Galerkin방법을 이용한 고차 포물선 방정식 수중음 전달 해석

Higher Order Parabolic Equation Modeling Using Galerkin's Method

이 철 원*, 성 우 제**, 정 문 섭***
(Chul Won Lee*, Woo Jae Seong**, Moon Sub Jurng***)

※ 이 연구는 수중음향특화센터의 연구비 지원으로 이루어졌습니다.

요 약

본 논문에서는 거리종속 해양에서 음전달 풀이법으로 각광받고 있는 포물선 방정식법에 대한 고차 해의 전산코드를 작성하고 이들에 대한 수치 시험을 수행하였으며 포물선 방정식법의 정확성을 수치문제 적용 측면에서 고찰하였다. 깊이 방향 연산자의 선형 근사방법으로는 Padé 근사법의 곱형태를 이용하였으며 Galerkin방법을 이용하여 수치계산을 수행하였고 계산량의 감소를 위하여 부분적으로 collocation을 이용하였다. 거리방향 연산자는 음해법인 Crank-Nicolson법, 초기해로는 자체 초기해를 이용하였다. 수치시험은 세 가지 해양 환경에 대하여 시행하였고 이들의 결과는 해석해, 파수적분법을 이용한 OASES결과와 기존의 포물선 방정식법을 이용한 전산조직인 RAM 등과 비교하였다.

ABSTRACT

Exact forward modeling of acoustic propagation is crucial in MFP such as inverse problems and various other acoustic applications. As acoustic propagation in shallow water environments become important, range dependent modeling has to be considered of which PE method is considered as one of the most accurate and relatively fast. In this paper higher order numerical code employing the PE method is developed. To approximate the depth directional operator, Galerkin's method is used with partial collocation to lessen necessary calculations. Linearization of the depth directional operator is achieved via expansion into a multiplication form of Padé approximation. To approximate the range directional equation, Crank-Nicolson's method is used. Finally, numerical self stater is employed. Numerical tests are performed for various ocean environment scenarios. The results of these tests are compared to exact solutions, OASES and RAM results.

I. 서 론

최근 수중음의 원거리 이용 추세에 따라 거리 종속 다층 구조에서의 음전달 해석의 중요성이 강조되고 있다. 특히 우리 나라 연근해는 해저면의 형상과 해류의 흐름이 매우 복잡할 뿐 아니라, 전선과 내부파 등의 존재로 인하여 음파전달 경로 및 세기를 예측하기 위해서는 반드시 거리의존 모델을 사용하여야 한다.

포물선 방정식 법은 Tappert[1]에 의하여 수중음 전달 현상의 해석에 도입된 이래 많은 연구자들에 의하여 연구되어지고 있다. 이 방법은 음전달 문제의 지배방정식인 타원형의 Helmholtz 방정식을 포물선 방정식의 형태로 근사하여 수치 적용의 관점에서 훨씬 적은 기억용량으로서 문제를 해결할 수 있다는 장점이 있다. 또한 각각의 거리에 대해 독립적으로 풀기 때문에 거리의존 문제에 쉽게 적용되어 진다. 본 논문은 우리 나라 연근해 해양환경에서 가장 적합한 포물선 방정식법의 음전달 예측 모델을 개발하기 위하여 Galerkin방법[2]을 이용한 고차 수중음 전달해석의 효과적 해법을 제시하고 이를 수치적으로 검증하는데 그 목적이 있다.

기존의 포물선 모델을 이용한 대표적 전산 조직에는 IFD[3], FEPE[4], RAM[5] 등이 있다. IFD는 이론 초기해를 사용함으로 인한 근거리에서의 부정확성과 고주파수에서의 불안정성 그리고 고차해법 적용의 문제점이 있다.

* 서울대학교 대학원
** 서울대학교 조선해양공학과
*** 국방과학연구소
접수일자 : 1999년 2월 3일

반면 FEPE는 ADI법[6]적용에 따른 수렴문제 그리고 RAM은 거리방향 연산에 양함수법[5]을 사용함에 따라 나타나는 불안정성 문제를 극복하는 과정에서 나타나는 인위적 감쇠의 문제점 등을 지니고 있다. 이러한 문제점들을 해결하기 위하여 본 논문에서는 초기해로는 자체초기해, 깊이방향 연산자의 근사방법으로는 Padé 근사법[7]의 곱 형태, 거리 방향 연산자로는 음해법인 Crank-Nicolson법[6], 그리고 수치해법으로는 Galerkin법[2]을 이용하였다. 또한 포물선 방정식법의 적용과정에서 나타나는 거리방향 정합문제와 기준 파수 결정문제를 해결하기 위하여 각각 $\sqrt{\rho c}$ 법[8]과 Rayleigh이론[9]을 이용하였다. 수치 시험은 해수면과 해저면이 일정한 반 무한영역, 해수면과 해저면이 이상적인 경계조건을 만족하는 거리독립 Pekeris 해양환경, 거리에 따라 해저면의 깊이가 변하는 거리종속 해양환경에서 시행하였으며 이들의 결과는 해석해, 파수적분법을 이용한 결과(OASES[10])와 기존의 포물선 방정식법(RAM[5])의 결과와 비교하였다.

II. 포물선 방정식

1. 거리해

원통 좌표계(r, θ, z)를 사용한 축대칭 환경에서 시간항을 제외한 음압 P는 다음의 Helmholtz 방정식을 만족한다.

$$\frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial P}{\partial r} + \rho\frac{\partial}{\partial z}\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial z} + k^2 P = 0 \tag{1.1}$$

음압 P를 Hankel 함수와 기준파수 k_0를 이용하여 $P = p\, H_0^{(1)}(k_0 r)$라 하고 Hankel 함수의 원거리 근사식을 도입하면 식 (1.1)은 다음과 같이 나타낼 수 있다

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + 2ik_0\frac{\partial p}{\partial r} + \rho\frac{\partial}{\partial z}\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} + (k^2 - k_0^2)p = 0 \tag{1.2}$$

미분 연산자 Z를 $k_0^{-2}\left[\rho\frac{\partial}{\partial z}\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial z} + k^2 - k_0^2\right]$라하고 인수분해한 형태로 나타내면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\left(\frac{\partial}{\partial r} + ik_0 + ik_0\sqrt{1+Z}\right)\left(\frac{\partial}{\partial r} + ik_0 - ik_0\sqrt{1+Z}\right)p = ik_0\left(\frac{\partial}{\partial r}\sqrt{1+Z} - \sqrt{1+Z}\frac{\partial}{\partial r}\right)p \tag{1.3}$$

우변은 교환적(commutative)이라는 가정하에 무시할 수 있으며 되돌아오는 파의 영향이 적다면, 위 식에서 음원으로부터 멀어지는 파는 다음의 포물선 형태의 식을 만족한다.

$$\frac{\partial p}{\partial r} = ik_0\left(\sqrt{1+Z} - 1\right)p \tag{1.4}$$

이 때 거리종속 다층구조에서의 수중음 전달 문제는 각 거리별 수직 경계면에서의 에너지 정합은 필요로 한다. 에너지 정합에 의한 해는 에너지 유량 보존법칙[5]에 의해서 근사적으로 음파가 수평으로 전파될 때 밀도 ρ, 음의 파수 k, $a = (\rho/k)^{\frac{1}{2}}$, $u = \frac{p}{a}$라 하면 에너지 정합을 고려한 식 (1.4)는 다음의 식으로 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial u}{\partial r} = ik_0\left(\sqrt{1+X} - 1\right)u \tag{1.5}$$

이 때 미분연산자 X는 다음과 같다.

$$X = k_0^{-2}\left[\frac{\rho}{a}\frac{\partial}{\partial z}\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial z}a + k^2 - k_0^2\right] \tag{1.6}$$

포물선 방정식 (1.5)의 제곱근 연산자를 선형화하기 위하여 Padé 근사 법[11]의 곱 형태를 이용하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial u}{\partial r} = ik_0\left(\prod_{j=1}^{N}\frac{1+\alpha_j X}{1+\beta_j X} - 1\right)u \tag{1.7}$$

식 (1.7)의 포물선 방정식을 수치적으로 풀기 위하여 r 방향 미분에 대해 음해법인 Crank-Nicolson 법을 적용하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\left[\left(1+\frac{ik_0\Delta r}{2}\right)\prod_{j=1}^{N}(1+\beta_j X) - \frac{ik_0\Delta r}{2}\prod_{j=1}^{N}(1+\alpha_j X)\right]u^{m+1} \\ = \left[\left(1-\frac{ik_0\Delta r}{2}\right)\prod_{j=1}^{N}(1+\beta_j X) + \frac{ik_0\Delta r}{2}\prod_{j=1}^{N}(1+\alpha_j X)\right]u^{m}\end{aligned} \tag{1.8}$$

즉, 어느 일정한 수평거리에서의 해 u^m이 주어지면 식 (1.8)의 풀이로부터 다음거리에서의 해 u^{m+1}을 구할 수 있다. 식(1.8)의 수치해법을 위하여 Galerkin방법을 도입하기로 하고 기초함수 ψ_i를 그림1과 같이 정의한다. (1.8)식에 Galerkin법을 적용하기 위하여 아래와 같은 기본식을 생각해 보도록 한다.

$$(1 + a\,X)\,p = q \tag{1.9}$$

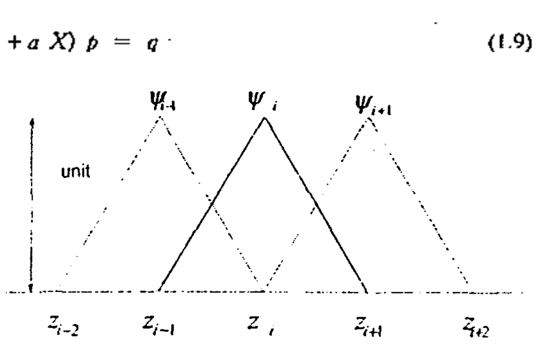


그림 1. Galerkin법에 사용한 기초함수
Fig. 1. Basis function for the Galerkin method.

여기서 a는 상수를 의미하고 X는 식(1.6)에 나타난 깊이 방향으로의 미분연산을 포함하고 있는 연산자를 나타내며, p의 값이 전 깊이에 대하여 주어졌을 경우 q의 값을 구하는 문제 또는 그의 반대의 경우가 된다. 기초함수를 곱한 후 이의 적분이 같아야한다는 조건으로부터 p, q는 다음 식을 만족한다.

$$\int \phi_i (1 + a\ X) p\ dz = \int \phi_i q\ dz \text{ for all } i \tag{1.10}$$

식 (1.10)의 미지항 p, q를 기초함수를 이용하여 $p = \sum p_i \phi_i$, $q = \sum q_i \phi_i$와 같이 근사하면 식 (1.10)의 적분 결과는 아래와 같은 깊이방향 분할요소에 의하여 나타내어지는 식이 된다.

$$a_i p_{i-1} + b_i p_i + c_i p_{i+1} = \frac{\Delta z}{6} q_{i-1} + \frac{2\Delta z}{3} q_i + \frac{\Delta z}{6} q_{i+1} \quad \text{for all } i \tag{1.11}$$

위 식을 전체 깊이 방향 분할요소에 대해 정리하면 다음과 같은 3요소 대각행렬식을 얻을 수 있다.

$$D\ \{p\} = C\ \{q\} \tag{1.12}$$

식(1.8)과 같이 연산자의 곱의 형태로 나타난 식에 위의 방법을 적용하기 위하여 다음과 같이 $(1+\alpha_N X)u = f^N$, $(1+\alpha_j X) f^{j+1} = f^j$라 정의하고 Padé상수 α_j에 대응하는 3요소 대각행렬을 A_j라 하면 두 식의 Galerkin방법에 의한 계산 결과는 식(1.12)로부터 각각 $A_N\ \{u\} = C\ \{f^N\}$와 $A_j\ \{f^{j+1}\} = C\ \{f^j\}$ 임을 알 수 있다. 이상의 결과로부터 곱형태의 연산자에 대한 Galerkin 풀이는 다음과 같이 수행하면 된다. 즉,

$$\begin{aligned}\prod_{j=1}^{N}(1+\alpha_j X)u &= (1+\alpha_1 X)(1+\alpha_2 X)\cdots(1+\alpha_N X)u \\ &= (1+\alpha_1 X)(1+\alpha_2 X)\cdots(1+\alpha_{N-1} X)f^N \\ &= (1+\alpha_1 X)(1+\alpha_2 X)\cdots(1+\alpha_{N-2} X)f^{N-1} \\ &= f^1\end{aligned} \tag{1.13}$$

으로부터의 풀이를 보면

$$\begin{aligned}\{f^1\} &= C^{-1}A_1\{f^2\} \\ &= C^{-1}A_1C^{-1}A_2\{f^3\} \\ &= C^{-1}A_1C^{-1}A_2\cdots C^{-1}A_{N-1}\{f^N\} \\ &= C^{-1}A_1C^{-1}A_2\cdots C^{-1}A_{N-1}C^{-1}A_N\{u\}\end{aligned} \tag{1.14}$$

위의 결과를 정리하면 다음과 같음을 알 수 있다.

$$\begin{aligned}\prod_{j=1}^{N}(1+\alpha_j X)u &= (1+\alpha_1 X)(1+\alpha_2 X)\cdots(1+\alpha_N X)u \\ &= C^{-1}A_1C^{-1}A_2\cdots C^{-1}A_N\ u\end{aligned} \tag{1.15}$$

위와 마찬가지로 Padé상수 β_j에 대응하는 행렬을 B_j라 하면 다음을 알 수 있다.

$$\begin{aligned}\prod_{j=1}^{N}(1+\beta_j X)u &= (1+\beta_1 X)(1+\beta_2 X)\cdots(1+\beta_N X)u \\ &= C^{-1}B_1C^{-1}B_2\cdots C^{-1}B_N\ u\end{aligned} \tag{1.16}$$

식 (1.15)와 식 (1.16)을 전체식 (1.8)에 적용하면 다음과 같은 행렬식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}&\left[(1+\frac{ik_0\Delta r}{2})C^{-1}B_1C^{-1}B_2\cdots C^{-1}B_N - \frac{ik_0\Delta r}{2}C^{-1}A_1C^{-1}A_2\cdots C^{-1}A_N\right]\{u^{m+1}\} \\ &= \left[(1-\frac{ik_0\Delta r}{2})C^{-1}B_1C^{-1}B_2\cdots C^{-1}B_N + \frac{ik_0\Delta r}{2}C^{-1}A_1C^{-1}A_2\cdots C^{-1}A_N\right]\{u^m\}\end{aligned} \tag{1.17}$$

위 식을 정리하면 다음과 같은 행렬식을 얻을 수 있다.

$$\Lambda'\ \{u^{m+1}\} = \Gamma'\ \{u^m\} \tag{1.18}$$

식 (1.17)에서 3요소 대각 행렬의 역행렬인 C^{-1}는 스파스 행렬(sparse matrix)이므로 결과 식 (1.18)의 Λ', Γ' 는 스파스 행렬이 된다. 이 결과는 행렬처리과정에서 많은 양의 기억용량과 시간을 필요로 하게 되므로 수치 처리 관점에서 매우 비효율적이다. 이 문제를 해결하기 위해 본 논문에서는 C^{-1}를 제거하는 방법을 다음과 같이 고안하였다. 즉 식 (1.10)의 우측항을 collocation형태로 근사하면 다음과 같다.

$$\int q\ \phi_i\ dz \approx q_i \int \phi_i\ dz = q_i \Delta z \tag{1.19}$$

위의 근사에 의한 식 (1.10)의 적분결과는 다음과 같은 깊이방향 분할요소 식으로 나타낼 수 있다.

$$a_i\ p_{i-1} + b_i p_i + c_i\ p_{i+1} = q_i \tag{1.20}$$

위 식을 전체 깊이 방향 분할요소에 대해 정리하면 다음과 같은 행렬식으로 나타낼 수 있다.

$$D\ \{p\} = \{q\} \tag{1.21}$$

식 (1.21)을 위와 같은 방법으로 전체 식 (1.8)에 적용하면 다음과 같은 행렬식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}&\left[(1+\frac{ik_0\Delta r}{2})B_1B_2\cdots B_N - \frac{ik_0\Delta r}{2}A_1A_2\cdots A_N\right]\{u^{m+1}\} = \\ &\left[(1-\frac{ik_0\Delta r}{2})B_1B_2\cdots B_N + \frac{ik_0\Delta r}{2}A_1A_2\cdots A_N\right]\{u^m\}\end{aligned} \tag{1.22}$$

위 식을 정리하면 다음과 같이 간단한 형태로 나타낼 수 있다.

$$\Lambda\ \{u^{m+1}\} = \Gamma\ \{u^m\} \tag{1.23}$$

이때 Λ, Γ는 2N+1 요소 대각 행렬이 되어 수치처리 과정에서 계산 시간과 기억용량 문제가 매우 효율적으로 처리 될 수 있다.

2. 포물선 방정식법의 경계조건

포물선 방정식법은 그림 2에 나타난 것처럼 세 가지의 경계 조건을 필요로 한다. 첫 째는 초기조건, 둘째는 자유수면 경계조건, 그리고 마지막으로 바닥 경계조건이다. 본 논문에서 사용된 각각의 경계조건은 다음과 같다.

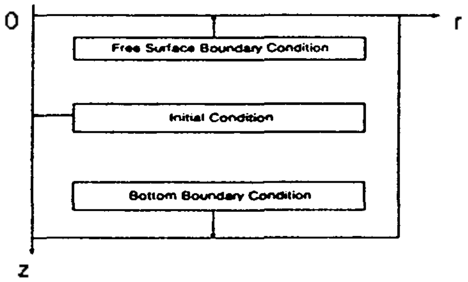


그림 2. 포물선 방정식법에 필요한 경계조건
Fig. 2. Boundary conditions required for the parabolic equation method.

① 초기 조건

본 논문에서 이용된 초기 조건은 정상 모우드(normal mode) 해를 근사한 자체 초기해[11]를 이용하였다. 이는 정상모우드의 고유치를 풀지 않고도 음원에 의해 형성되는 정상모우드의 해를 근사하는 방법으로 해석해보다 월등히 정확한 해를 준다.

② 자유수면 경계조건

자유수면에서의 유체의 압력은 동적 자유수면 경계조건에 의해 대기압을 0 이라하여 $P(r,0)=0$으로 하였다.

③ 바닥 경계조건

음압은 음원에서 깊이 방향으로 멀어지면서 바닥층에서의 감쇠현상으로 인하여 음파가 소멸된다. 따라서 본 논문에서는 이를 고려하여 실제영역 이하의 가상영역을 설정하여 인공 감쇠층을 둔 후 가상영역 최하층 경계면에서의 음압은 0으로 하였다.

3. 기준 파수 처리

기준파수 k_0는 분리상수로서 수치적인 정확도에 매우 민감하게 작용하는 것으로 알려져 있으며 이는 모우드 파수의 가중 제곱근(rms-weighted) 평균으로 알려져 있다. 본 논문에서는 Rayleigh 이론[9]에 근거하여 그 값을 근사적으로 구하였다. 파가 진행하는 경우 평균 운동에너지와 평균 스트레인(strain)에너지는 같다는 Rayleigh이론에 의하여 음압과 음속은 다음 식을 만족한다.

$$\int \frac{1}{4}\rho(|u^{**}|^2+|v^{**}|^2)dz = \int \frac{1}{4}(\rho c^2)^{-1}|P|^2 dz \tag{3.1}$$

이 때 u^{**}, v^{**}는 음속의 (r, z) 성분을 나타내며 음속 성분과 음압은 다음에 의하여 쉽게 구해진다.

$$|u^{**}|^2 = \frac{(k_0/\rho w)^2 |u|^2}{r}$$
$$|v^{**}|^2 = \frac{(1/\rho w)^2 |u_z|^2}{r} \tag{3.2}$$
$$|P|^2 = \frac{|u|^2}{r}$$

식 (3.2)를 식 (3.1)에 대입하면 기준파수는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$k_0^2 = \frac{\int (w/c)^2 \rho^{-1}|u|^2 dz - \int \rho^{-1}|u_z|^2 dz}{\int \rho^{-1}|u|^2 dz} \tag{3.3}$$

어느 지점에서의 깊이에 따른 입자속도와 깊이에 대한 미분값을 알 경우 위 식에 의하여 기준 파수를 택하면 가장 정확한 수치 해법이 될 것이다. 하나의 예로 그림 3과 같은 환경에서 분자의 첫째 항을 F_1, 분자의 둘째 항을 F_2 그리고 분모 F_3의 수치적인 값을 나타내보면 그림 4와 같다. 그림 4에서 보는 바와 같이 F_1과 F_3는 초기부터 안정적인 경향을 보이지만 미분값이 포함된 F_2는 수치오차에 의해 불안정한 경향을 보이는 것을 알 수 있으며 그 값 또한 다른 값들에 비해 작으므로 수치적인 안정성을 위해 근사적으로 F_2항을 무시 할 수 있다.

위의 결과들로부터 기준파수는 다음과 같이 근사적으로 나타낼 수 있다.

$$k_0^2 \approx \frac{\int (w/c)^2 \rho^{-1}|u|^2 dz}{\int \rho^{-1}|u|^2 dz} \tag{3.4}$$

위의 결과로 구한 기준파수를 사용한 경우 정확하고 안정적인 수치결과를 주는 것으로 판명되었다.

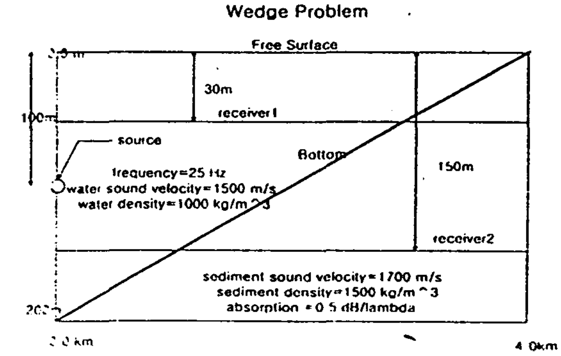


그림 3. 거리 종속 해양의 ASA 벤치마크 문제
Fig. 3. ASA benchmark problem for the range dependent ocean.

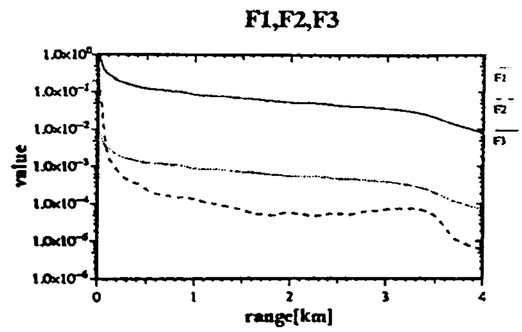


그림 4. Rayleigh 분수에 근거한 파수의 분자 분모의 크기
Fig. 4. Magnitude of the numerator and the denominator terms of the Rayleigh based reference wavenumber.

III. 수치 시험 문제 및 계산 결과

본 논문에서 제시한 해법의 검증을 위하여 세 가지 해양 환경에서 수치 시험을 수행하였고 이 결과를 검증된 다른 전산조직의 결과와 비교하였다.

(1) 반 무한영역

반 무한영역은 해석해를 쉽게 구할 수 있는 환경이므로 해석해와 그 결과를 비교하였다.

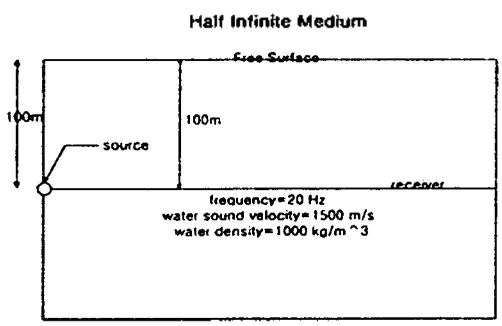


그림 5. 반 무한 영역의 해양 환경 인자
Fig. 5. Ocean environment for the half infinite medium.

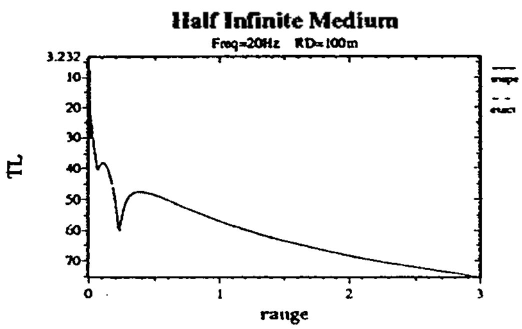


그림 6. 반 무한 영역에서의 전달 손실
Fig. 6. Transmission loss for the half infinite medium. Solid line represents the present method result (named SNUPE) whereas the dotted line represents the analytic solution.

해석해는 음의 크기를 갖는 가상 음원을 수면 위 영역에 대칭으로 위치시켜 구할 수 있으며 그 결과는 등고선으로 나타내었을 때 Lloyd mirror현상으로부터 쉽게 확인할 수 있다. 해양환경과 전달손실 결과는 그림5와 그림6에 나타내었으며, 결과는 Padé 2차의 차수에서 수렴된 결과를 나타내었다.

(2) 거리 독립 해양환경

해저면의 영향을 표현하는 방식은 포물선 방정식법의 정확성에 큰 영향을 끼친다. 거리독립 해양환경인 Pekeris 해양환경[12]은 해저면의 깊이가 일정한 이상적인 해양환경으로서 전산조직이 해저면의 영향을 효과적으로 처리하는가를 알아보기 위한 적절한 환경이다. 해양환경 변수들과 Padé 2차 차수를 사용한 전달손실의 결과를 그림7, 그림8에 나타내었다. 거리독립 해양환경에서 가장 정확한 것으로 알려진 파수적분법을 이용한 OASES[10]와 포물선방정식법 중 가장 정확한 결과를 주는 것으로 알려진 RAM[5]결과와 비교하였다. 세 결과가 전반적으로 잘 일치하는 것을 확인할 수 있다.

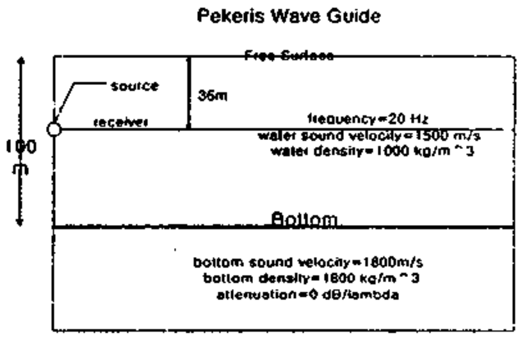


그림 7. 거리 독립적인 해양 환경 인자
Fig. 7. Range independent ocean environment.

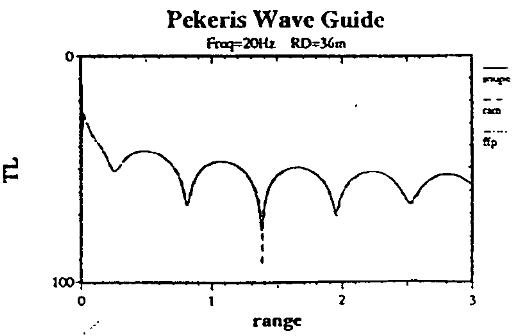
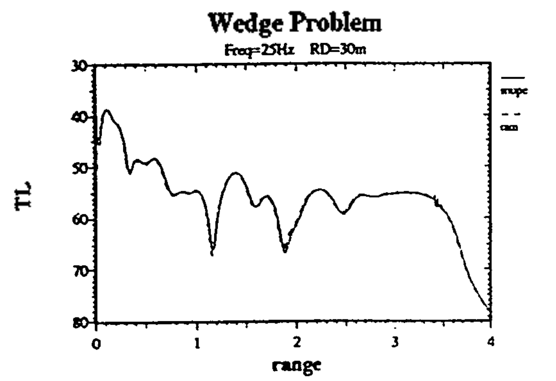


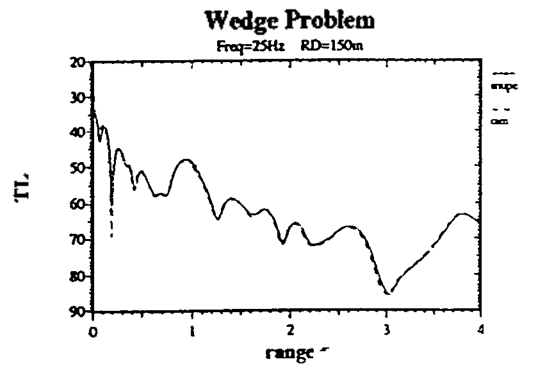
그림 8. 거리 독립 해양 환경에서의 전달손실
Fig. 8. Transmission loss for the range independent environment. Solid line represents the SNUPE result, dashed line the RAM result and the dotted line represents the OASES result.

(3)거리 종속 해양 환경

거리 종속 해양 환경의 문제에서 오차의 큰 요소는 거리에 따라 깊이가 변화할 때 나타나는 에너지 손실 및 에너지 유입의 문제이다. 이 문제를 해결하기 위해 본 논문에서는 $\sqrt{\rho c}$ 정합[8]을 이용하였으며 이의 유용성을 확인하기 위해 거리종속 해양환경의 수치시험 문제인 ASA-benchmark 의 쐐기문제를 다루었다(그림 3). 수심이 각각 30m, 150m에서의 거리에 따른 전달손실을 그림 9에 나타내었다. 두 수심에서 RAM[5]과 비교한 결과 모두 잘 일치됨을 볼 수 있다.



(a)



(b)

그림 9. ASA 쐐기 문제의 전달 손실

Fig. 9. Transmission loss plots for the ASA wedge problem. The results are for the receivers at (a) 30 m and (b) 150 m. Solid line is the SNUPE result and the dotted line represents the RAM result.

IV. 결 론

본 논문에서는 거리종속 해양환경에서 음전달 풀이법으로 각광받고 있는 포물선 모델의 Galerkin방법을 이용한 정확하고 빠른 새로운 풀이법을 개발하였고 이에 대한 수치검증을 수행하였다. 풀이법으로는 거리방향 연산자에 대해서는 Crank-Nicolson 법을 사용하였으며, 깊이방향 미분 연산자의 선형화를 위해서는 Padé 근사법의 곱형태를 이용하였으며 계산량의 감소를 위하여 Galerkin방법에 부분적으로 collocation을 혼합하여 사용하였다.

본 논문의 수치시험 결과 거리방향 연산에 대해 음해법을 적용함으로서 수치적인 안정성을 확보할 수 있었다. 또한 미분연산자를 선형화 한 후 이를 다시 근사 시키지 않으므로 해서 Padé 2차의 근사로서 대부분의 문제가 수렴함을 알 수 있었다. 또한 collocation을 사용하여 계산량을 상당부분 감소시킬 수 있었으며 이에 의한 정확도의 손실은 수치 시험결과 그리 크지 않음을 알 수 있었다.

끝으로 본 논문의 수치 모델 속도를 좌우하는 대각요소 행렬의 효율적 해법의 고안은 앞으로 계속 연구되어야 할 것이다. 또한 해저매질에서의 전단파를 고려할 수 있는 탄성포물선 방정식법으로의 확장이 필요하다.

참 고 문 헌

1. F.D. Tappert, "The parabolic approximation method," in *Wave Propagation in Underwater Acoustics*, ed. by J.B. Keller and J.S. Papadakis (Springer-Verlag, New York, 1977) pp.224-287.
2. D. Huang, "Finite element solution to the parabolic wave equation," J. Acoust. Soc. Am. 84, 1405-1413 (1988).
3. D. Lee and S.T. McDaniel, "Ocean acoustic propagation by finite difference method," Comput. Math. Appls. 14, 305-423 (1987).
4. M. D. Collins, "FEPE User's Guide," NORDA Tech. Note 365 (Stennis Space Center, 1988).
5. M. D. Collins, "User's Guide for RAM," (Naval Research Laboratory, Washington D.C. , 1995).
6. S. Nakamura, *Applied Numerical Method in C* (Prentice Hall, 1993).
7. M.D. Collins, "A higher-order parabolic equation for wave propagation in an ocean overlying an elastic bottom," J. Acoust. Soc. Am. 86, 1459-1464 (1989).
8. M.B. Porter, F.B. Jensen, and C.M. Ferla "The problem of energy conservation in one-way models," J. Acoust. Soc. Am. 89, 1058-1067 (1991).
9. A.D. Pierce, "The natural reference wavenumber for parabolic approximations in ocean acoustics," Comput. Math. Appls. 11, 831-841 (1985).
10. H. Schmidt, "SAFARI User's Guide," SACLANTCEN SR-113, (SACLANT Undersea Research Centre, La Spezia, Italy, 1988).
11. M.D. Collins, "A self-starter for the parabolic equation method," J. Acoust. Soc. Am. 92, 2069-2074 (1992).
12. F.B. Jensen, W.A. Kuperman, M.B. Porter and H. Schmidt, Computational Ocean Acoustics (AIP Press, 1994).

▲이 철 원(Cheol-Won Lee)

1993년 3월~1997년 2월 : 서울대학교 조선해양공학과 (공학사)
1997년 3월~1999년 2월 : 서울대학교 대학원 조선해양공학과 (공학석사)
※ 주관심분야 : 포물선 법을 이용한 음전달 해석

▲성 우 제(Woo-Jae Seong)
현재 : 서울대학교 조선해양공학과 교수
1994년 제 13권 2E호 참조

▲정 문 섭(Moon-Sub Jurng)
현재 : 국방과학연구소 연구원
1994년 제 13권 2E호 참조