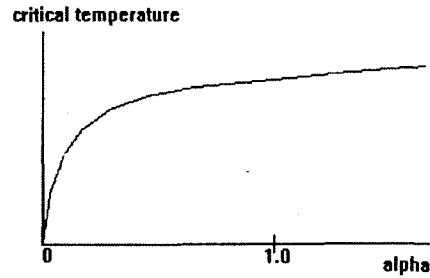


그림 3. $T_c = f(\alpha)$ 의 그래프
Fig. 3. The graph of $T_c = f(\alpha)$.

그림에서 보듯이 α 가 증가함에 따라 임계온도는 단조 증가하는데, 어느 지점의 α 에 해당하는 임계온도를 사용해야 할 것인지는 주어진 문제의 도시 분포에 의해 결정된다. 일반적으로 $\alpha=1$ 에 대응하는 임계온도를 많이 사용하나^[14] 어떤 도시들의 분포에 대해서는 $\alpha > 1$ 이거나 $\alpha < 1$ 의 값을 사용하기도 해야한다. 박찬익은 일반적으로 $\alpha=1$ 라고 가정함으로써 모든 도시 분포에 대한 일반적인 임계온도를 찾는 방법을 제시하지 못했다.

임계온도 부근에서는 외란으로 인해 $\sum_x \sum_i V_{xi} = n + \Delta_n$ 이 되는데, α 가 0에 가까울 때는 $V_{y,i+1}$ 의 외란으로 인해 V_{xi} 가 크게 영향을 받으며 Δ_n 이 크다는 뜻이다. 이 때의 에너지 곡선은 매우 급격하게 떨어지며, 수렴은 빠르나 최적 상태의 해를 결정하는 파라메타값들이 매우 좁은 영역에 분포하기 때문에 이것들을 결정하기가 어렵다. 다음의 시뮬레이션 결과에서 보듯이, 이 때 적당한 C 값을 선정해 주면 이를 보상하여 수렴을 늦게 하는 대신 보다 정확한 결과를 얻도록 할 수 있다. 즉 $\sum_x \sum_i V_{xi} = n$ 의 제약 조건이 외란으로 인해 생기는 Δ_n 을 줄여주어서 에너지 함수가 감소할 때 지역 최소점으로 빠지는 것을 막아준다. α 가 1보다 크면 수렴은 매우 늦어지고 특정 상태를 만족시키는 파라메타값들의 분포가 비교적 넓게 존재한다.

시물레이션을 하여 보면 수렴 시간 때문에 α 는 1이하의 값이 적당하다는 것을 알게 된다. 이 때 에너지 함수를 감소시킬 때 외란으로 인해서 생기는 Δn 을 없애기 위해 추가한 $\sum_x \sum_i V_{xi=n}$ 의 항의 효과를 나타내는 적당한 C를 선정하여 주면 좋은 결과를 얻을 수 있다.

시물레이션에서는 10개의 도시에 대해 B=1.0, D=1.0으로 하였고, 최종 온도는 도시 규모와 목적함수의 값을 고려하여, 10개의 도시에 대해 0.02로 하였다.

III. 시물레이션과 결과

1. HOPSA모델의 시물레이션 알고리즘

STEP 1. 모든 도시에 대해서 각 도시에 대한 임계온도 T_x 를 구한다.

STEP 2. 가장 큰 T_x 를 갖는 도시를 x로 하고, 도시 x와 가장 가까운 도시를 y로 정한다.

STEP 3. 전체 도시에 대한 임계온도 T_c 를 구한다.

STEP 4. $T=T_c+\Delta T$ 로 어닐링을 시작할 초기온도를 설정한다.(시물레이션에서 $\Delta T=0.002$ 로 두었음)

STEP 5. 수렴이 다 될 때까지 다음을 계속 반복한다.

- ① (7)식으로 평균장을 계산한다.
- ② (3)식으로 V_{xi}^{new} 를 계산한다.
- ③ 새로운 뉴런값을 결정한다. (시물레이션에서 ν 값을 0.5로 두었다)

$$V_{xi}=V_{xi}^{old}+\nu(V_{xi}^{new}-V_{xi}^{old})$$
- ④ (6)식으로 목적함수를 계산한다.
- ⑤ $T=T-T^{cool}$ 로 온도를 낮춘다. (시물레이션에서 T^{cool} 값을 0.00005로 두었다)

2. 결과

반 덴 바우트와 박찬익 등은 시물레이션을 할 때 10-city TSP의 1가지 도시 분포에 대하여만 시물레이션을 하여 단지 그 도시 분포에만 맞는 것을 찾았고 모든 도시 분포에 대해 다 적용할 수 있는 일반성은 가지지 못했다. 그래서, 본 논문에서는 시물레이션을 할 때 10-city TSP에 대해서 난수를 발행시켜서 얻은 100가지 경우의 샘플에 대하여 시도하고, 박찬익과 반 덴 바우트의 것과 비교하여 여기에서 제시된 이론이 모든 도시 분포에 대해 일반성이 있음을 제시한다. 각 α 값에 대한 결과를 비교하기 위해, 시물레이션은 먼저 α 를 고정시킨 뒤, C를 증가시켜 그에 따른 결과를 살펴보았다. C가 증가할수록 에너지가 감소할 때 Δn 의 효과를

많이 고려해주게 되고 따라서 결과는 점점 더 좋아짐을 볼 수 있다. 물론, C를 너무 증가시키면 외란으로 인한 Δn 이 실제보다 크게 계산되므로 결과는 나빠지게 될 수 있으며, C를 어느 값까지 증가시켜 주어야 하느냐 하는 것은 주어진 도시 분포에 따라 결정된다. 한편, α 가 낮으면 낮을수록 외란효과가 커져서 Δn 이 커지므로 C를 많은 비율로 증가시켜 주어야 한다. 여기서, B와 D는 도시 분포에 관계없이 고정으로 두었다. 그리고, 큰 규모의 도시는 고정된 최적 α 값에 대해, 최적의 상태의 해를 나타내는 파라미터 B,D가 좁은 영역에 존재하여 B와 D를 결정하기 어렵다. 이럴 때도, C를 변화시키면 C의 효과에 의해 거의 최적의 해를 찾을 수 있다.

(1) $\alpha=1$ 일 때

이 경우는 가장 밀집된 지역의 제일 가까운 두 도시가 서로 외란효과를 100%다 미치는 것으로 보는 경우이다. 이 때 C값에 따른 결과는 표 1과 같다. C=0일 때가 반 덴 바우트와 박찬익의 방법을 이용한 경우이다. 여기에서 보듯이 C가 증가 함에 따라 결과는 매우 좋아지며, C=0인 반 덴 바우트와 박찬익에 비해, C항이 첨가 됨으로써, 더 최적의 해를 구 할 수 있음을 볼 수 있다.

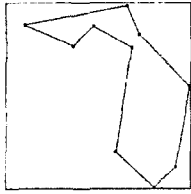
표 1. $\alpha=1$ 일 때 C값에 따른 TSP 시물레이션 결과

Table 1. The simulation result of TSP due to C-value at $\alpha=1$.

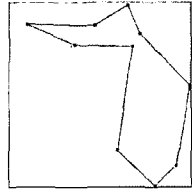
에러율(이하)	sample 수(개)						
	0%	3%	5%	7%	10%	20%	30%
C=0	30	56	63	73	88	98	100
C=0.01	33	54	65	77	89	99	100
C=0.005	41	73	80	88	94	100	100
C=0.10	52	82	88	92	95	100	100

즉, 표 1은 반 덴 바우트와 박찬익의 방법에 대한 우리의 방법과의 최적해 결과면에서 비교 자료가 된다. 그리고, 그림 4를 통해서도 우리의 방법이 최적의 해를 반 덴 바우트와 박찬익 방법에 비해 더 잘 찾음을 볼 수 있다.

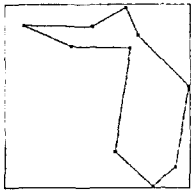
다음은 한가지 경우의 도시 분포에 대해 각각 C가 증가함에 따라 결과 최적해에 접근하는 것을 보인 것이다.



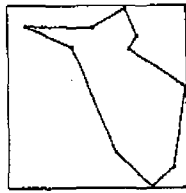
C = 0 일때
여행거리 = 3.246777
에러율 = 8.28%



C = 0.01 일때
여행거리 = 3.197520
에러율 = 6.63%



C = 0.05 일때
여행거리 = 3.197520
에러율 = 6.63%



C = 0.1 일때
여행거리 = 2.998492
에러율 = 0.00%

그림 4. C의 증가에 따른 TSP 시뮬레이션 결과($\alpha=1$)
최적 여행거리가 2.998492인 경우의 도시 분포
Fig. 4. The simulation result due to increasing C-value($\alpha=1$).

The distribution of cities of optimum tour length = 2.998492.

(2) $\alpha=0.5$ 일 때

이 경우는 가장 밀집된 지역의 제일 가까운 두 도시가 있을 때, 한 도시의 외란에 대해서 다른 도시가 2배의 영향을 받는 것으로 보는 경우이다. 이때 C값에 따른 결과는 아래와 같다.

표 2. $\alpha=0.5$ 일때 C값에 따른 TSP 시뮬레이션 결과

Table 1. The simulation result of TSP due to C-value at $\alpha=0.5$.

에러율(이하)	sample 수(개)						
	0%	3%	5%	7%	10%	20%	30%
C=0.1	20	35	48	60	71	90	100
C=0.2	34	54	67	76	87	99	100
C=0.3	51	78	85	89	94	100	100
C=0.4	51	85	90	91	97	100	100

외란 효과가 증폭이 되면 뉴런이 외부의 변화에 대해 급격히 변화하여 수렴은 빨리하게 만든다. 이때 지역 최소점에 빠질 가능성이 매우 많은데, C의 값을 증

가시키면 지역 최소점으로 빠질 가능성이 적어진다는 것을 알 수 있다.

(3) $\alpha=0.1$ 일 때

이 경우는 가장 밀집된 지역의 제일 가까운 두 도시가 있을 때, 한 도시의 외란에 대해서 다른 도시가 10배의 영향을 받는 것으로 보는 경우이다.

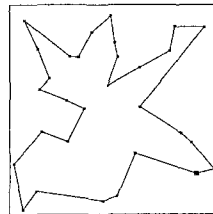
표 1. $\alpha=0.1$ 일때 C값에 따른 TSP 시뮬레이션 결과

Table 1. The simulation result of TSP due to C-value at $\alpha=0.1$.

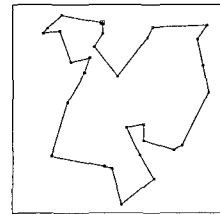
에러율(이하)	sample 수(개)						
	0%	3%	5%	7%	10%	20%	30%
C=0.1	2	6	15	20	28	67	90
C=0.5	11	23	35	42	55	89	99
C=0.8	27	44	55	68	79	95	100
C=1.0	38	71	81	90	95	98	99

TSP의 모든 도시 분포에 대해서 100% 전역적 해를 보장하는 일관된 변수들을 찾을 수가 없다. 왜냐하면, 주어진 도시 분포에 따라 외란효과가 달라지므로 α 가 다르고 그에 따라 B와 C도 달라지기 때문이다. 그러나, α 와 B를 고정시킨 뒤 C를 증가시키면 최적해 또는 거의 최적해를 찾을수 있음을 볼 수 있다.

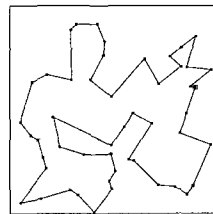
(4) 큰 규모에 대한 TSP의 적용.



30-city D=1.0 B=0.8 C=0.4 $\alpha=0.5$



30-city D=1.0 B=0.8 C=0.4 $\alpha=0.5$



50-city D=1.0 B=0.8 C=0.4 $\alpha=0.5$

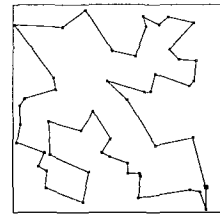


그림 4. 30,50개 샘플도시의 시뮬레이션 결과
Fig. 5. The sample of 30,50 city simulation result.

IV. 결론

기존의 반 덴 바우트와 박찬익의 TSP문제 해결을 위한 신경망에서 임계온도 부근에서 나타나는 외란효과로 인해 에너지 함수가 지역 최소점으로 빠지는 것을 막기 위해 TSP목적함수의 세 번째 에너지 항을 추가해 주었고 또한 임계온도를 구할 때 5가지의 외란효과를 다 고려해 주었으며 외란 효과의 비를 나타내는 α 를 도입함으로써 임계온도를 더 정확히 유도하였다.

그리고 α 와 B를 고정시킨 뒤 C를 증가시키면 최적해 또는 거의 최적해를 찾을수 있음을 보였으며, 난수발생에 의한 10-city 100가지 샘플에 적용하여 제안하는 방법이 90개 정도의 도시 분포가 최적 또는 최적이 가깝게 찾아갈 수 있음을 보였다. 또한, 보다 큰 규모의 30개와 50개 도시에서도 제안한 방법으로 하면 상당히 좋은 결과를 보임을 보였다.

참고 문헌

- [1] J.J.Hopfield, "Neural networks and physical systems with emergent collective computational abilities", Proceedings of National Academic Science, Vol.79, pp.2554-2588, Biophysics, April 1982.
- [2] J.J.Hopfield, "Neurons with graded response have collective computational properties like those of two-state neuron". Proceedings of National Academic Science, Vol.81. pp.3088-3092. Biophysics. May 1984.
- [3] J.J.Hopfield and D.Tank, "Neural computation of descisions in optimization Problems", Biological Cybernetics, 52, PP.141-152, 1985.
- [4] S.Abe, "Theories of the hopfield neural networks", ICNN, Vol.1, pp.557-564, 1988.
- [5] Sreeram V.B.Afyer, Mahesan Nirajan & Frank Fallside, "A theoretical investigation into the Performance of the hopfield model". IEEE Transactions on Neural Networks, Vol.1, No.2. June 1990.
- [6] J.J.Hopfield, "Learning algorithms and Probability distribution in feed-forward and feed-back networks", Proceedings of National Academic Science. Vol'.84, pp.8429-8433, Biophysics, Dec. 1987.
- [7] Y.S.Abu-mostafa and J.Jacques, "Information capacity of the hopfield model", IEEE Trans. on Information Theory, Vol.131, No.4, July 1985.
- [8] 이원돈, 이석훈, "신경회로망 최적화 기법의 배경 및 응용", 전기학회지 38권 2호 pp.23-30, 1989
- [9] S.Kirkpatrick, C.D.Gelatt, & M.P.Vecchi, "Optimization by simulated annealing". Science, Vol. 220, pp.671-680, 1983.
- [10] E.Aarts, J.Korst. "Simulated annealing and Boltzmann machine' A stochastic approach to combinatorial optimization and, neural computing", John Wiley & Sons, Great Britain. 1989.
- [11] E.H.L. Aarts, J.H.M. Korst & p.J.M. Van Laarhoven. "A quantitative analysis of the traveling salesman Problem", Journal of Statistical Physics 50, p.189-206. 1988.
- [12] S.Kirkpatrick. "Optimization by simulated annealing : Quantative studies", Journal of Statistical Physics 34, PP.975-986, 1984.
- [13] D.E.Van del Bout, T.K.Miller III, "Improving the performance of the Hopfield-Tank neural network through normalization and annealing", Biological Cybernetics 62, pp 129-139, 1989.
- [14] Chan Ik Park, "Predicting the annealing Range by computing Critical Temperature in mean field annealing for the traveling salesman problem". Artificial Neural Network, pp.1019-1024, 1991.
- [15] 차선근, 김유신, "홉펠드 신경망과 시뮬레이티드 어닐링의 결합에 있어서 임계온도의 결정에 관한 연구", 제3회 신경회로망연구회 연차총회 및 학술대회논문집. pp.45-50, 1992
- [16] S.I.Amari, "Characteristics of random nets of analog neurons". IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, 2, pp.643-657, 1972.
- [17] R.A.pummel & S.W.Zucker, "On the foundations of relaxation labeling Process", IEEE Transactions on Pattern Analysis Machine Intelligence, pp.267-287, 1983.

- [18] G.E.Hinton, T.J. Sejnowsky & O.H.Ackley,
 "Boltzmann machines : Constraint satisfaction
 networks that learn", Carnegie-Melton Univer-
 sity, Technical Report CMU -CS84-119, 1984.

 저 자 소 개

金 泰 衡(正會員)

1972년 9월 5일. 1991. 3~1997. 2
 부산 대학교 전자공학 학사. 1997.
 3~1999. 2 부산 대학교 전자공학
 석사. 1999. 3~현재 부산 대학교 전
 자공학 박사과정. 주관심분야 : 신경
 망, 유전자알고리즘, 음성인식

金 有 信(正會員) 第 34卷 S編, 第 10號, 參照