⊠연구논문

깁스추출법을 이용한 감마족 신뢰확률 혼합모형에 대한 연구*

김평구
충청대학 품질관리과

Reliability of the Mixture Model with Gamma Family Using Gibbs Sampler

Pyong Koo Kim
Dept. of Quality Control, Chung Cheng College

Abstract

In this paper, reliability estimation using Gibbs sampler is considered for the mixture model with Gamma family. Gibbs sampler is derived to compute the features for the posterior distribution. By simulation study, the maximum likelihood estimator and the Gibbs estimator are obtained. A numerical study with a simulated data is provided.

1. 서론

신뢰도 연구는 장비, 시스템 등이 어떤 규정된 조건하에서 의도하는 기간동안 고장없이 제 기능을 발휘할 수 있는 확률을 예측하고, 신뢰를 향상시키기 위한 실제적인 제반 활동이다.

어떤 시스템의 신뢰도를 얻는데 있어 기존의 고전적인 방법은 최우추정법을 많이 사용한다. 그런데 이 방법은 자료를 얻기 어려운 고장자료 등에서는 자료가 적어 추정의 효율이 떨어지는 단점이 있다. 자료가 적을 때 흔히 적용되는 방법으로 베이즈

* 본 논문은 1997학년도 충청대학 교내연구비 지원에 의하여 이루어 졌음.

추정법이 있다. 베이즈 추정법은 새로운 자료가 얻어지면 이 자료를 이제까지 얻었던 자료와 결합시켜 새로운 결론에 도달하려는 추정법으로, 알려져 있는 사실에 대한 주관적 의견을 경험이나 지식을 바탕으로 하여 사전정보를 만든 다음, 실험이나 관측을 통하여 얻어진 자료와 결합시켜 사후정보를 추출하는 과정이다.

이러한 베이즈 이론의 바람직한 성질들 때문에 그 동안 많은 연구결과가 있어 왔다. 그러나 베이즈 추정법에서 사전확률분포인 수명분포가 복잡하면 적분이 불가능해지기 때문에 사후정보의 추출이 불가능해지는 문제점이 있다. 이러한 문제점을 해결하기 위한 방법의 하나로, 데이터 증대(data augmentation)를 위한 MCMC(Markov Chain Monte Calro) 깁스표본기법이 있다. 이러한 데이터 증대 접근방법은 마코브체인을 사용하여 전이측도(transition measure)의 구체화를 용이하게 한다. 몬테칼로 적분추정기법은 종래의 수치해석적 적분을 대신할 수 있는 강력한 도구로 각광받고 있다. 적당한 차수까지 연속인 도함수가 존재하는 경우에는 종래의 수치해석적 적분 알고리즘이 여전히 유용하고 정밀한 답을 제시한다. 그러나 연속이 아닌 상황이거나 다차원 적분 문제에서는 몬테칼로 적분추정 외에 다른 대안은 없는 듯하다(Geman과 Geman(1984)).

본 논문은 이러한 복잡한 시스템에 대한 신뢰도 추정을 몬테칼로 깁스 표본기법을 사용하여 계산하고자 한다. 본 논문에서 고찰하는 신뢰도 분석에 있어 시스템의 수명분포의 하나인 지수분포는 유용한 통계모형으로서 주요한 역할을 해 왔다. 복잡한 시스템에서는 수명분포가 혼합의 형태를 가진 혼합 수명분포모형을 가질 수 있다. 이런 모형에 대한 신뢰도 추정에 대한 문제는 몇몇 논문에서 고려되어져 오고 있다. 예를 들어 지수분포의 혼합(Mendenhall과 Hader(1958), Tallis와 Light(1968)), 와이블분포(Kao(1959), Falls(1970)), 역가우시안분포(Inverse Gaussian distribution) (Akman 과 Huwang(1997))와 파레토분포(Upadhyay와 Shastri(1997))등 수많은 학자들에 의해 연구되어져 오고 있다. 본 논문에서 고려된 감마족(Gamma family) 혼합분포 모형은 두 개의 지수분포를 가중총합한 혼합분포와, 분포의 하나는 지수분포를 하고, 다른 하나는 와이블분포로 가중총합한 모형을 혼합분포로 한다. 본 논문에서는 최우추정량과 모의실험에 의해 구한 추정량의 성질 및 모형선택의 대안으로서 상대오차의 합 등을 살펴본다.

본 논문의 2장은 사후밀도함수를 구하기 위한 도구로서 이용되는 깁스 알고리즘의 절차를, 3장에서는 혼합분포의 신뢰도 추정량을 전개한다. 그리고 4장에서는 모의실험을 통한 수치적인 결과가 제시되고, 5장에서는 결론 및 연구방향을 제시한다.

2. 깁스 샘플링과 혼합모형

2.1 깁스 샘플링

깁스 샘플링은 Geman과 Geman(1984)에서 소개되었고, Gelfand와 Smith(1990)에

의해 더욱 구체화 되었다. 본 절에서는 Gelman와 Rubin(1992)에 의한 깁스 샘플링의 다중열(multiple sequence)을 이용한 반복적 모의실험 기법을 제시한다.

먼저 깁스 샘플링의 가정과 절차는 다음과 같다. 추출된 표본은 서로 독립이고 충분한 수의 반복이 이루어지면 깁스 알고리즘으로부터 추출된 표본은 안정된 특정분포로 수렴한다. 그리고 과산포분포(over-dispersed distribution)에서 유도된 초기점을 가지는 각각 길이 $2n$인 독립열 $m \geq 2$인 열을 모의실험하고, 초기분포의 의존성을 작게 하기 위해 각 열에 대해 전반부 n번 반복을 제외하고 후반부 n번 반복만 고려하게 된다.

확률변수 $U_1, U_2, \cdots, U_p$의 결합분포가 주어졌을 때 각각의 주변확률밀도가 이용 가능하다고 가정하고 초기값을 $(u_1^{(0)}, u_2^{(0)}, \cdots, u_p^{(0)})$라고 정의하면, 조건밀도로부터 다음과 같은 변량이 추출된다 (여기서 $D_n = \{x_1, x_2, \cdots, x_n\}$).

$$\begin{aligned} &u_1^{(1)} \sim f(U_1 \mid U_2^{(0)}, U_3^{(0)}, \cdots, U_p^{(0)}, D_n), \\ &u_2^{(1)} \sim f(U_2 \mid U_1^{(1)}, U_3^{(0)}, \cdots, U_p^{(0)}, D_n), \\ &\quad\vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots \\ &u_p^{(1)} \sim f(U_p \mid U_1^{(1)}, U_2^{(1)}, \cdots, U_{p-1}^{(1)}, D_n) \end{aligned} \tag{2.1.1}$$

각각의 변수들은 최신값들로 갱신되면서 p개의 변량을 발생시킬 수 있고, $2n$번의 반복이후에 다음과 같은 변량을 얻게 된다.

$$(U_1^{(2n)}, U_2^{(2n)}, \cdots, U_p^{(2n)})$$

Geman과 Geman(1984)은 적당한 조건하에서 n이 충분히 크면($n \to \infty$) 다음과 같이 수렴함을 제시하였다.

$$(U_1^{(n)}, U_2^{(n)}, \cdots, U_p^{(n)}) \underset{\to}{d} (U_1, U_2, \cdots, U_p)$$

후반부 n번 반복(iteration)의 m번 적용(replication)하는 깁스 샘플링은 다음과 같이 mn개를 발생시킨다.

$$(U_{1j}^{(l)}, U_{2j}^{(l)}, \cdots, U_{pj}^{(l)}) \quad (j = 1, 2, \cdots, m, l = n+1, n+2, \cdots, 2n)$$

이상으로부터 사후밀도의 값을 계산하기 위해, 다음과 같은 결과를 얻는다(Gelmam과

Rubin(1992)).

$$f(\widehat{U_s}) \simeq (mn)^{-1} \sum_{j=1}^{m} \sum_{l=n+1}^{2n} f(U_s \mid U_{rj}^{l},\ r \neq s). \tag{2.1.2}$$

2.2 지수-지수 혼합모형

혼합비율이 p와 $q=1-p$이고 각각의 모수가 λ_1, λ_2인 지수분포를 따르는 두 부분모집단에 관해 신뢰도 추정을 연구한다. 시행시 실패하는 항목들은 두 부분모집단의 어느 하나에 있고 각각 독립적으로 발생한다고 가정한다면 혼합 확률모형은 다음과 같이 설정할 수 있다.

$$f(x \mid p, \lambda_1, \lambda_2) = p\lambda_1 \exp(-\lambda_1 x) + q\lambda_2 \exp(-\lambda_2 x), \quad x > 0. \tag{2.2.1}$$

데이터 $D_n = \{x_1, x_2, \cdots, x_n\}$, $n = n_1 + n_2$ 가 주어진다. 임의의 표본크기 n에 대해서 $p\lambda_1 \exp(-\lambda_1 x_i) \geq q\lambda_2 \exp(-\lambda_2 x_i)$을 부분군 $(x_{i1}, i=1,2,\cdots,n_1)$으로, 그렇지 않은 경우 다른 부분군 $(x_{i2}, i=1,2,\cdots,n_2)$으로 고려한다. 지수-지수 혼합모형(2.2.1)으로부터 우도함수는

$$L(p, \lambda_1, \lambda_2 \mid D_n) \propto p^{n_1} q^{n_2} \lambda_1^{n_1} \lambda_2^{n_2} \exp\left(-\lambda_1 \sum_{i=1}^{n_1} x_{i1} - \lambda_2 \sum_{i=1}^{n_2} x_{i2}\right) \tag{2.2.2}$$

이 된다. λ_1, λ_2, p에 대해 사전밀도는 계층모형과 유사한 형태로 다음과 같이 가정된다.

$$\pi(p, \lambda_1, \lambda_2) = \pi_1(p \mid \lambda_2, \lambda_1) \cdot \pi_2(\lambda_1 \mid \lambda_2) \cdot \pi_3(\lambda_2). \tag{2.2.3}$$

여기서

$$\begin{aligned} &\pi_1(p \mid \lambda_1, \lambda_2) \sim Beta(\lambda_1, \lambda_2), \\ &\pi_2(\lambda_1 \mid \lambda_2) \sim \text{Gamma}(a_1, \lambda_2), \\ &\pi_3(\lambda_2) \sim \text{Gamma}(a_2, b_2). \end{aligned} \tag{2.2.4}$$

또, a_1, a_2와 b_2는 기지의 양수이다. 평균이 a/b 인 감마분포를 표시하기 위해 $Gamma(a,b)$ 로, 그리고 평균이 $c/(c+d)$ 인 베타분포를 표시하기 위해

$Beta(c,d)$ 로 사용한다. 이런 경우의 결합사후밀도함수는 식(2.2.2)와 식(2.2.4)로부터

$$\begin{aligned} f(p,\lambda_1,\lambda_2 \mid D_n) \propto & \, p^{n_1} q^{n_2} \lambda_1^{n_1} \lambda_2^{n_2} \exp\left(-\lambda_1 \sum_{i=1}^{n_1} x_{i1} - \lambda_2 \sum_{i=1}^{n_2} x_{i2}\right) \\ & \cdot p^{\lambda_1 - 1} q^{\lambda_2 - 1} \cdot \lambda_1^{a_1 - 1} \exp(-\lambda_2 \lambda_1) \cdot \lambda_2^{a_2 - 1} \exp(-b_2 \lambda_2) \end{aligned} \tag{2.2.5}$$

가 된다. 이런 결합사후밀도함수로부터 깁스 알고리즘에 이용되는 주변사후밀도들은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} f(p \mid \lambda_1, \lambda_2) & \propto p^{\lambda_1 + n_1 - 1} \cdot (1-p)^{\lambda_2 + n_2 - 1} \\ & = Beta(\lambda_1 + n_1, \lambda_2 + n_2). \end{aligned} \tag{2.2.6}$$

$$\begin{aligned} f(\lambda_1 \mid p, \lambda_2) & \propto \lambda_1^{n_1 + a_1 - 1} \exp(-\lambda_1 (\sum_{i=1}^{n_1} x_{i1} - \ln p + \lambda_2)) \\ & = Gamma(n_1 + a_1, \sum_{i=1}^{n_1} x_{i1} + \lambda_2 - \ln p). \end{aligned} \tag{2.2.7}$$

$$\begin{aligned} f(\lambda_2 \mid \lambda_1, p) & \propto \lambda_2^{n_2 + a_2 - 1} \exp(-\lambda_2 (\sum_{i=1}^{n_2} x_{i2}^2 - \ln(1-p) + \lambda_1 + b_2)) \\ & = Gamma(a_2 + n_2, \sum_{i=1}^{n_2} x_{i2} - \ln(1-p) + \lambda_1 + b_2). \end{aligned} \tag{2.2.8}$$

2.3 지수-와이블 혼합모형

본 절에서는 지수분포와 와이블분포(형태모수의 값이 2인 경우)로 이루어진 혼합모형은

$$f(x \mid p, \lambda, \beta) = p\lambda \exp(-\lambda x) + 2q\beta x \exp(-\beta x^2) \tag{2.3.1}$$

으로 고려된다. 식(2.3.1)의 우도함수는

$$L(p,\lambda,\beta \mid D_n) \propto p^{n_1} q^{n_2} \lambda^{n_1} (2\beta)^{n_2} \prod_{i=1}^{n_2} x_{i2} \cdot \exp\left(-\lambda \sum_{i=1}^{n_1} x_{i1} - \beta \sum_{i=1}^{n_2} x_{i2}^2\right) \tag{2.3.2}$$

이 된다. λ, β, p에 대해 사전밀도는 계층모형과 유사한 형태로 다음과 같이 가정된다.

$$\pi(p,\lambda,\beta)=\pi_1(p \mid \lambda,\beta)\cdot\pi_2(\lambda \mid \beta)\cdot\pi_3(\beta). \tag{2.3.3}$$

여기서

$$\begin{aligned}&\pi_1(p \mid \lambda,\beta)\sim Beta(\lambda,\beta),\\ &\pi_2(\lambda \mid \beta)\sim \mathrm{Gamma}(a_1,\beta),\\ &\pi_3(\beta)\sim \mathrm{Gamma}(a_2,b_2).\end{aligned} \tag{2.3.4}$$

식(2.3.2)와 식(2.3.4)로부터 결합사후밀도함수는

$$\begin{aligned}f(p,\lambda,\beta \mid D_n)\ \propto\ & p^{n_1}q^{n_2}\lambda^{n_1}(2\beta)^{n_2}\prod_{i=1}^{n_2}x_{i2}\cdot\exp\left(-\lambda\sum_{i=1}^{n_1}x_{i1}-\beta\sum_{i=1}^{n_2}x_{i2}^2\right)\\ &\cdot p^{\lambda-1}q^{\beta-1}\cdot\lambda^{a_1-1}\exp(-\beta\lambda)\cdot\beta^{a_2-1}\exp(-b_2\beta)\end{aligned} \tag{2.3.5}$$

이 된다. 이런 결합사후밀도함수로부터 깁스 알고리즘에 이용되는 주변사후밀도들은 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned}f(p \mid \lambda,\beta)\ &\propto p^{\lambda+n_1-1}\cdot(1-p)^{\beta+n_2-1}\\ &=Beta(\lambda+n_1,\beta+n_2).\end{aligned} \tag{2.3.6}$$

$$\begin{aligned}f(\lambda \mid p,\beta)\ &\propto \lambda^{n_1+a_1-1}\exp(-\lambda(\sum_{i=1}^{n_1}x_{i1}-\ln p+\beta))\\ &= Gamma(n_1+a_1,\ \sum_{i=1}^{n_1}x_{i1}+\beta-\ln p).\end{aligned} \tag{2.3.7}$$

$$\begin{aligned}f(\beta \mid \lambda,p)\ &\propto \beta^{n_2+a_2-1}\exp(-\beta(\sum_{i=1}^{n_2}x_{i2}^2-\ln(1-p)+\lambda+b_2))\\ &=Gamma(a_2+n_2,\ \sum_{i=1}^{n_2}x_{i2}^2-\ln(1-p)+\lambda+b_2).\end{aligned} \tag{2.3.8}$$

3. 신뢰도 추정

3.1 지수-지수 혼합모형의 신뢰도 추정

시간 t에 대한 신뢰도 함수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} R(t) &= P(X > t) = \int_t^{\infty} f(x \mid \lambda_1, \lambda_2, p)dx \\ &= p\exp(-t\lambda_1) + q\exp(-t\lambda_2). \end{aligned} \tag{3.1.1}$$

위 신뢰도 함수의 추정량을 얻기 위해 $(p, \lambda_1, \lambda_2)$의 MLE가 필요하다. 구하는 절차는 다음과 같다. 우도함수(2.2.2)로부터 MLE는

$$\hat{p} = \frac{n_1}{n_1 + n_2}, \ \frac{1}{\hat{\lambda}_1} = \frac{1}{n_1}\sum_{i=1}^{n_1} x_{i1}, \ \frac{1}{\hat{\lambda}_2} = \frac{1}{n_2}\sum_{i=1}^{n_2} x_{i2} \tag{3.1.2}$$

이 되며, 따라서 신뢰도 $R(t)$의 MLE는

$$\hat{R}(t)_{MLE} = \hat{p}\exp(-t\hat{\lambda}_1) + \hat{q}\exp(-\hat{\lambda}_2 t) \tag{3.1.3}$$

로 주어진다. 한편 깁스샘플링 기법에 의한 신뢰도 함수의 추정은 깁스 알고리즘에 이용되는 주변사후밀도함수들로부터 신뢰도 함수 $R(t)$의 대체 추정량은 다음과 같이 얻게 된다.

$$\hat{R}(t)_{GIBBS} = \hat{p}\exp(-t\hat{\lambda}_1) + \hat{q}\exp(-\hat{\lambda}_2 t). \tag{3.1.4}$$

위 추정량의 $\hat{p}$, $\hat{\lambda}_1$, $\hat{\lambda}_2$는 깁스추출과정 알고리즘을 통해 얻게 된다.

3.2 지수-와이블 혼합모형의 신뢰도 추정

시간 t에 대한 신뢰도 함수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} R(t) &= P(X > t) = \int_t^{\infty} f(x \mid \lambda, \beta, p)dx \\ &= p\exp(-t\lambda) + q\exp(-\beta t^2). \end{aligned} \tag{3.2.1}$$

위 신뢰도 함수의 추정량을 얻기위해 (p, λ, β)의 MLE가 필요하다. 우도함수 식(2.3.2)로부터 MLE는

$$\hat{p} = \frac{n_1}{n_1 + n_2}, \ \frac{1}{\hat{\lambda}} = \frac{1}{n_1}\sum_{i=1}^{n_1} x_{i1}, \ \frac{1}{\hat{\beta}} = \frac{1}{n_2}\sum_{i=1}^{n_2} x_{i2}^2 \tag{3.2.2}$$

로 주어지므로, 신뢰도 $R(t)$의 MLE는

$$\hat{R}(t)_{MLE} = \hat{p}\exp(-t\hat{\lambda}) + \hat{q}\exp(-\hat{\beta}t^2) \tag{3.2.3}$$

이 된다. 한편 깁스기법에 의한 신뢰도 함수의 추정은 깁스 알고리즘에 이용되는 주변사후밀도함수들로부터 신뢰도 함수 $R(t)$의 대체 추정량은 다음과 같이 얻게 된다.

$$\hat{R}(t)_{GIBBS} = \hat{p}\exp(-t\hat{\lambda}) + \hat{q}\exp(-\hat{\beta}t^2). \tag{3.2.4}$$

위 추정량의 $\hat{p}$, $\hat{\lambda}$, $\hat{\beta}$는 깁스추출과정 알고리즘을 통해 얻게 된다.

4. 모의실험

깁스 추출법을 사용하기 위하여 표본추출은 식(2.2.6)-식(2.2.8)와 식(2.3.6)-식(2.3.8)에서 주어진 완전한 조건의 주변사후밀도함수로부터 시행하게 된다.

IMSL팩키지로 사용하여 모의자료의 크기는 $n=30$인 경우, 지수-지수 혼합모형으로부터의 모의실험자료는 임의의 모수값 $\lambda_1=5$, $\lambda_2=2$, $p=0.5$를 부여하여 IMSL함수 $0.5\,RNEXP(5)+0.5\,RNEXP(2)$ 로 하여 얻고, 지수-와이블혼합모형으로 부터의 모의실험자료는 임의의 모수값 $\lambda=1.5$, $\beta=0.5$, $p=0.5$를 부여하여, $0.5\,RNEXP(1.5)+0.5\,RNWEI(2,0.5)$를 이용하여 자료를 각각 얻는다. 얻은 자료는 다음과 같다.

-지수-지수 혼합모형으로부터의 모의자료

5.74	5.97	2.58	5.49	1.57	3.59	1.90	2.49	5.52	4.71	3.80	4.86	2.06	2.47	2.19
1.03	5.18	5.40	1.10	2.40	5.38	1.97	1.70	2.15	4.04	5.52	2.08	4.06	1.68	2.34

-지수-와이블 혼합모형으로부터의 모의자료

1.08	0.79	0.89	1.05	0.17	2.04	1.28	0.86	0.38	2.22	1.44	0.99	0.83	0.35	1.26
0.23	1.54	0.56	1.77	1.32	1.02	1.48	0.51	0.72	0.22	1.98	0.37	0.70	1.92	1.66

확산사전분포(diffuse prior distribution)를 적용하기 위하여 지수-지수 혼합모형은 $a_1=10$, $a_2=30$이고 $b_2=0.1$, 그리고 지수-와이블 혼합모형은 $a_1=40$, $a_2=10$이고 $b_2=0.5$ 으로 가정한다. 깁스 추출단계에서 각 열에 대해 3000번의 반복(iteration)에 10번의 적용(replication)을 시행한다.

이상의 실험설계로부터 <표 1>과 <표 2>과 같은 모수들에 대한 MLE 및 깁스 추정치를 얻었다. 이 표에서 각각의 혼합모형에서는 최우추정량과 깁스 추정량은 대체적으로 유사함을 알 수 있다. 한편 <표 3>과 <표 4>에서는 각 모형들에 있어서, 모의자료에 따른 깁스 신뢰도 추정에 대한 상대오차의 합을 보여준다. 이 표로부터 혼합모형의 상대오차의 합이 가장 작게 나타났다. 즉 본 모의실험의 설계하에서, 모형선택으로는 혼합모형이 적절함을 알 수 있다.

< 표 1 > 지수-지수 혼합모형의 모수들에 대한 MLE 및 깁스 추정치

		지수모형(λ_1)		지수모형(λ_2)		지수-지수 혼합모형	
	참값	MLE	깁스추정치 (사후평균)	MLE	깁스추정치 (사후평균)	MLE	깁스추정치 (사후평균)
p	0.5	-	-	-	-	0.5	0.4875
λ_1	5	3.4506	2.0467	-	-	4.9723	4.9283
λ_2	2	-	-	1.8435	2.1460	1.9482	1.9830

< 표 2 > 지수-와이블 혼합모형의 모수들에 대한 MLE 및 깁스 추정치

		지수모형		와이블(2)모형		지수-와이블 혼합모형	
	참값	MLE	깁스추정치 (사후평균)	MLE	깁스추정치 (사후평균)	MLE	깁스추정치 (사후평균)
p	0.5	-	-	-	-	0.5	0.4814
λ	1.5	0.9453	1.3467	-	-	1.4587	1.4543
β	0.5	-	-	0.6873	0.5883	0.3983	0.4167

<표 3> 지수-지수 혼합모형에서 모형에 따른 깁스 신뢰도 추정에 대한 상대오차의 합

	지수모형(λ_1)	지수모형(λ_2)	혼합모형
$S(RE)$	7.35613	0.13824	0.00054

< 표 4 > 지수-와이블 혼합모형에서 모형에 따른 깁스 신뢰도 추정에 대한 상대오차의 합

	지수모형	와이블(2)모형	혼합모형
$S(RE)$	1.62183	0.70953	0.11575

여기서 $S(RE)=\sum_{t=1}^{30}\frac{(R(t)-\hat{R}(t)_{GIBBS})^2}{\hat{R}(t)_{GIBBS}}$

$S(RE)$는 상대오차(relative errors)의 합임.

5. 결론

본 논문의 모의실험을 통해 알 수 있듯이, 데이터 증대를 가지는 마코브체인 몬테칼로(MCMC; Markov Chain Monte Carlo)기법을 이용하면, 혼합모형들에 대한 신뢰확률 추정은 가능함을 알 수 있다. 본 논문은 적분이 난해한 경우에 있어서 깁스 추출법의 사용을 제시하였다. 이 기법은 사후분포의 특징을 계산하기 위해 발전되었고, 데이터 증대 접근은 마코브체인에서 전이측도의 구체화를 쉽게 할 수 있다. 본 논문에서는 혼합모형에 대하여 깁스추출법을 이용하여 신뢰도를 알아 본 결과, 본 논문에 제시된 모의자료인 경우, 혼합모형이 상대오차의 합이 작게 나왔다. 따라서 본 논문의 실험설계하에서는 혼합모형이 더 효율적인 모형이라 할 수 있다. 또 MLE와 깁스 추출법에 의한 추정량은 각각 참값과 거의 유사 추세를 보임으로, 수렴하고 있다고 할 수 있다.

앞으로의 연구과제는 본 내용을 바탕으로 하여 공액사전분포(conjugate prior distrib- ution)가 아닌 경우, MCMC 기법을 혼합 사용한 신뢰도에 대한 사후정보의 추출에 대한 연구가 기대된다.

참고문헌

[1] Akman, O., and Huwang, L.(1997), "Bayes computation for reliability estimaion," *IEEE Transactions on Reliability*, Vol. 46, pp. 52-55.

[2] Falls, L.W.(1970), "Estimation of parameters in compound Weibull distributions," *Technometrics*, Vol. 12, pp. 399-407.

[3] Gelfand, A.E., and Smith, A.F.M.(1990), "Sampling-based approaches to calculating marginal densities," *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 85, pp. 398-409.

[4] Gelman, A.E., and Rubin D.(1992), "Inference from iterative simulation using multiple sequences," *Statistical Science*, Vol. 7, pp. 457-472.

[5] Geman, S., and Geman, D.(1984), "Stocastic relation, Gibbs distribution and the Bayesian restoration of images," *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol. 6, pp. 721-741.

[6] Johnson, N.L., and Kotz, S.(1970), Continuous univariate distribution, John Wiley and Sons, inc. pp. 207-227.

[7] Johnson, R.A., and Wichern, D.W.(1992), Applied Multivariate Statistical Analysis, Prentice and Hall, inc. pp. 493-525.

[8] Kao, J.H.K.(1959), "A graphical estimation of mixed Weibull parameters In life testing of electron tubes," *Technometrics*, Vol. 1, pp. 389-407.

[9] Mendenhall, W., and Hader, R.J.(1958), "Estimation of parameters of mixed exponential distributed failure times from censored life test data," *Biometrika*, Vol. 45, pp. 504-520.

[10] Pettit, L.I., and Young, K.D.S.(1990), "Measuring the effects of observations on Bayes factors," *Biometrika*, Vol. 77, pp. 455-466.

[11] Tallis, G.M., and Light, R.(1968), "The use of fractional moments for estimating the parameters of a mixed exponential distribution," *Technometrics*, Vol. 10, pp. 161-175.

[12] Upadhyay, S,K., and Shastri, V.(1997), "Bayes result for classical Pareto distribution via Gibbs sampler, with doubly-censored observations," *IEEE Transactions* on Reliability, Vol. 46 pp. 56-59.

[13] User's Manual STAT/LIBRARY(1987) Fortran Subroutines for statistical analysis, IMSL, Vol. 3.