초음파 회절 토모그라피 영상복원 알고리즘의 분해능 분석

The Analysis of Resolution on the Image Reconstruction Algorithms for Ultrasonic Diffraction Tomography

구 길 모*, 황 기 환**
(Kil Mo Koo*, Ki Hwan Hwang**)

요 약

본 논문에서는 초음파 회절 토모그라피를 위한 FBP와 BFP 영상복원 알고리즘에 관한 분해능을 연구하였다. 고정좌표계를 사용한 수정된 FBP 영상복원 알고리즘과 평면구조물에 적합한 BFP 영상복원 알고리즘을 이용하여 복원할 수 있는 토모그라픽 영상에 대한 분해능을 분석할 수 있는 모호함수를 유도하고 모의실험을 통하여 얻은 측방향 및 축방향 분해능을 분석하였다. 분석결과, FBP 영상복원 알고리즘에 대한 측방향 및 축방향의 3dB분해능은 각각 0.27파장, 0.70파장을 얻었으며, 또한 BFP 영상복원 알고리즘에 대한 측방향 및 축방향 분해능도 각각 0.39파장과 0.98파장으로 정량적으로 결정하였다. 따라서 본 연구를 통하여 수정된 FBP 영상복원 알고리즘과 BFP 영상복원 알고리즘은 회절 토모그라피를 위한 영상복원에 유용하게 이용할 수 있음을 확인하였다.

ABSTRACT

In this paper, we studied resolution to the FBP and BFP image reconstruction algorithms for ultrasonic diffraction tomography. In order to analyze the resolution to the tomographic images which can be reconstructed from the modified FBP image reconstruction algorithm by using fixed coordinate system and BFP image reconstruction algorithm which is suitable for plane structure object, we derived ambiguity functions to these algorithms and then analyzed lateral and depth resolution through simulation respectively. Simulation results show that the lateral and depth resolution to the FBP image reconstruction algorithm and the BFP image reconstruction algorithm was determined 0.27λ, 0.70λ and 0.39λ, 0.98λ at the 3dB respectively, These results imply that modified FBP and BFP image reconstruction algorithms for diffraction tomography is useful in the tomographic image reconstruction.

I. 서 론

의용 분야에서 검사체에 대한 X-ray 방사선의 위험성과 산업분야에서 3차원 물체에 대한 2차원적인 영상정보밖에 얻지 못하는 제한 때문에 X-ray 단층촬영 기술에 널리 응용된 토모그라픽 기술을 초음파 및 마이크로파를 이용하는 응용분야에 적용시켜 3차원 영상정보를 얻기 위한 연구에 많은 관심이 모아지고 있다[1,2,3]. 파장이 짧은 X-ray와는 달리 초음파나 마이크로파를 이용하여 토모그라픽 영상을 복원하기 위해서는 데이터 획득방법과 긴 파장으로 인한 회절현상을 고려해야 한다[4,5]. X-ray 토모그라피로부터 유도된 기존의 FBP(Filtered Back-Propagation) 영상복원 알고리즘은 회절현상을 고려하였으나, 토모그라픽 데이터 검출과정에서 입사각에 따라 수신면이 항상 회전되는 좌표계로부터 유도된 알고리즘이다. 그러나 실제 회절 토모그라픽 영상 시스템에 대한 설계 및 제작에 있어서 구조적 물리적인 제약을 가지므로 고정된 좌표계에서 데이터 검출이 요구된다[6,7,8]. 따라서 본 연구에서는 회절 토모그라픽 데이터 획득을 위하여 회전좌표계를 사용한 기존의 FBP 영상복원 알고리즘을 회절 토모그라픽 영상 시스템에 적용시키기 위한 고정좌표계를 사용하는 수정된 FBP 영상복원 알고리즘을 유도하고, 특히 평면구조물에 적합한 BFP(Back-and-Forth Propagation) 영상복원 알고리즘을 각각 유도한다. 또한 이들 알고리즘을 이용하여 복원할 수 있는 토모그라픽 영상에 대한 분해능을 분석할 수 있는 모호함수를 유도한다. 모호함수를 이용한 모의실험을 통하여 회절 토모그라피를 위한 수정된 FBP 및 BFP 영상복원 알고리즘으로부터 복원할 수 있는 토모그라픽 영상에 대한 측방향 및 축방향 분해능을 정량적으로 결정하여 회절 토모그라피픽 영상복원을 위한 이들 알고리즘의 유용성을 확인하고자 한다.

* 한국원자력연구소 열수력안전연구팀
** 경희대학교 전자공학과 공학박사
접수일자 : 1998년 6월 2일

II. FBP 영상복원 알고리즘

2.1 기존의 FBP 영상복원 알고리즘

그림 1은 물체에 평면파를 입사시키는 경우 입사각도에 따라 수신면이 회전하는 회전좌표계를 이용한 데이터 획득구조이다.

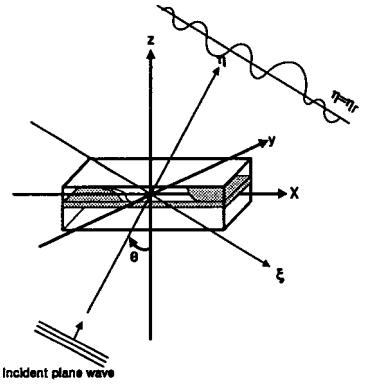

그림 1. 회전좌표계 데이터 획득구조
Fig. 1. A data acquisition scheme to the rotated coordinate system.

물체가 없는 경우, 입사된 평면파의 전파는 다음 식과 같다.

$$\begin{aligned} v_\varphi &= U_0\, e^{jk\cdot R} \\ &= U_0\, e^{j\frac{2\pi}{\lambda}(x\sin\varphi + z\cos\varphi)} \end{aligned} \tag{1}$$

여기서 U_0는 입사파의 복소진폭이고, λ는 파장이다. 물체가 존재하는 경우, 입사된 파의 성분은 산란되므로 수신면에 도달하는 전체 파의 성분은 입사된 평면파의 성분과 산란된 파의 성분으로 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$u_\varphi = v_\varphi(x;z) + u_{s,\varphi}(x;z) \tag{2}$$

입사파와 물체와의 상호작용을 Helmholtz 방정식으로 표현하면 다음 식과 같다[5].

$$(\nabla^2 + k^2)\, u_\varphi(x;z) = -k^2 o(x;z)\, u_\varphi(x;z) \tag{3}$$

여기서 $k = \frac{2\pi}{\lambda}$는 파의 파수이고, $o(x,z)$는 원하는 물체의 분포이다. 파동방정식의 정확한 해를 구하기 어려우므로 Born 근사법의 약한 산란으로 가정하여 다음 식과 같이 표현할 수 있다[5].

$$(\nabla^2 + k^2)\, u_{s,\varphi} = -k^2 o(x;z)\, v_\varphi(x;z) \tag{4}$$

물체에 대한 분포는 회전좌표계의 $\eta = \eta_\gamma$를 따라 측정된 산란파성분의 퓨리변환 $U_{s,\varphi}(f_\xi\,;\,\eta_\gamma)$과 다음 식과 같이 관계된다[5,6].

$$\begin{aligned} o_\varphi(x,z) = \int_0^{2\pi}\int_{-\frac{1}{\lambda}}^{\frac{1}{\lambda}} |f_\xi|\, P_{s,\varphi}(f_\xi\,;\,\eta_\gamma) \\ \cdot\, e^{j2\pi\left(\frac{\sqrt{1-\lambda^2 f_\xi^2}}{\lambda} - \frac{1}{\lambda}\right)(\eta - \eta_\gamma)}\, e^{j2\pi f_\xi \xi}\, df_\xi\, d\varphi \end{aligned} \tag{5}$$

여기서 $P_{s,\varphi}(f_\xi\,;\eta_\gamma) = -\frac{jU_{s,\varphi}(f_\xi;\eta_\gamma)}{kU_0 e^{j\frac{2\pi}{\lambda}\eta_\gamma}}$는 수신면에 전파된 산란되지 않은 입사파성분, $U_{s,\varphi}(f_\xi\,;\,\eta_\gamma) = \int_{-\infty}^{\infty} u_{s,\varphi}(\xi\,;\,\eta_\gamma)\, e^{-j2\pi f_\xi \xi} d\xi$는 산란파성분의 퓨리변환 그리고 $e^{j2\pi\left(\frac{\sqrt{1-\lambda^2 f_\xi^2}}{\lambda} - \frac{1}{\lambda}\right)(\eta - \eta_\gamma)}$는 회절을 고려한 전파함수이다. 위 식은 공간영역에서 토모그라피 영상을 복원하기 위한 적분식이다.

2.2 수정된 FBP 영상복원 알고리즘

회전좌표계를 이용하여 데이터를 획득하는 방법은 실제 시스템구성을 위한 설계 및 제작과정에 있어서 구조적, 물리적인 제한을 받으므로 고정된 좌표계에서 데이터 획득 방법과 이에 따른 알고리즘이 필요하다.

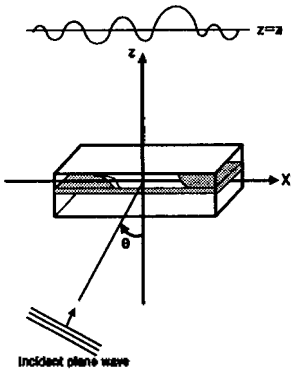

그림 2. 고정좌표계 데이터 획득구조
Fig. 2. A data acquisition scheme to the fixed coordinate system.

그림 2는 고정된 좌표계에서 파의 성분을 측정하도록 설계된 데이터 획득구조이다. 따라서 본 절에서는 회절 토모그라피를 위한 수정된 FBP 영상복원 알고리즘의 적분식을 유도한다. 앞 절에서 식(3)의 파동방정식은 물체와 입사파 사이의 상호작용을 만족하므로 산란파성분은 Born 근사법에서 0차 Hankel 함수 $H_0(x\,;\,z)$를 갖는 다음 식과 같이 표현된다[6].

$$u_{s,\varphi}(x;z)=\frac{jk^2}{4}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}o(x';z')\,v_{\varphi}(x';z')\cdot H_0(x-x';z-z')dx'dz' \tag{6}$$

그림 2에서 평면파 토모그라픽 데이터는 $z=z_r$를 따라 산란파성분이 측정된다. 고정된 좌표계에서 Hankel 함수는 다음 식과 같다[6].

$$H_0(x-x';z-z')=\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{\gamma}\cdot e^{j2\pi[f_x(x-x')+\gamma|z-z'|]}df_x \tag{7}$$

여기서 $\gamma\equiv\frac{1}{\lambda}\sqrt{1-\lambda^2f_x^2}$ 이다. 고정좌표계 $z=z_r$에서 측정되는 산란파성분은 입사파와 Hankel 함수를 식(7)에 대입하여 다음 식과 같이 다시 나타낼 수 있다.

$$u_{s,\varphi}(x;z_r)=\frac{jk^2U_0}{4\pi}\int_{-\infty}^{\infty}O(f_x-\frac{\sin\varphi}{\lambda};\gamma-\frac{\cos\varphi}{\lambda})\cdot\frac{e^{j2\pi(f_xx+\gamma z_r)}}{\gamma}df_x \tag{8}$$

x에 대한 $u_{s,\varphi}(x;z_r)$의 1차 퓨리변환은 다음 식과 같다.

$$U_{s,\varphi}(f_x;z_r)=\int_{-\infty}^{\infty}u_{s,\varphi}(x;z_r)e^{-j2\pi f_xx}dx=\frac{jk^2U_0}{4\pi\gamma}e^{j2\pi\gamma z_r}O(f_x-\frac{\sin\varphi}{\lambda};\gamma-\frac{\cos\varphi}{\lambda}) \tag{9}$$

이 식은 토모그램을 복원하기 위한 방정식이다. 각각의 입사각 φ에 대해 측정된 파성분 $u_{s,\varphi}(x;z_r)$의 1차 퓨리변환 $U_{s,\varphi}(x;z_r)$은 물체 분포의 2차 퓨리변환에 관한 정보를 제공한다. 공간주파수 영역 $|f_x|<\frac{1}{\lambda}$에서 점 궤적 $(f_{x,\varphi}\equiv f_x-\frac{\sin\varphi}{\lambda};\ f_{z,\varphi}\equiv\gamma-\frac{\cos\varphi}{\lambda})$은 중심이 $(-\frac{\sin\varphi}{\lambda};-\frac{\cos\varphi}{\lambda})$인 반경 $\frac{1}{\lambda}$을 갖는 반원이다.

입사각이 $\varphi=-\frac{\pi}{2},-\frac{\pi}{4},0,-\frac{\pi}{4},-\frac{\pi}{2}$인 경우 $O(f_x-\frac{\sin\varphi}{\lambda};\gamma-\frac{\cos\varphi}{\lambda})$에 대한 점 궤적은 그림 3과 같다. 입사각 $-\frac{\pi}{2}\le\varphi\le\frac{\pi}{2}$을 갖는 수신된 파성분의 퓨리변환 $O(f_x;f_z)$은 각각의 입사각에 대해 위쪽 반원에서만 얻어지므로 그림 4와 같이 두 원 영역 내부에서만 결정된다. 그림 4의 공간주파수 스펙트럼으로부터 복원된 토모그램 즉, 물체의 횡단면에 대한 분포함수는 다음 식과 같다.

$$o_{sr}(x;z)=\iint_S O(f_x;f_z)e^{j2\pi(f_xx+f_zz)}df_xdf_z \tag{10}$$

여기서 S는 그림 4의 S영역으로 적분구간이다.

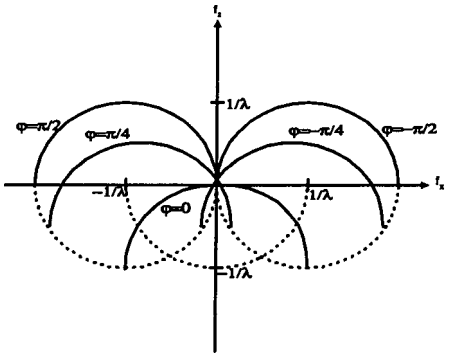

그림 3. 입사각에 따른 공간주파수 영역의 점 궤적
Fig. 3. Point loci of spatial-frequency domain by variant incident angle.

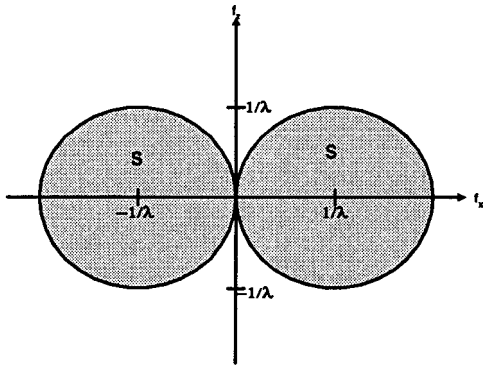

그림 4. 공간주파수 스펙트럼
Fig. 4. A patial-frequency spectrum.

f_x와 f_z를 축으로 좌표 변환시킨 고정좌표계에 대한 적분변수는 다음 식과 같다.

$$f_x=f_x'-\frac{\sin\varphi}{\lambda},\quad f_z=\gamma'-\frac{\cos\varphi}{\lambda} \tag{11}$$

여기서 $df_xdf_z=\frac{1}{\lambda\gamma'}|\gamma'\sin\varphi+f_x'\cos\varphi|df_x'd\varphi$ 이고 $\gamma'=\frac{1}{\lambda}\sqrt{1-\lambda^2f_x'^2}$ 이다. 이 식을 물체 분포함수에 대입하여 스펙트럼으로부터 복원한 토모그램에 대한 적분식은 다음 식과 같이 구할 수 있다.

$$o_{sr}(x;z)=\frac{1}{\pi}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\int_{-\frac{1}{\lambda}}^{\frac{1}{\lambda}}P_{s,\varphi}(f_x;z_r)|\gamma\sin\varphi+f_x\cos\varphi|\cdot e^{j2\pi(\gamma-\frac{\cos\varphi}{\lambda})(z-z_r)}\cdot e^{j2\pi f_xx}df_xd\varphi \tag{12}$$

여기서 $P_{s,\varphi}(f_x;z_r)\equiv\frac{-j\lambda U_{s,\varphi}(f_x;z_r)}{U_0e^{j\frac{2\pi}{\lambda}(x\sin\varphi+z_r\cos\varphi)}}$: 투

과함수, 전파함수는 $e^{j2\pi\left(\gamma-\frac{\cos\varphi}{\lambda}\right)(z-z_r)}$ 그리고 $|\gamma\sin\varphi+f_x\cos\varphi|$는 필터함수이다. 위 식은 회절 토모그라피를 위하여 교정좌표계를 사용하는 수정된 FBP 영상복원 알고리즘의 적분식이다.

2.3 수정된 FBP 알고리즘의 모호함수

수정된 FBP 영상복원 알고리즘으로부터 복원할 수 있는 토모그라픽 영상에 대한 분해능을 분석할 수 있는 모호함수를 유도한다. 주파수영역에서 이 문제를 다루는 것이 더욱 편리하므로 앞 절에서 나타낸바와 같이 FBP 알고리즘을 사용하여 수신된 파성분의 퓨리변환으로부터 그림 4에 나타낸 두 원 영역내에서 물체의 공간주파수를 얻을 수 있다. x, z축의 2차원에서 물체를 $(x_0; z_0)$에 위치한 선산란자로 가정한 물체에 대한 퓨리변환은 다음 식과 같다.

$$O(f_x, f_z) = e^{-j2\pi(f_x x_0 + f_z z_0)} \tag{13}$$

공간주파수 스펙트럼은 그림 4의 영역내에서 얻어지므로 복원되는 선산란자의 퓨리변환은 다음조건과 같다.

$$O_{ar}(f_x; f_z) = \begin{cases} O(f_x; f_z) & (f_x - \frac{1}{\lambda})^2 + f_z^2 \le \frac{1}{\lambda^2} \\ & \text{또는 } (f_x + \frac{1}{\lambda})^2 + f_z^2 \le \frac{1}{\lambda^2} \\ 0 & \text{그 외 영역} \end{cases} \tag{14}$$

선산란자에 대한 공간분포는 $(x_0;\ z_0)$에 가까운 $(x_0+\Delta A;\ z_0+\Delta z)$ 위치에서 복원되므로 물체의 분포함수 식(10)을 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} o_{ar}(x_0+\Delta x; z_0+\Delta z) &= \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} O_{ar}(f_x, f_z) \cdot e^{j2\pi[f_x(x_0+\Delta x)+f_z(z_0+\Delta z)]} df_x\, df_z \\ &= \left(\frac{2}{\lambda^2}\right)\frac{2\pi J_1(A_{xz})}{A_{xz}}\cos\left(\frac{2\pi\Delta x}{\lambda}\right) \end{aligned} \tag{15}$$

위 식에 대한 모호함수(ambiguity function)는 다음 식과 같이 표현할 수 있다.

$$g_f(\Delta x, \Delta z) \equiv K_f\ \frac{J_1(A_{xz})}{A_{xz}}\cos\left(\frac{2\pi\Delta x}{\lambda}\right) \tag{16}$$

여기서 $A_{xz} = \frac{2\pi}{\lambda}\sqrt{\Delta x^2 + \Delta z^2}$, J_n은 n차 제1종 Bessel 함수, 그리고 K_f는 정규화상수로 $g_f(0,0)=1$이다. 따라서 수정된 FBP 영상복원 알고리즘으로부터 복원할 수 있는 토모그라픽 영상에 대한 측방향 및 축방향의 모호함수는 식(16)에 각각 $\Delta z=0$ 및 $\Delta x=0$를 대입하여 다음 식과 같이 각각 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} g_f(\Delta x, 0) &= K_f\ \frac{\lambda}{2\pi\Delta x}\ J_1\left(\frac{2\pi\Delta x}{\lambda}\right)\cos\left(\frac{2\pi\Delta x}{\lambda}\right) \\ g_f(0, \Delta z) &= K_f\ \frac{\lambda}{2\pi\Delta z}\ J_1\left(\frac{2\pi\Delta z}{\lambda}\right) \end{aligned} \tag{17}$$

III. BFP 영상복원 알고리즘

BFP(Back-and-Forth Propagation) 알고리즘은 홀로그라픽 접근법으로 입사파의 전방향-전파성분과 수신된 파의 후방향-전파성분을 이용하여 원하는 층에 대한 분포함수를 결정하는 회절을 고려한 영상복원 알고리즘으로 특히, 평면구조를 갖는 다층구조물에 대하여 유용하다[7,8]. 그림 5와 같은 평면 $z=0$와 $z=z_r$ 사이에서 투과함수 $t(x, y; z_0)$를 갖는 평면 $z=z_0$을 제외하고는 모두 균질한 탄성물질 영역으로 투과율이 동일한 평면구조를 갖는 물체의 배면에 평면파가 입사된다고 가정한다.

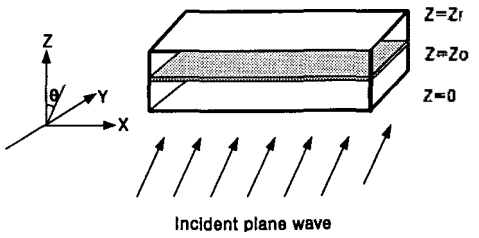

그림 5. 평면물체에 평면파 입사
Fig. 5. Plane wave insonification on the plane structure.

시료에 평면파를 입사시키는 경우, $z=z_r$에 수신된 성분은 시료를 투과한 입사 평면파성분과 점산란자에 의해 발생된 구면파성분이다. 따라서 점산란자에 대한 정보는 구면파성분만 가진다. 그림 5의 $z=0$에서 입사파성분은 다음 식과 같다.

$$v_\varphi(x, y; 0) = U_0\, e^{j\frac{2\pi}{\lambda}x\sin\varphi} \tag{18}$$

여기서 U_o는 진폭이고, λ는 파장이다. $z=z_0$의 점산란자에 도달하는 입사파성분을 구하면 다음 식과 같다.

$$v_\varphi(x_0, y_0; z_0) = U_0\, e^{j\frac{2\pi}{\lambda}(x_0\sin\varphi + z_0\cos\varphi)} \tag{19}$$

그러므로 점산란자에 의해 발생된 구면파의 공간주파수 스펙트럼은 다음 식과 같다.

$$U_\varphi(f_x, f_y; z_0^+) = \sigma\, U_0\, e^{j\frac{2\pi}{\lambda}(x_0\sin\varphi + z_0\cos\varphi)} \cdot e^{-j2\pi(f_x x_0 + f_y y_0)} \tag{20}$$

$z=z_r$ 에서 수신된 파의 공간주파수 스펙트럼은 다음 식과 같이 표현할 수 있다[9].

$$U_\varphi(f_x,f_y;z_r)= \sigma U_0 e^{j\frac{2\pi}{\lambda}(x_0\sin\varphi+z_0\cos\varphi)} \cdot e^{-j2\pi(f_x x_0+f_y y_0)} e^{j\frac{2\pi}{\lambda}(z_r-z_0)\sqrt{1-\lambda^2 f_x^2-\lambda^2 f_y^2}} \tag{21}$$

수신된 파의 성분은 다음 식과 같다.

$$u_\varphi(f_x,f_y;z_r) = \int_R\int U_\varphi(f_x,f_y;z_r) \cdot e^{j2\pi(f_x x+f_y y)} df_x\, df_y \tag{22}$$

여기서 적분영역 R은 $f_x^2+f_y^2<\frac{1}{\lambda^2}$이다. 복원된 영상의 공간분포는 PSF(point-spread function)이므로 점산란자에 대한 분포를 조사하기 위해 $z=z_0+\Delta z$로 후방향으로 전파되는 파의 공간주파수 스펙트럼을 구한 후 후방향-전파성분을 구하면 다음 식과 같다.

$$\begin{aligned} &u_\varphi(x,y;z_0+\Delta z) \\ &= \int_R\int U_\varphi(f_x,f_y;z_0+\Delta z)\, e^{j2\pi(f_x x+f_y y)} df_x\, df_y \\ &= \int_R\int \sigma U_0 e^{j\frac{2\pi}{\lambda}(x_0\sin\varphi+z_0\cos\varphi)} e^{j\frac{2\pi}{\lambda}\Delta z\sqrt{1-\lambda^2 f_x^2-\lambda^2 f_y^2}} \cdot e^{j2\pi[f_x(x-x_0)+f_y(y-y_0)]} df_x\, df_y \end{aligned} \tag{23}$$

한편, 소스로부터 $(x_0+\Delta x, y_0+\Delta y, z_0+\Delta z)$로 전방향으로 입사된 전방향-전파성분은 다음 식과 같다.

$$v_\varphi(x_0+\Delta x, y_0+\Delta y; z_0+\Delta z) = U_0\, e^{j\frac{2\pi}{\lambda}[(x_0+\Delta x)\sin\varphi+(x_0+\Delta z)\cos\varphi]} \tag{24}$$

입사파의 전방향-전파성분과 수신파의 후방향-전파성분을 BFP 알고리즘에 대입하여 점에 대한 공간분포를 다음 식과 같이 유도할 수 있다[6].

$$\begin{aligned} &\hat{i}(x_0+\Delta x, y_0+\Delta y; z_0+\Delta z) \\ &= \frac{\int_{-\theta}^{\theta}\int_R\int \sigma U_0 U_0^* e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}(\Delta x\sin\varphi+\Delta z\cos\varphi)} e^{j\frac{2\pi}{\lambda}\Delta z\sqrt{1-\lambda^2 f_x^2-\lambda^2 f_y^2}} e^{j2\pi(f_x\Delta x+f_y\Delta y)} df_x\, df_y\, d\varphi}{\int_{-\theta}^{\theta} U_0 U_0^* d\varphi} \\ &= \frac{\sigma}{2\theta}\int_{-\theta}^{\theta} e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}(\Delta x\sin\varphi+\Delta z\cos\varphi)} d\varphi \int_R\int e^{j\frac{2\pi}{\lambda}\Delta z\sqrt{1-\lambda^2 f_x^2-\lambda^2 f_y^2}} e^{j2\pi(f_x\Delta x+f_y\Delta y)} df_x\, df_y \end{aligned} \tag{25}$$

3.2 BFP 알고리즘의 모호함수

BFP 영상복원 알고리즘으로부터 복원할 수 있는 토모그라픽 영상에 대한 분해능을 분석할 수 있는 모호함수 $g(\Delta x,\Delta y,\Delta z,\theta)$ 는 다음 식과 같다.

$$\begin{aligned} &g(\Delta x,\Delta y,\Delta z,\theta) \\ &= K\frac{1}{2\theta}\int_{-\theta}^{\theta} e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}(\Delta x\sin\varphi+\Delta z\cos\varphi)} d\varphi \\ &\quad\cdot \int_R\int e^{j\frac{2\pi}{\lambda}\Delta z\sqrt{1-\lambda^2 f_x^2-\lambda^2 f_y^2}} e^{j2\pi(f_x\Delta x+f_y\Delta y)} df_x\, df_y \\ &= K g_1(\Delta x,\Delta z,\theta)\; g_2(\Delta x,\Delta y,\Delta z) \end{aligned} \tag{26}$$

2차원적으로 간단히 해석하기 위하여 점산란자를 y축 방향에서 무한한 길이를 갖는 선산란자로 가정한다. 따라서 식(26)에 일치하는 2차원적인 모호함수는 다음 식과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} &g_b(\Delta x,\Delta z,\theta) \\ &= K_b\frac{1}{2\theta}\int_{-\theta}^{\theta} e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}(\Delta x\sin\varphi+\Delta z\cos\varphi)} d\varphi \\ &\quad\cdot \int_{-\frac{1}{\lambda}}^{\frac{1}{\lambda}} e^{j\frac{2\pi}{\lambda}\Delta z\sqrt{1-\lambda^2 f_x^2}} e^{j2\pi f_x\Delta x} df_x \\ &= K_b g_1(\Delta x,\Delta z,\theta)\; g_3(\Delta x,\Delta z) \end{aligned} \tag{27}$$

여기서

$$\begin{aligned} g_1(\Delta x,\Delta z,\theta) &= \frac{1}{2\theta}\int_{\theta}^{\theta} e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}\Delta x\sin\varphi+\Delta z\cos\varphi} d\varphi \\ &= J_0(A_{xz})+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2\sin(n\theta)}{n\theta j^n} J_n(A_{xz})\cos(n\alpha) \end{aligned} \tag{28}$$

$$\begin{aligned} g_3(\Delta x,\Delta z) &= \int_{-\frac{1}{\lambda}}^{\frac{1}{\lambda}} e^{j\frac{2\pi}{\lambda}\Delta z\sqrt{1-\lambda^2 f_x^2}} e^{j2\pi f_x\Delta x} df_x \\ &= \frac{2}{\lambda}\Big\{J_0(A_{xz})+j\frac{\pi}{2}J_1(A_{xz})\cos(\alpha) \\ &\quad -\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2}{4n^2-1}J_{2n}(A_{xz})\cos(2n\alpha)\Big\} \end{aligned} \tag{29}$$

$A_{xy}=\frac{2\pi}{\lambda}\sqrt{\Delta x^2+\Delta y^2}$, J_n은 n차 제1종 Bessel 함수, 그리고 첨자 b는 Back-and-Forth Propagation을 나타내며 K_b는 정규화상수 $g_b(0,0,\theta)=1$이다.

IV. 모의실험 및 고찰

회절 토모그라피를 위한 수정된 FBP 영상복원 알고리즘과 BFP 영상복원 알고리즘을 이용하여 복원할 수 있는 토모그라픽 영상에 대한 분해능을 정량적으로 분석하기 위하여 앞 절에서 유도한 각각의 알고리즘에 대한 모호함수를 Matlab을 이용하여 모의실험 하였다. 그림 6은 수정된 FBP 알고리즘으로부터 복원할 수 있는 회절 토모그라픽 영상에 대한 선산란자의 진폭분포이다.

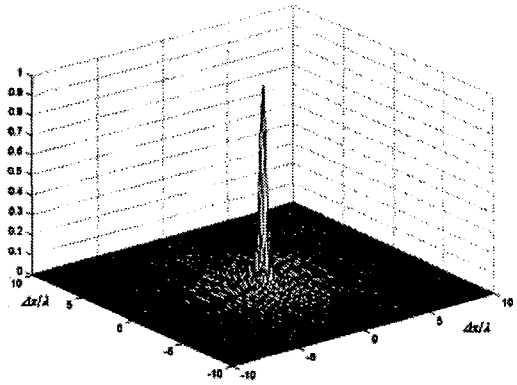

그림 6. 수정된 FBP 알고리즘의 선산란자 진폭분포
Fig. 6. Amplitude distribution of a line scatterer to the modified FBP algorithm.

그림 7은 수정된 FBP 영상복원 알고리즘의 측방향 분해능을 분석하기 위하여 $\Delta z=0$함수를 갖는 모호함수를 모의실험하여 얻은 측방향에 대한 분해능을 나타낸다.

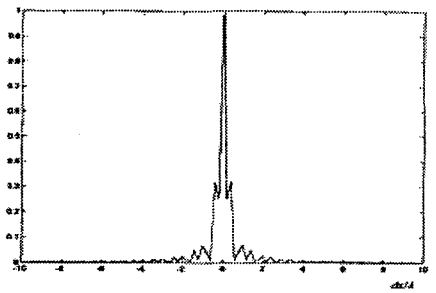

그림 7. 수정된 FBP 알고리즘의 측방향 분해능
Fig. 7. A lateral resolution to the modified FBP algorithm.

수정된 FBP 알고리즘을 이용하여 복원할 수 있는 회절 토모그라픽 영상에 대한 측방향 분해능은 3dB와 6dB에서 각각 0.27 파장과 0.89 파장의 분해능을 얻으므로 써 정량적으로 측방향 분해능을 결정하였다.

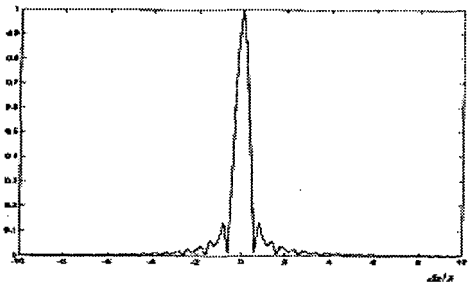

그림 8. 수정된 FBP 알고리즘의 축방향 분해능
Fig. 8. A depth resolution to the modified FBP algorithm.

그림 8은 수정된 FBP 영상복원 알고리즘의 축방향 분해능을 분석하기 위하여 $\Delta x=0$함수를 갖는 모호함수를 모의실험하여 얻은 축방향분해능이다.
수정된 FBP 알고리즘의 축방향에 대한 3dB와 6dB분해능은 각각 0.70파장과 0.96파장의 분해능을 얻었다. 그림 4에서 보여진 비대칭적인 공간주파수 스펙트럼 때문에 분해능 분석결과 축방향에 대한 분해능보다 측방향 분해능이 향상됨을 볼 수 있다. 또한 그림 9는 BFP 영상복원 알고리즘을 이용하여 복원할 수 있는 토모그라픽 영상에 대한 선산란자의 진폭분포이다.

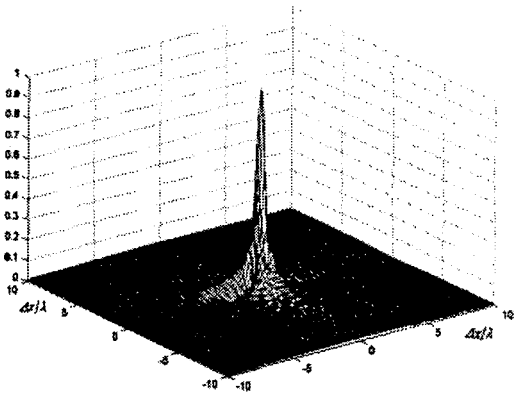

그림 9. BFP 알고리즘의 선산란자 진폭분포
Fig. 9. Amplitude distribution of a line scatterer to the BFP algorithm.

그림 10은 BFP 영상복원 알고리즘의 $\Delta z=0$함수를 갖는 모호함수를 모의실험하여 얻은 측방향 분해능을 나타낸다. BFP 알고리즘을 이용하여 복원할 수 있는 회절 토모그라픽 영상에 대한 측방향 분해능은 3dB와 6dB에서 각각 0.39파장과 0.60파장의 분해능을 정량적으로 결정하였다. 그림 11은 BFP 영상복원 알고리즘의 축방향 분해능을 분석하기 위해 $\Delta x=0$함수를 갖는 모호함수를 모의실험하여 축방향분해능을 나타낸다.

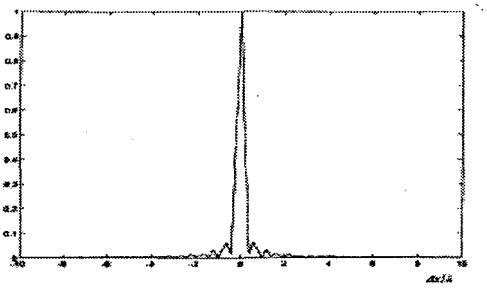

그림 10. BFP 알고리즘의 측방향 분해능
Fig. 10. A lateral resolution to the BFP algorithm.

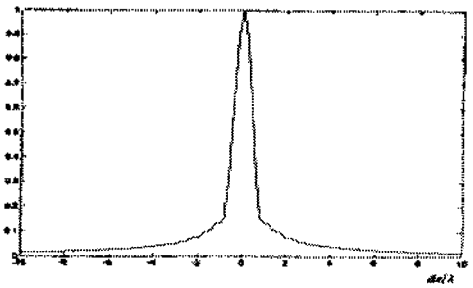

그림 11. BFP 알고리즘의 측방향 플로트
Fig. 11. A depth resolution to the BFP algorithm.

BFP 알고리즘의 측방향에 대한 3dB와 6dB분해능은 각각 0.98파장과 1.39파장의 분해능을 얻었다.

표 1. 회절 토모그라피 알고리즘의 분해능
Table 1. The resolution to the algorithm of diffraction tomography.

알고리즘	측방향 분해능		측방향 분해능	
	3dB	6dB	3dB	6dB
수정된 FBP	0.27	0.89	0.70	0.96
BFP	0.39	0.60	0.98	1.39

회절 토모그라픽 영상복원을 위한 수정된 FBP 및 BFP 영상복원 알고리즘에 대한 분해능 분석결과, 수정된 FBP 알고리즘은 BFP 알고리즘보다 측방향과 측방향에서 조금 향상된 분해능을 보였으나 BFP 알고리즘에 비해 계산적으로 복잡한 상호보완 관계를 가진다. 회절 토모그라픽 영상복원을 위한 이들 두 알고리즘은 초음파를 이용한 기존의 SAM시스템으로부터 얻을 수 있는 영상의 3dB 측방향 분해능인 1.02파장에 비해 양호한 분해능을 나타냄으로써 미세한 구조의 시료에 대하여 좋은 측방향 분해능을 갖는 영상을 얻을 수 있으며, 측방향 3dB 분해능에 대해서도 SAM영상의 7.1파장보다 매우 좋은 분해능을 나타냄으로써 박막 다층구조물을 갖는 시료에 대해서도 좋은 분해능의 토모그라픽 영상을 복원하는데 유용하게 이용할 수 있음을 확인하였다.

V. 결 론

본 논문에서는 회절 토모그라픽 영상복원을 위한 수정된 FBP 및 BFP 영상복원 알고리즘의 분해능 분석에 관하여 연구하였다. 이를 위하여 먼저, 기존의 FBP 영상복원 알고리즘으로부터 초음파 토모그라피에 적용시키기 위해 고정좌표계를 사용한 수정된 FBP 영상복원 알고리즘과 평면구조물에 적합한 BFP 영상복원 알고리즘으로부터 토모그라픽 영상에 대한 분해능을 분석할 수 있는 모호함수를 유도하였다. 모호함수를 이용한 모의실험을 통하여 얻은 선산란자에 대한 진폭분포로부터 측방향 및 측방향 분해능을 정량적으로 결정하였다. 분석결과, 회절 토모그라픽 영상복원을 위한 수정된 FBP 및 BFP 영상복원 알고리즘의 3dB 측방향 분해능은 각각 0.27파장과 0.39파장을 얻으므로써 기존의 SAM(Scanning Acou- stic Microscope) 영상의 측방향 분해능인 1파장에 보다 양호한 분해능을 얻었고, 측방향 분해능에 대해서도 각각 0.70 파장과 0.98 파장으로 SAM 영상의 7파장에 비하여 매우 양호한 분해능을 얻을 수 있음을 확인하였다. 따라서 본 연구를 통하여 회절 토모그라픽 영상복원을 위한 수정된 FBP 영상복원 알고리즘과 BFP 영상복원 알고리즘은 미세하고 복잡한 다층 박막구조를 갖는 시료에 대하여 좋은 분해능을 갖는 토모그라픽 영상을 복원할 수 있을 것으로 기대된다.

참 고 문 헌

1. G. S. Kino, "Acoustic Waves : Device, Imaging and Analog Signal Processing", Prentice-Hall Signal Processing Series Alan V. Oppenheim, Series Edit. 1987.
2. G. Wade, "A History of Acoustic Imaging", Acoustic Imaging, Vol. 17, PP. 1-28, 1989.
3. S. Y. Semenov and G. P. Tatsis, "Microwave Tomography", IEEE Trans. Microwave, Vol. 46, No. 2, pp. 133-141, Feb. 1998.
4. M. Soumekh, M. Kaveh and R. K. Mueller, "Fourier Domain Reconstruction Methods with Application to Diffraction Tomography", to be published in Acoustical Imaging, Vol. 13, 1984.
5. S. X. Pan and A.C. Kak, "A Computational Study of Multifrequency Diffraction Tomography", IEEE Trans. Sonics Ultrason, Vol. SU-24, pp. 213-217, July 1982.
6. A.J. Devancy. "A Filtered Backpropagation Algorithm for Diffraction Tomography", Ultrasonic Imaging. Vol. 4. No. 4. pp. 336-350. 1982.
7. Z. Lin, H. Lee, and G. Wade, "Back-and-forth propagation for diffraction tomography", IEEE Trans. Sonics Ultrason., vol. Su-31, No. 6, pp. 626-634, Nov. 1984.
8. Z. Lin, "A planar ultrasonic tomographic imaging system" Ph.D. dissertation, Department of Electrical and Computer Engineering, UCSB, CA, 1984.
9. J. W. Gooman, "Introduction to Fourier Optics", McGrawHill, pp. 54, 1968.
10. 황기환, 고대식, 전계석, "STAM 토모그라픽 영상의 분해능 해석", 한국음향학회지, Vol. 16, No. 1, pp. 33-38, 1997.

▲구 길 모(Kil Mo Koo)
한국음향학회지 제14권 1호 참조

▲황 기 환(Ki Hwan Hwang)
1999년 2월 : 경희대학교 대학원 전자공학과 공학박사
※ 주관심분야 : 토모그라픽 영상시스템, 광-음향 신호 처리
및 영상처리