

다단계 혼성근사화에 의한 부구조화 기반 구조 재해석

Substructuring-based Structural Reanalysis by Multilevel Hybrid Approximation

황진하* 김경일** 이학술***
Hwang, Jin-Ha Kim, Kyeong-Il Lee, Hak-Sool

요지

본 연구는 부구조화에 기초한 다단계 혼성 구조 재해석방법을 제시한다. 부구조화의 틀에 보존근사화의 각 항을 차원축소법의 기저로 한 보존 전역-부분근사화에 의하여 변위 산정의 정확성과 효율성을 확보하고, 이를 바탕으로 이미 구성된 응력-변위 관계식을 병용하는 혼성방식을 통하여 전체 설계의 중간 단계에서 반복되는 재해석 과정의 신뢰성을 높인다. 전체적으로 선형근사화와 상반근사화를 교차적용하는 1단계 보존근사화로부터 전역근사화와 결합하여 구하는 변위산정과 그에 종속되는 행렬연산으로 산출하는 응력계산의 3단계로 이루어지는 본 방법은 대형 구조계를 대상으로 하여, 해석의 기본 틀로 부구조화 방법을 택하였으며, 몇 개의 예제들을 통하여 타당성 및 유용성을 검증하였다.

핵심용어 : 부구조화, 보존 전역-부분근사화, 재해석, 민감도 해석

Abstract

A new solution procedure for approximate reanalysis, using the staged hybrid methods with substructuring, is proposed in this study. Displacements are calculated with two step mixed procedures. First step is to introduce the conservative approximation, which is a hybrid form of the linear and reciprocal approximation, as local approximation. In the next step, it is combined with the global approximation by reduced basis approach. Stresses are evaluated from the displacements by matrix transformation. The quality of reanalyzed quantities can be greatly improved through these staged hybrid approximations, specially for large changes in the design. Overall procedures are based on substructuring scheme. Several numerical examples illustrate the validity and effectiveness of the proposed methods.

Keywords : Substructuring, Conservative Global-Local Approximation, Reanalysis, Sensitivity analysis

1. 서론

급속히 발전하는 전산환경에서 구조해석 분야는

유한요소법에 근거한 대형 패키지의 개발 등 놀랄 만한 발전을 가져온 반면, 구조설계분야는 그에 훨씬 미치지 못하고 있다. 그것은 설계문제가 속성에

* 정희원 · 충북대학교 공과대학 구조시스템공학과, 교수
** 학생회원 · 충북대학교 공과대학 토목공학과, 박사과정수료
*** 정희원 · 여주대학 토목과, 전임강사

· 이 논문에 대한 토론을 1999년 12월 31일까지 본 학회에 보내주시면 2000년 3월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

기인하는 것으로 설계문제는 일의적으로 정의되지 못하여 전산처리의 경우에도 일반화된 자동화나 범용 패키지의 개발이 곤란하다. 그러나, 구조공학에 있어서, 전체 설계는 해석과 재설계의 반복과정으로 수행된다는 점에서, 해석 모듈과 설계 모듈은 각각의 고유기능 뿐만 아니라 서로 연계되어 지원할 수 있는 기능이 요구된다.

대형 구조시스템을 설계하는 문제는 대단히 큰 차원을 갖는 기본식으로 구성되고, 무수한 거동해석과 민감도해석을 요할 뿐만 아니라, 이러한 해석에 드는 비용이 전체 최적화과정에서 절대적 부분을 차지한다는 점에서 설계지향해석에 관한 연구는 설계최적화뿐만 아니라 자동화에도 이론적 기반을 제공할 수 있다.

재해석의 목적은 설계의 중간과정에서 변화된 설계값에 대하여 매번 전체에 대한 새로운 정해석을 수행하는 대신, 반복연산이나 근사적 접근을 통하여 전체설계에 드는 비용을 줄이는 데 있다. 재해석기법들은 크게 직접법과 반복법 및 근사방법들로 분류될 수 있으며, 이 중 근사 재해석방법들은 대형 구조시스템에 효율적인 방법으로, 부분근사화(local approximation)와 전역근사화(global approximation)로 분류된다.

부분근사화는 설계공간의 한 점에서 1차 Taylor 급수전개나 혹은 이항급수전개 등을 이용하는 것으로 수행성 면에서는 효율적이나 설계변수의 변화량이 상대적으로 적은 경우에 적합한 방법이다. 이에 비해 전역근사화는 적은 수의 기저벡터들을 이용하여 수정된 구조계의 거동벡터들을 구하는 차원축소 기법이 이에 속한다. 전역근사화 방법들은 설계변수들에 대한 변위의 1차 도함수들을 기저벡터로 취하며, 설계변수연계에 의해 설계변수의 수가 축소될 수 있는 문제들에 적합하고 부분근사화에 비해 정확도가 높은 반면에 수행성은 떨어진다. 또한 많은 수의 자유도와 설계변수들을 갖는 복잡한 구조시스템에서 설계변수의 변화량이 큰 경우, 근사화의 정확도가 낮아지는 문제를 갖는다. 더욱이 일반적인 변위법에 의한 구조물의 응력산정은 변위-응력 관계식에 의해 산출된다는 점에서 근사변위의 정확도는 중요한 의미를 갖는다.

따라서 대형 구조시스템의 재설계과정에 연계하여 설계변수의 큰 변화량에도 정확도와 효율성을

모두 갖춘 근사재해석기법들이 필요하게 되었다.

전역-부분근사화(global-local approximation)는 상기한 두 방법을 결합하여 정확성과 효율성을 함께 추구하는 방법으로서 초기 강성도매트릭스를 축적하는 과정을 갖는다.

이러한 점에 입각하여 본 연구는 대형 구조시스템을 적용대상으로 설정, 전체구조를 몇 개의 작은 부구조로 분할·조합하는 부구조화 방법을 도입하고, 이에 기초한 설계민감도 정보를 이용하여 부분근사화와 전역근사화를 결합한 개선된 근사재해석 방법을 제시한다. 여기서 보존근사화의 각 항들을 전역근사화의 기저벡터로 취하여 정확성과 안정성을 제고하였다.

일반적으로 구조최적화를 실행하는 경우 원문제에 대한 명시적형태의 근사화를 통하여 실행가능성 및 효율성을 높이게 되며, 이때 거동에 대한 1차 근사화를 취하는 것이 보편적이다.

상기한 바와 같이 기본 해석방법으로 변위법을 쓰는 경우 일차적인 거동양은 변위이며 응력은 그에 종속케 된다. 따라서 변위에 대한 정확하고 효율적인 산정이 대단히 중요하며 그것이 제대로 수행될 경우 응력의 재산정 또한 높은 신뢰성을 갖게 된다.

응력의 재해석에는 앞서서와 같은 Taylor 1차 전개를 기본으로 하나, 이 경우 단면 상세 칫수에 대한 응력의 높은 비선형성으로 인하여 설계의 변화폭이 커질 때 많은 오차를 유발하는 문제를 갖고 있어, 근년에 내력 또는 합응력을 중간 거동변수로 한 간접적인 선형 근사화방법¹⁾이 제시된 바 있다. 본 연구에서는 보존 전역-부분근사화를 통한 변위에 대한 높은 신뢰성을 바탕으로 이미 구성된 응력-변위만의 기본 관계식을 병용한 혼성 방식을 취한다.

개발된 알고리즘을 평면 및 입체트러스와 프레임 구조에 적용하여 타당성 및 유용성을 검증하였다.

2. 부구조화 기반 거동 및 민감도해석

부구조화 개념을 도입한 구조해석은 전체 구조시스템을 여러 개의 작은 부구조로 분할하여 시스템 방정식을 경계와 내부에 관계된 양들로 나누어 구성한다. 구조시스템의 시스템방정식을

$$KU = P \quad (1)$$

이라 할 때, 내부와 경계자유도로 분할된 시스템방정식은

$$\begin{bmatrix} K_{BB} & K_{BI} \\ K_{IB} & K_{II} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_B \\ U_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_B \\ P_I \end{bmatrix} \quad (2)$$

으로 재구성된다. 여기서, K는 구조 강성도매트릭스, U와 P는 각각 변위벡터와 외적 하중벡터를 나타내며, 아래첨자 B와 I는 각각 경계와 내부자유도에 관계된 양들을 의미한다. 이 식의 응축과정을 거쳐 경계에 대한 평형방정식이 구해진다.

$$K_B U_B = F_B \quad (3)$$

여기서,

$$K_B = K_{BB} + K_{BI}Q, \quad Q = -K_{II}^{-1}K_{IB} \quad (4)$$

$$F_B = P_B + K_{BI}S, \quad S = -K_{II}^{-1}P_I \quad (5a)$$

또는

$$F_B = R_B + Q^T P_I \quad (5b)$$

식(3)에서 K_B 는 전체 구조시스템에 대한 유효경계 합성 강성도 매트릭스, F_B 는 유효경계 하중벡터를 각각 나타낸다.

식(2)에서 식(5)에 이르는 과정을 s번째 부구조에 적용할 경우 이에 대한 평형방정식은

$$\begin{bmatrix} K_{bb}^{(s)} & K_{bi}^{(s)} \\ K_{ib}^{(s)} & K_{ii}^{(s)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_b^{(s)} \\ U_i^{(s)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_b^{(s)} \\ P_i^{(s)} \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$K_b^{(s)} U_b^{(s)} = F_b^{(s)} \quad (7)$$

$$K_b^{(s)} = K_{bb}^{(s)} + K_{bi}^{(s)} Q^{(s)}, \quad Q^{(s)} = -[K_{ii}^{(s)}]^{-1} K_{ib}^{(s)} \quad (8)$$

$$F_b^{(s)} = P_b^{(s)} + K_{bi}^{(s)} S, \quad S = -K_{ii}^{-1(s)} P_i^{(s)} \quad (9)$$

이 되며, 여기서 s는 부구조의 번호를 나타낸다. 식

(6)으로부터 다음 식을 얻는다.

$$U_i^{(s)} = [K_{ii}^{(s)}]^{-1} [P_i^{(s)} - K_{ii}^{(s)} U_b^{(s)}] \quad (10)$$

부구조들에 대한 기본방정식을 합성하므로써 전체구조시스템의 유효경계 합성강성도 매트릭스와 유효경계하중벡터를 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$K_B = \sum_{s=1}^S \beta^{(s)T} K_b^{(s)} \beta^{(s)} \quad (11)$$

$$F_B = P_B + \sum_{s=1}^S \beta^{(s)T} Q^{(s)T} P_i^{(s)} \quad (12)$$

여기서, β 는 Boolean 변환매트릭스이며, S는 총 부구조 수를 나타낸다. s번째 부구조에 대한 단면력은 다음 식에 의해 구해진다.

$$T^{(s)} = K^{(s)} U^{(s)} \quad (13)$$

설계민감도해석은 설계 변화량에 대한 거동량들의 변화량을 산정하는 것이다. 이를 위해 설계를

$$\phi = \phi(X, U_B, U_I) \quad (14)$$

으로 정의한다. 여기서, X는 설계변수, U는 변위벡터를 나타내고, 이를 설계변수로 미분하면 다음과 같은 설계도함수를 얻는다.

$$\frac{d\phi}{dX} = \frac{\partial\phi}{\partial X} + \left(\frac{\partial\phi}{\partial U_B} \right)^T \left(\frac{\partial U_B}{\partial X} \right) + \left(\frac{\partial\phi}{\partial U_I} \right)^T \left(\frac{\partial U_I}{\partial X} \right) \quad (15)$$

여기서 제 2항과 3항의 변위관계항을 설계변수로 대치하므로써 설계함수와 설계변수만의 명시적인 관계를 얻을 수 있다. 이러한 것은 식(2)의 분할된 기본식의 미분으로부터 얻는다.

$$K_{BB} \left(\frac{\partial U_B}{\partial X} \right) + K_{BI} \left(\frac{\partial U_I}{\partial X} \right) = V_1 \quad (16)$$

$$K_{IB} \left(\frac{\partial U_B}{\partial X} \right) + K_{II} \left(\frac{\partial U_I}{\partial X} \right) = V_2 \quad (17)$$

여기서,

$$V_1 = \frac{\partial P_B}{\partial X} - \frac{\partial}{\partial X}(K_{BB}U_B) - \frac{\partial}{\partial X}(K_{BI}U_I) \quad (18)$$

$$V_2 = \frac{\partial P_I}{\partial X} - \frac{\partial}{\partial X}(K_{IB}U_B) - \frac{\partial}{\partial X}(K_{II}U_I) \quad (19)$$

먼저 식(16)과 (17)의 $\partial U_I / \partial X$ 를 소거하여

$$K_B \left(\frac{\partial U_B}{\partial X} \right) = V, \quad V = V_1 + V_2^T Q \quad (20)$$

를 얻고, 다시 역대입하여 $\partial U_B / \partial X$ 를 구해 식(15)에 대입하면 설계변수 변화량에 대한 설계함수의 변화치를 구할 수 있다.

설계도함수를 해석적으로 구하는 방법은 δU_B 와 δU_I 또는 $\partial U_B / \partial X$ 와 $\partial U_I / \partial X$ 를 직접 대입하는 설계공간방법과 수반변수를 통하는 상태공간방법이 있으나, 여기서는 설계변수가 제한조건의 수보다 많은 경우 유리한 후자를 택한다. 상태공간방법 또는 수반변수법은 K_{II} 와 K_B 의 역행렬을 구하는 대신,

$$K_B \lambda_B^j = \frac{\partial \phi_j}{\partial U_B} + Q^T \frac{\partial \phi_j}{\partial U_I} \quad (21)$$

$$K_{II} \lambda_I^j = \frac{\partial \phi_j}{\partial U_I} \quad (22)$$

의 해로 정의되는 수반변수 λ_B 와 λ_I 를 도입하여 식(15)에 대입하면 다음 식을 얻는다.

$$\nabla \phi_j = \frac{d\phi_j}{dX} = \frac{\partial \phi_j}{\partial X} + \lambda_I^T V_2 + \lambda_B^T V \quad (23)$$

식(23)으로 정의된 $\nabla \phi_j$ 가 바로 j번째 설계변수에 대한 설계민감도 벡터를 나타낸다.

3. 근사 구조 재해석

구조 재해석은 구조최적화과정에서 설계변수가 수정될 때, 새로운 정해석 대신에 초기의 해석정보값을 이용하여 수정된 구조의 거동량을 산정하는 것이다.

재해석방법은 직접법, 반복법 및 근사방법으로 분류되며, 이 중 직접법은 적은 수의 부재만이 변화되어 강성도매트릭스의 요소 중 수정되는 요소의 수가 극히 제한되어 있는 경우에 효율적인 방법이다.

반복법은 구조계의 많은 부분이 조금씩 수정되는 경우에 적합하며, 기억 용량면에서 효율적이고 연산량이 적게 되는 반면 수렴이 안정적이지 못하고 느리다는 결점을 갖고 있다.

이에 비해 근사방법은 대형 구조계에 적용하기에 보다 적합한 방법으로, 부분근사화와 전역근사화 및 전역-부분근사화 등으로 나누어진다. 부분근사화는 설계공간의 특정점 근방에서 계산된 0차 혹은 1차 도함수 정보를 이용한 외적근사화를 취하는 것으로 설계공간의 한점에서 직접근사화 또는 상반근사화 등의 전형적인 방법이 있으며, 이들을 혼합한 보존근사화 등의 새로운 방법들이 제시되고 있다.

보존근사화(conservative approximation)는 다음 식으로 표현된다.

$$g_c = g^* + \sum_{j=1}^{N_s} G_j (X_j - X_j^*) \left(\frac{\partial g^*}{\partial X_j} \right) \quad (24)$$

여기서,

$$G_j = \begin{cases} 1, & X_j^* (\partial g^* / \partial X_j) \geq 0 \\ \frac{X_j^*}{X_j}, & X_j^* (\partial g^* / \partial X_j) < 0 \end{cases} \quad (25)$$

보존근사화는 식(25)가 나타내는 바와 같이 상기 두 방법의 거동분기점에서 보다 양의 값을 주는 알고리즘을 택하도록 함으로써, " \leq "형으로 설정되는 제한조건들이 최적화과정에서 보존적으로 작동케 하며, 특히 최적화문제에 불록성을 부여하므로써 전역 최적값을 주는 장점을 갖는다.

전역근사화는 수많은 설계점들에 대한 정보를 이용하는 것으로 다항식근사화와 차원축소법 등이 이에 속하며, 부분근사화에 비해 정확도는 상당한 개선을 보이나 계산비용이 많이 드는 단점을 갖는다. 이 중 차원축소법은 기저벡터들로 이루어진 축소된 부공간에서 거동량을 산출하는 근사방법으로, 근사변위 U 를 초기 해석정보값들 중 독립된 n 개를 선형결합하여 구한다. 여기서 n 은 상태공간의 차원보다 훨씬 작다고 가정된다.

아울러 중요한 것은 기저벡터의 선정인데 관련연구^{2),3),4)}에 의하면 전통적인 Taylor 급수전개의 첫 두 항을 취하여 그들을 선형결합하는 형태가 가장 좋은 것으로 알려져 있다.

전역-부분근사화는 전역근사화와 부분근사화를 결합하여 정확성과 효율성을 함께 갖도록 하는 방

법으로, 본 연구에서는 보존근사화의 각 항들을 차원축소법의 기저벡터로 취하게 된다.

각 부구조의 내부변위 $\{U_i\}$ 와 경계변위 $\{U_b\}$ 는

$$\begin{Bmatrix} U_i \\ \dots \\ U_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} C_i^* \\ \dots \\ C_b^* \end{Bmatrix} \{u\} \quad (26)$$

에 의해 구해지며, 여기서 기저벡터 C_i^* 와 C_b^* 는 $X_j^*(\partial U / \partial X_j) \geq 0$ 인 경우,

$$[C_b^*] = \left[\{U_b\}, \sum_{j=1}^{N_d} \left(\frac{X_j^*}{X_j} \right) \left(\frac{\partial U_b}{\partial X_j} \right) (X_j - X_j^*) \right] \quad (27)$$

$$[C_i^*] = \left[\{U_i\}, \sum_{j=1}^{N_d} \left(\frac{X_j^*}{X_j} \right) \left(\frac{\partial U_i}{\partial X_j} \right) (X_j - X_j^*) \right] \quad (28)$$

이고, $X_j^*(\partial U / \partial X_j) < 0$ 인 경우,

$$[C_b^*] = \left[\{U_b\}, \sum_{j=1}^{N_d} \left(\frac{\partial U_b}{\partial X_j} \right) (X_j - X_j^*) \right] \quad (29)$$

$$[C_i^*] = \left[\{U_i\}, \sum_{j=1}^{N_d} \left(\frac{\partial U_i}{\partial X_j} \right) (X_j - X_j^*) \right] \quad (30)$$

$$j = 1, 2, 3, \dots, N_d$$

으로 구성된다. 위 식에서 N_d 는 설계변수의 수를 나타내며, *는 초기 해석정보값을 의미한다. 식 (26)의 미정계수벡터 $\{u\}$ 는 다음의 축소된 시스템 방정식을 풀어 결정된다.

$$[K_C]\{u\} = \{P_C\} \quad (31)$$

$$[K_C] = \sum_{s=1}^S [K_C]_s \quad (32)$$

$$\{P_C\} = \sum_{s=1}^S \{P_C\}_s \quad (33)$$

각 부구조에 대한 $[K_C]$ 와 $\{P_C\}$ 는 다음 식으로 정의된다.

$$[K_C]_s = [C_i^*]^T [K_{ii}] [C_i^*] + [C_b^*]^T [K_{bb}] [C_b^*] + [C_i^*]^T [K_{ib}] [C_b^*] + [C_b^*]^T [K_{bi}] [C_i^*] \quad (34)$$

$$\{P_C\}_s = [C_i^*]^T \{P_i\} + [C_b^*]^T \{P_b\} \quad (35)$$

응력의 재해석은 대부분 Taylor 1차 전개를 취하나 설계변화량이 커지는 경우 단면 상세치수에

대한 응력의 높은 비선형성으로 인해 많은 오차가 발생한다. 이러한 문제점을 개선키 위해 내력 또는 합응력을 중간거동변수로 한 간접적인 선형근사화 방법⁵⁾이 제시된 바 있으나, 여기서는 이미 구성된 응력-변위관계식을 정의하는 응력매트릭스 변환을 활용한다. 이는 혼성 전역-부분근사화에 의해 산정된 변위값에 대한 높은 신뢰성에 근거한다. 따라서 단면력 T는 다음 식에 의해 구한다.

$$T = SU \quad (36)$$

$$T = DBU \quad (37)$$

여기서 S는 응력-변위매트릭스이고, D는 응력-변형률매트릭스, B는 변형률-변위매트릭스를 나타낸다.

4. 적용 및 분석

제시된 혼성 근사재해석을 평면트러스와 입체트러스 및 프레임구조 등에 적용하여 부구조화기반 부분근사화방법과 본 연구의 다단계 혼성근사화방법을 비교 검증하였다. 각 방법을 실행하여 얻은 결과치와 정해 및 오차를 함께 도표화하였다.

4.1 200개의 부재로 구성된 평면트러스

그림 1은 200개의 부재를 갖는 트러스구조를 보여주고 있다. 이 예제에서는 1, 2, ..., 38번 부재를 1번 부구조, 39, 40, ..., 76번 부재를 2번 부구조, 77, 78, ..., 114번 부재를 3번 부구조, 115, 116, ..., 152번 부재를 4번 부구조, 153, 154, ..., 200번 부재를 5번 부구조로 분할하였다.

탄성계수값은 10,000 ksi(1kips=453.6kgf)이며, 절점번호 1, 6, 16, 20, 29, 34, 43, 48, 57, 62, 71에 x방향으로 1 kips의 집중하중과 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, ..., 74, 75에 y방향으로 10 kips의 집중하중이 작용하고 있다.

설계변수는 부재단면적으로 취하였으며, 문헌⁶⁾에 서처럼 96개로 연계하여 각 설계변수를 $\pm 100\%$ 까지 10단계로 변화시켜 알고리즘들을 수행하였다. 설계변수의 변화량은 수치해석 프로그램 중 RAN3⁷⁾에 의해 생성된 난수를 이용하였다.

설계변수의 초기값을 10.0 in²(1in.=25.4mm)으로 하여 알고리즘을 수행한 결과 중 최대변위 및

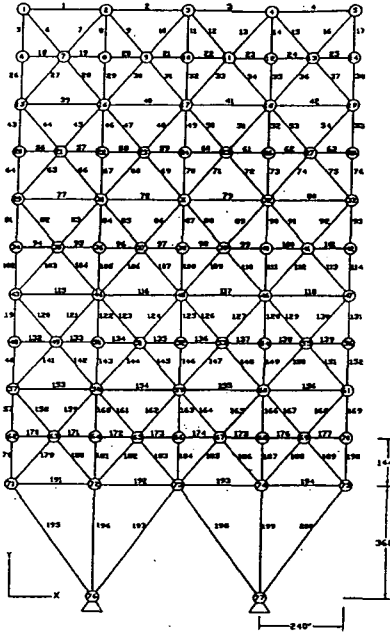


그림 1 200-bar plane truss

최대응력의 오차비교를 표 1에 나타내었다.

표 1에서 볼 수 있듯이 부분근사화방법인 Local은 설계변수의 변화량이 $\pm 40\%$ 이상이 될 때부터 오차가 크게 증가하는 반면, 다단계 혼성근사화방법인 Multilevel hybrid는 $\pm 80\%$ 까지 정해와 거의 근접한 해를 얻고 오차의 증가율도 상대적으로 안정적이라는 것을 알 수 있다.

그림 2는 설계변수 변화에 대한 최대변위의 오차를 도시한 것이다.

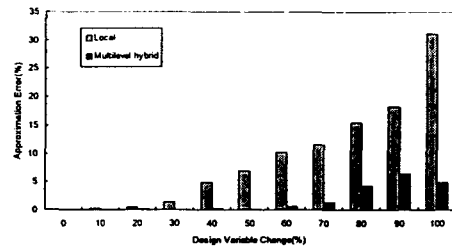


그림 2 Error of maximum displacement for 200-bar plane truss

표 1 Comparisons of maximum behaviors for 200-bar plane truss

Maximum displacement : vertical displacement at node point 5 (Unit : in)						
Maximum stress : axial stress at member number 199 (Unit : psi)						
Behavior	Design variable change(%)	Exact	Local		Multilevel hybrid	
			Value	Error (%)	Value	Error (%)
δ	± 10	-3.924E+00	-3.916E+00	0.203	-3.923E+00	0.010
	± 20	-3.910E+00	-3.888E+00	0.566	-3.906E+00	0.106
	± 30	-3.833E+00	-3.778E+00	1.429	-3.831E+00	0.052
	± 40	-4.349E+00	-4.138E+00	4.871	-4.338E+00	0.256
	± 50	-3.522E+00	-3.279E+00	6.914	-3.519E+00	0.109
	± 60	-4.615E+00	-4.143E+00	10.230	-4.586E+00	0.635
	± 70	-4.694E+00	-4.151E+00	11.563	-4.632E+00	1.324
	± 80	-4.670E+00	-3.947E+00	15.473	-4.470E+00	4.267
	± 90	-4.811E+00	-3.932E+00	18.267	-4.500E+00	6.463
	± 100	-6.863E+00	-4.731E+00	31.068	-6.528E+00	4.879
σ	± 10	-1.506E+05	-1.504E+05	0.158	-1.507E+05	0.023
	± 20	-1.480E+05	-1.478E+05	0.118	-1.482E+05	0.157
	± 30	-1.399E+05	-1.387E+05	0.851	-1.401E+05	0.105
	± 40	-1.721E+05	-1.668E+05	3.059	-1.751E+05	1.781
	± 50	-1.093E+05	-9.752E+04	10.797	-1.079E+05	1.327
	± 60	-2.105E+05	-1.863E+05	11.510	-2.098E+05	0.325
	± 70	-2.172E+05	-1.907E+05	12.205	-2.125E+05	2.174
	± 80	-1.517E+05	-1.421E+05	6.284	-1.555E+05	2.538
	± 90	-1.457E+05	-1.437E+05	1.387	-1.553E+05	6.580
	± 100	-3.260E+05	-2.225E+05	31.756	-3.149E+05	3.407

δ : Displacement, σ : Stress

4.2 25개의 부재로 구성된 입체트러스

그림 3은 25개의 부재를 갖는 전송탑 구조의 분할모델을 나타내며, 1, 2, 5, 6번 절점을 경계절점으로 1, 2, ..., 13번 부재를 1번 부구조, 14, 15, ..., 25번 부재를 2번 부구조로 분할하였다. 설계변수는 부재단면적으로 취하였으며, 설계변수연계 및 초기값에 대한 자료는 표 2에 나타내었다.

탄성계수값은 10,000 ksi이며, 하중은 1번, 3번, 6번 절점에 x방향으로 각각 1 kips, 0.5 kips, 0.5 kips가 작용하고, 1번, 2번절점에 y방향으로 각각 10 kips, z방향으로 각각 -5 kips씩

표 2 Analysis data for 25-bar space truss

Substructure (s)	Design variable No.	Member No.	Initial value (in ²)
1	1	1	1.0
	2	2, 3, 4, 5	1.0
	3	6, 7, 8, 9	1.0
	4	10,11,12,13	1.0
2	5	14,15,16,17	1.0
	6	18,19,20,21	1.0
	7	22,23,24,25	1.0

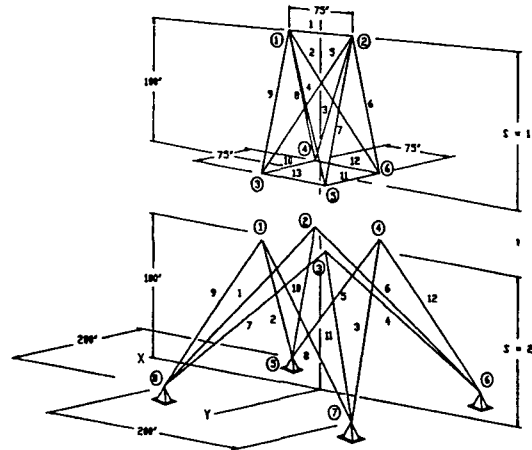


그림 3 25-bar space truss with 2 substructures

표 3 Comparisons of maximum behaviors for 25-bar space truss

Maximum displacement : y-direction displacement at node point 1 (Unit : in)						
Maximum stress : axial stress at member number 24 (Unit : psi)						
behavior	Design variable change (%)	Exact	Local		Multilevel hybrid	
			Value	Error(%)	Value	Error(%)
δ	±10	7.627E-01	7.770E-01	1.87	7.608E-01	0.25
	±20	8.241E-01	7.774E-01	5.66	8.215E-01	0.31
	±30	7.281E-01	7.738E-01	6.28	7.256E-01	0.34
	±40	8.151E-01	7.695E-01	5.59	8.138E-01	0.39
	±50	8.283E-01	7.822E-01	5.56	8.092E-01	2.30
	±60	5.971E-01	7.957E-01	33.26	5.888E-01	1.39
	±70	1.730E+00	7.618E-01	55.96	1.703E+00	1.56
	±80	6.336E-01	7.645E-01	20.66	6.203E-01	2.10
	±90	1.495E+00	8.061E-01	46.08	1.421E+00	4.95
	±100	1.037E+00	7.798E-01	24.80	9.045E-01	12.77
σ	±10	-1.308E+04	-1.389E+04	6.19	-1.360E+04	3.97
	±20	-1.532E+04	-1.389E+04	9.33	-1.468E+04	4.17
	±30	-1.359E+04	-1.384E+04	1.84	-1.297E+04	4.56
	±40	-1.418E+04	-1.377E+04	2.89	-1.457E+04	2.75
	±50	-1.403E+04	-1.396E+04	0.49	-1.444E+04	2.92
	±60	-9.384E+03	-1.416E+04	50.89	-1.037E+04	10.50
	±70	-2.798E+04	-1.367E+04	51.14	-3.061E+04	9.39
	±80	-1.023E+04	-1.371E+04	33.92	-1.109E+04	8.40
	±90	-2.473E+04	-1.431E+04	42.13	-2.480E+04	0.28
	±100	-2.185E+04	-1.393E+04	36.24	-1.616E+04	26.04

δ : Displacement, σ : Stress

작용하고 있다.

이 예제에서도 각 설계변수를 $\pm 100\%$ 까지 10단계로 변화시켜 알고리즘들을 수행하였다. 표 3은 수행결과 중 최대변위와 최대응력을 나타내고 있다.

표 3에서 볼 수 있듯이 Local은 설계변수의 변화량이 $\pm 20\%$ 이상이 될 때부터 오차가 크게 증가하는 반면에, Multilevel hybrid는 $\pm 90\%$ 까지 정해와 거의 근접한 해를 얻으며, 오차의 증가율도 상대적으로 안정적인 것을 볼 수 있다.

그림 4는 설계변수 변화에 대한 최대변위의 오차를 도시한 것이다.

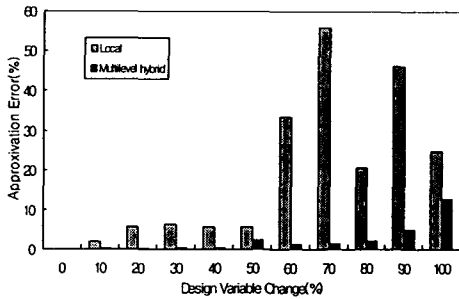


그림 4 Error of maximum displacement for 25-bar space truss

4.3 30개의 부재로 구성된 평면프레임

30개의 부재를 갖는 프레임구조는 그림 5와 같으며, 1~10번 부재는 1번 부구조, 11~20번 부재는 2번 부구조, 21~30번 부재는 3번 부구조로 분할하였다.

설계변수 X는 단면2차모멘트로 선정하였으며, 단면적 A와 단면계수 Z는 다음과 같이 정의된다.⁸⁾

$$A_j = 0.58 X_j^{1/2}, \quad Z_j = 0.58 X_j^{3/4} \quad (38)$$

이 구조에서는 1, 7, 11, 17, 21, 27번 부재상에 -4.0 kips/ft의 등분포하중이 작용하고, 2, 6, 12, 16, 22, 26번 부재상에 -1.0 kips/ft가 작용한다. 설계변수의 초기치는 10.0 in^4 으로 취하였고, 문헌⁵⁾에서처럼 18개로 연계하여 적용하였다.

또한 트러스구조와 마찬가지로 각 설계변수를 \pm

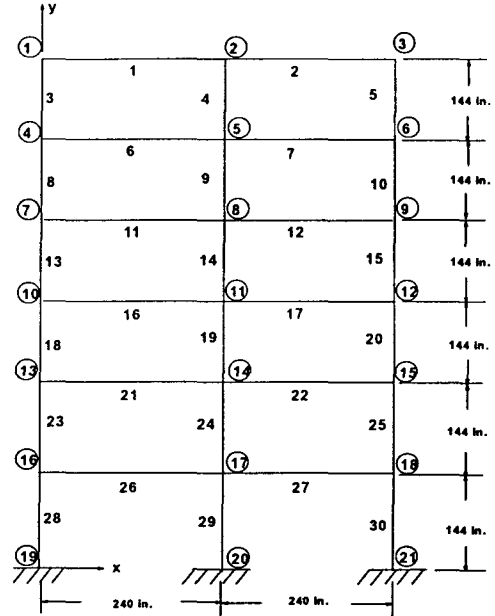


그림 5 30-member plane frame

100%까지 변화시켜 수행하였으며, 그 결과치중 최대회전과 처짐 및 최대축응력과 휨응력 등에 대한 오차를 표 4에 나타내었다.

표 4에서 설계변수 변화량이 증가할수록 Local은 오차의 크기가 커지고 안정적이지 못한 반면에 Multilevel hybrid는 상대적으로 오차가 작고 안정적인 증가형상을 보이고 있다. 또한 $\pm 100\%$ 의 설계변수 변화량에도 10%미만의 오차를 보이고 있음을 볼 수 있다.

그림 6은 최대회전에 대한 오차를 도시한 것이다.

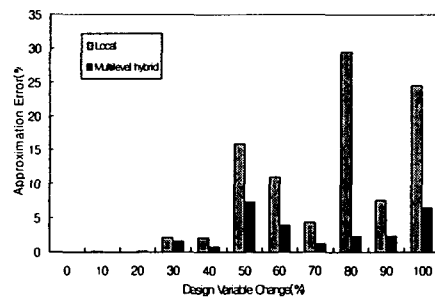


그림 6 Error of maximum rotation for 30-member plane frame

표 4 Comparisons of maximum behaviors for 30-member frame.

Maximum rotation : rotation at node point 1 (Unit : in) Maximum displacement : vertical displacement at node point 2 (Unit : in) Maximum axial stress : axial stress at member number 29 (Unit : lb) Maximum normal stress : maximum normal stress at member number 27 (Unit : lb·in)						
behavior	Design variable change (%)	Exact	Local		Multilevel hybrid	
			Value	Error (%)	Value	Error (%)
δ	±10	-2.885E+00	-2.881E+00	0.138	-2.884E+00	0.034
	±20	-2.799E+00	-2.792E+00	0.250	-2.795E+00	0.143
	±30	-3.022E+00	-2.951E+00	2.349	-2.991E+00	1.025
	±40	-2.884E+00	-2.823E+00	2.115	-2.854E+00	1.040
	±50	-3.007E+00	-2.958E+00	1.630	-3.026E+00	0.631
	±60	-3.110E+00	-3.034E+00	2.444	-3.098E+00	0.385
	±70	-3.197E+00	-2.900E+00	9.290	-3.041E+00	4.879
	±80	-2.498E+00	-2.342E+00	6.245	-2.436E+00	2.481
	±90	-2.901E+00	-2.234E+00	22.992	-2.812E+00	3.068
	±100	-2.543E+00	-2.415E+00	5.033	-2.456E+00	3.421
θ_z	±10	1.595E-01	1.594E-01	0.070	1.595E-01	0.008
	±20	1.554E-01	1.553E-01	0.026	1.552E-01	0.099
	±30	1.435E-01	1.404E-01	2.173	1.413E-01	1.569
	±40	1.478E-01	1.448E-01	2.086	1.468E-01	0.715
	±50	2.590E-01	2.176E-01	15.987	2.400E-01	7.343
	±60	2.310E-01	2.056E-01	10.999	2.218E-01	3.980
	±70	1.990E-01	1.902E-01	4.412	2.014E-01	1.198
	±80	1.087E-01	7.667E-02	29.499	1.062E-01	2.335
	±90	1.377E-01	1.270E-01	7.712	1.343E-01	2.415
	±100	2.958E-01	2.233E-01	24.496	3.150E-01	6.500
σ_A	±10	-1.746E+05	-1.744E+05	0.114	-1.746E+05	0.000
	±20	-1.604E+05	-1.595E+05	0.561	-1.600E+05	0.249
	±30	-1.584E+05	-1.570E+05	0.884	-1.572E+05	0.757
	±40	-1.553E+05	-1.530E+05	1.481	-1.538E+05	0.965
	±50	-1.632E+05	-1.622E+05	0.613	-1.621E+05	0.674
	±60	-1.776E+05	-1.767E+05	0.507	-1.791E+05	0.844
	±70	-2.025E+05	-1.954E+05	3.506	-2.022E+05	0.148
	±80	-1.371E+05	-1.322E+05	3.574	-1.333E+05	2.771
	±90	-1.258E+05	-0.993E+05	21.065	-1.224E+05	2.702
	±100	-1.428E+05	-1.298E+05	9.104	-1.300E+05	8.963
σ_M	±10	-2.698E+06	-2.698E+06	0.003	-2.699E+06	0.007
	±20	-2.407E+06	-2.408E+06	0.056	-2.407E+06	0.155
	±30	-2.355E+06	-2.331E+06	1.019	-2.350E+06	0.196
	±40	-2.922E+06	-2.832E+06	3.080	-2.921E+06	0.038
	±50	-2.894E+06	-2.884E+06	0.346	-2.898E+06	0.127
	±60	-3.021E+06	-3.032E+06	0.364	-3.029E+06	0.265
	±70	-2.208E+06	-2.015E+06	8.740	-2.201E+06	0.317
	±80	-2.899E+06	-2.528E+06	12.798	-2.907E+06	0.294
	±90	-2.388E+06	-2.521E+06	5.569	-2.425E+06	1.549
	±100	-3.642E+06	-3.304E+06	9.280	-3.617E+06	0.686

δ : Displacement. θ_z : Rotation. σ_A : Axial stress. σ_M : Normal stress

5. 결 론

본 연구는 구조설계시 수없이 반복되는 중간해석 과정에서 고비용의 새로운 정해석을 대신 할 수 있

는 다단계 방식의 혼성 재해석방법을 제시하였다.

기본적으로 대형 구조계를 대상으로 한 부구조화 의 틀에 보존근사화의 각 항을 차원축소방법의 기 저로 한 보존 전역-부분근사화에 의하여 변위산정

의 정확성과 효율성을 제고하고, 이를 바탕으로 응력산정에서 기 구성된 응력-변위관계식을 정의하는 행렬만을 병용하는 혼성방식을 통하여 전체 설계의 중간단계에서 반복되는 재해석과정의 효율성과 신뢰성을 보인다. 새로운 변위값은 전형적인 선형근사화와 상반근사화를 혼합하여 안정되게 설계과정과 연계토록하는 1단계 혼성 알고리즘인 보존근사화와 다시 그것을 전역근사화와 결합하는 2단계를 거쳐 계산되며, 응력계산 또한 선형근사화대신 계산된 변위값의 행렬변환을 통하여 이루어지는 3단계를 구성한다.

이러한 방법을 몇 개의 예제들에 적용하여 타당성 및 유용성을 검증하였다.

감사의 글

본 연구는 한국과학재단의 특정기초 연구과제(95-0600-03-02-2)의 일부이며, 재단의 지원에 감사드립니다.

참 고 문 헌

1. Vanderplaats, G. N., and Salajegheh, E., "A New Approximation Method for Stress Constraints in Structural Synthesis", *AIAA Journal*, Vol. 27, 1989, pp. 352~358
2. Noor, A. K., and Lowder, H. E., "Approximate Techniques of Structural Reanalysis", *Computers and Structures*, Vol. 4, 1974, pp.801~812
3. Fox, R. L., and Miura, H., "An Approximate Analysis Technique for Design Calculations", *AIAA Journal*, Vol. 9, 1971, pp.177~179
4. Schmit, L. A., and Farshi, B., "Some Approximation Concepts for Structural Synthesis", *AIAA Journal*, Vol. 11, 1974, pp.489~494
5. Kirsch, U., *Structural Optimization : Fundamentals and Application*, Springer-Verlag, Berlin Hiedelberg, 1993
6. Haug, E. J., and Arora, J. S., *Applied optimal design-Mechanical and structural systems*, John Willy & Sons, Inc., New York, 1979
7. William, H. P., Brian, P. F., Saul, A. T., and William, T. V., *Numerical Recipes : The art of Scientific Computing*, Cambridge University Press, 1986
8. Khan, M. R., "Optimality Criterion Techniques Applied to Frames Having Non-linear Cross-Sectional Properties", *AIAA Journal*, 81-0552, 1981, pp.233~241.
9. Haftka, R. T., and Shore, C. P., "Approximation Method for Combined Thermal / Structural Design", NASA TP -1428
10. Haftka, R. T., and Starnes, J., "Applications of a Quadratic Extended Interior Penalty Function for Structural Optimization", *AIAA Journal*, Vol. 14, No 6, 1976, pp.718~724
11. Kirsch, U., "Improved Stiffness-Based First-Order Approximations for Structural Optimization", *AIAA Journal*, Vol.33, No.1 Tanuary 1995, pp.143~150
12. Arora, J. S., "Survey of Structural Reanalysis Jechniques", *Journal of the structural Division ASCE*, Vol. 102, No 4, 1976, pp.783~802
13. Przemieniecki, J. S., *Matrix Methods in Structural Analysis*, McGraw-Hill Book Company, New York, 1968

(접수일자 : 1999. 4. 2)