

다지지점 가진에 대한 동적해석을 위한 유한요소모형의 수정기법

A Modification Technique of Finite Element Model for Dynamic Analysis under Multiple Support Excitations

김 재 민*

Kim, Jae-Min

요 지

본 논문에서는 다지지점 가진에 의한 구조물의 동적응답을 구하기 위하여 유한요소모형을 수정하고 등가하중을 도입하는 간단한 기법을 제안하였다. 제안방법은 다지지점 입력에 대한 해석기능이 있는 기존의 범용구조해석 S/W를 이용한 선형 및 비선형 해석결과와 비교하여 검증하였다. 이 기법은 다지지점 입력에 대한 해석기능이 없는 범용유한요소해석 S/W 및 비선형 구조해석을 위하여 특별히 개발되었던 전산프로그램을 이용하여 다지지점 입력에 대한 지진응답해석을 수행할 때 유용하게 활용될 수 있을 것으로 기대된다.

핵심용어 : 다지지점 가진, 유한요소해석, 지진응답해석, 비선형해석

Abstract

This paper presents a simple modification technique of finite element model for dynamic analysis of linear/nonlinear structural system subjected to multiple support excitation. For the sake of verification of the proposed method, dynamic responses obtained by the present technique for a couple of linear and nonlinear structural systems were compared with those by a general-purpose structural analysis software which can deal with the multi-support analysis. The method presented in this paper is expected to be used for multiple support excitation analysis by means of a computer code without the capability of modeling the non-synchronous support motion.

Keywords : Multi-support Excitations, Finite Element Analysis, Earthquake Response Analysis, Nonlinear Analysis

1. 서 론

다지지점 가진에 대한 구조물의 동적해석은 구조물 지지점의 입력운동이 다를 때 구조물의 응답을

구하는 것으로서, 지진파의 복잡한 전파과정에 의하여 지지점에서의 입력운동이 많이 다르게 되는 장대교량의 지진응답해석이나, 원자력발전소 내의 파이프라인과 같이 지지점이 서로 다른 층에 위치한

* 정회원 · 여수대학교 건설환경공학부, 조교수

· 이 논문에 대한 토론을 1999년 12월 31일까지 본 학회에 보내주시면 2000년 3월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

구조물의 동적응답을 구하는데 주로 사용되어 왔다^{1)~3)}. 다른 층응답에 의한 다지지점 가진해석은 설비구조물이 층구조물에 비하여 강성과 질량이 매우 작으므로 층-설비간 상호작용을 무시하고 층응답을 직접 설비구조물의 지점 가진으로 작용하여 동적해석을 수행할 수 있다. 그리고 지진전파에 의한 교량의 지점입력을 정하는 문제는 불확실성이 너무 많기 때문에 추계론적 접근방법이 많이 사용되어 왔다^{11,4)}. 그러나 근래에 SMIRT Array등에서 직접 계측된 지진기록^{5),6)}을 분석하여 경험적인 지점간 상관확률 밀도함수(cross-spectral density function)가 제안^{7),8)}되고 이를 이용한 인공지진의 모의기법들^{6),9)}이 개발됨에 따라 시간영역에서 다지지점 가진의 영향을 분석하는 연구가 활발히 진행되고 있다^{10)~13)}. 더욱이 건축구조물이나 보통지간의 교량에서도 다지지점 지진입력이 동일한 지진입력에 비하여 구조물에 불리할 수 있다는 연구결과^{10),11)}가 발표되고 설계기준에서도 이의 영향을 검토하도록 하는 추세이어서 앞으로 다지지점 지진입력에 대한 동적해석은 일반화되리라고 예상된다.

현재까지의 다지지점 입력에 대한 동적해석은 주로 구조물의 절대변위를 준정적변위(quasi-staic disacement)와 이에 상대적인 동적변위의 중첩으로 나타내고 동적변위를 기존의 지진하중에 대한 동적해석기법을 적용하여 구하는 방법이었다. 이 기법은 실제해석시 매우 효과적이어서 이에 기초한 응답스펙트럼해석법이 제안되었고^{13),14)}, ANSYS¹⁵⁾, SAP2000¹⁶⁾ 등과 같은 범용유한요소해석용 프로그램에서도 이 방법을 사용하고 있다. 그러나 이 방법은 비선형해석을 위한 전산프로그램의 작성이 복잡하고 비선형성이 큰 경우에 해의 수렴이 어려운 점 등 때문에 많은 구조해석프로그램에서 아직 다지지점 입력에 대한 지진응답해석을 직접 수행할 수 없는 실정이다.

본 논문에서는 다지지점 가진에 대한 해석기능이 없는 범용유한요소해석용 S/W 또는 전산프로그램에서도 이의 해석이 가능하도록 등가하중을 구하고 유한요소모형을 간단히 수정하는 기법을 제시하였다. 제안된 기법은 해석기능이 있는 기존의 범용 S/W를 활용하여 선형문제과 비선형문제에 대하여 검증하였다.

2. 기존의 동적해법

다지지점 가진에 대한 비선형거동을 포함하는 일반적인 구조물의 동적 평형방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} M_{ss} & M_{sb} \\ M_{bs} & M_{bb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u}_s(t) \\ \ddot{u}_b(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{ss} & C_{sb} \\ C_{bs} & C_{bb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u}_s(t) \\ \dot{u}_b(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} r_s(t) \\ r_b(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \tilde{r}_b(t) \end{bmatrix} \quad (1)$$

여기서 M 과 C 는 각각 질량행렬과 감쇠행렬이고 $u(t)$ 는 절대변위벡터이며 $\tilde{r}(t)$ 는 반력벡터이다. 그리고 아래첨자 b 는 지점의 자유도를 s 는 지점이외의 자유도를 나타내며 $r(t)$ 는 복원력벡터(restoring force vector)로서 비선형거동을 포함할 수 있다. 효과적인 해석을 위하여 지점이외의 절점에서 변위벡터는 아래와 같이 준정적성분($u^{(q)}(t)$)과 동적성분($u^{(d)}(t)$)의 중첩으로 나타낸다.

$$\begin{bmatrix} u_s(t) \\ u_b(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_s^{(q)}(t) \\ u_b(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_s^{(d)}(t) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

여기서 준정적성분은 각 지점자유도의 단위변위에 의한 구조물의 정적변위형상벡터(Ψ_j)를 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$u_s^{(q)}(t) = \sum_{j=1}^{n_b} \Psi_j x_{bj}(t) \quad (3)$$

여기서 $x_{bj}(t)$ 는 지점 자유도 j 에 입력된 변위이고 n_b 는 가진되는 지점자유도의 갯수이다.

마지막으로 동적성분은 다음과 같은 운동방정식으로부터 구한다.

$$\begin{aligned} & M_{ss} \ddot{u}_s^{(d)}(t) + C_{ss} \dot{u}_s^{(d)}(t) + r_s(u(t), \dot{u}(t)) \\ & = \sum_{j=1}^{n_b} M_{ss} \Psi_j \ddot{x}_{bj}(t) - \sum_{j=1}^{n_b} C_{ss} \Psi_j \dot{x}_{bj}(t) \\ & \quad - M_{sb} \ddot{u}_b(t) - C_{sb} \dot{u}_b(t) \end{aligned} \quad (4)$$

위와 같은 해석기법은 구조물의 거동이 선형이고

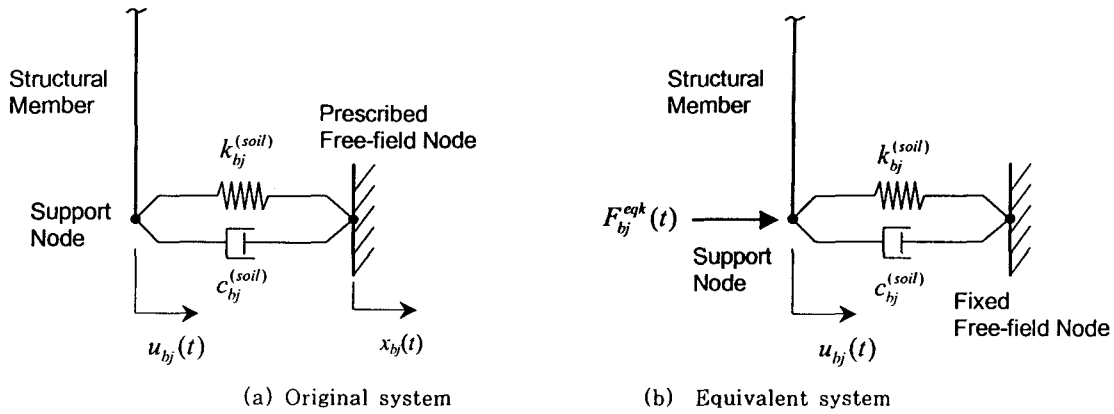


Fig. 1 Equivalent support load at visco-elastic foundation

감쇠행렬이 강성행렬에 비례할 경우 식(4)는 훨씬 간단하게 표현되어 효과적인 해석이 가능하다³⁾. 그러나 구조물의 거동이 비선형이거나 감쇠특성이 비고전적감쇠(non-classical damping)인 경우 입력과 해석과정이 복잡하게 되며, 이는 위 방법을 이용하여 기존의 구조해석프로그램을 쉽게 수정하지 못하고 있는 주요 원인이라고 할 수 있다.

3. 등가하중산정법 및 유한요소모형 수정

3.1 점탄성 및 고정지점의 등가 다지지점 하중

구조물의 동적해석을 위한 유한요소모형에 기초를 지지하는 지반의 영향을 근사적으로 고려하기 위하여 Fig. 1(a)와 같이 지점자유도에 지반의 영향을 고려하기 위하여 탄성스프링($k_{bj}^{(soil)}$)과 점성감쇠장치($C_{bj}^{(soil)}$)를 도입한 경우¹⁷⁾ 지반운동의 입력은 구조물 기초를 제거했을 때 지진입력에 의한 지반의 산란응답(scattering response) $x_{bj}(t)$ 와 $\dot{x}_{bj}(t)$ 이다. 이와 같은 지점 및 입력조건은 중첩원리를 이용하여 Fig. 1(b)와 같이 가상지반지점을 고정시키고 구조물 지점에 다음과 같은 산란응답에 대한 등가지점하중($F_{bj}^{eqk}(t)$)을 작용시켜 모형화할 수 있다.

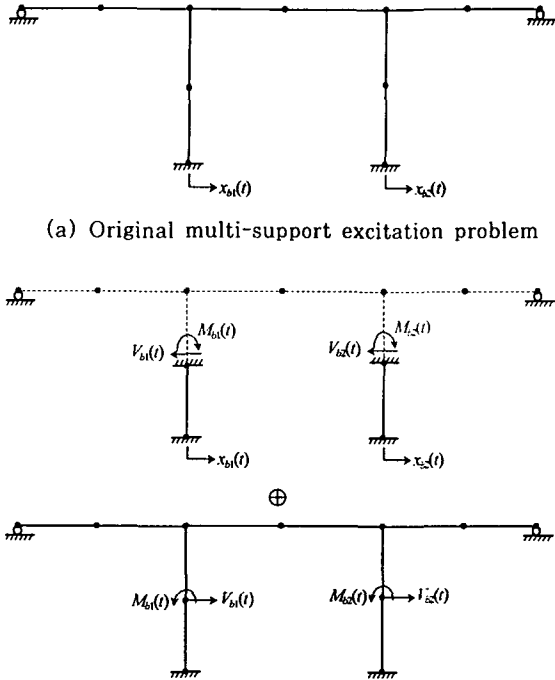
$$F_{bj}^{eqk}(t) = k_{bj}^{(soil)} x_{bj}(t) + c_{bj}^{(soil)} \dot{x}_{bj}(t) \quad (5)$$

여기서 $F_{bj}^{eqk}(t)$ 는 구조물 지점자유도 b_j 를 고정시켰을 때 지반의 산란운동에 의한 반력이다. 이는 구조역학에서 고정단반력을 구하고 이를 역방향으로 작용시켜 해석을 하는 부분구조기법¹⁸⁾과 같은 개념이라고 할 수 있다.

위의 부분구조개념을 선형거동을 하는 평면프레임 구조물에 적용하면 다음과 같다. Fig. 2와 같이 교량구조물의 교각이 지반에 고정되어 있고 수평지진이 작용될 때 지점운동에 대한 등가지점하중은 지점의 바로 인접한 절점에서 다음과 같은 수평력과 모멘트로 나타낼 수 있다.

$$V_{bj}^{eqk}(t) = \frac{12E_j I_j}{L_j^3} x_{bj}(t), \quad M_{bj}^{eqk}(t) = \frac{6E_j I_j}{L_j^2} x_{bj}(t), \quad (j=1, 2, \dots, n_b) \quad (6)$$

여기서 $E_j I_j$ 는 지점 j 는 연결된 부재의 휨강성이고 L_j 는 Fig. 2에 나타난 부재길이이며 위의 관계식에서 요소의 질량에 의한 관성력효과는 무시하였다. 식(6)에 의한 등가하중을 이용한 해석은 선형구조물인 경우 매우 정확하다. 그러나 이 방법은 구조물의 거동이 비선형인 경우 지점에 연결된 요소의 강성이 시간에 따라 변할 것이므로 비선형해석에는 직접 적용할 수 없다.



(a) Original multi-support excitation problem
 (b) Substructured multi-support excitation problem
 Fig. 2 Substructured equivalent structural system for multiple support excitation problem

3.2 가상탄성지지점 도입에 의한 유한요소모형 수정법

탄성지지점에 대한 식(5)의 등가지점하중을 참조하면 고정지지점자유도 b_j 에 가진되는 등가지점하중은 지지점자유도의 구속조건을 없애고 충분히 큰 값을 가지는 인공적인 탄성지지점(artificial elastic support)을 설치하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$F_{b_j}^{eqk}(t) = k_{\infty} x_{b_j}(t) \quad (7)$$

여기서 k_{∞} 는 가상탄성지지점의 강성으로서 주어진 지점의 운동($x_{b_j}(t)$)과 강제진동에 의한 응답($\tilde{x}_{b_j}(t)$)이 허용오차범위에 있고 과도한 가상탄성지지점의 강성으로 인한 해석결과의 오차를 최소화하도록 결정되어야 한다. 따라서 Fig. 2(a)와 같은 다지지지점 가진에 의한 진동문제가 Fig. 3과 같이 각 지점에 작

용되는 동적 집중하중에 의한 강제진동문제로 변환될 수 있다.

본 연구에서는 가상탄성지지점의 강성을 다음과 같이 정하였다.

$$k_{\infty} = \alpha k_{b_j}^{(str)} \quad (8)$$

여기서 $k_{b_j}^{(str)}$ 는 지지점자유도 b_j 에 해당하는 구조물의 선형정적강성계수로서 선형구조물에 b_j 방향으로 단위 변위를 일으키는데 필요한 힘이며 α 는 벌칙계수(penalty parameter)이다. 탄성지지점을 설치하고 지점에 식(7)과 같은 집중하중을 작용시켜 해석한 준정적변위($\tilde{x}_{b_j}^{(q)}(t)$)는 근사적으로 $\tilde{x}_{b_j}^{(q)}(t) \approx \frac{\alpha}{1+\alpha} x_{b_j}(t)$ 이다. 따라서 수정된 유한요소해석모형의 지점 b_j 에서 준정적변위($\tilde{x}_{b_j}^{(q)}(t)$)를 이용하여 동적변위($\tilde{x}_{b_j}(t)$)의 상대오차(e_{b_j})를 근사적으로 유추하면 다음과 같이 벌칙계수 α 에 역비례함을 알 수 있다.

$$e_{b_j} \equiv \max_t \left| \frac{x_{b_j}(t) - \tilde{x}_{b_j}(t)}{x_{b_j}(t)} \right| \approx \frac{1}{1+\alpha} \quad (9)$$

본 연구에서 제안하는 위의 기법을 실제 적용할 때 식(7)에 의한 $F_{b_j}^{eqk}(t)$ 는 상당히 큰 값이 될 수 있지만, Fig. 4와 같이 지지점자유도 b_j 에 작용되는 $F_{b_j}^{eqk}(t)$ 의 구조물로 실제 전달되는 유효전달지진력 $f_{b_j}^{eqk}(t)$ 은 다음과 같이 나타낼 수 있고,

$$f_{b_j}^{eqk}(t) = k_{\infty} [x_{b_j}(t) - \tilde{x}_{b_j}(t)] \quad (10)$$

이에 식(8)과 식(9)의 관계식을 대입하면 다음과 같이 유효전달지진력은 벌칙계수 α 에 거의 영향을 받지 않음을 알 수 있다.

$$\max_t |f_{b_j}^{eqk}(t)| \approx \max_t |k_{b_j}^{(str)}(t) x_{b_j}(t)| \quad \text{for large } \alpha \quad (11)$$

그러므로 일반적으로 $f_{b_j}^{eqk}(t) \ll F_{b_j}^{eqk}(t)$ 이다.

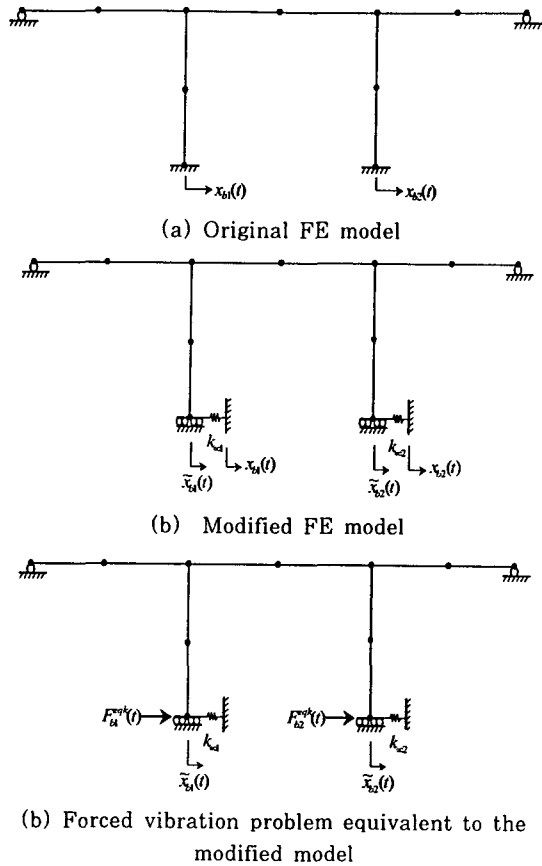


Fig. 3 Equivalent multi-support excitation problem with modification of support conditions

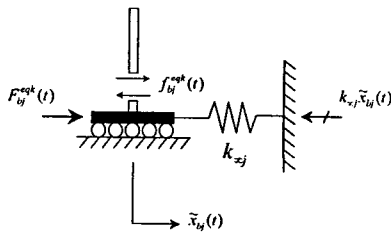


Fig. 4 Transmission of equivalent support load

4. 예제해석

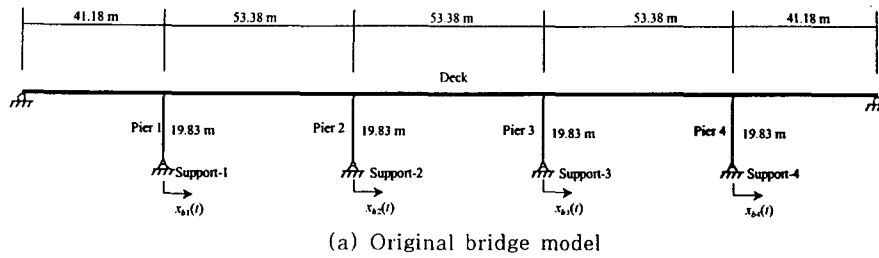
4.1 교량구조물의 선형 지진응답해석

본 연구에서 제시한 유한요소모형의 수정법을 검증하기 위하여 Fig. 5(a)에 나타난 철근콘크리트 교량¹⁹⁾을 사용하였다. 지진응답해석은 SAP2000 프로그램의 다지지점 입력에 대한 해석기능을 사용하여 Fig. 5(a)와 같은 2차원 모형에 대한 해석을 수행하고 이 결과를 Fig. 5(b)와 같이 수정된 모형을 이용한 강제진동해석 결과와 비교하였다. SAP2000을 이용한 수정모형의 유한요소모형은 Fig. 5(c)와 같다. 사용된 지진입력은 1994년 Northridge지진시 Newhall 계측점에서 기록된 수평성분으로서 변위시간이력은 Fig. 6과 같고 최대변위는 17.6cm이며 최대가속도는 0.583g이다. 본 연구에서는 다지지점 가진을 모의하기 위하여 지진파는 Fig. 5(a)에서 왼쪽에서 오른쪽으로 전파하는 것으로 가정하였으며 지점간 지진파의 지연시간은 0.16초로 가정하였다. 따라서 맨 왼쪽지점과 맨 오른쪽지점에서의 입력변위는 Fig. 6과 같이 0.48초 차이가 있게 된다. 그리고 해석모형의 물성치는 Table 1과 같다.

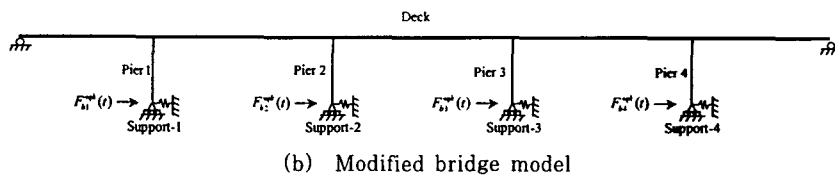
본 연구의 수정기법에서 벌칙계수 α 의 증가에 따른 해의 수렴성은 Fig. 5에서 Support-1 최대지점변위의 상대오차를 식(9)의 결과와 비교하여 Fig. 7에 나타내었다. 이 그림에서 식(9)의 근사식이 개략적인 오차의 척도로서 사용될 수 있음을 알 수 있으며, $\alpha=1,000$ 을 사용할 경우 지지점변위의 최대상대오차는 약0.15%로서 매우 작음을 알 수 있다. 그리고 $\alpha=1,000$ 인 경우 구조물의 강성계수와 지점의 가상탄성지점의 강성차이가 약 10^3 으로 일반적으로 유한요소해석시 수치적인 문제가 발생하는 10^{10} 보다 훨씬 작아서 만족스러운 해석결과를 얻을 수 있을 것으로 사료된다. 따라서 실제 적용시에는 $10^3 \sim 10^4$ 범위의 α 값을 사용하는 것이 바람직하다고 판단된다.

Table 1 Material and cross-sectional properties of example bridge structure

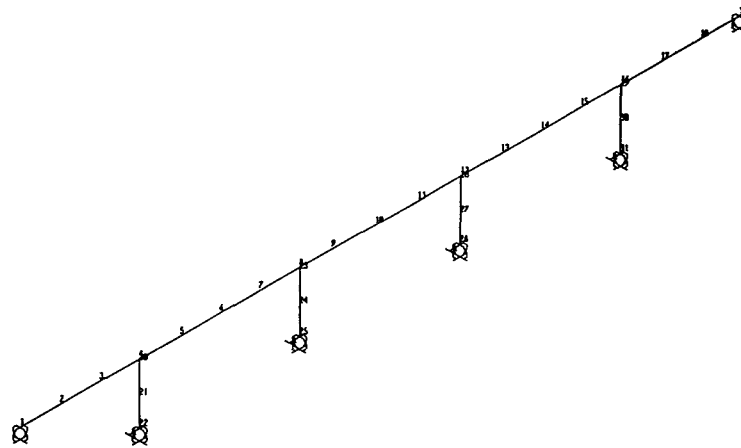
	Young's Modulus (GPa)	Cross-Sectional Area (m ²)	Moment of Inertia (m ⁴)	Mass Density (Mg/m ³)
Deck	27.8	6.936	4.787	2.32
Piers	27.8	4.670	1.735	2.32
Rigid Pier Elements	2.780.0	4.670	1.735	2.32



(a) Original bridge model



(b) Modified bridge model



(c) FE mesh for modified model

Fig. 5 Example bridge structure and its FE mesh

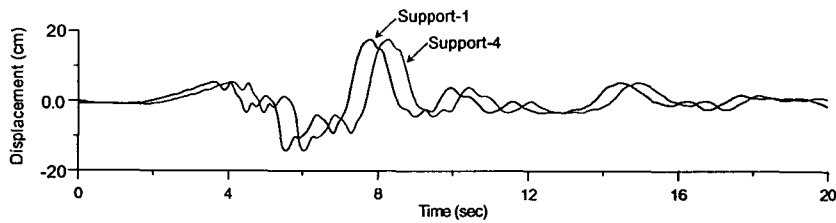


Fig. 6 Time histories of displacements used as input at supports of example bridge

마지막으로 수정모형의 지지점에서 수평변위와 맨 오른쪽 교각의 상단에서 휨모멘트 시간 이력 응답을 구하고 이들을 SAP2000의 다지지점해석기능을 사용하여 구한 해와 비교하여 각각 Fig. 8과 Fig. 9에 나타내었다. 이 비교로부터 본 연구의 방법에 의한 해석결과는 벌칙계수 α 값이 1,000일 때 매우 우수하며, 벌칙계수가 작을 때 ($\alpha=10$) 오차가 증가함을 확인할 수 있다.

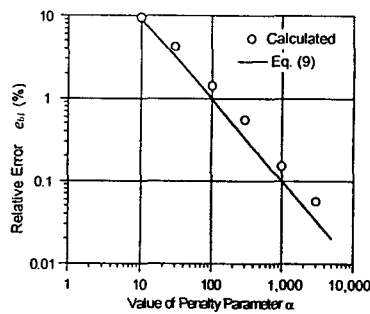
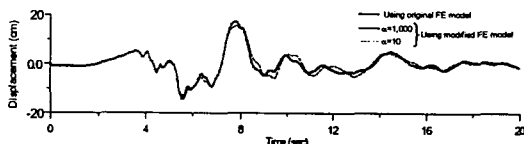
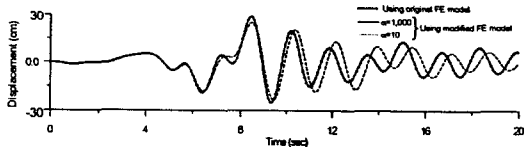


Fig. 7 Relative error in maximum displacement at Support-1 of modified model depending on value of penalty parameter α



(a) At Support-1



(b) At the center of mid-span

Fig. 8 Time histories of horizontal displacements in example bridge by linear analysis

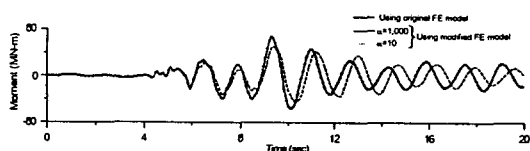


Fig. 9 Time histories of bending moment at the top of Pier-4 of example bridge

4.2 교량구조물의 비선형 지진응답해석

교량구조물의 비선형 지진응답해석은 변위법에 기초한 내진설계법의 개발 및 교량의 붕괴상태를 분석하기 위하여 국내·외에서 최근 활발히 연구되고 있다^{20)~22)}. 본 연구에서는 Fig. 5에 나타낸 해석모형을 철근콘크리트 교각의 항복특성을 고려하기 위하여 Fig. 10과 같이 교각모형을 수정하여 지진응답해석을 수행하였다. 즉, 교각 상단의 소성힌지 발생가능영역을 강제요소와 비선형 회전스프링으로 모형화하고, 회전스프링의 비선형 모멘트-회전각 관계는 교각단면의 형상과 철근배근 상태 등을 고려한 모멘트-곡률관계²³⁾와 소성힌지 발생가능길이 (L_p)를 추정²⁴⁾하여 Fig. 10(c)와 같이 정하였다.

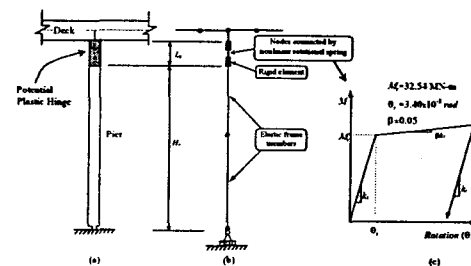
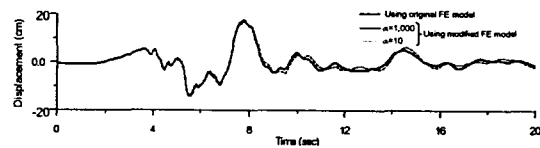
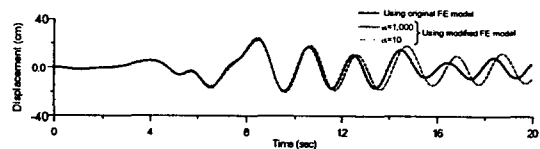


Fig. 10 Modeling of a pier by elastic columns and bilinear rotational spring

앞의 선형해석과 마찬가지로 SAP2000의 다지지점입력기능을 이용하여 다지지점 입력에 대한 응답을 구하고 이를 본 연구의 제안방법에 의하여 수정한 해석모형을 사용한 결과와 비교하였다. Fig. 11



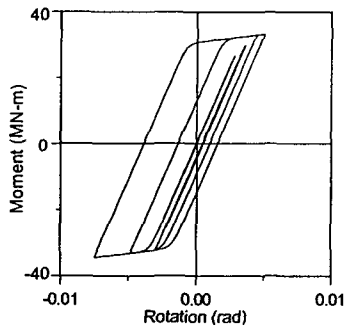
(a) At Support-1



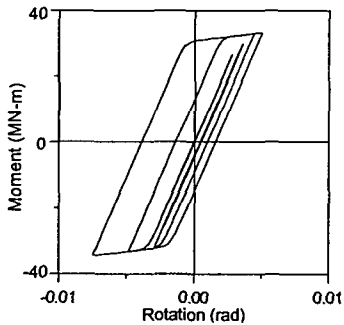
(b) At the center of mid-span

Fig. 11 Time histories of horizontal displacements in example bridge by nonlinear analysis

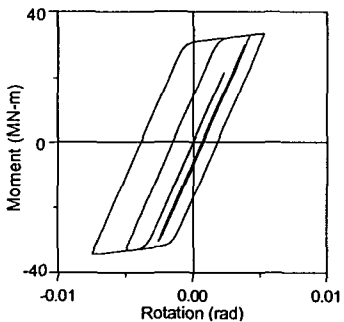
은 교량의 상판 중앙에서 수평변위를 비교한 결과이며 Fig. 12는 맨 왼쪽 교각(Pier-1)의 상단에 위치한 소성한지의 비선형이력거동을 비교한 결과이다. 이 비교결과로부터 벌칙계수 α 값이 1,000일 때 본 연구의 수정모형을 이용한 해석의 정확도가 비선형해석에서도 매우 우수함을 알 수 있다.



(a) Using original FE model



(b) Using modified FE model ($\alpha=1,000$)



(c) Using modified FE model ($\alpha=10$)

Fig. 12 Bilinear moment-rotation response of plastic hinge at the top of Pier-1 by nonlinear analysis

5. 결 론

본 논문에서는 다지지점 가진에 의한 구조물의 동적응답을 구하기 위하여 유한요소모형의 지점에 가상탄성지점을 도입하여 지지점조건을 수정하고 부분구조기법에 의하여 계산된 등가하중을 지지점에 작용하는 간단한 기법을 제안하였다. 제안방법은 기존의 다지지점 입력에 대한 해석기능이 있는 범용구조해석 S/W를 이용한 선형 및 비선형 해석결과와 비교하여 검증하였다. 이 방법은 다지지점 입력에 대한 해석기능이 없는 범용유한요소해석 S/W 및 비선형 구조해석을 위하여 특별히 개발되었던 전산 프로그램을 이용하여 다지지점 입력에 대한 지진응답해석을 수행할 때 유용하게 활용될 수 있을 것으로 기대된다.

참 고 문 헌

1. Hyun, C-H., Yun, C-B., and Lee, D-G., "Nonstationary response analysis of suspension bridges for multiple support excitations", *Probabilistic Engineering Mechanics*, Vol. 7, No. 1, 1992, pp.27~35
2. Yun, C-B., Kong, C-S., and Hyun, C-H., "Floor response spectra analysis including correlations of multiple support motions", *Proc. Structures Congress '93*, ASCE, Vol. 2, 1993, pp.1131~1136
3. Chopra, A.K., *Dynamics of Structures*, Prentice-Hall, Inc., 1995
4. Zembaty, Z., "Vibrations of Bridge Structure under Kinematic Wave Excitations", *J. of Structural Mechanics*, ASCE, Vol. 123, No.4, 1997, pp.479~488
5. Wilson, J.C., and Jennings, P.C., "Spatial Variation of Ground Motion Determined from Accelerograms Recorded on a Highway Bridge", *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol. 75, No. 6, 1985, pp.1515~1533
6. Hao, H., Oliveira, C. S., and Penzien, J., "Multiple-station Ground Motion Pro-

- cessing and Simulation Based on SMART-1 array data, *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 111, 1989, pp.293~310
7. Harichandran, R.S., and Wang, W., "Effect of Spatially Varying Seismic Excitation on Surface Lifeline", *Proc. Fourth U.S. National Conf. on Earthquake Engineering*, Vol. 1, 20-24 May, 1990, pp.885~894
 8. Abrahamson, N.A., "Spatially Variation of Multiple Support Inputs", *Proc. 1st U.S. Seminar on Seismic Evaluation and Retrofit of Steel Bridges*, U. of California at Berkeley, San Francisco, 18 October, 1993
 9. Deodatis, G., "Non-stationary Stochastic Vector Process: Seismic Ground Motion Application", *Probabilistic Engineering Mechanics*, Vol.11, 1996, pp.149~168
 10. Hao, H., and Duan, X., "Multiple Excitation Effects on Response of Symmetric Buildings", *Engineering Structures*, Vol. 18, No. 9, 1996, pp.732~740
 11. Kahan, M., Gibert, R-J., and Bard, P-Y., "Influence of Seismic Waves Spatial Variability on Bridges", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 25, 1996, pp.795~814
 12. Monti, G., Nati, C., and Pinto, E., "Nonlinear Response of Bridges under Multi-support Excitation", *J. of Structural Mechanics*, ASCE, Vol. 122, No.10, 1996, pp.1147~1159
 13. Kiureghian, A.D., and Neuenhofer, A., "Response Spectrum Method for Multi-support Seismic Excitation", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 21, 1992, pp.713~740
 14. Berrah, M.K., and Kausel, E., "A Modal Combination Rule for Spatially Varying Seismic Motions", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 22, 1993, pp.791~800
 15. *SAP2000 Nonlinear User Manual for Version 7.0*, Computers & Structures, Inc., 1998
 16. *ANSYS User Manual for Revision 5.0*, Swanson Analysis, Inc., 1993
 17. Mylonakis, G., Nikolaou, A., Gazetas, G., "Soil-Pile-Bridge Seismic Interaction: Kinematic and Inertial Effects. Part I: Soft Soil", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 26, 1997, pp.337~359
 18. 양창현, 구조역학, 청문각, 1996.
 19. Sultan, M. and Kawashima, K., "Comparison of the Seismic Design of Highway Bridges in California and in Japan", *Proc. the National Conference on Bridges and Highways*, San Diego, CA, 10-13 Dec., 1995
 20. Yang, Y-S., Priestley, M.J.N., and Ricles, J.M., "Longitudinal Seismic Response of Bridge Frames Connected by Restrainers", Structural Systems Research, Report No. SSRP-94/09, U. of California at San Diego, CA, 1994
 21. 이지훈, 전귀현, "이동제한장치가 있는 교량의 지진응답해석", 한국전산구조공학회 논문집, 제11권, 제4호, 1998, pp.331~340
 22. 김상효, 마호성, 이상우, 원정훈, "Restrainer로 보강된 교량의 지진하중에 대한 거동특성분석", 한국전산구조공학회 봄학술발표회 논문집, 1999, pp.177~183
 23. Caltrans Division of Structures, *User's Manual COLx: Column Ductility Program*, 1993
 24. Priestley, M.J.N., Seible, F., and Calvi, G.M., *Seismic Design and Retrofit of Bridges*, John Wiley & Sons, Inc., 1996
(접수일자 : 1999. 4. 23)