

시간영역 유한차분법과 신호처리 기법을 사용한 마이크로스트립 회로 해석 (Analysis of Microstrip Circuit using FDTD and Signal Processing)

장 홍 주* 장 상 건** 방 성 일***
(Hong Ju Jang) (Sang Ghun Jang) (Sung Il Bang)

요 약 본 논문에서는 시간영역 유한차분법의 단점인 긴 계산 시간을 단축시키기 위하여 신호처리 기법을 사용하였다. 시간영역 유한차분법과 함께 신호처리 기법을 사용하여 주파수 특성을 해석할 때 신호처리 기법을 사용하지 않은 일반적인 시간영역 유한차분법으로 해석한 결과와 동일한 결과를 매우 짧은 시간에 구할 수 있었다. 신호처리 기법을 사용하지 않은 일반적인 시간영역 유한차분법으로 마이크로스트립 구조의 저역통과 필터의 주파수 특성을 해석하였을 때 약 900분의 계산 시간이 필요하였으나 신호처리 기법을 이용한 시간영역 유한차분법을 사용하면 약 140분으로 계산 시간을 단축시킬 수 있었다. 회로를 해석한 결과와 측정된 결과가 넓은 주파수 대역에서 거의 일치하는 것을 보였다.

Abstract In this paper, signal processing is utilized to reduce the computational time which is one of weak point of FDTD(finite difference time domain) method. Compared with the direct FDTD, combination of FDTD and signal processing achieves the same type of accuracy in much shorter time. The combination method spends 140 minutes to analyze the frequency characteristics of the microstrip lowpass filter while the direct FDTD consumes about 900 minutes. To verify the obtained results, microstrip lowpass filter is fabricated on dielectric substrate, and the measured results are compared with the analyzed results. It is shown that measured results are in good agreement with the theoretical results.

1. 서 론

초고주파 대역의 회로를 해석하는 데 주로 사용되는 수치 해석 방법은 모멘트법(moment method) [1], 유한 요소법(finite element method)[2], 전송선행렬법(transmission line matrix method)[2], 시간영역 유한차분법(finite difference time domain method)[3~9] 등이 있다. 시간영역 유한차분법은 한번의 계산 시행으로 광대역의 주파수 응답과 시간영역 특성을 얻을 수 있으며 전자기파의 진행을 가시적으로 나타낼 수 있는 장점이 있다. 그리고 여러 가지 해석 방법들이 가장자리 효과(fringing effect), 결합, 복사 현상들을 동

시에 고려하여 해석하기 힘든 반면에 시간영역 유한차분법은 이러한 영향들을 모두 고려하여 계산할 수 있는 장점을 갖고 있다. 그러나 시간영역 유한차분법으로 회로를 해석하는 데에는 많은 양의 컴퓨터 메모리가 필요하며 계산 시간이 많이 소요되는 단점이 있다.

본 논문에서는 시간영역 유한차분법으로 회로를 해석할 때에 소요되는 계산 시간을 줄이기 위하여 신호처리(signal processing)[10~12] 방법을 이용하였다. 신호처리 방법으로서 프로니(Prony) 방법을 이용한 외삽법(extrapolation)과 자동 회귀(AR : auto regressive) 모델을 이용한 예측 방법을 각각 적용하여 그 해석 결과들을 비교하였다. 신호처리 기법을 시간영역 유한차분법에 적용하려면 예측하는 데 사용된 함수의 차수와 표본 간격을 주의하여 선택해야만 한다. 이러한 요소들을 선택하는 과정에 대해서 알아보고 최적의 차수와 표본 간격을 구하는 방법을 보였다.

* 인천전문대학 전자과 교수
** 성덕대학 정보통신과 전임강사
*** 단국대학교 전자공학과 조교수

시간영역 유한차분법만으로 차단 주파수가 4 [GHz]인 마이크로스트립 구조의 체비세프 3 차 저역통과 필터를 해석하였으며, 소요되는 계산 시간을 줄이기 위하여 신호처리 기법을 적용하여 해석하였다. 이론적으로 구한 결과들을 확인하기 위하여 해석한 구조와 동일하게 회로를 제작하여 측정된 결과와 비교하였다.

2. 계산 시간을 단축하기 위한 신호처리기법

시간영역 유한차분법은 계산 시간이 길다는 단점을 갖고 있다. 이러한 단점을 보완하기 위해서 신호처리 기법을 사용하고 있다. 계산 시간을 단축시키기 위하여 사용되는 신호처리 기법은 Prony 방법을 적용한 외삽법 (extrapolation) [10,11]과 자동 회귀(AR : autoregressive) 모델[12]을 이용하는 방법 등이 있다.

2.1. Prony 방법을 적용한 외삽법

Prony 방법을 적용한 외삽법은 시간영역 유한차분법으로 계산된 신호를 이용하여 식 (2-1)과 같이 확정적 복소 지수 함수로 신호를 나타내는 방법이다.

$$f(n) = \sum_{k=1}^p C(k)z(k)^n \quad (2-1)$$

여기서 $f(n)$ 은 임의의 신호를 나타내고 p 는 차수를 의미한다. Prony는 식 (2-1)의 $z(k)$ 를 다음과 같은 다항식의 근으로 표현하였다.

$$P(z) = z^p + b(1)z^{p-1} + \dots + b(p) \quad (2-2)$$

여기서 $b(k)$ 는 다음 식으로부터 구할 수 있다.

$$f(n) = - \sum_{k=1}^p b(k)f(n-k), n = p+1, \dots, N \quad (2-3)$$

식 (2-2)와 식 (2-3)을 이용하여 $z(k)$ 를 구한다. 구한 $z(k)$ 와 식 (2-1)을 이용하여 $C(k)$ 를 구한다. 계산된 $z(k)$, $C(k)$ 를 식 (2-1)에 대입하여 n 을 확장시켜 원하는 시간까지의 신호를 예측하여 구할 수 있다.

2.2. 자동 회귀 모델

자동 회귀 모델은 이전 시간에 계산된 신호들을 이용하여 현재의 신호를 예측하는 방법이다. 시간영역 유한차분법을 이용하여 계산한 전계나 자계의 한 성분을 $f(n)$, $f(n-1)$, \dots , $f(n-p)$ 라고 정의하면 자동 회귀 모델은 식 (2-4)와 같이 나타낼 수 있다.

$$f(n) = -a_1f(n-1) - a_2f(n-2) - \dots - a_pf(n-p) \quad (2-4)$$

여기서 p 는 자동 회귀 모델의 차수를 나타내며 a_1, a_2, \dots, a_p 는 자동 회귀 모델의 파라미터이다. 즉 현재 시간의 전계나 자계의 성분 $f(n)$ 은 과거의 전계나 자계의 성분들의 선형적인 조합으로 표현된다. 이와 같은 표현은 시간영역 유한차분법에서 과거의 전계와 자계의 성분들과 맥스웰의 회전 방정식을 이용하여 현재의 전계와 자계의 성분들을 계산하는 방법과 유사하다.

자동 회귀 모델의 파라미터를 구하는 방법은 여러 가지가 있으며 구해진 파라미터와 식 (2-4)을 이용하여 시간영역 유한차분법으로 계산한 이후의 시간에 대한 전계나 자계를 계산한다.

2.3. 신호처리 기법의 적용

신호처리 기법을 시간영역 유한차분법에 적용하기 위해서는 신호처리에 사용되는 표본(sample)들을 주의 깊게 선정하여야만 한다. 시간영역 유한차분법으로 계산되는 처음 부분을 신호처리 기법에 사용하면 일반적으로 정확한 예측이 불가능하다. 따라서 너무 이른 시간을 제외한 부분부터 예측에 사용되는 표본 구간으로 선택하여야 한다.

예측하는 데에 사용되는 식의 차수가 너무 높게 되면 예측이 진행됨에 따라서 예측된 신호가 발산하는 현상을 보이게 된다. 반대로 예측에 사용되는 식의 차수가 너무 낮게 설정되면 예측된 신호가 급격히 감소하는 특성을 갖게 된다. 따라서 차수를 적절하게 선택하여야만 한다.

시간영역 유한차분법은 계산이 진행됨에 따라서 안정성을 유지하기 위해서 Courant 안정 조건이 만족되도록 시간 간격을 설정한다. 그러나 안정 조건을 만족하는 시간 간격은 신호처리에 사용하기에는 너무 좁은 시간 간격이므로 시간영역 유한차분법으로 구한 성분 중에서 일정한 시간 간격마다 한 개씩 성분을 표본화하여 사용하여야 한다.

3. 해석 및 측정 결과

3.1. 저역통과 필터의 해석

시간영역 유한차분법에 대한 이론적인 사항들을 그림 3.1에 보인 바와 같은 3차 체비셰프(Chebyshev) 저역통과 필터를 해석하는 데 적용하였다. 여기서 필터의 차단 주파수는 4 [GHz]이고, 설계하는 데 사용된 유전체 기판의 비유전율은 2.55이고 높이는 1.588 [mm]이다.

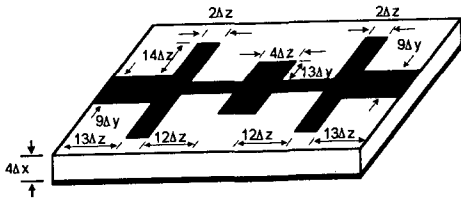


그림 3.1. 3차 체비셰프 저역통과 필터.

Fig. 3.1. Third-order Chebyshev lowpass filter.

본 논문에서 설계한 3차 체비셰프 저역통과 필터의 전체 해석영역의 크기는 $20\Delta x \times 77\Delta y \times 88\Delta z$ 이다. 그리고 시간영역 유한차분법으로 회로를 해석하기 위하여 사용된 단위 셀의 크기는 각각 $\Delta x \approx 0.4$ [mm], $\Delta y = \Delta z = 0.5$ [mm]이고 시간 간격은 $\Delta t = 0.492$ [ps]이다. 또한 계산영역의 중단에서 반사되는 파를 흡수하기 위하여 Mur[13]의 1차 흡수 경계 조건과 Litva[14]의 분산 경계 조건을 적용하였다.

이 필터에 가우스형 펄스[9]를 여기한 다음, 시간이 $400\Delta t$ 와 $600\Delta t$ 만큼 경과했을 때 마이크로스트립 도체 밑에 분포하는 전계 파형을 각각 그림 3.2에 보인 바와 같다.

그림 3.2(b)에서 보는 바와 같이 약 $600\Delta t$ 에서 파가 해석하려는 구조의 끝에 도착하는 것을 알 수 있다. 신호처리 방법을 이용하기 위한 표본 구간은 파가 해석하려는 구조의 각 부분에서 반사되어 돌아온 이후의 시간을 선택하여야 한다. 그러므로 필터를 해석하는 데 사용되는 신호처리 방법에서 표본 구간의 시작 부분은 파의 왕복 시간 이후인 약 $1200\Delta t$ 이상으로 설정하여야 한다.

최적의 차수와 표본 간격을 구하기 위한 방법으로 입력 단자와 출력 단자에서 차수와 표본 간격을 변화시켰을 때 발생하는 오차를 이용하였다. 즉 이 오차를 이용하여 오차가 가장 적게 발생하는 차수와 표본 간격을 선택하였다. 오차는 $3000\Delta t$ 까지 시간영역 유한차분법으로 계산된 파형을 이용하여 $5000\Delta t$ 까지의 파형과 비교하여 구하였다. 먼저 표본 간격을 10으로 설정하여 최적의 차수를 결정하였다.

그리고 결정된 차수를 이용하여 다시 최적의 표본 간격을 구하였다. 본 논문에서는 그림 3.1에 보인 바와 같은 저역통과 필터의 파형을 예측하기 위해서 표본 수를 100 개로 하였다.

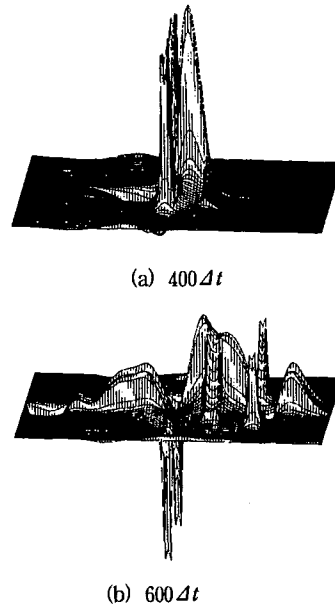


그림 3.2. 저역통과 필터의 마이크로스트립 도체 아래의 수직 전계 분포

Fig. 3.2. Distribution of the vertical electric field under microstrip conductor of lowpass filter.

(a) $400\Delta t$, (b) $600\Delta t$.

3.2. Prony 방법을 이용한 필터의 산란 파라미터 추출

입력단자에서 표본 수를 100 개, 표본 간격을 10으로 했을 때 Prony 방법을 적용한 외삽법을 이용하여 차수에 따른 예측파형의 오차를 구하면 그림 3.3에 보인 바와 같다. 그림 3.3에서 보면 입력단자에 Prony 방법을 이용하여 파형을 예측한 결과 37차에서 오차가 가장 작게 나타났으므로 37차의 차수를 이용하여 최적의 표본간격을 구하였다. 또한 그림 3.3에서 보는 바와 같이 차수가 34차일 때 큰 오차가 발생하므로 이를 주의하여야 한다. 표본 구간의 끝을 $3000\Delta t$ 로 정하여 표본 간격에 따른 예측 파형의 오차를 구하면 그림 3.4에 보인 바와 같다. 그림 3.4에서 보인 바와 같이 차수가 37차일 때 입력 단자의 파형을 예측하기 위해서 사용되는

Prony 방법을 적용한 외삽법의 최적 표본 간격은 11이었다.

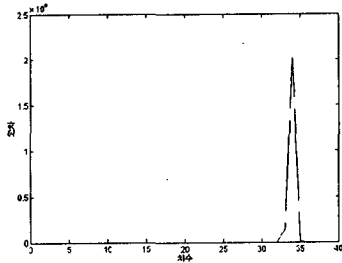


그림 3.3. 입력 단자에서 차수에 따라 구한 예측 파형 오차.

Fig. 3.3. Error of the estimated waveform as a function of order at input port.

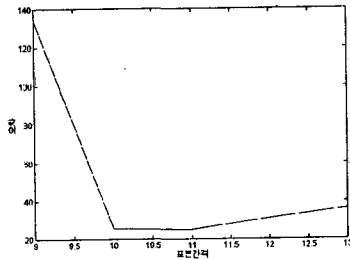


그림 3.4. 입력 단자에서 표본 간격에 따라 구한 예측 파형 오차(차수 : 37차).

Fig. 3.4. Error of the estimated waveform as a function of sampling space at input port(order : 37).

그림 3.3과 그림 3.4에서 구한 차수 37차와 표본 간격 11을 식 (2-1)에 적용하여 입력 단자에서 전압 파형을 예측하여 구하였다. 신호처리를 이용하여 구한 전압 파형과 신호처리를 사용하지 않고 일반적인 시간영역 유한차분법으로 구한 시간영역 전압 파형을 그림 3.5에서 비교하였다.

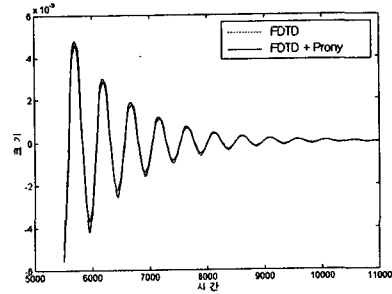


그림 3.5. 입력 단자에서 해석한 시간영역 파형과 예측한 파형.

Fig. 3.5. The analyzed and the estimated time domain waveform at input port.

그림 3.5에서 보는 바와 같이 5000Δt 이상의 시간에서 일반적인 시간영역 유한차분법으로 구한 파형과 Prony 방법을 이용한 외삽법으로 예측하여 구한 파형은 잘 일치하였다. 그러므로 오차가 최소가 되는 차수와 표본 간격을 찾는 방법으로 구한 차수(37)와 표본 간격(11)이 적절함을 알 수 있었다. 출력단에서도 입력단에서 구한 것과 같은 방법으로 차수는 28 차로 설정하였고, 표본 간격은 15로 선택하였다.

신호처리를 적용하여 예측한 저역통과 필터의 산란 파라미터[16]와 전체 시간에 대하여 시간영역 유한차분법으로 구한 필터의 산란 파라미터는 그림 3.6에 보인 바와 같다. 그림 3.6에서 보는 바와 같이 앞에서 Prony 방법을 적용한 외삽법을 이용하여 예측한 파형으로 구한 필터의 산란 파라미터는 측정된 필터의 산란 파라미터와 일반적인 시간영역 유한차분법으로 구한 결과와 일치하였다.

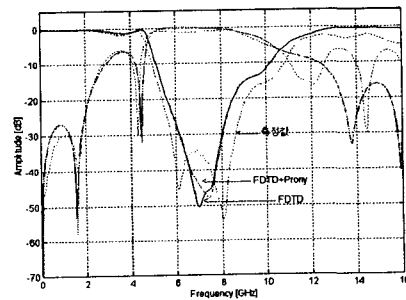


그림 3.6. 프로니 방법으로 구한 저역통과 필터의 주파수 특성.

Fig. 3.6. Frequency characteristics of lowpass filter by Prony method.

3.3. 자동 회귀 모델을 이용한 필터의 산란 파라미터 추출

앞에서 설명한 Prony 방법을 적용한 외삽법과 같은 방법으로 입력 단자에서 자동 회귀 모델의 최적의 차수와 표본 간격을 구하면 다음과 같다.

그림 3.7과 그림 3.8로부터 차수는 23차로 설정하였고, 표본 간격은 10으로 선택하였다. 그림 3.8에서 가장 오차가 적은 표본 간격은 23이었다. 그러나 표본 간격을 23으로 선택할 경우에는 표본구간의 끝이 $3000\Delta t$ 이고 표본의 개수가 100 개이면 표본구간의 처음은 $700\Delta t$ 가 된다. $700\Delta t$ 라는 시간은 이 필터에서 여기된 파가 해석 영역 끝에서 반사되어 돌아오는 시간보다도 이전의 시간이므로 정확한 예측을 하기 어렵게 된다. 따라서 이를 고려하여 선택한 표본 간격은 10이었다. 출력 단자에서 구한 자동 회귀 모델의 최적 차수와 표본 간격은 입력 단자에서 구한 것과 같은 방법으로 차수는 28차로 설정하였고, 표본 간격은 15로 선택하였다.

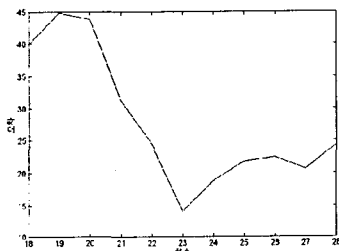


그림 3.7. 입력 단자에서 차수에 따른 예측 파형 오차.

Fig. 3.7. Error of the estimated waveform as a function of order at input port.

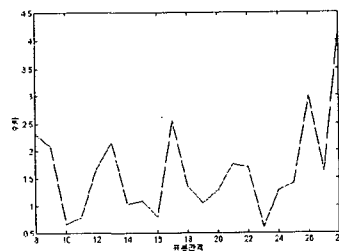


그림 3.8. 입력 단자에서 표본 간격에 따른 예측 파형 오차(차수 : 23차).

Fig. 3.8. Error of the estimated waveform as a function of sampling space at input port(order : 23).

입력 단자와 출력 단자에서 각각 구한 차수와 표본 간격을 이용하여 입력 단자와 출력 단자의 파형을 $32000\Delta t$ 까지 예측하였다. 이 예측된 시간 영역의 파형을 이용하여 주파수 영역에서 필터의 산란 파라미터를 구하여 측정된 필터의 산란 파라미터와 일반적인 시간영역 유한차분법으로 구한 필터의 산란 파라미터를 그림 3.9에서 비교하였다.

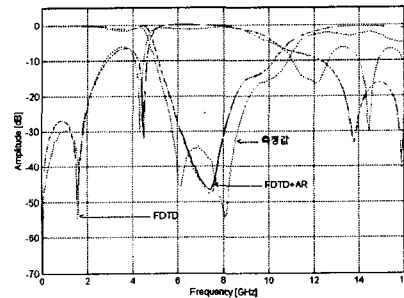


그림 3.9. 자동 회귀 모델을 이용하여 계산된 필터의 주파수 특성.

Fig. 3.6. Frequency characteristics of lowpass filter by autoregressive model.

그림 3.9에서 보는 바와 같이 자동 회귀 모델을 이용하여 예측한 시간 파형으로부터 계산한 필터의 산란 파라미터는 측정된 필터의 산란 파라미터와 일반적인 시간영역 유한차분법으로 구한 결과와 일치하였다.

그림 3.6과 그림 3.9에서 보는 바와 같이 제작하여 측정된 필터의 산란 파라미터와 시간영역 유한차분법으로 계산된 필터의 산란 파라미터 그리고 시간영역 유한차분법과 신호처리(Prony 방법을 이용한 외삽법, 자동 회귀법)를 이용하여 계산된 필터의 산란 파라미터는 거의 일치하는 것을 알 수 있다. 그리고 시간영역 유한차분법만으로 계산된 결과와 신호처리 기법과 함께 시간영역 유한차분법을 사용한 결과는 모든 주파수에서 거의 일치하였다.

일반적인 시간영역 유한차분법을 이용하여 필터를 해석하기 위해서 $32000\Delta t$ 시간동안 계산을 수행하는 데에 소요되는 계산 시간과 시간영역 유한차분법과 신호처리 기법을 이용하여 $32000\Delta t$ 시간동안 계산하는 데에 소요되는 계산 시간을 비교하면 표 3.1에 보인 바와 같다.

표 3.1. 필터의 해석 시간 비교

해석 방법	시간 구간	사용 기종	계산시간
FDTD	32000 Δt	HP 715/100XC	약 900분
FDTD + 신호처리	5000 Δt + 27000 Δt	HP 715/100XC	약 140분

표 3.1에서 보는 바와 같이 그림 3.1의 저역통과 필터를 해석할 때 신호처리 기법과 함께 시간영역 유한차분법을 적용하여 해석하였을 때 소요되는 시간은 신호처리 기법을 사용하지 않는 일반적인 시간영역 유한차분법으로 해석하였을 때 소요되는 시간의 약 15%에 해당하는 짧은 시간이었다.

4. 결론

본 논문에서는 초고주파 회로를 해석할 수 있는 강력한 수치해석 방법인 시간영역 유한차분법에 신호처리 기법(Prony 방법을 적용한 외삽법과 자동 회귀 모델)을 적용하여 계산하는 데 소요되는 시간을 단축시키는 방법과 각각의 신호처리 기법을 적용하는 방법을 보였다. 시간영역 유한차분법만으로 계산된 파형과 신호처리를 이용하여 계산된 파형을 비교하여 오차를 구하였으며, 이 오차를 이용하여 신호처리에 사용되는 최적의 차수와 표본 간격을 구하였다. 이와 같이 시간영역 유한차분법에 신호처리 방법을 적용하여 회로를 해석함으로써 회로를 해석하는 데 소요되는 시간을 크게 단축시키면서도 일반적인 시간영역 유한차분법만을 이용하여 전체 시간 구간을 계산한 결과와 일치하는 결과를 얻을 수 있었다. 따라서 이러한 신호처리 방법을 시간영역 유한차분법의 해석 방법에 적용한다면 기존의 시간영역 유한차분법보다 더욱 빨리 회로를 해석할 수 있으므로 넓은 주파수 대역의 특성을 정확하게 해석할 수 있는 초고주파용 시뮬레이터의 제작에 시간영역 유한차분법을 응용할 수 있으리라고 생각된다.

참 고 문 헌

[1] R. F. Harrington, Field Computation By Moment Methods, The Macmillan, New York, 1968.

[2] M. N. O. Sadiku, Numerical Techniques in Electromagnetics, CRC Press, Florida, 1992.

[3] X. Zhang, J. Fang, K. K. Mei, and Y. Liu, "Calculations of the Dispersive Characteristics of Microstrips by the Time-Domain Finite Difference Method", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-36, no. 2, pp. 263~266, Feb. 1988.

[4] D. M. Sheen, S. M. Ali, M. D. Abouzahra, and J. A. Kong, "Application of the Three-Dimensional Finite-Difference Time-Domain Method to the Analysis of Planar Microstrip Circuits", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-38, no. 7, pp. 849~857, July, 1990.

[5] 남상식, 장상건, 진년강, "시간영역 유한차분법을 이용한 고속 패키지 접속선로의 누화 해석," 한국통신학회 논문지, 22권 4호, pp.1975~1984, 1999.

[6] G. D. Smith, Numerical Solution of Partial Differential Equations : Finite Difference Method, 3rd Ed., Oxford : Clarendon, 1987.

[7] K. S. Yee, "Numerical Solution of Initial Boundary Value Problems involving Maxwell's Equations in Anisotropic Media", IEEE Trans. Antennas Prop., vol. Ap-14, pp. 302~307, 1996.

[8] A. Taflove, Computational Electrodynamics Finite-Difference Time-Domain Method, Artech House, Boston, 1995.

[9] X. Zhang and K. K. Mei, "Time-Domain Finite Difference Approach to the Calculation of the Frequency-Dependent Characteristics of Microstrip Discontinuities", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-36, no. 12, pp. 1775~1787, Dec. 1988.

[10] 오장환, 장상건, 박재석, 이병선, 방성일, 진년강, "Prony 방법을 이용한 시간영역 유한차분법 계산 효율 개선," 1996년 추계 마이크로파 및 전파 학술대회 논문집, vol. 15, no. 3, pp. 218~221, Sep. 1996.

- [11] K. Naishadham, "Application of Spectral Domain Prony's Method to the FDTD Analysis of Planar Microstrip Circuits", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol.42, no.12, pp.2391~2398, Dec. 1994.
- [12] J. Chen, C. Wu, T.K.Y. Lo, Ke-Li Wu, and J. Litva, "Using Linear and Nonlinear Predictors to Improve the Computational Efficiency of the FD-TD Algorithm", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-42, no. 10, pp. 1992~1997, Oct. 1994.
- [13] G. Mur, "Absorbing Boundary Condition for the Finite-Difference Approximation of the Time-Domain Electromagnetic-Field Equations", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-23, no. 4, pp. 377~382, Nov. 1981.
- [14] J. Litva, "A Dispersive Boundary Condition for Microstrip Component Analysis using the FD-TD Method", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-40, no. 4, pp.774~777, Apr. 1992.
- [15] J.P. Berenger, "A Perfectly Matched Layer for Absorption of Electromagnetic Waves", Jour. Computational Physics, vol. 114, pp. 185~200, 1994.
- [16] 진년강, 마이크로파 공학, 청문각, 1998.